

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

# DIPLOMOVÁ PRÁCE



Mgr. Jiří Novák

## Modelování atmosférické cirkulace exoplanet

Katedra meteorologie a ochrany prostředí

doc. RNDr. Josef Brechler, CSc.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Meteorologie a klimatologie

Praha 2013

## Poděkování:

Děkuji svému školiteli doc. RNDr. Josefu Brechlerovi, CSc, doc. RNDr. Ondřejovi Čadkovi, CSc. a kolegovi Mgr. Petrovi Pokornému za rady které mi poskytl pro vypracování diplomové práce, rady kde získat informace, a upozornění na chyby v diplomové práci. Také děkuji Dr. Rossovi Heikesovi za poskytnutí dat charakteristiky (souřadnice a sousední body) geodetické icosahedrál ní sítě, nezbytné pro řešení parciálních diferenciálních rovnic na celé kouli, za rady týkající se daného problému. Děkuji také katedře geofyziky za možnost využití výpočetních strojů k výpočtům 2D cirkulačních modelů, zpracování dat a tvorbě grafů, využití PC labu pro tvorbu diplomové práce.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne.....

podpis:

Název práce: Modelování atmosférické cirkulace exoplanet

Autor: Mgr. Jiří Novák

Katedra : Katedra meteorologie a ochrany prostředí

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Josef Brechler, CSc., Katedra meteorologie a ochrany prostředí

**Abstrakt:** V této práci studujeme vlastnosti atmosfér exoplanet a cirkulace na nich. První část práce studuje metody pro detekci exoplanet, statistické rozložení jejich vlastností a tzv. výběrové efekty. Druhá část práce se věnuje popisu vlastností atmosfér některých planet a měsíců Sluneční soustavy (Venuše, Mars, Titan) a diskutuje také možné vlastnosti atmosfér exoplanet, které v současné době lze jen odhadovat. Třetí část práce se věnuje popisu atmosférickým modelů. Popsán je zde plný 3D model atmosféry a model mělké vody. Ukázány jsou také výsledky modelů pro exoplanety, publikované v odborných časopisech. Popsána je geodetická icosahedrál ní síť, výhodná pro globální klimatické modely, způsob diskretizace na sféře a použití operátorů (gradient, divergence, vorticity) na geodetické síti. V poslední části je popsán program pro model mělké vody na sféře v systému divergence-vorticity. Popsána je technická specifikace programu, parametry vstupující do programu, metoda zobrazování výsledných dat a ukázka vybraných výsledků z několika běhů pro různé typy planet a také numerické testy, pomocí kterých se dají odhadnout vlastnosti vytvořeného modelu. V závěru jsou diskutovány výsledky modelu.

**Klíčová slova:** exoplanety, hostující hvězdy, vázaná rotace, atmosféry, cirkulace, počasí, klima, model mělké vody, geodetická síť, divergence, vorticity, forcing

**Title:** Modelling of exoplanetary atmospheric circulation

**Author:** Mgr. Jiří Novák

**Department:** Department of Meteorology and Environment Protection

**Supervisor:** doc. RNDr. Josef Brechler, CSc., Department of Meteorology and Environment Protection

**Abstract:** In this thesis we study the properties of exoplanetary atmospheres. The first part describes methods for searching exoplanets, statistics of discovered exoplanets and the sampling factors. The second part describes the properties of chosen planets and moons in the Solar system (Venus, Mars and Titan) and also possible properties of the exoplanetary atmospheres that are only briefly understood. The third part describes the atmospheric models which incorporate a full 3D model of the atmosphere, and a shallow-water model. We also show the results of exoplanetary atmospheric models published in the scientific journals. This part also describes the icosahedral geodetic grid that is advantageous for the global climatic models, and also discretisation on sphere and the application of the operators (gradient, divergence, vorticity) on geodetic grid. The last part is about creating program for global shallow water model in divergence-vorticity variables with forcing system with using icosahedral geodetic grid – we describe technical properties connected with model creating, parameters which the model uses during time integration, geographic system for results display and we show results for various kinds of extrasolar planets and planets in the Solar system. We used several numerical tests for testing model quality. The results are discussed in the conclusion.

**Keywords:** exoplanets, hosted stars, tidal-locking, atmosphere, circulation, weather, climate, shallow-water model, geodetic icosahedral grid, divergence, vorticity, forcing

## Obsah

1. Úvod.....	6
2. Detekce exoplanet a dostupné seznamy objevených exoplanet.....	9
2.1 Metody detekce.....	9
2.2 Katalogy exoplanet.....	10
3. Vlastnosti exoplanet, planet Sluneční soustavy a planetárních atmosfér.....	13
3.1 Parametry, charakteristika planet obecně.....	13
3.2 Popis některých planet Sluneční soustavy.....	16
3.3 Popis některých planet mimo Sluneční soustavu.....	19
4. Atmosférické modely.....	30
4.1 Model mělké vody (Shallow-water).....	36
4.2 Řešení rovnic u planet s vázanou rotací (horké Jupitery, Super-Země), super-rotace a vznik ekvatoriálního jetu, srovnání s 3D modely.....	40
4.3 Rovnice mělké vody na rotující sféře - souhrn.....	44
4.4. Forcing na základě energetického příkonu ze Slunce a energetická bilance.....	48
5. Síť na povrchu sféry – diskretizace.....	50
6. Program pro řešení MMV a běh modelu, vstupní parametry, výběr planet a vybrané výsledky.....	60
6.1. Program pro řešení MMV.....	60
6.2 Parametry vstupující do programu.....	63
6.3 Výběr exoplanet a planet Sluneční soustavy.....	65
6.4 Zobrazení dat na mapě.....	66
6.5 Vybrané výsledky modelu MMV.....	67
7. Závěr.....	111
8. Zdroje.....	115
8.1 Vědecké články a knihy.....	115
8.2 Webové servery a stránky.....	119
8.3 Seznam tabulek.....	120
8.4 Seznam zkratk.....	121
8.5 Seznam příloh.....	122

### Příloha č. 1 - Výsledky běhů programu, globální mapy (pouze elektronicky):

1. Test Global Steady State Nonlinear Geostrophic Flow.....	1
2. Alfa Centauri Bb horká kamenná planeta s vázanou rotací.....	6
3. Gliese 581c kamenná planeta s vázanou rotací.....	13
4. Země s vázanou rotací v substellárním bodě $(\theta;\lambda) = (0;0)$ se sklonem rotační osy $\varepsilon = 23,45^\circ$ bez orografie a oceánů.....	20
5. Planeta podobná měsíci Titan.....	27
6. Atmosféra planety Venuše.....	34
7. Horký Neptun GJ 436b.....	41
8. Země se skutečnou dobou rotace a oběhu se sklonem rotační osy $\varepsilon = 23,45^\circ$ bez orografie a oceánů – test chladnutí od určitého okamžiku.....	48
9. Horký Jupiter 51 Pegasi b.....	65
10. Horký Jupiter HD 189733 b.....	72
11. Extrémně horký Jupiter WASP 12 b.....	79
12. Extrémně horký Jupiter WASP 12 b s nízkou disipací.....	86
13. Extrémně horký Jupiter WASP 12 b s 1 000 000 krát vyšší insolací.....	92

14. Země bez radiačního forcingu.....	99
15. Země bez radiačního forcingu a bez numerické viskozity.....	103
16. Země s nízkou numerickou viskozitou.....	111
17. Tau Ceti e s nízkou numerickou viskozitou.....	123
18. Země se skutečnou dobou rotace a oběhu se sklonem rotační osy $\varepsilon = 23,45^\circ$ bez orografie a oceánů.....	141
19. Tau Ceti e se siderickou preiodou rotace 44 hod, sklonem rotační osy $\varepsilon = 36^\circ$ bez orografie a oceánů, tloušťka atmosféry je 2 bar.....	159

**Příloha č. 2 - Výsledky běhů programu, vývoj v gridových bodech (pouze elektronicky):**

1. Vývoj veličin v jednotlivých bodech – popis.....	1
2. GL 581c.....	2
3. Země s vázanou rotací.....	11
4. Planeta s vlastnostmi měsíce Titan.....	21
5. Horký Neptun GJ 436b.....	32
6. Země – Průběh když po 100 dnech zhasne Slunce.....	51
7. Země klasický průběh 3 roky/26 298 výpisů po hodině.....	56
8. Tau Ceti e 7 let/14 122 výpisů po 2 hod.....	68

# 1. Úvod

Cílem této diplomové práce je modelování cirkulace atmosféry na exoplanetách pomocí modelu mělké vody (MMV) s forcingem v systému divergence-vorticity s použitím vlastního programu pro numerické řešení rovnic a zpracování dat. Pro modelování budou vybrány exoplanety požadovaného typu (kamenná planeta, kamenná planeta s vázanou rotací, horký Jupiter/Neptun bez vázané rotace, horký Jupiter/Neptun s vázanou rotací), u kterých je známo co nejvíce parametrů, a také planety Sluneční soustavy, u kterých je možné porovnat výsledky modelu se skutečností. Pro výpočet pomocí MMV bude napsán program ve Fortranu 95. Dále bude v Bashi napsán program pro zpracování velkého souboru dat (roztřídění dat podle časové a prostorové diskretizace) a také pro grafické zpracování, a dále program pro automatické kreslení grafů v Gnuplotu. Pro časovou diskretizaci bude použita Adamsova–Bashforthova metoda třetího řádu. Prostorová diskretizace na povrchu sféry je obecně problém v oblasti pólů, a proto bude použita geodetická šestiúhelníková síť, symetrická vůči rovníku. Klimatologické parametry budou odvozeny na základě astronomických údajů.

Pro sestavení klimatického/cirkulačního modelu je potřeba znát velké množství vstupujících parametrů. U obou nejběžnějších metod detekce exoplanet (tranzity, radiální rychlosti) známe vlastnosti hvězdy, hlavní poloosu oběžné dráhy planety, přibližnou excentricitu a oběžnou periodu. Podle metody detekce známe buď dolní limit hmotnosti planety ( $M_p \sin i$ ), a nebo poloměr planety, tíhové zrychlení na povrchu tedy neznáme. Jen u několika málo exoplanet je známa hmotnost a současně poloměr. Prakticky všechny objevené exoplanety (až na pár výjimek) mají hmotnost i poloměr větší než Země. Nelze přesně odhadnout o jaký typ planety jde (kamenná planeta nebo plynná planeta jako Neptun?), k takovému určení je potřeba znát hmotnost i poloměr a odtud odvodit hustotu a tíhové zrychlení na povrchu. Rychlost rotace exoplanety není možné žádným způsobem změřit – odvození ze spektra je hluboko pod přesností měření. Na klima má rychlost rotace velký vliv. Ovlivňuje rychlost střídání dne a noci, na rychlosti rotace závisí Coriolisův parametr a intenzita stáčení proudění, rychlost vyrovnávání tepelných rozdílů mezi rovníkem a póly.

Velké množství objevených exoplanet obíhá velmi blízko hvězdě (často mnohem blíže než vzdálenost Merkuru od Slunce), a tak je logické předpokládat tzv. vázanou rotaci. Vázaná rotace znamená, že doba oběhu (rok) a siderická doba rotace (den) jsou stejné a substelární bod (místní Slunce v zenitu) je pořád na stejné zeměpisné délce. Synodická doba rotace (vůči místnímu Slunci) je nekonečná. Pro klimatické poměry má vázaná rotace zcela zásadní důsledek. Doba, se kterou se vázaná rotace vytvoří, je nepřímo úměrná šesté mocnině hlavní poloosy. U méně svítivých hvězd, které déle vydrží na hlavní posloupnosti, je obyvatelná zóna blízko hvězdě. Předpokládá se, že u hvězd s hmotností pod 0,6 hmotnosti Slunce jsou planety v obyvatelné zóně s vázanou rotací (Lammer et al. 2010). Další, parametr, který má velký vliv na počasí a klima, je sklon rotační osy vůči oběžné rovině  $\varepsilon$ . Tento parametr (spolu s excentricitou) ovlivňuje velikost rozdílu mezi létem a zimou, zeměpisnou šířku substelárního bodu (místo kde je Slunce v zenitu), která kolísá v rozmezí  $\langle -\varepsilon; +\varepsilon \rangle$ . I když má planeta vázanou rotaci, v případě nenulového sklonu rotační osy je poloha substelárního bodu proměnná. Určení rovnovážné teploty planety není jednoznačné (pro Zemi je to 255 K. Známe insolaci  $S_0$ , ale albedo (ať už vizuální, bolometrické nebo geometrické) není možné určit z dnešních měření (u horkých Jupiterů lze změřit albedo velmi přibližně). Pro albedo je v případě exoplanet nutné odhadnout co nejpravděpodobnější hodnotu. Skleníkový efekt způsobuje, že dlouhovlnné vyzařování se nedostává tak snadno zpět do prostoru a průměrná teplota při povrchu je vyšší než rovnovážná teplota planety. U Země průměrná teplota standardně měřená 288 K, ale rovnovážná teplota je 255 K). Intenzita skleníkového efektu závisí na tloušťce i složení atmosféry. V případě většího množství aerosolů v atmosféře se projevuje na Titatu a Plutu tzv. anti-skleníkový efekt, kdy dlouhovlnné záření uniká snadněji a krátkovlnné záření je stíněno a průměrná teplota povrchu je nižší než rovnovážná teplota. Aerosoly ale mohou teplotu i zvyšovat. Složení a tloušťku atmosféry nebo jen samotnou přítomnost atmosféry u kamenných exoplanet nelze určit. Výjimkou

jsou horkí Jupiteri, kde je atmosféra přítomna vždy a ze spektra jde odhadnout i přítomnost a zastoupení některých molekul a také jasovou teplotu. Ale i u horkých Jupiterů, kde je kontrast záření planeta/hvězda nejvyšší, jde jen o velmi hrubé odhady. Orografie a přítomnost oceánů nebo ledovce má na klima a cirkulaci značný vliv. Ale orografii, přítomnost oceánů nebo přítomnost polárních čepiček u exoplanet je zcela nemožné zjistit. Vzhledem k neznámé orografii bude předpokládán hladký povrch.

Jaký cirkulační model použít? Fázové přechody jsou velmi složité a jejich charakteristika je na většině exoplanet neznámá, proto fázové přechody nebudou zahrnuty. Výskyt oblačnosti není znám a nebude proto aktuálně zahrnut. Nabízí se použití 3D cirkulačního modelu s vertikální i horizontální diskretizací, zahrnujícího vertikální teplotní zvrstvení, a vertikální strukturu pole proudění. 3D model používá 4 rovnice tzv. dynamického jádra (pohybová rovnice má 3 složky, celkem tedy 6 rovnic). Příkladem může být GFDL Spectral Core – dynamické jádro GFDL, používající spektrální řešení soustavy parciálních diferenciálních rovnic. Vývoj dynamického jádra je však velmi náročný a jedná se o dlouhodobý projekt. V případě použití 3D modelu s vertikálním rozlišením je nutné i dostatečně hustá horizontální síť. Celkově je uzlových bodů v síti obvykle více než  $10^6$ , výpočet je velmi náročný, a to jak časově, tak s ohledem na velké množství ukládaných dat. Jedním z jednodušších modelů je 1D sféricky symetrický model, kde se zanedbává i rotace a předpokládá se sféricky symetrický zdroj energie. 1D symetrický model s vysokým vertikálním rozlišením se používá v případě vývoje hvězd, ale v případě klimatického modelu je prakticky nepoužitelný. Horizontální 1D model, zohledňující jen zeměpisnou šířku, nemůže popsat cirkulaci. Poměrně dobrým modelem je ale 2D model mělké vody (MMV), tzv. Shallow-water approximation, který se ve výsledcích přibližně shoduje s 3D modelem. Model mělké vody neuvažuje vertikální strukturu ani vertikální proudění. Ve výpočtu se používá tloušťka atmosféry (výška horní a dolní hladiny v případě orografie) a horizontální složky rychlosti proudění.

Otázkou je použití souřadného systému a diskretizace sítě. Kartézskou souřadnou síť je výhodné použít tam, kde není příliš velké zakřivení povrchu. Příkladem může být klimatický model pro malou oblast, např. ČR a okolí, omezené oblasti okolo rovníku a pod. Většinou se v klimatických modelech používá sférická souřadná síť (konstantní poloměr, souřadnice  $(\theta_{SF}, \varphi)$  nebo  $(\theta, \lambda)$ ). Je možné použít buďto klasickou sférickou soustavu souřadnic, kde rozsah  $\theta_{SF}$  je  $\langle 0; \pi \rangle$ ,  $\theta_{SF}$  jde směrem od severního pólu k jižnímu pólu a  $\varphi$  je zeměpisná délka, souřadnice s rozsahem  $\langle 0; 2\pi \rangle$ . Druhou možností jsou zeměpisné souřadnice  $(\theta, \lambda)$ , ekvivalentní s astronomickými souřadnicemi  $(DEC, RA)$ . Souřadnice  $\theta$  resp.  $DEC$  má význam zeměpisné šířky resp. Deklinace. Rozsah souřadnice  $\theta$  resp.  $DEC$  je  $\langle -\pi/2; \pi/2 \rangle$ , hodnota  $-\pi/2$  je na jižním pólu, hodnota  $0$  na rovníku a hodnota  $\pi/2$  na severním pólu. Souřadnice  $\lambda$  resp.  $RA$  značí zeměpisnou délku resp. rektascenzi. Rozsah  $\lambda$  resp.  $RA$  se používá  $\langle -\pi; \pi \rangle$ , nebo  $\langle 0; 2\pi \rangle$  podle definice. Zeměpisné resp. astronomické souřadnice jsou výhodné pro většinu pozorování na obloze a také pro většinu klimatologických a předpovědních modelů. V těchto souřadnicích model pokryje téměř celou sféru, diskretizace se provádí v souřadnicích  $(d\theta, d\lambda)$ . V těchto souřadnicích se používají diferenciální operátory v křivočarých souřadnicích (zeměpisné souřadnice jsou posunuté sférické souřadnice). U diferenciálních operátorů jsou použity Laméovy koeficienty pro sférické resp. zeměpisné souřadnice. Avšak sférické souřadnice nelze použít pro celo-koulový model. Jak se blížíme k pólu, při stejné diskretizaci  $(d\theta, d\lambda)$  krok  $d\theta$  je pořád stejný, ale krok  $d\lambda$  se poblíž pólu výrazně zkracuje. To vede nejdříve k snížení přesnosti numerického výpočtu, až na konec se stále menší vzdáleností od pólu dojde k numerické nestabilitě. Přímo na pólu souřadnice není vůbec definována a póly jsou singularitou. Řešení pro globální sférické modely je v tzv. geodetické icosahedrální síti, představující téměř ekvidistantní síť pro celou sféru. K tomu je potřeba zavést diferenciální operátory (gradient, divergence, rotace, vorticity, Laplaceův operátor) nově pro tuto síť.

Program bude testován proti Global Nonlinear Steady-state Geostrophic Flow pro tři různé hodnoty parametru  $\alpha_G$  (Williamson et al. 1992), což umožní ověřit přesnost modelu a odhadnout velikost numerických chyb. Dalším testem bude časová integrace zemské atmosféry zcela bez

forcingu a disipace a také běh modelu pro Zemi s viskózní disipací bez radiačního forcingu. Dále bude model použit pro Zemi, Zemi s vázanou rotací, Zemi chladnoucí, Zemi s nízkou disipací, Venuši, Titan,  $\alpha$  Centauri Bb, GL 581c, GL 436b,  $\tau$  Ceti e,  $\tau$  Ceti e s nízkou disipací, HD 189733 b, 51 Pegasi b, WASP 12b, WASP 12b s nízkou disipací, WASP 12b s vyšší insolací.



## 2. Detekce exoplanet a dostupné seznamy objevených exoplanet

Nejdříve je potřeba podívat se, z čeho je možné vybrat exoplanety pro cirkulační model MMV. Zastoupení různých typů není podle skutečné četnosti, ale uplatňuje se výběrový efekt, závislejší na metodě detekce. Na metodě detekce závisí i planetární parametry, které jsou u objevené exoplanety známy. Z důvodu výběrového efektu jsou nejčastěji objeveny horké Jupitery a o nich je i nejvíce známo. Objev planety zemského typu je stále problém. Objevené exoplanety jsou shromažďovány v katalozích dostupných na webu (Paris Observatory, [exoplanet.eu](http://exoplanet.eu), nebo California Institute of Technology, [exoplanetarchive.ipac.caltech.edu](http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu)).

### 2.1 Metody detekce

Metod detekce exoplanet je několik, ve většině případů se však používají jen dvě – měření radiálních rychlostí a tranzitní metoda, kdy při přechodu planety před diskem hvězdy poklesne jasnost. U metody měření radiálních rychlostí je možné určit dolní limit hmotnosti planety a tvar dráhy (excentricitu), ale nelze odhadnout poloměr planety. U tranzitních metod (pokles zdánlivé svítivosti hvězdy) je možné určit poloměr planety a odhadnout tvar dráhy, ale nejde určit hmotnost planety. Další metodou je zpoždování záblesků pulzarů. Zde vzhledem k velké přesnosti byly objeveny i malé planety obíhající okolo pulzarů, i když jejich existence se těžko dá vysvětlit. Metoda přímého zobrazení je vzhledem k velkému poměru jasů hvězdy a planety a také nedostatečné rozlišovací schopnosti špatně použitelná. Přímým zobrazením se podařilo detekovat jen velké planety hodně vzdálené od hostující hvězdy. Zbývající metody jsou spíše teoretické a pro objevování exoplanet se téměř nepoužívají. Jedná se gravitační mikročocky, astrometrii (změny pozice hvězdy) a další.

Obecně platí, že čím je planeta větší a čím je blíže hvězdě, tím je snáze objevitelná (výjimkou je přímé zobrazení, kde musí exoplaneta být daleko od hvězdy). Proto také jsou nejčastěji objeveny tzv. horké Jupitery. Přímým zobrazením bylo naopak detekováno několik chladných Jupiterů. Ve skutečnosti ale nejsou horké Jupitery nejčastějším typem planet. Ve velké blízkosti hvězdy ani nemohly vzniknout a do blízkosti hvězdy se dostaly při planetární migraci.

První planeta u hvězdy hlavní posloupnosti byla objevena v roce 1995 okolo hvězdy 51 Pegasi pomocí změn radiálních rychlostí. V letech 2000-2002 bylo známo jen malé množství exoplanet, ale již byly plány pro jejich detekci. Pomocí zpoždování záblesků pulzarů byla planeta objevena poprvé v roce 1992, metodou mikročockek poprvé v roce 1998 a tranzitní metodou poprvé v roce 1999. Aktuálně (28.2.2013) je potvrzeno 677 planetárních systémů s 861 planetami ([exoplanet.eu](http://exoplanet.eu)). Kandidátů na exoplanety objevené satelitem Kepler (KOI – Kepler Object Of Interest) je 3541 ([exoplanetarchive.ipac.caltech.edu](http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu)), planet objevených družicí Kepler (tranzitní metodou) je podle stejného zdroje 834 k 6.3.2013. Nově v poslední době se začala používat metoda modulace oběžné dráhy u dvojhvězd, umožňující detekci exoplanet obíhajících blízko jedné hvězdy.

Detekce pomocí zpoždování záblesků pulzarů ([exoplanet.eu](http://exoplanet.eu)) umožňuje najít exoplanety obíhající okolo pulzarů, což je velmi zvláštní kategorie exoplanet. Pulsar není hvězdou na hlavní posloupnosti, ale závěrečné stádium. Jedná se o neutronovou hvězdu s hmotností  $1,44-3+ M_{\odot}$  a poloměrem  $20-30 \text{ km}$ , hustotou  $4 \cdot 10^{17} \text{ kgm}^{-3}$  (ve středu i  $10^{18} \text{ kgm}^{-3}$ ). Periody záblesků pulzarů a jejich změny lze měřit extrémně přesně. Proto u pulzarů byla objevena první exoplaneta vůbec (1992), dále pak exoplaneta s nejmenší známou hmotností (exokometa) *PSR 1257+12 e* s hmotností  $0,00004 \pm 0,00002 M_{\oplus}$  ( $0,2 \pm 0,1 M_{\text{Pluto}}$ ) a také *PSR 1257+12 b* s hmotností  $0,02 \pm 0,002 M_{\oplus}$  a také exoplaneta *PSR 1719-14 b* s nejkratší známou oběžnou periodou 2,176951032 hod a zároveň nejmenší známou hlavní poloosou  $0,0044 \text{ AU}$  ( $0,66 \text{ GM}$ , poloměr Slunce je  $0,696 \text{ GM}$ ).

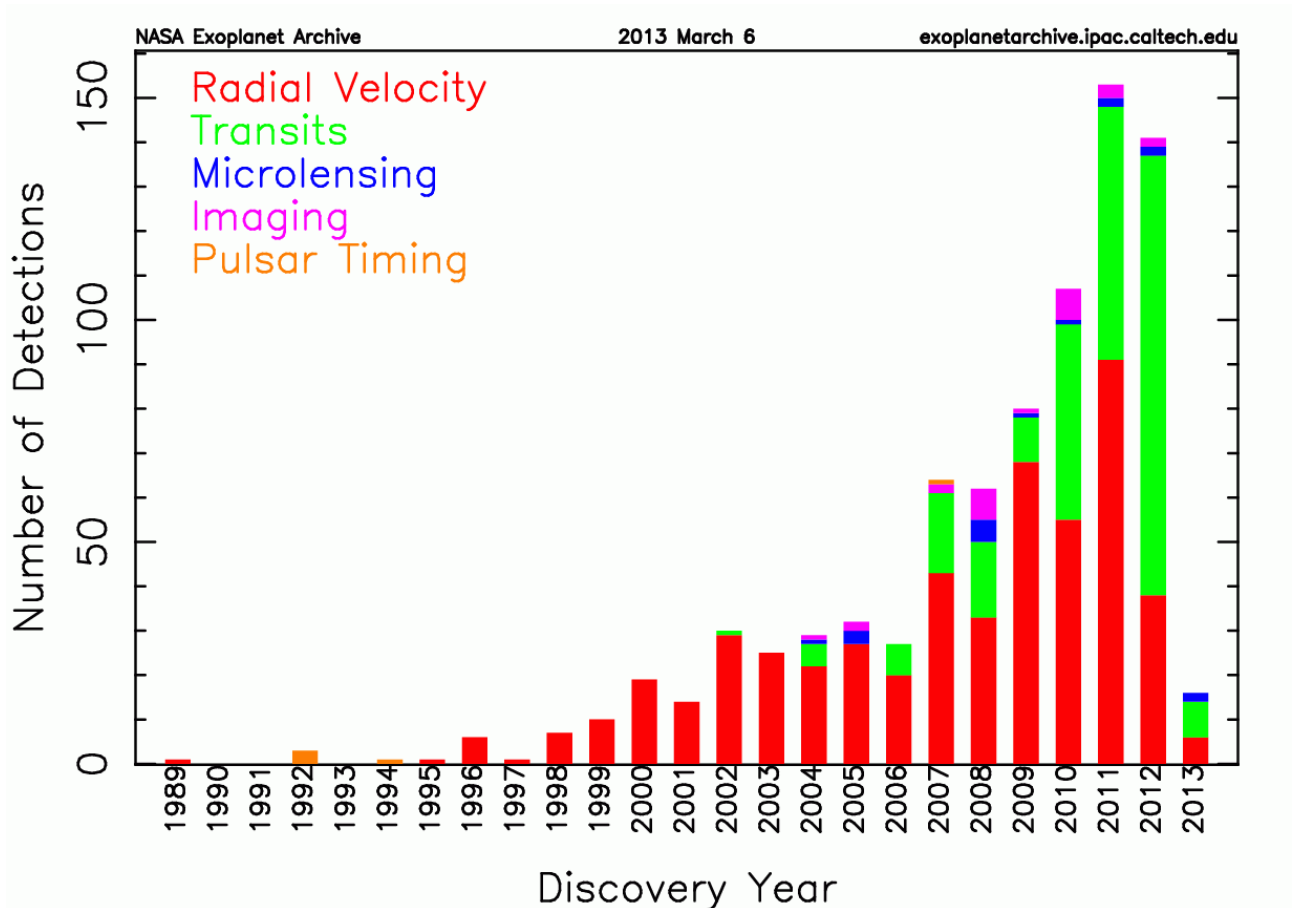
## 2.2 Katalogy exoplanet

Dostupný katalog exoplanet, shromažďující data ze všech způsobů detekce, je francouzský katalog exoplanet.eu (CNRS/LUTH - Paris Observatory, voparis-exoplanet-new.obspm.fr). K 28.2.2013 je v databázi 861 planet v 677 planetárních systémech (u 128 hvězd objeveno více planet). Katalog zahrnuje jen potvrzené objevy, kandidátů exoplanet je několik tisíc. Protože jsou exoplanety objeveny různými metodami, v grafu rozložení exoplanet (logaritmické měřítko) jsou vidět 3 skupiny (sledování zákrytů, měření radiálních rychlostí, ostatní, přímé zobrazení). Údaje o některých exoplanetách jsou poměrně nepravděpodobné.

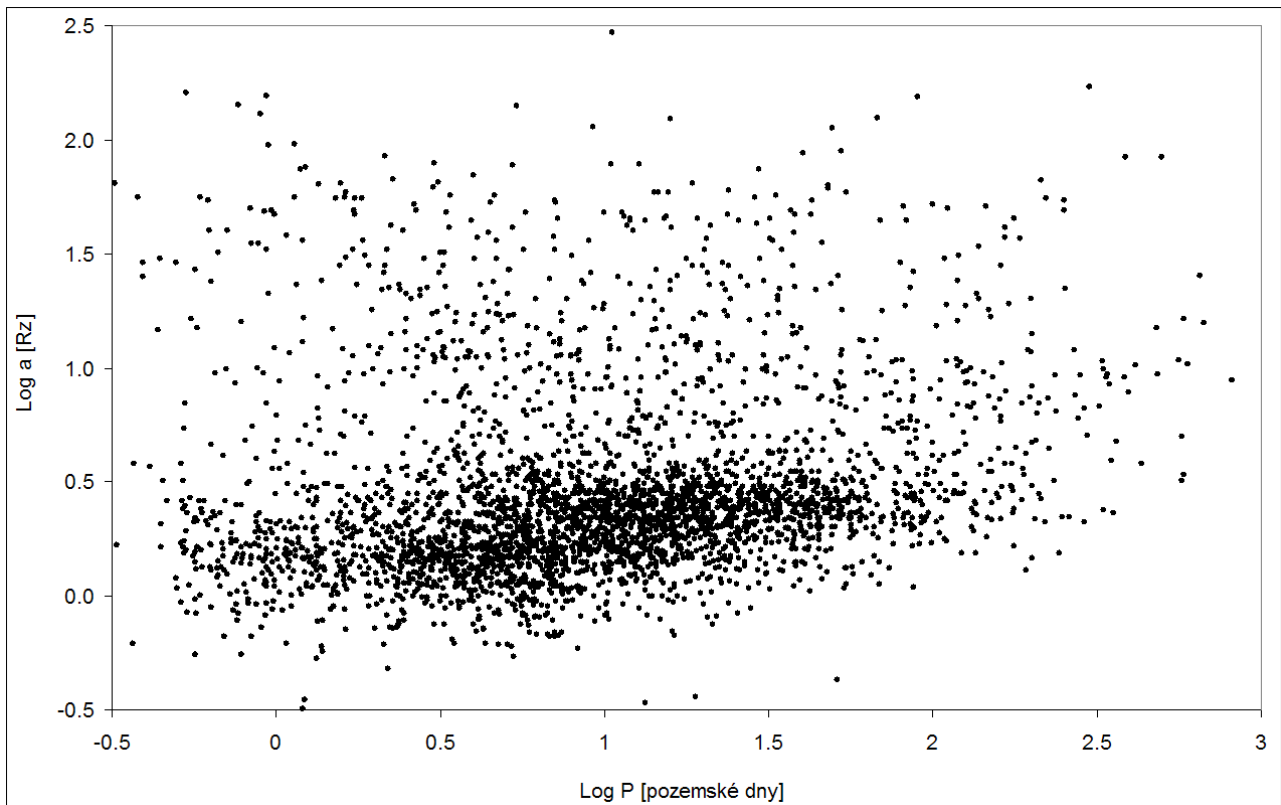
Nejmenší hmotnost (mimo planety okolo pulsarů) v katalogu exoplanet.eu má planeta KOI-55c (Kepler, tranzitní metoda) a to jen  $0,0021 M_J/0,664 M_Z/3,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  (minimální hmotnost neboli  $M_P \sin(i)$ ), poloměr  $0,076 R_J/0,85 R_Z/10\,900 \text{ km}$ , oběžná doba  $0,34289$  pozemského dne a velká poloosa  $0,0076 \text{ AU}$ . Planeta obíhá okolo červeného trpaslíka s hmotností  $0,496 M_\odot$ .

	Počet planet	Počet hvězd z planetami	Počet vícenásobných systémů
Všechny	861	677	128
Radiální rychlosti/Astrometrie	502	389	81
Tranzity	294	238	37
Gravitační čočkování	18	16	2
Přímé zobrazení	32	28	2
Zpoždování pulsarů	15	12	2
Nepotvrzené a podivné	191	168	17

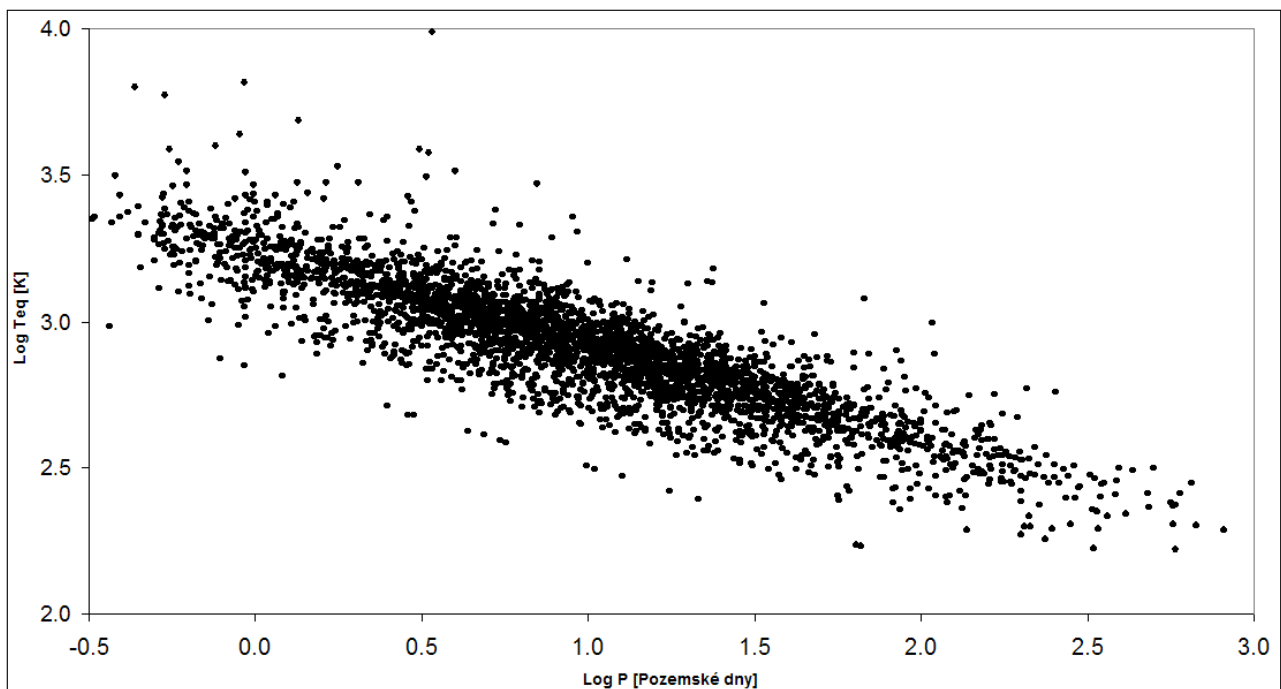
Tabulka č. 1 - Počty planet/hvězd/potvrzených více-planetárních systémů podle různých metod detekce v katalogu exoplanet.eu ke dni 28.2.2013.



Obr. č. 1 - Počet exoplanet objevených v konkrétním roce za období k 6.3.2013 podle různých metod. Vůbec první exoplanety byly objeveny metodou zpoždování záblesků pulsarů (oranžová) u pulsaru PSR 1257+12. Objev jedné exoplanety metodou radiálních rychlostí v roce 1989 (červená v grafu) je záhadou. Barvy v grafu: Radial velocity = měření radiálních rychlostí - červená, Transits = tranzitní (zákrytová) metoda - zelená, Microlensing = objev pomocí gravitačních mikročoček - modrá, Imaging = přímé zobrazení - růžová, Pulsar timing = zpoždování záblesků pulsarů - oranžová). Zdroj: [exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/exoplanetplots/](http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/exoplanetplots/).



Obr. č. 2 - Rozložení exoplanet objevených satelitem Kepler a jejich kandidátů, poloměr exoplanety vůči oběžné periodě (roku). Zdroj dat použitých v grafu Kepler Objects of Interest (KOIs): [exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/docs/data.html](http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/docs/data.html)



Obr. č. 3 - Rozložení exoplanet objevených satelitem Kepler a jejich kandidátů, oběžná perioda vůči vůči rovnovážné teplotě exoplanety. Celkem je v databázi 3541 KOI, některé exoplanety jsou mimo rozsah zobrazované oblasti grafu. Zdroj dat použitých v grafu Kepler Objects of Interest (KOIs): [exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/docs/data.html](http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/docs/data.html)

### 3. Vlastnosti exoplanet, planet Sluneční soustavy a planetárních atmosfér

#### 3.1 Parametry, charakteristika planet obecně

Aby bylo možné vytvořit model exoplanetární atmosféry, je třeba znát velké množství parametrů. V případě planet Sluneční soustavy jsou známy parametry planet a velkých měsíců poměrně přesně a to včetně složení atmosfér a povrchových útvarů. V případě exoplanet je známých parametrů poměrně málo a chyby měření jsou o několik řádů vyšší (ve srovnání s přesností planetárních dat ve Sluneční soustavě). Známé veličiny závisí na metodě detekce. Relativně dobře je možné určit poloměr (zákrytová metoda, přímé zobrazení), dolní limit hmotnosti  $M_p \sin(i)$  (radiální rychlosti, astrometrie, zpoždování záblesků pulsarů), hlavní poloosu, periodu oběhu, excentricitu, rovnovážnou teplotu. Ostatní parametry je prakticky nemožné určit.

Inklinace  $i$  je úhel mezi oběžnou rovinou a nebeskou sférou. Pokud je oběžná rovina rovnoběžná s nebeskou sférou,  $\sin(i) = 0$  a naměřené radiální rychlosti jsou nulové a tangenciální složka je rovna velikosti oběžné rychlosti pro hvězdu i planetu. Pokud je oběžná rovina rovnoběžná se směrem ke Sluneční soustavě, tak  $\sin(i) = 1$  a radiální složka rychlosti je celková velikost rychlosti (tangenciální složka je 0). V případě astrometrie je naopak nejlepší detekce, pokud  $\sin(i) = 0$  a pokud  $\sin(i) = 1$  tak je změna polohy na obloze nulová.

Pro zjištění všech potřebných parametrů je potřeba kombinovat více metod. Pomocí znalosti spektra, vzdálenosti a zdánlivé magnitudy určíme typ hvězdy, její poloměr, zářivý výkon, efektivní teplotu povrchu a spektrum vyzařování. Také pomocí těchto parametrů určíme hmotnost hvězdy a její vyzařování.

Pokud je planeta objevena tranzitní metodou, z délky zákrytu následně určíme oběžnou periodu a pomocí 3. Keplerova zákona hlavní poloosu. Z těchto dat je možné vypočítat „solární konstantu“ a rovnovážnou teplotu planety z hlediska vnějšího pozorovatele. Neznáme ovšem albedo, a to je poměrně proměnná veličina i ve Sluneční soustavě a na rovnovážnou teplotu  $T_{EQ}$  má vliv. Albedo je možné odhadnout pomocí změny ve spektru jen u horkých Jupiterů, a to s velkou nejistotou. U menších planet to půjde až s novým teleskopem JWST ([jwst.nasa.gov](http://jwst.nasa.gov), start nejdřív v říjnu 2018).

V případě měření radiálních rychlostí (a zpoždování záblesků pulsarů) určíme hmotnost planety (hmotnost hvězdy známe) a také excentricitu. Z 3. Keplerova zákona vypočteme hlavní poloosu a odtud „solární intenzitu“ a rovnovážnou teplotu. Protože známe excentricitu, je možné určit změny solární intenzity v průběhu roku. Neznáme ale poloměr planety a už vůbec ne albedo, charakteristiku atmosféry a povrchu.

V případě metody přímého zobrazení známe hlavní poloosu a tvar dráhy po delším sledování, ze spektra známe informace o hvězdě a odtud spočteme „solární konstantu“ a rovnovážnou teplotu. Podle odraženého světla je možné určit poloměr zobrazené exoplanety (albedo vnáší nejistotu), v případě infračerveného pozorování vyzařovaného záření známe spektrum a magnitudu, z toho určíme teplotu povrchu a poloměr. Exoplanety detekované přímým zobrazením jsou ledové světy daleko od hvězdy s velmi nízkými teplotami okolo 100 K řádově. Jedná se o velké plynné planety (chladné Jupitery), kamenné planety se touto metodou detekovat nepodařilo. Přímým zobrazením se také detekovaly planety (chladné, velké plynné), které neobíhají okolo žádné hvězdy a plují volně prostorem.

Při metodě radiálních rychlostí neznáme poloměr a při tranzitní metodě neznáme hmotnost. Pokud se kombinují obě metody zároveň, získáme celistvou informaci a navíc je možné spočítat hustotu a odhadnout složení, geofyzikální parametry. V takovém případě známe gravitační zrychlení (pro upřesnění tíhového zrychlení potřeba znát i rychlost rotace) a od toho se odvíjí i pokles atmosférického tlaku s výškou (který ale také závisí na složení atmosféry a teplotním profilu). V případě některých planet, uvedených v katalogu [exoplanet.eu](http://exoplanet.eu), je známo dostatečné množství parametrů pro základní charakteristiku exoplanety. Podobně se dá tato základní charakteristika

aplikovat i na planety Sluneční soustavy. Skutečné planetární charakteristiky se mohou značně lišit.

Pozorování teploty, složení a mohutnosti atmosféry je ještě složitější, je potřeba zaznamenat přesné změny ve spektrech, získané na základě rozdílů jednotlivých měření. U velkých plynných planet, obíhajících blízko hvězdy, je ze spekter odhadováno složení atmosféry a také postupné vypařování exoplanety blízko hvězdy. Pro kamenné planety a velké plynné planety dále od hvězdy je tato metoda nepoužitelná, ale s novým teleskopem JWST by mohly být detekovány atmosféry i u menších planet.

Dalším důležitým parametrem pro vývoj atmosféry je rotace. U planet Sluneční soustavy je rychlost rotace i sklon rotační osy vůči oběžné dráze dobře znám. I ve Sluneční soustavě některé planety rotují opačným směrem (tzv. retrográdní rotace, [planety.astro.cz](http://planety.astro.cz)). Ve Sluneční soustavě se nikde nevyskytuje vázaná rotace planeta-hvězda, ale Merkur i Venuše mají rotaci pomalou. Venuše rotuje retrográdně, perioda rotace je delší než místní rok.

Na rychlosti rotace závisí lineárně Coriolisův parametr. Pokud planeta nerotuje, Coriolisův parametr je nulový a proudění v atmosféře směřuje přímo od míst s vysokým tlakem do míst s nízkým tlakem. Na rovníku je Coriolisova síla nulová a stáčení proudění kolem rovníku není. Čím je Coriolisův parametr vyšší, tím více se proudění vzduchu stáčí a rozdíly v tlaku déle setrvávají a tepelná výměna je pomalejší. Na Zemi je dobře znát stáčení proudění vzduchu u tlakových výší a níží, ale poblíž rovníku se nic takového neděje.

Velká většina objevených exoplanet má vázanou rotaci, zatímco ve Sluneční soustavě není planeta s vázanou rotací. Je-li nenulový sklon rotační osy vůči oběžné rovině, mění se výška Slunce nad obzorem v průběhu roku, siderický rok je stejně dlouhý jako siderický den. Postupně i sklon rotační osy vůči oběžné rovině konverguje k  $0^\circ$  a Slunce je potom pořád na stejném místě oblohy. (Za předpokladu  $\varepsilon = 0$  a nulové excentricity je Slunce pořád na stejném místě oblohy, jinak je úhlová rychlost rotace  $\Omega$  v podstatě konstantní a úhlová rychlost oběhu  $\Omega_{Orbit}$  periodicky kolísá, a to způsobuje také malé změny polohy místního Slunce na obloze.) Pokles sklonu rotační osy  $\varepsilon$  k  $0^\circ$  ale trvá mnohem déle, než ustálení vázané rotace. Hmotný měsíc, obíhající kolem planety, znemožňuje přejít do stavu vázaná rotace planeta-hvězda a spíše se očekává vázaná rotace planeta-měsíc (alespoň ze strany měsíce). Dobu, za kterou se ustálí vázaná rotace (anglicky tidal locking nebo synchronous rotation, Gold & Soter 1969, Gladman et al. 1996)  $\tau_{lock}$  je úměrná  $A^6 M_P^{-5} a^{-5}$ . Kromě vázané rotace také existují stabilní spin-orbitální rezonance, s určitým poloměrem rotační a oběžné periody, např. 3:2, 2:5. Merkur nemá vázanou rotaci, ale poměr rotační a oběžné doby je 3:2. Vázaná rotace znamená spin-orbitální rezonanci 1:1. V jaké spin-orbitální rezonanci je konkrétní exoplaneta, nelze většinou určit, lze jen odhadnout pravděpodobnost vázané rotace (ta je často blízko 100%). Vázaná rotace, spin-orbitální rezonance a vliv slapů je popsán v ([planety.astro.cz](http://planety.astro.cz), Gold & Soter 1969, Gladman et al. 1996).

Velký vliv může mít změna složení atmosféry a vlastností povrchu (vlivem slunečního záření). Pokud se vodní pára dostane do větších výšek (v případě Země do stratosféry), UV záření způsobí rozklad vody na vodík a kyslík. Molekuly vodíku jsou lehké a rychlost tepelného pohybu je vyšší než u ostatních členů. Ve vyšších vrstvách atmosféry dosáhnou molekuly vodíku únikovou rychlost (jen nepatrná část, ale v dlouhé době se podstatně projeví) a ztrácí se v kosmu. Postupně se voda z povrchu dostává do vyšších vrstev atmosféry a vodík uniká do kosmu, z celé planety se stává poušť (mimo polárních čepiček). V případě Země je obsah vody ve stratosféře malý (jednotky až desítky ppm) a do dolních vrstev atmosféry se dostává minimum UV záření, proto k postupné dezertifikaci planety vlivem UV záření nedochází.

Na horní hranici atmosféry má vliv také sluneční vítr, který horní vrstvy (termosféra, exosféra) zahřívá. Tyto vrstvy jsou velmi řídké, ale kinetická teplota i v případě Země přesahuje i 1000 K. Rychlost slunečního větru dosahuje stovky km/s, a to způsobuje postupnou ztrátu atmosféry. Magnetické pole okolo Země mění dráhu částic slunečního větru a k erozi atmosféry téměř nedochází. Na rozdíl od UV záření rychlost slunečního větru je dostatečná pro odnos i těžkých molekul. U planet bez magnetického pole je stelární vítr. Každá hvězda mimo závěrečných

stádií ztrácí hmotu stelárním větrem stejně tak jako Slunce, rychlosti u různých typů hvězd jsou 20-3000+ km/s a ztráty méně než  $10^{-15}$  až  $10^{-3}$  ( $10^{-1}$ )  $M_{\odot}/rok$ . Hlavní příčinou ztrátu atmosféry bývá hvězdný vítr. Malé planety blízko hvězdě prakticky atmosféru nemají. Příliš blízko hvězdy může mít menší vliv na ztrátu atmosféry i tlak záření. I bez slunečního větru difunduje atmosféra do kosmu, ale v případě Země velmi pomalu. Rychlost difuze do kosmu (vlastní i způsobené zářením a slunečním větrem) závisí na tloušťce atmosféry a hmotnosti (gravitaci) planety. Stálost atmosféry tedy závisí na složení, hmotnosti a poloměru planety, vzdálenosti od hvězdy, stelární aktivitě (stelárním větrem a krátkovlnném záření), teplotě hvězdy (množství UV záření) a také na přítomnosti magnetického pole planety, které chrání před hvězdným větrem.

Vodní pára způsobuje skleníkový efekt. Pokud stoupne obsah vodních par v atmosféře, stoupne také intenzita skleníkového efektu, to je pozitivní zpětná vazba. Zvýšení skleníkového efektu znamená více vypařené vody a další oteplení. Postupně se voda dostává i do stratosféry a oteplování pokračuje. Tento jev je lavinový skleníkový efekt. Ve vyšších vrstvách může voda disociovat na vodík a kyslík a planeta pak může postupně vysychat. Jiná věc je změna albeda u planety s rozsáhlými oceány na povrchu. Voda má albedo poměrně nízké (závisí na úhlu dopadu na hladinu), ale pokud oceán zamrzne, led má albedo vysoké a to způsobuje další pokles teploty a zamrzání oceánů. Výsledkem je kompletně zaledněná planeta. I na Zemi měla kdysi dávno tato epizoda proběhnout (snowball Earth). Rozmrzení zpět je důsledkem náhlého přísunu skleníkových plynů např. vulkanickou činností. Pokud je tedy na planetě velké množství vody a vodních ploch (jako na Zemi), může klima snadno spadnout do chladného nebo horkého stavu, zatímco planeta s malým obsahem vody v takovém stavu nesetrvá (skalnatý povrch snadno vychladne nebo se naopak ohřeje). Sníh velmi dobře odráží viditelné a UV záření a v oblasti infračerveného záření je sníh téměř černý. Sníh také velmi dobře vyzařuje v IR oblasti. Spektrální odrazivost a vyzařování sněhu má za následek snadné zaledňování a vytvoření snowball Earth u planet obíhajících kolem teplejších hvězd typu A,F,G. Naopak u planet obíhajících okolo hvězd typu K,M je pravděpodobnost celoplanetárního zalednění nižší. Rovněž platí, že u chladných hvězd typu K,M celoplanetární ledovec snáze roztaje, zatímco u hvězd typu F,A je stav snowball Earth stabilnější a pravděpodobnost odlednění nižší ([www.exoclimates.com/paper-outlines/snowball-earths-around-f-stars-and-m-stars/](http://www.exoclimates.com/paper-outlines/snowball-earths-around-f-stars-and-m-stars/)). Klima pouštní planety je stabilnější (z hlediska udržení vhodné teploty) než klima planety s rozsáhlými oceány. Nehrozí zamrznutí (snowball planet), a pokud k zamrznutí dojde, planeta snadno rozmrzne na rozdíl od planety pokryté ledovcem. Nehrozí ani lavinový skleníkový efekt (Runway Greenhouse Effect) způsobený vodní párou.

Vlastnosti povrchu exoplanet (oceány, hory, vulkány, kontinenty, přítomnost globálního oceánu, vysokotlaký led ..... ) nejspíš velmi dlouhou nebudou určeny pozorováním. Naopak v případě Sluneční soustavy jsou charakteristiky povrchu, které mají na klimatologické parametry vliv, poměrně dobře známy.

Oceány mají velký vliv na klimatický systém, proudy v oceánech jsou významným přenašečem tepla a také velká tepelná kapacita vody zmenšuje teplotní výkyvy. Obecně může být několik typů povrchů a oceánů. Oceány tvořené vodou jsou na několika tělesech Sluneční soustavy – Země, Europa, Ganymedes, Callisto, Titan, Enceladus. Jen na Zemi jsou oceány bez povrchové vrstvy ledu po celém povrchu. Ostatní oceány na měsících obíhajících okolo velkých planet je přijímáno od Slunce mnohem méně energie, a proto je po celém povrchu oceánů silná vrstva ledu a pod vrstvou ledu dostatečně silný zdroj tepla udržuje kapalnou vodu. To je něco podobného jako snowball Earth – Země po celém povrchu pokrytá ledovcem. Na exoplanetách může existovat oceánů několik typů. Samotná voda zamrzá při  $0^{\circ}\text{C}$ , voda s příměsí soli zamrzá při teplotách o několik stupňů nižších, záleží na obsahu soli. Pro mořskou vodu na Zemi je to přibližně  $-1,9^{\circ}\text{C}$ . Směs vody a čpavku může tvořit viskózní kapalinu až do teplot  $-100^{\circ}\text{C}$ .

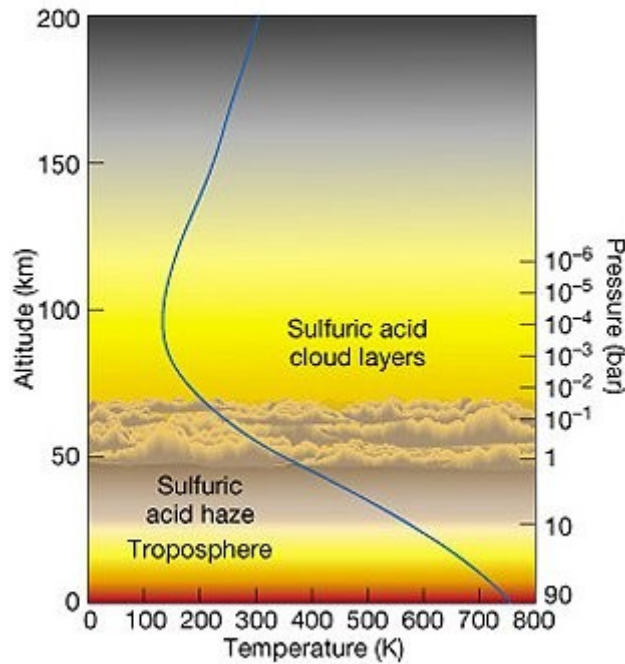
### 3.2 Popis některých planet Sluneční soustavy

Aby bylo možné získat nějaký odhad, jak to může vypadat na exoplanetách, podívejme se nejdřív na některé planety Sluneční soustavy. O planetách Sluneční soustavy a jejich atmosférách je toho hodně známo, a proto je možné porovnat výsledky modelu MMV se skutečností. Nejen, že planety Sluneční soustavy lze na rozdíl od exoplanet dobře pozorovat, ale u zmiňovaných planet probíhal (probíhá) i prezenční průzkum. Popis planety Venuše i její atmosféry lze najít na webu západočeské university [planety.astro.cz](http://planety.astro.cz) a také na [www.daviddarling.info](http://www.daviddarling.info). Údaje o planetách Sluneční soustavy lze najít i na [nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/](http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/).

Venuše je planeta velikostí podobná Zemi, ale o něco menší a také má menší hustotu. Magnetické pole Venuše ve mnohem slabší než zemské, nebo vůbec neexistuje. Venuše tak není chráněná před Slunečním větrem. V horních vrstvách atmosféry Venuše se voda disociuje na vodík a kyslík, molekuly vodíku snáze dosahují únikovou rychlost a kyslík, uhlík v atmosféře zůstává, zatímco voda z atmosféry mizí. Deuterium je těžší forma vodíku, která tak snadno nedosáhne únikové rychlosti. Proto v atmosféře Venuše je v horních vrstvách atmosféry poměr těžká/lehká voda 150x vyšší než v dolních vrstvách atmosféry. Atmosféra Venuše je velmi tlustá se silnou vrstvou oblačnosti nad celou planetou. Při povrchu dosahuje tlak 92 bar (92 000 hPa). Hladina 1000 hPa je vysoko nad povrchem. Složení atmosféry je 96% CO<sub>2</sub>, 3% N<sub>2</sub> a 0,1% H<sub>2</sub>O, 1% jsou ostatní plyny. Hustota atmosféry je při povrchu 65 kg/m<sup>3</sup> (na Zemi 1,29 kg/m<sup>3</sup>). V atmosféře je také přítomen poměrně ve velkém množství oxid siřičitý SO<sub>2</sub> a sírový SO<sub>3</sub>. Společně s vodou tvoří ve vyšších vrstvách žluté mraky kyseliny sírové H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, zahalující celý povrch. Kyselý déšť nikdy nedopadnou na povrch kvůli vysoké teplotě. Na Venuši se nachází velké množství sopek, pravděpodobně doplňujících SO<sub>2</sub>, SO<sub>3</sub> ([volcano.oregonstate.edu](http://volcano.oregonstate.edu)). Oblačnost zvyšuje albedo Venuše na 0,65-0,9 (bolometrické albedo 0,65, geometrické až 0,9). I když je Venuše blíže Slunci, rovnovážná teplota  $T_{EQ}$  je nižší než v případě Země (246 K, -27°C, podle hodnoty albeda se odhady různí od 180 K do 250 K). Ale protože je atmosféra Venuše silná a CO<sub>2</sub> způsobuje skleníkový efekt, je teplota povrchu Venuše průměrně 464-482°C (440-495°C). Rozdíly mezi rovníkem a póly i mezi dnem a nocí jsou malé, do 40°C. Doba rotace je 243,686 dní v retrográdním směru, proto je Coriolisova síla v atmosféře velmi malá. Synodická délka dne (související s pohybem Slunce na obloze) je 116,750 dní. Tlakové útvary nevydrží tak dlouho jako na Zemi, vítr směřuje téměř přímo z oblastí vyššího tlaku do oblastí nižšího tlaku. Podle pohybu mraků jsou v atmosféře Venuše proudy, které oběhnou planetu přibližně za 4 pozemské dny.

Podle měření sondy Venus Expres v mezoféře Venuše, prováděném na noční straně planety, teplota stoupá ve výšce okolo 100 km na 30-70°C a v ještě větších výškách teplota klesá. Při mezopauze (okolo 140 km) klesá teplota až k -180°C, což je mnohem méně než na Zemi. Absolutní minimum teploty pro Zemi, které bylo změřeno, je -146°C v mezoféře, změřeno nad Skandinávií (Astapenko & Kopáček 1987). V mezoféře Země teplota běžně klesá k -90°C, je to nejchladnější vrstva atmosféry. Měření z mezoféry jsou ale velmi vyjímečná, aerologické sondáže vystoupají jen do stratosféry, do hladiny 5-10 hPa. Databázi aerologických sondáží na Zemi lze najít na [weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html](http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html), měření teplot v atmosféře Venuše lze najít na [www.esa.int/Our\\_Activities/Space\\_Science/The\\_unexpected\\_temperature\\_profile\\_of\\_Venus\\_s\\_atmosphere](http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/The_unexpected_temperature_profile_of_Venus_s_atmosphere).





Obr. č. 4 - Atmosféra Venuše, teplotní profil a oblačná vrstva tvořená mraky kyseliny sírové. Zdroj: [www.daviddarling.info/encyclopedia/V/Venusatmos.html](http://www.daviddarling.info/encyclopedia/V/Venusatmos.html)

Stejně tak jako v případě Venuše, i o Marsu lze najít velké množství informací na [planety.astro.cz](http://planety.astro.cz), [nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/](http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/) i [www.daviddarling.info](http://www.daviddarling.info) a také na [www.exoclimes.com](http://www.exoclimes.com). Mars je planeta menší než Země, s menší hmotností, poloměrem, hustotou a gravitací. Doba rotace Marsu je téměř stejná jako u Země. Na povrchu Marsu je výrazně menší gravitace  $3,69 \text{ ms}^{-2}$ , výškové rozdíly mezi horami a nížinami jsou velké. Atmosféra Marsu je podle [planety.astro.cz](http://planety.astro.cz) tvořena z velké části oxidem uhličitým  $\text{CO}_2$  95,32%, dusík  $\text{N}_2$  1,7%, argon Ar 1,6%, kyslík  $\text{O}_2$  0,13%, oxid uhelnatý CO 0,08%, voda  $\text{H}_2\text{O}$  0,0021%. Zbytek tvoří ostatní látky. Mars nemá magnetické pole, které by jej chránilo před slunečním větrem. Dříve (před miliardami let) pravděpodobně byla na Marsu voda a pravděpodobně i řeky a moře. Ale vlivem UV záření a slunečního větru voda v horních atmosférách disociovala a vodík se ztrácel v kosmu. Z Marsu se stala pouštní planeta. Vzhledem k malé hmotnosti a slabému gravitačnímu poli byly i ostatní složky atmosféry (lehké prvky zejména) odfouknuty slunečním větrem. Atmosféra Marsu je dnes poměrně tenká, tlak při povrchu dosahuje 600-900 Pa, průměrně 700 Pa. Takový tlak je na Zemi ve výšce okolo 33 km (stratosféra). Průměrná teplota se mění podle polohy, roční doby a “nadmořské” výšky. Rozsah teplot je podle [planety.astro.cz](http://planety.astro.cz)  $-135^\circ\text{C}$  až  $+25^\circ\text{C}$ , průměr  $-55^\circ\text{C}$ , denní rozdíl teplot v místě přistání sondy Viking  $-89^\circ\text{C}$  až  $-27^\circ\text{C}$ , průměr  $-53^\circ\text{C}$ . Excentricita dráhy Marsu je 0,093 (Země 0,0167), solární intenzita se mění v průběhu roku výrazněji než na Zemi. To znamená rozdíly mezi zimou nebo létem na severní a jižní polokouli. Polární čepičky tvoří zmrzlý oxid uhličitý s příměsí vodního ledu, vodní led se může nacházet také pod povrchem. Tloušťka polárních čepiček je až 2,5 km. V průběhu roku se mění rozloha polárních čepiček. Jen poblíž rovníku se vyskytuje teplota nad  $0^\circ\text{C}$ , ale tlak vzduchu je velmi malý, blízký trojnému bodu vody (610 Pa,  $0,01^\circ\text{C}$ ). Tekoucí voda může vyvěrat z povrchu, a pravděpodobně se tak občas děje, ale ihned se vypařuje. Obsah vodní páry v atmosféře je jen 210 ppm. Mraky se na Marsu téměř nevyskytují, jen občasné a tenké. Na Marsu je pořád jasno, ale vyskytují se prachové bouře, které bývají i globální. Slabá atmosféra a jasné počasí je příčinou velkých denních amplitud teploty. Délka dne na Marsu je 24 hod 39 min 34,9 s, což je 1,027 pozemského dne. Obloha Marsu je světle hnědá. Vulkány na Marsu také existují, ale již nejspíš vyhaslé. Vulkány byly zdrojem atmosférických plynů a v dřívějších dobách byla atmosféra pravděpodobně silnější. Na Marsu je několik vulkánů ([volcano.oregonstate.edu](http://volcano.oregonstate.edu), [planety.astro.cz](http://planety.astro.cz)), které jsou podstatně větší než na Zemi. Největším vulkánem ve Sluneční soustavě

je Olympus Mons (výška až 26 km nad okolní krajinou, základna má 600 km v průměru, výška nad gravitačním povrchem 21 171 m (21,9 km nad referenční hladinou, Carr 2006, Plescia 2004). Dalším velkým vulkánem je Tharsis. Velký kaňon Valles Marineris je 4000 km dlouhý, 100-600 km široký a místy 5-6 km hluboký. Na Marsu se nacházejí dvě velké impaktní pánve - Hellas a Argyre.

Ledové měsíce obíhající okolo velkých plyných planet daleko od Slunce (Jupiter, Saturn, Uran, Neptun) již od Slunce dostávají mnohem méně energie než kamenné planety a sluneční vítr, UV záření se také na erozi atmosféry podílí jen velmi málo. Velký podíl na celkovém příjmu energie je slapové zahřívání (tidal heating), radioaktivní zdroje se na celkové energetické bilanci podílejí velmi málo (stejně tak v případě kamenných planet Sluneční soustavy jsou radioaktivní zdroje energie pro klimatický model zanedbatelné). Jedná se vždy o ledová tělesa s vrstvou ledu silnou až stovky km (v případě epizody Snowball Earth se předpokládá tloušťka ledu desítky metrů). Teplota na povrchu je u všech ledových měsíců nižší než  $-100^{\circ}\text{C}$  (výjimkou je Jupiterův měsíc Io s velkým slapovým ohřevem a vulkanickou činností). O ledových měsících ve Sluneční soustavě lze nalézt informace na [planety.astro.cz](http://planety.astro.cz), [www.daviddarling.info](http://www.daviddarling.info), dále také na [saturn.jpl.nasa.gov](http://saturn.jpl.nasa.gov), [www.nasa.gov/mission\\_pages/cassini/main/](http://www.nasa.gov/mission_pages/cassini/main/). Průměrná teplota na Saturnově měsíci Titan je  $-178^{\circ}\text{C}$  ( $-179^{\circ}\text{C}$  podle [www.daviddarling.info](http://www.daviddarling.info)), nejchladnější je povrch měsíce Triton (obíhá okolo Neptunu) s průměrnou teplotou přibližně  $-235^{\circ}\text{C}$  ([planety.astro.cz](http://planety.astro.cz)). Triton je pravděpodobně nejchladnějším tělesem ve Sluneční soustavě (mimo neprozkoumaná trans-neptunická tělesa nebo malé asteroidy za Neptunem). Je to způsobeno jednak velkou vzdáleností od Slunce přes 4 miliardy km, ale také vysokým albedem povrchu ( $0,76$  vizuální albedo podle [www.daviddarling.info](http://www.daviddarling.info) a  $0,7$  geometrické albedo podle [planety.astro.cz](http://planety.astro.cz)). Triton má také řídkou atmosféru se zmrzlými krystalky dusíku. Tlak na povrchu je přibližně  $0,14\text{ hPa}$ . U většiny velkých měsíců (Europa, Ganymedes, Callisto, Titan, Enceladus a možná Triton) se předpokládá silná vrstva ledu na povrchu a pod ní oceán kapalné vody. Slapovým zahříváním (částečně též radioaktivními zdroji) je dodávána energie z vnitřku měsíce, a tak oceán kapalné vody nezamrzne. Ledová vrstva na povrchu brání tepelným ztrátám. Jen u Titanu se předpokládá možnost výskytu vysokotlakého ledu na dně oceánu. Pro vznik vysokotlakého ledu jsou zapotřebí tlaky odpovídající hlubokému oceánu řádově stovky km (pro konkrétní hodnotu záleží na gravitaci). Vysokotlaký led na dně oceánu může bránit výměně chemických látek z kůry a pláště a také zpomaluje tepelný tok z dolních vrstev planety. Skoro všechny měsíce mají atmosféru poměrně řídkou, tlak daleko nižší než  $100\text{ hPa}$ . Jedinou výjimkou je Saturnův měsíc Titan (Titan je druhý největší měsíc s průměrem  $5150\text{ km}$ , první největší je Ganymedes u Jupitera s průměrem  $5262\text{ km}$ ). V případě Titanu je známo složení atmosféry i přibližná orografie (Lopes et al. 2010, [saturn.jpl.nasa.gov](http://saturn.jpl.nasa.gov), [planety.astro.cz](http://planety.astro.cz), [www.daviddarling.info](http://www.daviddarling.info)). Atmosféra Titanu dosahuje tlaku okolo  $1500\text{-}1600\text{ hPa}$ . Atmosféra Titanu je neprůhledná, oranžového zbarvení, sahá do výšky okolo  $200\text{-}300\text{ km}$ . V atmosféře je vidět několik vrstev ve větších výškách. Ve stratosféře Titanu je teplota vyšší, než při povrchu. Atmosféru Titanu tvoří z  $98,4\%$  dusík a  $1,4\%$  metan. Zbytek jsou ostatní látky (vyšší uhlovodíky – etan, propan, acetylen, Ar, He, CO, CO<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>, HCN). Vlivem UV záření a kosmického záření se metan rozpadá ve vyšších vrstvách atmosféry a vznikají jiné sloučeniny (etan, propan acetylen a další). Tyto sloučeniny tvoří oranžový zákal a mlhu složenou z drobných kapiček uhlovodíků. Ve vyšších vrstvách tvoří nově vzniklé látky modrý opar. Zákal způsobuje anti-skleníkový efekt, kdy infračervené záření z povrchu proniká mlhou lépe než viditelné záření, kterého se na povrch dostane malá část. Vzniklé uhlovodíky postupně klesají k povrchu a tvoří mrholení, déšť nebo sněžení. Na Titanu jsou pravděpodobně řeky a jezera, tvořená převážně z metanu s příměsí etanu. Při teplotě u povrchu okolo  $-178^{\circ}\text{C}$  přechází metan/etan mezi plynou, kapalnou a pevnou fází podobně jako voda na Zemi a tvoří v atmosféře Titanu déšť a sníh. Skleníkový efekt metanu vzhledem k vzdálenosti od Slunce je slabý, převládá anti-skleníkový efekt (způsobený aerosoly, aerosoly snižují teplotu v tomto případě, obecně ale mohou teplotu snižovat i zvyšovat) a teplota povrchu Titanu je cca o  $10\text{ K}$  nižší, než rovnovážná teplota horní hranice atmosféry na základě vyzařovaného IR

záření, ale o 10 K vyšší než rovnovážná teplota z hlediska slunečního záření. Při vzdálenosti od Slunce rovné hlavní poloose Slunce-Saturn a teplotě povrchu Slunce 5785 K vyjde solární konstanta  $15,04 \text{ W/m}^2$ , albedo Titanu je 0,21-0,22 a tím vyjde rovnovážná teplota  $-189^\circ\text{C}$ , s anti-skleníkovým efektem by měla být rovnovážná teplota až  $-200^\circ\text{C}$ . Ale další zdroj energie je odražené sluneční záření od Saturnu, IR vyzařování od Saturnu a také velkou část tepelné bilance zabírá slapové zahřívání, což rovnovážnou teplotu zvyšuje (z hlediska IR vyzařování) na přibližně  $-160^\circ\text{C}$  až  $-170^\circ\text{C}$ , průměrná teplota při povrchu je  $-178^\circ\text{C}$ . Ve vyšších vrstvách Titanu teplota stoupá až k  $-100^\circ\text{C}$  a v celé troposféře je teplotní inverze. Průběh teploty ve vyšších vrstvách je nejasný. Jsou známy jen dvě tělesa, kde je teplota povrchu nižší než rovnovážná teplota odvozená z vyzařování, a to Titan a Pluto. Rotace Titanu (jeden den) je poměrně pomalá, 15,945 pozemských dní (15 dní 23 hod). Je to stejná doba jako oběžná doba okolo Saturnu, Titan má vázanou rotaci vůči Saturnu. Poloměr Titanu není velký a oběžná perioda je dlouhá, Coriolisova síla nemá velký vliv a vzduch proudí mezi tlakovými útvary téměř přímo, rozdíly teploty a tlaku se rychle vyrovnají. Popis měsíce Titan lze nalézt na: (planety.astro.cz, www.daviddarling.info, volcano.oregonstate.edu, saturn.jpl.nasa.gov, huygensgcm.sgsfc.nasa.gov).

Poloměr (km)	2575
Hmotnost ( $10^{20}$ kg)	1345,5
Hmotnost (Země=1)	0,0226
Střední vzdálenost (tisíce km)	1121,83
Sklon dráhy (ve stupních)	0,33
Výstřednost dráhy (excentricita)	29,192
Oběžná doba (pozemské dny)	15,94542068
Rotační perioda (pozemské dny)	synchronní
Gravitace (Země=1)	0,138
Hustota ( $\text{kg/m}^3$ )	1881

Tabulka č. 2 – Charakteristika měsíce Titan. Zdroj: [www.daviddarling.info/encyclopedia/T/Titan.html](http://www.daviddarling.info/encyclopedia/T/Titan.html), [planety.astro.cz](http://planety.astro.cz)

### 3.3 Popis některých planet mimo Sluneční soustavu

V této kapitole je popsána charakteristika exoplanet (planet mimo Sluneční soustavu), pro které bude použit vytvořený model mělké vody. Vývoj a vlastnosti atmosféry, klimatologické parametry a rozložení jednotlivých veličin je dáno astronomickými parametry hvězdy, parametry oběžné dráhy i samotnými vlastnostmi exoplanety a její atmosféry. Proto je potřeba zjistit o studovaných planetách co nejvíce.

Nejbližší hvězda se známou exoplanetou (také nejbližší více-násobný systém a druhá nejbližší hvězda vůbec) je trojhvězda Alfa Centauri AB + Proxima Centauri. To jsou dvě hvězdy podobné Slunci, Alfa Centauri A je o něco hmotnější a svítivější. Hvězda Proxima Centauri, která je z těchto 3 hvězd vůbec nejbližší, je červený trpaslík – velmi málo hmotná hvězda s malou svítivostí.  $\alpha$  Cen AB je vzdálená 4,23 světelných let, Proxima Centauri 4,22 světelných let. Exoplaneta  $\alpha$  Cen Bb obíhá velmi blízko hvězdě  $\alpha$  Cen B, musí mít vázanou rotaci a pravděpodobně nemá atmosféru. Pokud by měla atmosféru, musí být atmosféra tvořena převážně těžkými plyny, které lépe odolávají erozi UV záření a hvězdného větru. Pokud má železné jádro, magnetické pole brzdí erozi. Článek o objevu exoplanety  $\alpha$  Cen Bb, ve kterém jsou uvedeny parametry  $\alpha$  Cen Bb, je v časopise Nature (Dumusque et al. 2012), dostupný je také na:

[www.eso.org/public/archives/releases/sciencepapers/eso1241/eso1241a.pdf](http://www.eso.org/public/archives/releases/sciencepapers/eso1241/eso1241a.pdf)

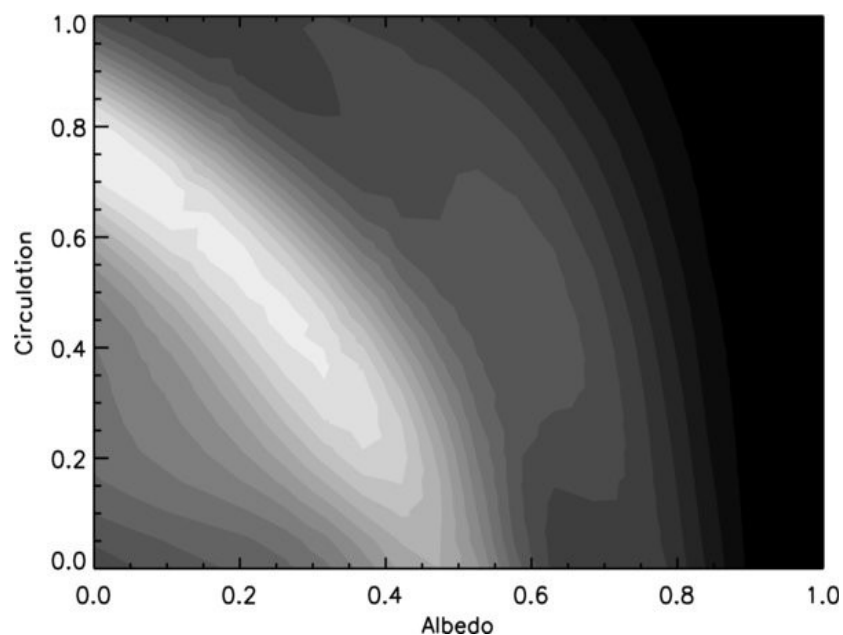
Exoplaneta  $\alpha$  Cen Bb byla objevena na základě několikaletého měření radiálních rychlostí spektrografem HARPS. Přesnost měření je  $0,97$  m/s a změna radiální rychlosti způsobená planetou je  $0,51 \pm 0,04$  m/s. Přesnost měření je rozebírána v článku (Hatzes 2013). Hmotnost hvězdy už je dlouho známa (exoplanet.eu), a to  $0,934 \pm 0,006 M_{\odot}$ , odtud tedy můžeme vypočítat hmotnost exoplanety  $M_p \sin(i) = 1,13 \pm 0,09 M_Z$  resp.  $0,0036 \pm 0,0003 M_J$  (Neznáme sklon oběžné roviny, proto se jedná o minimální hmotnost exoplanety). Oběžnou periodu známe přesně, a to  $3,2357 \pm 0,0008$  pozemských dní. Excentricitu neznáme (malá přesnost pozorování), ale s velkou pravděpodobností vlivem slapových sil je excentricita malá. Takhle blízko hvězdy musí mít planeta vázanou rotaci. Hmotnost hvězdy známe a z Keplerova zákona určíme hlavní poloosu  $A = 0,04$  AU. Známe svítivost hvězdy a také spektrum záření, také tedy známe solární konstantu a množství UV záření. Efektivní teplota hvězdy  $\alpha$  Cen B je  $5214$  K a poloměr  $0,863 R_{\odot}$ . Odtud vychází solární konstanta  $42\,220$  W/m<sup>2</sup> (pro Zemi je to  $1368$  W/m<sup>2</sup>). Rovnovážná teplota planety z hlediska vnějšího pozorovatele závisí na albedu, které neznáme, ale nejspíš bude malé. Pro albedo 0,0 je rovnovážná teplota  $T_{EQ}$   $1159$  K, pro albedo 0,15  $1113$  K, pro albedo 0,3  $1060$  K, pro albedo 0,5  $975$  K. Není ale pravděpodobné, že albedo je vyšší než  $0,4$ . Tato hodnota ale bere jednu rovnovážnou teplotu pro celou planetu. U planety s vázanou rotací se poměrně liší teplota na denní a noční straně. Pokud je navíc sklon rotační osy  $0^\circ$ , nemění se poloha Slunce v průběhu roku. Rovnovážná teplota bez difuze v substelárním bodě závisí na albedu a emisivitě (použito  $\epsilon_M = 1$ , rozmezí většinou  $0,9-1$ ). Pro Zemi tato hodnota vychází  $359$  K pro albedo 0,29. Výpočtem pro  $\alpha$  Cen Bb zjistíme: Pro albedo 0,15  $1574$  K, pro albedo 0,3  $1499$  K, pro albedo 0,5  $1378$  K. Pokud neuvažujeme advekci, je poměr substelární/globální rovnovážné teploty  $2^{1/2}$  (za předpokladu konstantního albeda na povrchu). Teplota na odvrácené straně se odhaduje velmi složitě. Protože nejsou pozorovány tranzity (není v poli Keplera a pro pozemské dalekohledy malý pokles, oběžná rovina je jen s malou pravděpodobností pro tranzit správně natočená), neznáme poloměr planety a nemůžeme odhadnout hustotu, složení, povrchovou gravitaci. Informace o atmosféře žádné nejsou. Protože  $\alpha$  Cen AB je blízko, družice Gaia může detekovat změnu pozice na obloze (astrometrie). Tato změna je naopak nejvyšší, pokud  $\sin(i) = 0$ , kdy změny radiální rychlosti jsou nulové. S touto doplňkovou informací bude možné odhadnout lépe hmotnost exoplanety.

Oběžná doba (dny)	$3,2357 \pm 0,0008$
Excentricita	0
Semi-amplituda radiálních rychlostí (m.s <sup>-1</sup> )	$0,51 \pm 0,04$
$M_p \cdot \sin(i)$ ( $M_E$ )	$1,13 \pm 0,09$
Počet měření	459
O-C rezidua (m.s <sup>-1</sup> )	1,2
Redukované Chi <sup>2</sup>	1,51

Tabulka č. 3 – Parametry  $\alpha$  Cen Bb - planety obíhající okolo hvězdy  $\alpha$  Cen B. Zdroj: (Dumusque et al. 2012)

Horké Jupitery jsou velké plynné planety (mohou mít silikátové jádro), které obíhají velmi blízko hvězdě. U horkých Jupiterů je teplota atmosféry v rozmezí přibližně  $700-3000$  K. Horké Jupitery nejčastěji přechází přes kotouč hvězdy (krátká perioda) a také je největší šance správné orientace oběžné roviny (okolo 10%). Také u změn radiálních rychlostí se nejsnáze horkí Jupiteri detekují, způsobují totiž periodické změny desítky až stovky m/s. I detekce pomocí astrometrie je nejsnážší u horkých Jupiterů. Jediná metoda, kterou nelze použít je přímé zobrazení. I první exoplaneta u hvězdy hlavní posloupnosti, detekovaná v roce 1995, 51 Pegasi b, patří do horkých Jupiterů (Mayor & Queloz 1995). Pomocí změn ve spektru při zákrytech je možná odhadnout přibližně vlastnosti atmosfér horkých Jupiterů (u ostatních typů planet jsou změny neměřitelné).

Atmosféry velkých plynných planet jsou vertikálně mohutné, rozdíl tlaků mezi dolní a horní vrstvou je veliký. Pomocí změn ve spektru se podařilo odhadnout teplotu atmosféry horkých Jupiterů a také rychlosti větru v atmosféře. Protože takto krátko-periodické planety musí mít vázanou rotaci, je známa perioda rotace a Coriolisova síla, stáječící proudění vzduchu. Rozdíl teplot mezi denní a noční stranou je velký, ale v rozsáhlé atmosféře funguje tepelná výměna prouděním. Utváří se jetstream o rychlostech až  $5-10 \text{ km/s}$  v horních vrstvách atmosféry. Silné větry v atmosféře jsou detekovány i podle rozšíření spektrálních čar (obr. 6). Vzhledem k mnohem vyšším teplotám než u plynných planet Sluneční soustavy, je průměrná hustota nižší a planety o hmotnosti Neptunu dosahují velikosti Jupitera. Pokud mají planety železné jádro, může vzniknout silné magnetické pole (rychlost rotace známe). Ale vlivem velmi vysokých teplot nad  $1000 \text{ K}$ , rychlému pohybu zejména lehčích molekul, intenzivnímu hvězdnému větru a záření, se přes velkou hmotnost a magnetické pole planeta postupně vypařuje a z planety o hmotnosti Jupitera se stává planeta o hmotnosti Neptunu. Z velmi rozsáhlé atmosféry, tvořené z velké části vodíkem a heliem, která tvoří většinu objemu a značnou část hmotnosti planety, nakonec zůstane jen silikátové (pravděpodobně) jádro a zbytek atmosféry. Horkí Jupiteri nemohli tak blízko u hvězdy vzniknout, jejich objev je důkazem migrace planet. U horkých Jupiterů také neznáme albedo (albedo jde určit u planet detekovaných přímým zobrazením), ale na základě spektra bylo přibližné albedo odhadnuto pomocí spekter u 24 Jupiterů (Cowan & Agol 2011, [www.exoclimates.com/paper-outlines/hot-jupiter-albedos/](http://www.exoclimates.com/paper-outlines/hot-jupiter-albedos/)). Podle tohoto odhadu albedo horkých Jupiterů závisí na intenzitě cirkulace, čím je vyšší cirkulace, tím je nižší albedo (Cowan & Agol 2011). Albedo kolísá v rozmezí 0-0,5. Obrázek 5 ukazuje statistickou pravděpodobnost albeda horkých Jupiterů v závislosti na cirkulaci (0 znamená bez cirkulace a 1 znamená cirkulaci ve všech tlakových hladinách až ke středu).



Obr. č. 5 - Nejpravděpodobnější albedo horkých Jupiterů v závislosti na cirkulaci. Nejpravděpodobnější jsou oblasti nejsvětlejších odstínů. 0 na svislé ose znamená atmosféra bez cirkulace, 1 znamená cirkulaci v celém rozsahu atmosféry. Zdroj: (Cowan & Agol 2011).

Rovnovážná teplota pro planetu WASP-12b (Hebb et al. 2009) dosahuje až  $3000 \text{ K}$ . Klasickým výpočtem jsem došel rovnovážné globální teplotě okolo  $2350 \text{ K}$ . Vlivem slapových sil není tvar planety kulovitý, ale protáhlý (slapové zahřívání navyšuje rovnovážnou teplotu). Planeta musí mít vázanou rotaci a sklon rotační osy je pravděpodobně blízký nule. Podle (Hebb et al. 2009) je oběžná dráha velmi málo excentrická, ale excentricita není nulová. WASP-12b je plynná planeta s hmotností  $1,4 \text{ Jupiteru}$  a poloměrem  $1,74 \text{ Jupiteru}$ . Tím pádem průměrná hustota planety je jen

okolo  $475 \text{ kgm}^{-3}$ . Je to způsobeno velmi vysokou teplotou rozsáhlé atmosféry (exoplanet.eu). Planeta může mít silikátové jádro a velmi rozsáhlou a horkou atmosféru. Větry způsobené teplotními rozdíly mezi přivrácenou a odvrácenou stranou způsobují intenzivní jetstream, přičemž rychlost může být přes  $10 \text{ km/s}$ . Rotační i oběžná perioda je  $1,09142$  pozemského dne. Coriolisova síla nepůsobí u rovníku, ale ve vyšších polohách, proto je nad rovníkem jetstream způsobený teplotními rozdíly nejrychlejší. (Informace k exoplanetě WASP-12b lze najít na: exoplanetarchive.ipac.caltech.edu, exoplanet.eu, Madhusudhan et al. 2011, Öberg et al. 2011, Hebb et al. 2009).

Hvězda WASP 12		Planeta WASP 12b	
Spektrální typ	G0	Metoda detekce	Transit
Zdánlivá magnituda V	11,69	$M_p \cdot \sin(i)$ [ $M_J$ ]	$1,404 \pm 0,099$
Hmotnost [ $M_\odot$ ]	$1,35 \pm 0,14$	Inklinace $i$	$86 \pm 3^\circ$
Věk [Gyr]	$1,7 \pm 0,8$	Hlavní poloosa A [AU]	$0,02293 \pm 0,00078$
$T_{\text{EF}}$ [K]	$6300 \pm 150$	Oběžná doba [pozemské dny]	$1,09142 \pm 1,1e-06$
Poloměr [ $R_\odot$ ]	$1,599 \pm 0,071$	Poloměr [ $R_J$ ]	$1,736 \pm 0,092$

Tabulka č. 4 – Parametry hvězdy a velmi horké exoplanety Wasp 12b. Zdroj: Exoplanet.eu.

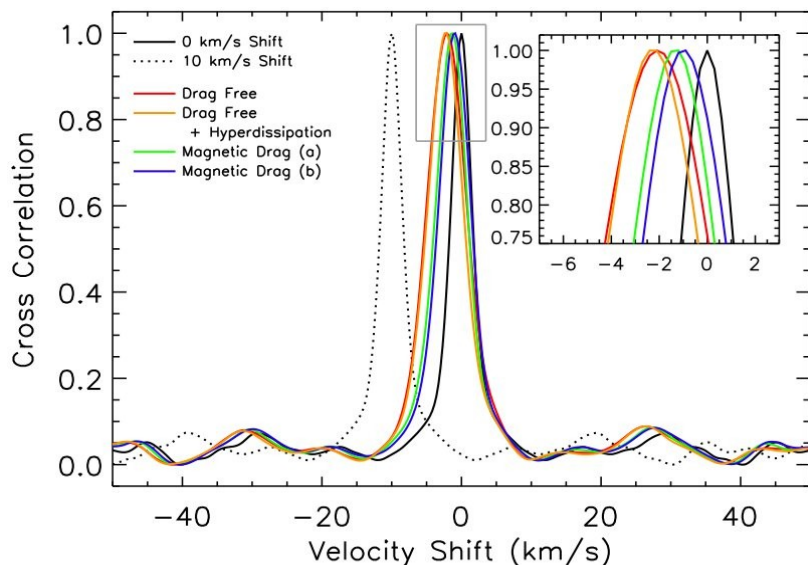
S rozvojem pozorování v infračerveném oboru je jednou z možností jak získat teplotní mapy horkých Jupiterů přímé pozorování změn v blízkém IR spektru v průběhu zákrytu. Pro jiné exoplanety než horké Jupitery je tento postup nepoužitelný. První teplotní mapa exoplanety HD 189733 b byla publikována v článku (Knutson et al. 2007). V horizontálním rozložení teploty je nejnižší teplota  $973 \pm 33 \text{ K}$ , nejvyšší teplota  $1212 \pm 11 \text{ K}$ . Zjistit rozložení teploty v závislosti na zeměpisné šířce a délce je podstatně složitější. Přesnější teplotní mapu horkého Jupiteru HD 189733 b lze nalézt v článku (Majeau et al. 2012).

Hvězda HD 189733		Planeta HD 189733 b	
Počet známých planet	1 planeta	Metoda detekce	Tranzit
Vzdálenost	$19,3 \pm 0,2 \text{ pc}$	$M_p \cdot \sin(i)$	$1,138 \pm 0,025 M_J$
Spektrální typ	K1-K2	Inklinace	$85,51^\circ \pm 0,05^\circ$
Zdánlivá magnituda V	7,67	Hlavní poloosa	$0,03142 \pm 0,00052 \text{ AU}$
Hmotnost	$0,8 \pm 0,4 M_\odot$	Excentricita	$0,0041 \pm 0,002$
Efektivní teplota	$4980 \pm 200 \text{ K}$	Poloměr	$1,138 \pm 0,077 R_J$

Tabulka č. 5 – Parametry hvězdy HD 189733 a její jediné známé exoplanety HD 189733 b (horká plynná planeta hmotnější než Jupiter, jediná exoplaneta, u které byla odvozena teplotní mapa z průběhu sekundárních zákrytů). Zdroj: exoplanet.eu

V atmosférách horkých Jupiterů byly pozorovány také velké rychlosti větrů, a to na základě dopplerovského posuvu spektrálních čar (obr. 6). 3D modely atmosfér horkých Jupiterů předpokládají vysoké rychlosti větru, způsobené velkým rozdílem teplot mezi denní a noční stranou. Nejsilnější jetstream by měl být na rovníku, kde nepůsobí Coriolisova síla, která by stáčela proudění. Rychlost větru v jetstreamu u horkých plynných planet by měla dosahovat  $1-10 \text{ km/s}$

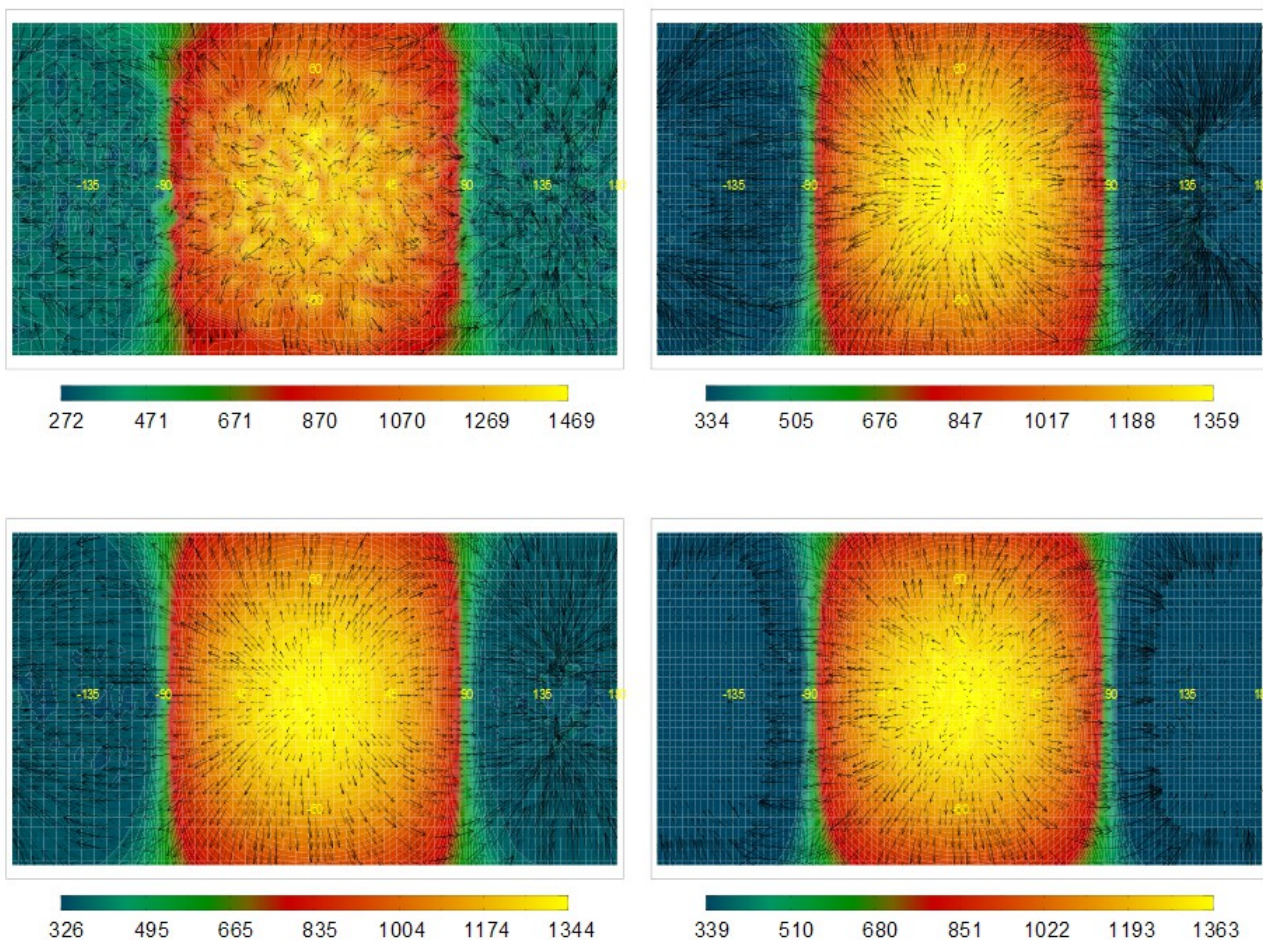
(Kempton & Rauscher 2012). Na Zemi dosahuje jetstream maximum rychlosti za běžných situací 50-100 m/s přibližně v hladině 300 hPa, ale byla naměřena rychlost jetstreamu až 150+ m/s. V hladině 1 bar (1000 hPa) by měl být směr jetstreamu u horkých Jupiterů schodný se směrem rotace (Kempton & Rauscher 2012). Vlivem rovníkového jetstreamu ve směru rotace je nejteplejší místo posunuto od substelárního bodu ve směru rotace. Rychlosti větrů ve vyšších vrstvách jsou pozorovány vlivem dopplerovského posuvu spektrálních čar, který může být zkreslen magnetickým polem nebo excentricitou. U horkého Jupiteru HD 209458 b byl modrý posuv, způsobený magnetickým polem, odhadnut na  $2 \pm 1$  km/s (Snellen et al. 2010). Modrý posuv absorpčních čar CO horkého Jupiteru HD 209458 b by mohl být také způsoben malou excentricitou dráhy (Montalto et al. 2011).



Obr. č. 6 - Dopplerovský posuv spektrálních čar u horkého Jupiteru HD 209458 b, způsobený velkými rychlostmi větrů s efektem magnetického dragu a bez efektu magnetického dragu. Zdroj: (Kempton & Rauscher 2012).

Hvězda HD 209458		Planeta HD 209458b	
Vzdálenost	47 pc	Detekční metoda	tranzit
Spektrální typ	G0V	$M_p \sin(i)$	$0,714 \pm 0,017 M_J$
Zdánlivá magnituda V	7,65	Inklinace	$86,59^\circ \pm 0,046^\circ$
Hmotnost	$1,148 \pm 0,022 M_\odot$	Hlaví poloosa	$0,04747 \pm 0,00055$ AU
Věk	$4 \pm 2$ Gyr	Perioda oběhu (dny)	$3,52475 \pm 3,8E-07$
Efektivní teplota	$6075 \pm 33$ K	Excentricita	$0,0004 \pm 0,003$
Poloměr	$1,146 \pm 0,059 R_\odot$	$\omega$	83
Počet známých planet	1 planeta	Poloměr	$1,38 \pm 0,018 R_J$

Tabulka č. 6 – Parametry hvězdy HD 209458 a horkého Jupiteru HD 209458 b, u kterého byla pozorována velká rychlost větrů a také byl použit 3D model pro atmosféru, předpovídající teplotu atmosféry v rozmezí 270-1500 K a rychlost větru v maximum 2,5 km/s až 15 km/s v horních vrstvách atmosféry.



Obr. č. 7 - Rychlost větru na hladině  $6 \text{ Pa}$ , spočítaná pomocí 3D modelu pro horký Jupiter *HD 209458 b*. Substelární bod má zeměpisnou šířku i délku  $0^\circ$ , antistelární bod má zeměpisnou délku  $\theta = 180^\circ$ . Graf vlevo nahoře znázorňuje model bez magnetického dragu a bez hyperdisipace, graf vlevo dole znázorňuje model bez magnetického dragu ale s hyperdisipací. Graf vpravo nahoře znázorňuje model s magnetickým dragem  $\tau_{drag}$  konstantní všude nad hladinou  $100 \text{ Pa}$ , a model vpravo dole znázorňuje model pro konstantní poměr  $\tau_{drag}/\tau_{rad}$ . Šipky ukazují směr a rychlost větru, barevné pole ukazuje teplotu. Maximální rychlosti větru v hladině  $6 \text{ Pa}$  podle modelů jsou  $15 \text{ km/s}$  pro model bez magnetického dragu a hyperdisipace (nahore vlevo),  $4,5 \text{ km/s}$  pro model s magnetickým dragem  $\tau_{drag}$  konstantní všude nad hladinou  $100 \text{ Pa}$  (vpravo nahoře),  $2,5 \text{ km/s}$  pro model s magnetickým dragem konstantní poměr  $\tau_{drag}/\tau_{rad}$  (vpravo dole),  $11 \text{ km/s}$  pro model s hyperdisipací a bez magnetického dragu. Zdroj: (Kempton & Rauscher 2012).

Exoplaneta GJ 436b (Knutson et al. 2011, Beaulieu et al. 2011) je nejmenší a nejchladnější exoplanetou, u které byly detekovány vlastnosti atmosféry a podle spektra byl navrhnout model atmosféry. U této exoplanety se předpokládá pseudosynchronní rotace s úhlovou rychlostí rotace podobnou jako orbitální úhlová rychlost v době průchodu periastrum (Ivanov & Papaloizou 2007, Hut 1981). Perioda rotace je o něco kratší než rok, synodická délka dne naopak výrazně delší než rok. Úhlová frekvence rotace by měla být přibližně stejná jako úhlová frekvence oběhu okolo hvězdy v době periastra. Tato hvězda vydrží na hlavní posloupnosti desítky miliard let. Kolem hvězdy obíhají minimálně tři exoplanety, ale jen o GJ 436 b je známo hodně údajů.

Perioda oběhu okolo hvězdy je  $2,6438986$  pozemského dne, sekundární zákryt ve fázi  $0,58672 \pm 0,00017$ , hlavní poloosa  $A = 0,029 \text{ AU}$ . Podle (Lewis et al. 2010) je excentricita dráhy  $0,15-0,16$ . Teplota atmosféry dosahuje přibližně  $700 \text{ K}$  (podle Lewis et al. 2010 dosahuje  $740 \text{ K}$ , na denní straně  $790 \text{ K}$  a podle (Stevenson et al. 2010, Madhusudhan & Seager 2011) je teplota atmosféry až  $860 \text{ K}$ ). Standardním výpočtem jsem došel k rovnovážné teplotě TOA okolo  $600 \text{ K}$ .



Hvězda GJ 436		Planeta GJ 436b	
Vzdálenost	10,2 pc	Detekční metoda	Tranzit
Spektrální typ	M2.5	$M_p \sin(i)$	$0,0737 \pm 0,0052 M_J$
Zdánlivá magnituda V	10,68	Inklinace	$85,8^\circ \pm 0,25^\circ$
Hmotnost	$0,452 \pm 0,012 M_\odot$	Hlavní poloosa	$0,02887 \pm 0,00095 \text{ AU}$
Věk	$6 \pm 5 \text{ Gyr}$	Perioda oběhu (dny)	$2,6439 \pm 1,6E-06$
Efektivní teplota	$3684 \pm 55 \text{ K}$	Excentricita	$0,15 \pm 0,012$
Poloměr	$0,464 \pm 0,011 R_\odot$	$\omega$	$351 \pm 1,2$
Počet známých planet	3 Planety	Poloměr	$0,365 \pm 0,02 R_J$

Tabulka č. 7 – charakteristika hvězdy GJ (Gliese) 436 a nejbližší exoplanety k hvězdě – horký Neptun Gliese 436 b.

Podle (Tuomi et al. 2012) se u hvězdy **Tau Ceti** (podobná Slunci) objevují periodické změny radiálních rychlostí a kolem této hvězdy můžeme tedy nalézt metodou radiálních rychlostí minimálně 5 exoplanet. Pomocí změn radiálních rychlostí je možné odhadnout hmotnost, periodu oběhu a excentricitu. Pro představu je případě Země-Slunce amplituda radiální rychlosti jen řádově 0,1 m/s. Protože známe hmotnost hvězdy, lze určit hlavní poloosu i vzdálenost od hvězdy v průběhu oběhu. Známe svítivost, teplotu a spektrum hvězdy a proto je možné vypočítat rovnovážnou teplotu planety. Rovnovážná teplota závisí na albedu, které není možné zjistit. Poloměr planet neznáme, protože k dispozici nejsou tranzity. Rychlost rotace neznáme, u planet b, c, d půjde velmi pravděpodobně o vázanou rotaci nebo spin-orbitální rezonanci den-rok, např. 2:3 jako u Merkuru. Žádné informace o atmosféře nejsou a dlouho nebudou k dispozici. Planety b, c, d budou velmi horké pouště, planety b, c pravděpodobně budou bez atmosféry nebo s řídkou atmosférou a povrchovou teplotou možná vyšší než na Venuši. Tau Ceti f bude pravděpodobně ledový svět podobně jako snowball Earth nebo Jupiterovy měsíce, pokud se na této exoplanetě nachází voda v dostatečném množství. Tau Ceti f může být také zmrzlá pouštní planeta jako Mars. Tau Ceti e může mít kapalné oceány, může to být i pouštní planeta a rovněž se může uplatňovat skleníkový efekt  $\text{H}_2\text{O}$  a  $\text{CO}_2$ , záleží na složení atmosféry, které není možné zjistit.

Hvězda Tau Ceti		Planeta Tau Ceti e	
Vzdálenost	$3,65 \pm 0,002 \text{ pc}$	Detekční metoda	Radiální rychlosti
Spektrální typ	G8.5V	$M_p \sin(i)$	$0,0135 \pm 0,0063 M_J$
Zdánlivá magnituda V	3,5	Inklinace	?
Hmotnost	$0,783 \pm 0,012 M_\odot$	Hlavní poloosa	$0,552 \pm 0,02 \text{ AU}$
Efektivní teplota	$5344 \pm 50 \text{ K}$	Perioda oběhu	$168,12 \pm 2,0$
Poloměr	$0,793 \pm 0,004 R_\odot$	Excentricita	$0,05 \pm (-0,2; +0,05)$
Počet známých planet	5 planet	$\omega$	313,5

Tabulka č. 8 – Planeta  $\tau$  Ceti e, čtvrtá z pěti planet, obíhající okolo hvězdy  $\tau$  Ceti, podobné Slunci. Zdroj: (exoplanet.eu, Tuomi et al. 2012).

Nejen u Tau Ceti, ale i u jiných hvězd byl nalezen systém exoplanet, pravděpodobně

kamenných. U hvězdy **GL 581** (Gliese 581) je pravděpodobně 6 a více planet. Hvězda GL 581 je červený trpaslík typu M2.5V s hmotností jen 0,31 Slunce a poloměrem jen 0,3 slunečního, stáří hvězdy je okolo 8 miliard let. Tato hvězda má malý zářivý výkon, ale na hlavní posloupnosti vydrží déle než 100 miliard let. Data k GL 581 nalezneme v katalogu [exoplanet.eu](http://exoplanet.eu).

Aby bylo na planetě příznivé klima (tj. Aby nezamrzla), musí obíhat blízko hvězdy, a tím pádem se ustálí vázaná rotace. Podle (Mayor et al. 2009) existují minimálně 4 exoplanety u GL 581, další dvě jsou nejisté. Vzhledem k nízké svítivosti a ztrátě hmoty hvězdy a poměrně vysoké hmotnosti planet budou mít pravděpodobně všechny planety atmosféru, velkou část atmosféry může tvořit původní vodík a helium.

GL 581 c je exoplaneta větší a hmotnější než Země. Pravděpodobně bude mít atmosféru, možná velmi silnou s vysokým obsahem vodíku a helia. Albedo planet neznáme ani zhruba. Rovnovážná teplota TOA pro GL 581 c je  $339\text{ K}$  s albedem 0,  $310\text{ K}$  za předpokladu albeda 0,3 a  $285\text{ K}$  v případě albeda 0,5. GL 581 c může mít na povrchu oceány (v chladnějších oblastech) a atmosféru s vysokým obsahem vody. Pak by při albedu 0,2-0,3 mohla být průměrná teplota atmosféry při povrchu  $350\text{-}400\text{ K}$  (navýšení skleníkovým efektem).

Hvězda GL 581		Planeta GL 581c	
Vzdálenost	$6,21 \pm 0,1\text{ pc}$	Detekční metoda	Radiální rychlosti
Spektrální typ	M2.5V	$M_p \cdot \sin(i)$	$0,017 M_J$
Zdánlivá magnituda V	10,55	Hlavní poloosa	$0,073\text{ AU}$
Hmotnost	$0,31 \pm 0,02 M_\odot$	Perioda oběhu	$12,9182 \pm 0,0022\text{ days}$
Efektivní teplota	$3498 \pm 56\text{ K}$	Excentricita	$0,07 \pm 0,06$
Poloměr	$0,3 \pm 0,01 R_\odot$	$\omega$	$235 \pm 44$
Počet známých planet	6 planet	Tperi	$54763 \pm 1,6$

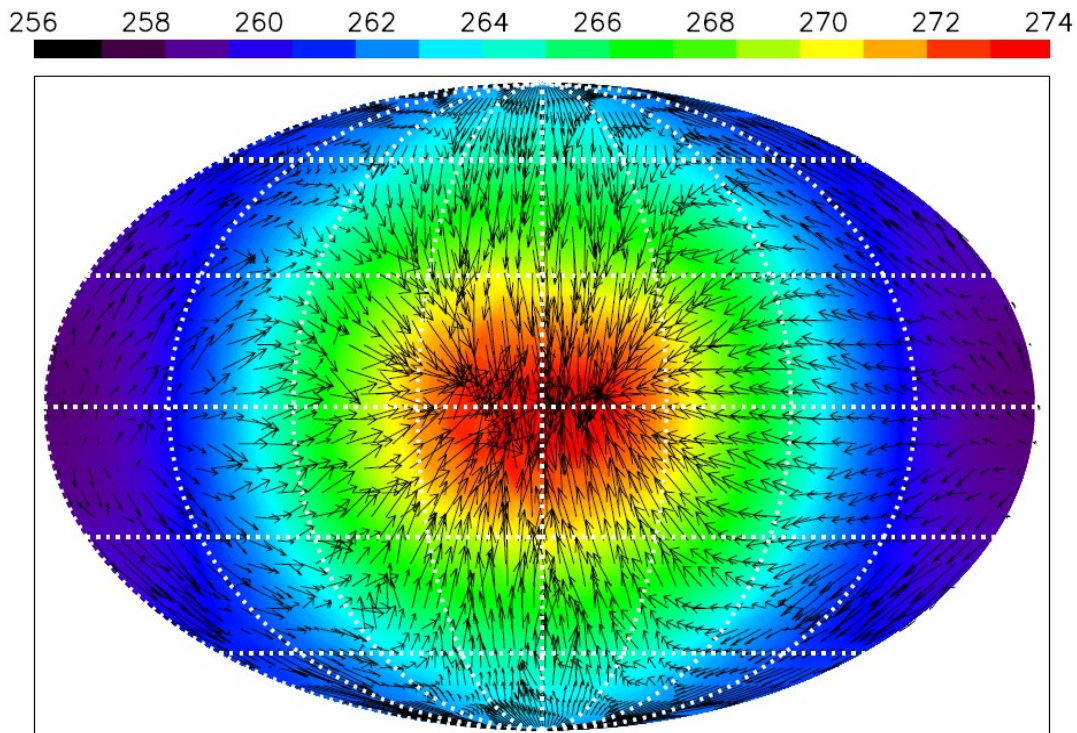
Tabulka č. 9 – parametry hvězdy GL 581 a exoplaneta GL 581 c podle [exoplanet.eu](http://exoplanet.eu). V případě hmotnosti je znám dolní limit, hmotnost může být vyšší. Zdroj: [Exoplanet.eu](http://exoplanet.eu).

Planeta	Hmotnost [ $M_J$ ]	Poloměr [ $R_J$ ]	Perioda [dny]	A [AU]	Excentricita	$\omega$	Tperi
Gl 581 b	0,05	—	5,36865	0,041	0,031	251	55753,95
Gl 581 c	0,017	—	12,9182	0,073	0,07	235	54763
Gl 581 d	0,019	—	66,64	0,22	0,25	356	54805,7
Gl 581 e	0,0061	—	3,14945	0,028	0,32	236	54750,31
Gl 581 f	0,023	—	433	0,758	—	—	—
Gl 581 g	0,01	—	36,652	0,14601	—	—	—

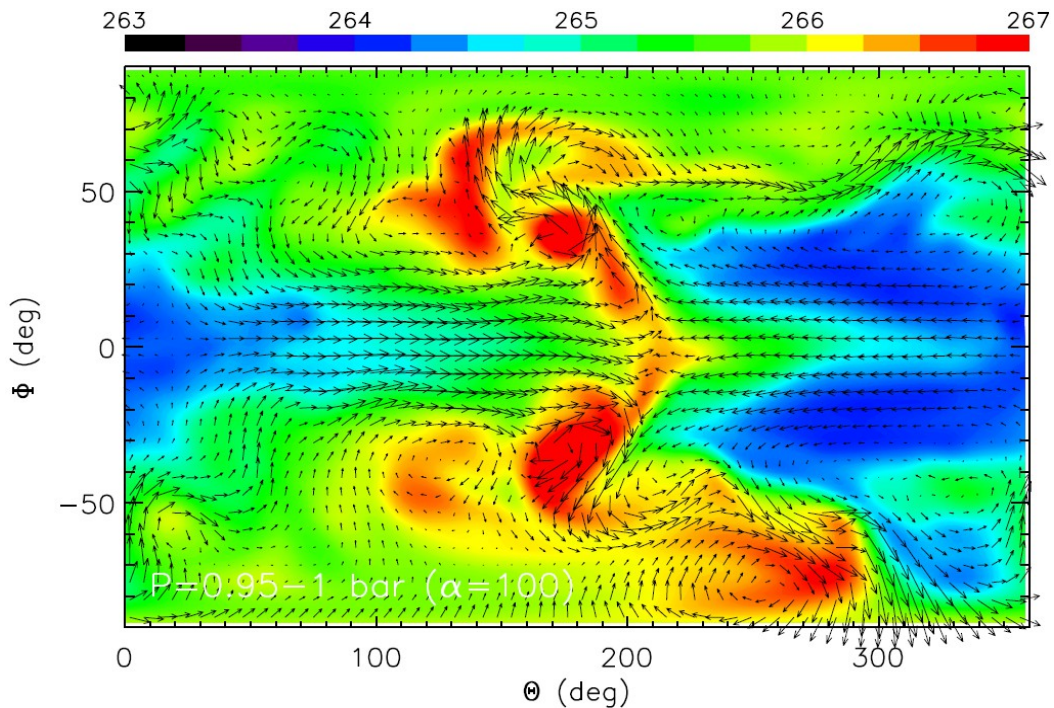
Tabulka č. 10 – parametry celkem šesti planet obíhajících okolo hvězdy GL 581 podle [exoplanet.eu](http://exoplanet.eu).

Existence planet GL 581 f a GL 581 g není jednoznačně prokázána a také planet obíhajících okolo hvězdy GL 581 může být ještě víc než 6. Všechny planety jsou pravděpodobně kamenné, ale s hmotností až několik desítek Zemí. V tabulce č. 10 jsou uváděny hmotnosti ve srovnání s Jupiterem. Hmotnost Jupiteru je  $1,8986 \cdot 10^{27}\text{ kg}$ ,  $317,83$  hmotností Země. Hmotnost Země je  $5,9742 \cdot 10^{24}\text{ kg}$ ,  $0,0031464$  hmotnosti Jupiteru. V případě GL 581 c a GL 581 d může jít o planety spíše podobné Neptunu s rozsáhlou atmosférou tvořenou hlavně vodíkem a heliem. Charakteristika těchto exoplanet je uvedena v katalogu ([exoplanet.eu](http://exoplanet.eu)).

I když GL 581 g má mnohem menší příkon záření než Země (GL 581 g  $776 W/m^2$ , vs. Země  $1367 W/m^2$ ). Předpokládá se že dráha planety se nachází uvnitř obyvatelné zóny (habitate zone). Při solární intenzitě  $776 W/m^2$  by Země kompletně zamrzla (snowball Earth). 3D klimatický model pro GL581 g byl zkonstruován v článku (Heng & Vogt 2010), místo skutečných parametrů se uvažovala Země s vázanou rotací na stejné oběžné dráze okolo GJ 581. Předpokládá se rozmezí obyvatelné zóny ve vzdálenosti  $0,1-0,2 AU$ , s oběžnou dobou  $20-50 dní$ . V průběhu první miliardy let se vytvoří vázaná rotace. Podle (Lammer et al. 2010) jsou planety v obyvatelné zóně u hvězdy s hmotností do  $0,6 M_o$  vždy s vázanou rotací. Klimatický model GL 581 g byl popsán také v (Showman et al. 2010).



Obr. č. 8 - Klimatický model GL 581 g, přeškálovaný na planetu Zemi na stejné oběžné dráze. 3D model využívá dynamiku tekutin, radiační ochlazování planety (Herd-Suarez benchmark), rozlišení T63L20 ( $192 \times 96 \times 20$ ). Brána v úvahu byla vázaná rotace, sklon rotační osy  $0^\circ$ , délka dne i roku  $36,562$  pozemských dní. Mapa ukazuje teplotu a rychlost větru poblíž povrchu v hladině  $950-1000 hPa$ ,  $1200$  pozemských dní od začátku simulace. Časová škála disipace  $\tau_{DRAG}$  (Rayleigh friction time scales) byla zvolena tak, aby odpovídala jednomu místnímu dni, tedy  $36,652$  pozemských dní. Předpokládána je vázaná rotace, tedy siderický den je stejně dlouhý jako siderický rok. Zdroj: (Heng & Vogt 2010).



Obr. 9 - Klimatický model GL 581 g, přeškálovaný na planetu Zemi na stejné oběžné dráze. 3D model využívá dynamiku tekutin, radiační ochlazování planety (Herd-Suarez benchmark), rozlišení T63L20 ( $192 \times 96 \times 20$ ). Brána v úvahu byla vázaná rotace, sklon rotační osy  $0^\circ$ , délka dne i roku 36,562 pozemských dní. Mapa ukazuje teplotu a rychlost větru poblíž povrchu v hladině 950-1000 hPa, 3000 pozemských dní od začátku simulace. V simulaci byla změněna časová škála disipace (Rayleigh friction time scales) na několika-násobek, zvětšena faktorem  $\tau_{DRAG} = 100$ .  $\tau_{DRAG} = 1$  znamená časovou škálu disipace jeden místní den(rok), tedy 36,652 pozemských dní. Zdroj: (Heng & Vogt 2010).

Pro jmenované planety Sluneční soustavy, měsíce, exoplanety, které byly zmíněny jsou v následující tabulce spočteny základní parametry. Planety obíhající okolo pulsarů nejsou brány v úvahu, protože nelze určit parametry (velká část energie tvoří rentgenové, gama, rádiové záření z pulsaru, viditelné a infračervené záření tvoří malou část).

Pro planety v tabulce č. 11 „solární konstanta“, neboli insolace v substelárním bodě TOA, je spočtená na základě velikosti hvězdy, teploty hvězdy a vzdálenosti od hvězdy. U všech planet je excentricita nenulová a v průběhu roku se „solární intenzita“ mění. To je bráno v úvahu. Rovnovážné vyzařování je spočítáno jako  $\{\text{rovnovážné vyzařování}\} = [\{\text{solární konstanta}\} \cdot (1 - \text{albedo})] / 4$ . V případě charakteristiky měsíců není bráno v úvahu odražené světlo od planety a vyzařování planety okolo které měsíc obíhá. Rovnovážná teplota v substelárním bodě  $T_{EQS}$  je brána na základě insolace a albeda, je rovna  $2^{1/2}$  násobku rovnovážné globální teploty, za předpokladu nulové advekce, emisivita tepelného vyzařování rovna 1 a albedo je po celém povrchu stejné. Neuvažuje se vedení tepla v atmosféře a uvnitř planety. Pro rovnovážnou teplotu v substelárním bodě platí  $\{\text{rovnovážné vyzařování}\} = [\{\text{solární konstanta}\} \cdot (1 - a)]$ . Vlivem atmosféry je teplota poblíž povrchu většinou vyšší než rovnovážná teplota a to z důvodu skleníkového efektu. V případě Země je tato teplota vyšší o 33 K (vliv  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $O_3$ ,  $CH_4$ ,  $N_2O$  a další), v případě Venuše přibližně o 500 K (až 570 K). Aerosoly mohou odrážet krátkovlnné záření a lépe propouštět infračervené záření, způsobovat tak antiskleníkový efekt, kdy teplota povrchu je nižší než rovnovážná teplota. Nebo naopak mohou aerosoly teplotu zvyšovat, změna teploty působením aerosolů závisí na mnoha faktorech. U Titanu je povrchová teplota asi o 10 K nižší než rovnovážná teplota TOA, ale výpočtem jsem došel naopak k povrchové teplotě o 10 K vyšší než rovnovážná teplota TOA. Rozdíl 20 K je pravděpodobně způsoben slapovým zahříváním. Vlivem proudění v atmosféře a vedením tepla v oceánech, cirkulace v oceánech a přenosu tepla uvnitř planety zmenšují teplotní rozdíly a v

případě vázané rotace je v substelárním bodě teplota nižší, než předpovídaná rovnovážná teplota  $T_{EQS}$ . Zároveň na noční straně neklesá teplota k extrémně nízkým hodnotám, blízkým 0 K. Albedo se liší v různých směrech i vlnových délkách, bolometrické albedo pro celé spektrum je jiné než albedo pro viditelné spektrum. Pro Zemi je bolometrické albedo 0,306 a geometrické vizuální albedo 0,367 (planety.astro.cz). V případě Země se albedo liší místně a i v průběhu času se mění. Jeden z nejchladnějších známých objektů ve Sluneční soustavě (transneptunické těleso) Eris je trpasličí planetka s excentrickou dráhou, velkou hlavní poloosou a vysokým albedem 0,86 (planety.astro.cz).

Objekt	Rst [ $R_J$ ]	D(SMA) [AU]	Tst [K]	Rst [m]	D(SMA) [m]	Albedo	Rovnovazne vyzarovani [W/m <sup>2</sup> ]	Rovnovazna teplota $T_{EQ}$ [K]	Solarni konstanta [W/m <sup>2</sup> ]	Substelarni $T_{EQS}$ [K]
Merkur	1	0,3871	5778	6,960E+08	5,791E+10	0,1	2,054E+03	432,9	9,129E+03	612,2
Venuše	1	0,7233	5778	6,960E+08	1,082E+11	0,65	2,288E+02	250,1	2,615E+03	353,7
Země	1	1	5778	6,960E+08	1,496E+11	0,306	2,373E+02	252,4	1,368E+03	356,9
Mars	1	1,523	5778	6,960E+08	2,278E+11	0,15	1,253E+02	215,1	5,898E+02	304,3
Europa	1	5,204	5778	6,960E+08	7,785E+11	0,68	4,041E+00	91,17	5,051E+01	128,9
Titan	1	9,582	5778	6,960E+08	1,433E+12	0,215	2,924E+00	84,08	1,490E+01	118,91
Triton	1	30,104	5778	6,960E+08	4,503E+12	0,76	9,057E-02	35,27	1,510E+00	49,89
Pluto	1	39,482	5778	6,960E+08	5,906E+12	0,5	1,097E-01	37,01	8,776E-01	52,33
Eris	1	67,668	5778	6,960E+08	1,012E+13	0,86	1,046E-02	20,56	2,988E-01	29,08
Alpha Centauri Bb	0,863	0,04	5214	6,006E+08	5,984E+09	0,2	8,445E+04	1096,1	4,222E+05	1550,2
GJ 436b	0,464	0,02887	3684	3,229E+08	4,319E+09	0,3	1,022E+04	646,5	5,840E+04	914,3
Gliese 581 b	0,3	0,041	3498	2,088E+08	6,134E+09	0,25	1,845E+03	421,4	9,839E+03	595,9
Gliese 581 c	0,3	0,073	3498	2,088E+08	1,092E+10	0,25	5,819E+02	315,8	3,104E+03	446,6
Gliese 581 d	0,3	0,22	3498	2,088E+08	3,291E+10	0,25	6,407E+01	181,9	3,417E+02	257,3
Gliese 581 e	0,3	0,028	3498	2,088E+08	4,189E+09	0,25	3,955E+03	509,9	2,110E+02	721,1
Gliese 581 f	0,3	0,758	3498	2,088E+08	1,134E+11	0,25	5,397E+00	98,01	2,878E+01	138,6
Gliese 581 g	0,3	0,14601	3498	2,088E+08	2,184E+10	0,25	1,455E+02	223,3	7,758E+02	315,8
Tau Ceti b	0,793	0,105	5344	5,519E+08	1,571E+10	0,3	9,992E+03	642,9	5,710E+04	909,2
Tau Ceti c	0,793	0,195	5344	5,519E+08	2,917E+10	0,3	2,897E+03	471,7	1,655E+04	667,1
Tau Ceti d	0,793	0,374	5344	5,519E+08	5,595E+10	0,3	7,876E+02	340,6	4,500E+03	481,7
Tau Ceti e	0,793	0,552	5344	5,519E+08	8,258E+10	0,3	3,615E+02	280,4	2,066E+03	396,5
Tau Ceti f	0,793	1,35	5344	5,519E+08	2,020E+11	0,3	6,045E+01	179,3	3,454E+02	253,6
Corot 22 b	1,27	0,094	5780	8,839E+08	1,406E+10	0,2	5,001E+04	961,6	2,501E+05	1359,9
Kepler 37 b	0,77	0,1003	5417	5,359E+08	1,500E+10	0,25	1,168E+04	668,4	6,229E+04	945,3
Kepler 37 c	0,77	0,1368	5417	5,359E+08	2,046E+10	0,25	6,278E+03	572,4	3,348E+04	809,4
Kepler 37 d	0,77	0,2076	5417	5,359E+08	3,106E+10	0,25	2,726E+03	464,6	1,454E+04	657,1
HD 209458 b	1,146	0,04747	6075	7,976E+08	7,101E+09	0,3	1,705E+05	1306,6	9,743E+05	1847,8
HD 189733 b	0,788	0,03142	4980	5,484E+08	4,700E+09	0,2	9,497E+04	1128,8	4,748E+05	1596,3
51 Pegasi b	1,266	0,052	5793	8,811E+08	7,779E+09	0,15	1,741E+05	1313,5	8,193E+05	1857,5
Wasp 12 b	1,67	0,02215	6450	1,162E+09	3,314E+09	0	3,019E+06	2680,2	1,208E+07	3790,4
Wasp 12 b	1,599	0,02293	6300	1,113E+09	3,430E+09	0,1	2,115E+06	2452,2	9,402E+06	3468,0
Wasp 12 b	1,528	0,02371	6150	1,063E+09	3,547E+09	0,3	1,276E+06	2161,2	7,292E+06	3056,3

Tabulka č. 11 – vypočtené charakteristiky zmiňovaných objektů, potřebné pro klimatologický model. Červené hodnoty jsou vstupními údaji, které jsou dostupné, modré hodnoty jsou potřebné vstupné údaje, které nejsou k dispozici a bylo nutné je odhadnout. Černé hodnoty jsou vypočítané. (zdroje dat pro červené hodnoty v tabulce: planety.astro.cz, kepler.nasa.gov, exoplanet.eu, nssdc.gsfc.nasa.gov, exoplanetarchive.ipac.caltech.edu).

## 4. Atmosférické modely

Rychlost poklesu tlaku s výškou závisí na složení atmosféry (molární hmotnosti atomů/molekul  $M_{mol}$  [kg/mol], jeden mol je  $6,022045 \cdot 10^{23}$  částic – Avogadrova konstanta  $A_V$ ), teplotě vzduchu (termodynamická teplota  $T$  [K],  $k_B$  je Boltzmanova konstanta  $k_B = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ ) a tíhovém zrychlení  $g$  [ $\text{ms}^{-2}$ ]. Hodnoty konstant jsou uvedeny ([www.labo.cz/mft/zkonst.htm](http://www.labo.cz/mft/zkonst.htm)). Škálovaná výška atmosféry je rovna:

$$H = \frac{k_B T}{m_m g} = \frac{\mathfrak{R} T}{M_{mol} g} = \frac{RT}{g} \quad (1)$$

$m_m$  je hmotnost molekul,  $g$  je tíhové zrychlení,  $T$  je termodynamická teplota,  $k_B$  je Boltzmanova konstanta,  $H$  je výška homogenní atmosféry. Pro Zemi je průměrná teplota  $T_{2M} = 288 \text{ K}$ , tíhové zrychlení  $9,80665 \text{ ms}^{-2}$ , molární hmotnost vzduchu na Zemi  $M_{mol} = 28,96 \text{ g/mol}$ , odtud průměrná hmotnost molekul  $m_m = 4,809 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ . Odtud dostaneme výšku atmosféry pro Zemi  $H = 8344 \text{ m}$ . Jedná se o homogenní atmosféru s konstantní hustotou (vzduch  $1,29 \text{ kgm}^{-3}$ ).  $288 \text{ K}$  je ale průměrná teplota poblíž povrchu, průměrná teplota atmosféry je nižší (průměrná teplota celé atmosféry Země (Astapenko & Kopáček 1987) je  $252\text{-}256 \text{ K}$  (průměrováno přes hmotnost), což je v podstatě stejná hodnota jako rovnovážná teplota Země z hlediska změřeného vyzařování  $255 \text{ K}$ ) a proto je i výška homogenní atmosféry nižší – při rovnovážné teplotě  $T_{EQ} = 252,4 \text{ K}$  (spočteno z astronomických parametrů) vyjde  $H = 7389,3 \text{ m}$  (Spočteno podle (1) s použitím molárních hmotností, za předpokladu dvouatomových molekul v případě dusíku a kyslíku, referenční výšku lze uvažovat jako  $29,276 T[\text{K}]$ ), hodnotu  $29,276$  (pro Zemskou atmosféru) lze brát jako  $ConstT = H/T$ , veličinu která bude v MMV použita. Pokud budeme brát v úvahu hustotu vzduchu při  $1 \text{ bar}$  a  $273 \text{ K}$   $1,29 \text{ kgm}^{-3}$  a  $g = 9,80665 \text{ ms}^{-2}$ , vyjde pro rovnovážnou teplotu  $252,4 \text{ K}$  hustota při  $1 \text{ bar}$   $1,3954 \text{ kgm}^{-3}$ , odtud referenční výška homogenní atmosféry  $7404,5 \text{ m}$  (předpokládán povrchový tlak  $101\,325 \text{ Pa}$ ,  $p = \rho z g$ ). Ve skutečnosti tlak od povrchu exponenciálně klesá, přibližně každých  $5,5 \text{ km}$  se zmenší o polovinu (přesná hodnota závisí na průběhu teploty, vlhkosti, tíhového zrychlení, na různých exoplanetách se tato hodnota značně liší). Pokles tlaku vzduchu s výškou je dán:

$$p = p_0 \cdot e^{\frac{-g \cdot z}{R \cdot T}}, \quad R = \frac{\mathfrak{R}}{M_{mol}} = \frac{k_B}{m_m}, \quad \mathfrak{R} = k_B \cdot A_V, \quad R = c_p - c_v \quad (2)$$

Kde  $p_0$  je tlak při povrchu,  $g$  je tíhové zrychlení,  $z$  je výška nad povrchem,  $R$  je redukováná plynová konstanta a  $T$  je termodynamická teplota. Pro suchý vzduch je hodnota redukové plynové konstanty  $R = 287,1 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , pro každý plyn je tato hodnota jiná. Tlak záření  $p_{RAD} = a_{RAD} T^4$ ,  $a_{RAD} = 7,55 \cdot 10^{-16} \text{ J.m}^{-3} \cdot \text{K}^{-4}$  je uvažován v případě modelů hvězd, při rozsahu veličin (teploty) užívaných v meteorologii není brán v úvahu.

Pro simulaci atmosféry se používá dynamické jádro – pohybové rovnice. Řešit lze např. pomocí spektrálního přístupu ([cims.nyu.edu/~gerber/pages/climod/GFDL\\_spectral\\_core.pdf](http://cims.nyu.edu/~gerber/pages/climod/GFDL_spectral_core.pdf)).

3D dynamické jádro v  $p$ -systému se skládá ze 4 parciálních diferenciálních rovnic (3,4,5,6) (Menou & Rauscher 2009, Kataria et al. 2011):

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla_p \Phi - f \cdot \vec{k} \times \vec{v} \quad \text{resp.} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla_p \Phi - f \cdot \vec{k} \times \vec{v} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = \frac{-1}{\rho} \quad \text{resp.} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\alpha \quad (4)$$

$$\nabla_p \cdot \vec{v} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{q}{c_p} + \frac{\omega}{\rho \cdot c_p} \quad \text{resp.} \quad c_p \frac{dT}{dt} = q + \alpha \omega \quad (6)$$

Pro zápis lze také použít měrný objem  $\alpha = 1/\rho$ .

Lagrangeovská derivace:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_p + \omega \frac{\partial}{\partial p} \quad (7)$$

Rychlost  $\vec{v} = (u, v)$  vyjadřuje pohyb ve směru osy  $(x, y)$ , kladný směr (*sever, východ*). Ve vertikálním směru se nepoužívá rychlost  $w = dz/dt$ , ale  $\omega = dp/dt$ .  $a$  je poloměr planety (Země 6378,1 km),  $\Phi = g \cdot z$  je geopotenciál,  $\vec{k}$  je jednotkový vektor, kolmý k povrchu.  $\nabla_p$  je horizontální gradient na konstantní tlakové hladině. Coriolisův parametr je roven  $f = 2 \Omega \cdot \sin \theta$ .  $q$  je rychlost změny tepla,  $c_p$  je měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku,  $c_v$  je měrná tepelná kapacita za konstantního objemu, platí  $c_p > c_v$ . Pro ideální plyn platí stavová rovnice:

$$p = \rho \cdot \mathcal{R} \cdot T \quad (8)$$

Kde  $\mathcal{R} = 8,31441 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  je univerzální plynová konstanta, součin Boltzmanovy konstanty  $k_B$ , Avogadrova čísla,  $\mathcal{R} = k_B \cdot A_v$ . O řešení 3D modelu atmosféry pojednává článek (Menou & Rauscher 2009), následující popis řešení je převzat z tohoto článku.

V dynamickém jádře *IGCM Dynamical Core* bylo použito přeškálování délek  $\sim a$ , času  $\sim a^{-1}$ , teploty  $\sim a^2 \Omega^2 / \mathcal{R}$ . Zdrojem normalizovaných rovnic v p-systému ve sférických souřadnicích je (Menou & Rauscher 2009). V uvedených rovnicích zatím není uvažována disipace energie, která musí být do modelu zařazena. Dynamické jádro je také popsáno (Delworth et al. 2006, Hoskins & Simmons 1975). Délka dne je rovna  $2\pi/\Omega$ . Přeškálování rychlostí:

$$U = u \cos \theta, \quad V = v \cos \theta \quad (9)$$

Rovnici vorticity (10) dostaneme z dynamického jádra (Menou & Rauscher 2009):

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{1}{1-\mu^2} \frac{\partial F_V}{\partial \lambda} - \frac{\partial F_U}{\partial \mu} + Q_{vor} + Q_{vor}^{hyp} \quad (10)$$

Rovnice divergence pro horizontální složku  $\delta$  (Menou & Rauscher 2009):

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{1}{1-\mu^2} \frac{\partial F_U}{\partial \lambda} + \frac{\partial F_V}{\partial \mu} - \nabla^2 \left[ \frac{U^2 + V^2}{2(1-\mu^2)} + \Phi + T_{ref} \cdot \ln p_{surf} \right] + Q_{div} + Q_{div}^{hyp} \quad (11)$$

Kde  $\delta$  je divergence v horizontálním směru. Jednotlivé komponenty v rovnicích (10,11) znamenají (Menou & Rauscher 2009):

$$\mu = \sin \theta \quad (12)$$

$$\xi = 2\mu + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \vartheta}{\partial \lambda} - \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \mu \cos \theta}{\partial \theta} \quad (13)$$

$$\delta = \frac{1}{a \cdot \cos \theta} \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cdot \cos \theta} \frac{\partial (\vartheta \cos \theta)}{\partial \theta} \quad (14)$$

$$F_U = V \xi - \frac{\partial \sigma}{\partial t} \frac{\partial U}{\partial \sigma} - T_a \frac{\partial \ln p_{surf}}{\partial \lambda} \quad (15)$$

$$F_V = -U \xi - \frac{\partial \sigma}{\partial t} \frac{\partial V}{\partial \sigma} - T_a (1 - \mu^2) \frac{\partial \ln P_{surf}}{\partial \mu} \quad (16)$$

Rovnice (12,13,14,15,16) jsou vyjádřeny v zeměpisných souřadnicích, v p-systému (Menou & Rauscher 2009). Pracuje se se souřadnicemi  $\theta, \lambda, p$  a rychlostmi  $u, v, \omega$  ( $\omega = dp/dt$ ), normalizované souřadnice jsou  $\theta(-\pi/2; \pi/2), \lambda(0; 2\pi), \sigma(0; 1)$ ,  $U, V, d\sigma$  jsou normalizované rychlosti,  $\sigma = p/p_{surf}$  je normalizovaný tlak. V  $z$ -systému/ $\Phi$ -systému jsou použity souřadnice  $\theta, \lambda, z$  resp  $\theta, \lambda, \Phi$ ,  $\Phi = gz$ . Aktuálně je používán  $\sigma$ -systém (jako p-systém, ale s normalizovaným tlakem). Zákony zachování energie lze napsat pomocí rovnice pro teplotu (Menou & Rauscher 2009):

$$\frac{\partial T_A}{\partial t} = -\frac{1}{1 - \mu^2} \frac{\partial (U T_A)}{\partial \lambda} - \frac{\partial (V T_A)}{\partial \mu} + \delta T_A - \frac{\partial \sigma}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial \sigma} + k \frac{T \omega}{p} + Q_T + Q_T^{hyp} \quad (17)$$

V rovnici pro teplotu byla termodynamická teplota rozložena na dvě komponenty,  $T = T_{TSU} + T_A$ ,  $T_{TSU}(\sigma)$  je průměrná (konstantní) hodnota,  $T_A(\sigma)$  je odchylka od  $T_{TSU}$  (Teplotní anomálie). Rovnice pro teplotu (17) vyjadřuje zákon zachování energie, rovnice pro tlak (18) zákon zachování hmotnosti (v meteorologii se přeměna hmotnost-energie neuvažuje). Rovnicí pro tlak se rozumí (Menou & Rauscher 2009):

$$\frac{\partial \ln p_{surf}}{\partial t} = \frac{U}{1 - \mu^2} \frac{\partial \ln p_{surf}}{\partial \lambda} - V \frac{\partial \ln p_{surf}}{\partial \mu} - \delta - \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (18)$$

$p_{surf}$  je tlak při povrchu, veličina charakterizující tloušťku atmosféry. Není brána v úvahu změna tíhového zrychlení s výškou, ale konstantní tíhové zrychlení  $g$  (ve větších výškách je již znát pokles tíhového zrychlení, ale tak vysoko se nachází nepatrná část atmosféry). Pro Zemi  $p_{surf} = 1013 \text{ hPa}$ , tíhové zrychlení  $g = 9,80665 \text{ ms}^{-2}$  (Uvádí se rozmezí  $9,78 \text{ ms}^{-2}$  na rovníku až  $9,83 \text{ ms}^{-2}$  na pólech, tedy rozdíl je  $0,05$ , dostředivé zrychlení na rovníku při rychlosti  $465,066 \text{ m/s}$  (obvod  $40072 \text{ km}$ , siderická perioda  $86164,2 \text{ s}$  a poloměru  $6378,1 \text{ km}$ ) je jen  $0,0339 \text{ ms}^{-2}$ , pokud uvažujeme zploštění na pólech  $21,4 \text{ km}$ , vypočteme rozdíl gravitačního zrychlení mezi póly a rovníkem, způsobený zploštěním,  $0,066 \text{ ms}^{-2}$ , celkem rozdíl tíhového zrychlení mezi póly a rovníkem (zploštění+odstředivá síla) vyjde  $0,1 \text{ ms}^{-2}$ ). Gravitační zrychlení je způsobeno pouze gravitační interakcí, při zploštění se liší hodnota na pólu a na rovníku zatímco tíhové zrychlení znamená vektorový součet gravitačního zrychlení a odstředivé síly. Na rovníku je rozdíl velikosti gravitačního a tíhového zrychlení nejvyšší (pro Zemi  $0,0339 \text{ ms}^{-2}$ ) a na pólech nulový. Směr gravitačního a tíhového zrychlení mimo póly a rovník se také nepatrně liší. Zploštění navíc způsobí rozdílnou intenzitu gravitačního pole na pólech a rovníku (na pólech vyšší). Vzhledem k rychlosti rotace (mimo velké plynné planety) jsou rozdíly zanedbatelné ve srovnání s ostatními nepřesnostmi,



proto je v MMV bráno konstantní tíhové zrychlení.

Naměřený tlak na Zemi při hladině moře  $p_{SEA}$  je v rozsahu 870-1084,5 hPa (minimum tlaku Typhoon Tip a maximum v Mongolsku v roce 2001 na stanici více než 1600 m nad mořem). Pro exoplanety se tíhové zrychlení pohybuje většinou v rozmezí 1-100 ms<sup>-2</sup> a tlak při povrchu 10<sup>-4</sup> až 10<sup>7</sup> hPa. Atmosféry mohou být mnohem řidší než 10<sup>-4</sup> hPa, ale pak už jde jen o stopové množství a klimatický model nelze použít. U plynných planet typu Jupiter dosahuje tlak v atmosféře i několik GPa-TPa (při obrovských tlacích vzniká vysokotlaký led, může být složen z různých látek a existovat při vysokých teplotách. V rovnicích je vyjadřován tlak vůči tlaku na povrchu  $p_{SURF}$ ,  $\sigma = p/p_{surf}$ ,  $\sigma \in [0;1]$ .  $\sigma$  je normalizovaný tlak. Rovnice hydrostatické rovnováhy (19) je dána (Menou & Rauscher 2009):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \ln \sigma} = -R \cdot T \quad (19)$$

Další popis IGCM je podle (Menou & Rauscher 2009). Postupné ustálení teploty na  $T_{EQ}$  je způsobeno disipací a třením, kinetická energie se přeměňuje na teplo. Za charakteristický čas  $\tau_{rad}$  pomocí radiačního ochlazování dojde k ustálení teploty. Charakteristický čas pro ustálení teploty a rovnovážná teplota, aktuální teplota spolu souvisí podle (20) (Menou & Rauscher 2009):

$$Q_T = \frac{T_{EQ} - T}{\tau_{rad}} \quad (20)$$

Rayleighova disipace uvažuje pouze tření atmosféry na povrchu planety, zatímco Newtonova relaxace uvažuje atmosféru jako celek. V atmosférické simulaci se často používá dvou vrstev atmosféry – dolní troposféra, kde teplota s výškou klesá a nad troposférou stratosféra, kde se teplota s výškou nemění, nebo mírně roste. V případě potenciální teploty  $\theta_T$  je pro stabilitu atmosféry nutný růst teploty s výškou ve všech vrstvách. Rayleighova disipace (Rayleigh drag) v horizontálním směru  $(\theta, \lambda)$  s charakteristickým časem disipace  $\tau_{drag}$  souvisí s divergencí  $\delta$  a vorticitou  $\zeta$  v atmosféře podle rovnic (21,22) (Menou & Rauscher 2009):

$$Q_{vor} = -\frac{\zeta - 2\mu}{\tau_{drag}} \quad (21)$$

$$Q_{div} = -\frac{\delta}{\tau_{drag}} \quad (22)$$

V simulacích atmosféry horkých Jupiterů podle (Menou & Rauscher 2009) byl použit teplotní profil zahrnující troposféru a stratosféru (23):

$$T_{EQ}^{vert}(z) = T_{surf} - \Gamma_{trop} \left( z_{stra} + \frac{z - z_{stra}}{2} \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} \Gamma_{trop} (z - z_{stra}) \right)^2 + \delta_D T_{stra}^2} \quad (23)$$

$T_{surf}$  je teplota při povrchu,  $z$  je výška od povrchu (vertikální souřadnice), povrchem může být myšlena nejnižší hladina, protože velké plynné planety pravděpodobně žádný povrch nemají nebo je pevné skupenství hluboko při extrémním tlaku a teplotě. Troposférický gradient  $\Gamma_{trop} = -dT/dz$  je vertikální teplotní gradient. Pro Zemi je tato hodnota rovna  $\Gamma_{trop} = 0,0065$  K/m, (průměrně). Nasycený adiabatický vertikální gradient (závisí na teplotě a tlaku)  $\Gamma_{SAT}$  je vždy nižší než sucho-adiabatický gradient, který je okolo  $\Gamma_{DRY} = g/c_p = 0,0098$  K/m. Pokud je gradient větší než  $\Gamma_{CRIT} = g/R = 0,0342$  K/m v zemské atmosféře, hustota atmosféry roste s výškou. Stratosféru a mezosféru odděluje statopauza,  $\delta_D T_{stra}^2$  je změna teplotní rozdíl/skok v tropopauze – vrstvě hladkého přechodu mezi troposférou a stratosférou. U Země, i u Venuše nad stratosférou existuje ještě

mezosféra (v modelech často není mezosféra uvažována). Mezosféra je na Zemi nejchladnější vrstvou vůbec, teplota v mezosféře na Zemi běžně klesá až k  $-90^{\circ}\text{C}$ .

V různých zeměpisných šířkách a délkách je povrch jinak zahříván a to se projeví v rozdílu teploty při povrchu i celkovém teplotním profilu. Planety blízko hvězdě mají často vázanou rotaci a tak je „Slunce“ v zenitu pořád na stejné zeměpisné délce (a dojde-li ke srovnání osy otáčení kolmo na oběžnou rovinu, poloha „Slunce“ na obloze nikde se nemění, v Zenitu je „Slunce“ (Jako místní Slunce je uvažována hvězda, kolem které planeta obíhá.) nad rovníkem a nultým poledníkem. Polovina planety nikdy není osvětlená. Pokud vázaná rotace není, mění se teplotní profily atmosféry v průběhu času intenzivněji. Na Zemi denní chod ovlivňuje jen přibližně do výšky  $2\text{ km}$ , ale již ve výšce nad  $1\text{ km}$  minimálně. V hladině  $850\text{ hPa}$  (přibližně v  $1450\text{ m.n.m.}$ , což je cca  $1,2\text{ km}$  nad Prahou) je za jasného letního dne amplituda způsobená denním chodem okolo  $0,5-0,7\text{ K}$  (za předpokladu nadmořské výšky terénu  $200-400\text{ m.n.m.}$ ), odhadnuto z pozorování, vzhledem k dominantní advekci je odhad těžký (portal.chmi.cz, weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html).

Ve 2D numerické simulaci se enstrofie (energie spojená s vorticitou,  $S = \frac{1}{2}\xi^2$ ) postupně přenáší kaskádově z větších oblastí do menších. Nejsou zahrnuty děje na malých škálách (disipace energie), které jsou pod rozlišením modelu. Disipace (3D děj na malých škálách není zahrnuta v modelu explicitně, musí se parametrizovat). Na škálách stejné velikosti jako rozlišení modelu (nejmenší měřítko, které je bráno v úvahu) se akumuluje enstrofie a to má za následek vzrůst numerických chyb. Tento jev je znám jako spektrální blokáce „Spectral Blocking“. 3D děje na malých škálách (Kolmogorovská disipace) se řeší zavedením tzv. hyperdisipace, kde jsou jevy s měřítkem nižším, než rozlišení modelu, parametrizovány. V modelu IGCN je hyperdisipace vyjádřena (24,25,26) (Menou & Rauscher 2009):

$$Q_{vor}^{hyp} = -v_{diss} (-1)^{N_{DEL}} \nabla^{2N_{DEL}} (\xi - 2\mu) \quad (24)$$

$$Q_{div}^{hyp} = -v_{diss} (-1)^{N_{DEL}} \nabla^{2N_{DEL}} D \quad (25)$$

$$Q_T^{hyp} = -v_{diss} (-1)^{N_{DEL}} \nabla^{2N_{DEL}} T_a \quad (26)$$

$N_{DEL}$  je celé číslo (proměnná typu Integer). Hyperdisipace je použitelná jen v případě vorticity  $\zeta_{rel} = \zeta - 2\mu$ .  $\nabla^{2N_{DEL}}$  je „hyper-Laplaceův operátor“ (Menou & Rauscher 2009). Správná interpretace tohoto operátoru je jen na škálách blízkých se maximálnímu rozlišení modelu (vzdálenost mezi dvěma uzlovými body). V případě  $N_{DEL} = 1$ , hyper-Laplaceův operátor přejde na obyčejný  $\Delta$ . V případě atmosférické simulace se na škálách rozlišení modelu viskozita neuplatňuje a použití obyčejného  $\Delta$  by znamenalo zavedení příliš rychlé viskózní disipace tam, kde nemá být. Hyperdisipace je pouze numerický nástroj a fyzikální vysvětlení hyperdisipace neexistuje. V klasickém fyzikálním vysvětlení disipaci způsobuje turbulence a viskozita na malých škálách hluboko pod rozlišením modelu a nemůže být v numerické simulaci použita. V případě Země známe přibližně proudění atmosféry a podle toho zvolíme hyper-disipaci. V případě atmosfér exoplanet neznáme dopředu cirkulaci atmosféry a proto je hyper-disipace volným parametrem. Podle (MacVean 1983, Stephenson 1994) při zvolení parametru  $N_{DEL} = 4$ , hyper-disipace se přizpůsobí horizontálnímu rozložení a jevy na škálách nejmenšího rozlišení modelu jsou disipovány přibližně za  $0,01-0,25$  planetárního dne.

Substelární bod u planet s vázanou rotací je na souřadnicích  $(\theta, \lambda) = (0, 0)$ , předpokládá se

sklon rotační osy  $\theta^\circ$  (rotační osa kolmá na oběžnou rovinu) u horkých Jupiterů. Pokud je sklon rotační osy planety nenulový (u Země je to  $\varepsilon=23,45^\circ$ ), kolísá poloha substelárního bodu během dne/roku v zeměpisných šířkách  $\langle -\varepsilon; +\varepsilon \rangle$ , zeměpisná délka substelárního bodu se nemění (v případě vázané rotace a nulová excentricity dráhy). Průměrné zonální hodnoty na zeměpisné délce teploty  $T$  a rychlosti větru  $u$  jsou dány vztahy (27,28) (Za  $X$  dosadíme teplotu nebo rychlost) (Menou & Rauscher 2009):

$$[X(t)] = [X(\sigma, \theta, t)] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X(\sigma, \lambda, \theta, t) d\lambda \quad (27)$$

$$\Delta T(\theta, \lambda) = \Delta T(\theta) = \left( \frac{1}{3} - \sin^2 \theta \right) \times \Delta T_{EP} \quad (28)$$

Rovnice (28) popisuje rovnovážné rozložení teploty pro planetu zemského typu (Menou & Rauscher 2009), přičemž rozdíl průměrných teplot mezi rovníkem a póly je  $\Delta T_{EP} = 60 \text{ K}$ . Pro atmosférický model zemského typu je uvažována Rayleighova disipace  $\tau_{drag} = 1 \text{ den}$  (pro jednu spodní vrstvu uvažováno tření), ustálení radiačním ochlazováním (Radiative Relaxation Time)  $\tau_{rad} = 15 \text{ dní}$ . Od těchto parametrů se odvíjí rovnovážný vertikální profil teploty  $T_{EQ}^{vert}(z)$ . Nejsou brány v úvahu sezónní změny vlivem naklonění rotační osy, a také není brána v úvahu různá topografie. Bylo použito rozlišení T42L15. Hodnoty jednotlivých parametrů pro horké Jupitery s vázanou rotací a sklonem osy  $\varepsilon=0$  a pro kamenné planety zemského typu podle (Menou & Rauscher 2009) jsou uvedeny v následující tabulce č. 12:

Parameters	Model	
	Earth-Like	Hot Jupiter
$g$ (gravitational acceleration ( $\text{m s}^{-2}$ ))	9.81	8
$\Omega_p$ (planetary rotation rate ( $\text{rad s}^{-1}$ ))	$7.292 \times 10^{-5}$	$2.1 \times 10^{-5}$
$R_p$ (planetary radius (m))	$6.371 \times 10^6$	$10^8$
$\mathcal{R}$ (perfect gas constant (MKS))	287	3779
$\kappa (= \mathcal{R}/c_p$ (MKS))	0.286	0.286
Resolution (T—horizontal; L—vertical)	T42L15	T42L15
$2N_{DEL}$ (hyperdissipation order)	8	8
$\nu_{diss}$ (hyperdissipation value ( $\text{m}^8 \text{ s}^{-1}$ ))	$1.18 \times 10^{37}$	$6.28 \times 10^{47}$
$\tau_{fric}$ (Rayleigh friction time – bottom layer (planet days))	1	$\infty$
$\tau_{rad}$ (Newtonian relaxation time – all layers (planet days))	15	0.5
$\Delta T_{EP}$ (equator–pole difference for $T_{eq}$ (K))	60	300
$\Gamma_{trop}$ (tropospheric lapse rate for $T_{eq}$ ( $\text{K m}^{-1}$ ))	$6.5 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^{-4}$
$T_{surf}$ (base value for $T_{eq}$ (K))	288	1600
$z_{stra}$ (height of tropopause for $T_{eq}$ (m))	$1.2 \times 10^4$	$2 \times 10^6$
$\delta T_{stra}$ (tropopause temperature increment for $T_{eq}$ (K))	2	10

Tabulka č. 12 - hodnoty jednotlivých parametrů, vstupující do modelu pro 3D simulaci u planet typu horké Jupitery a u planet zemského typu. Zdroj: (Menou & Rauscher 2009).

V tabulce č. 12 není uvažována členitost povrchu (pohoří, oceány), v případě vázané rotace je substelární bod na počátku souřadnic  $(\theta, \lambda) = (0, 0)$ , sklon rotační osy je nulový (rotační osa kolmo

na oběžnou rovinu,  $\varepsilon=0$ ). V 3D simulaci je použito rozlišení  $TghLgv$ , kde  $gh$  je horizontální rozlišení a  $gv$  je počet vertikálních hladin (normalizovaná vertikální souřadnice  $\sigma$  v p-systému). Spektrálních módů v zeměpisné délce je  $3gh+2$ , polovina v zeměpisné šířce, počet vertikálních módů je  $gv$ , více v článku (Menou & Rausher 2009).

U teplotního profilu atmosféry je kromě termodynamické teploty  $T[K]$  používána v meteorologii virtuální teplota  $T_v[K]$ , která je modifikována v závislosti na množství vodní páry v atmosféře. Čím je teplota vyšší, tím je možný větší obsah vodní páry v atmosféře a i rozdíl  $T_v-T$  je vyšší.  $T_v$  je vždy vyšší (nebo rovna) než  $T$ . Rozdíl je při teplotách okolo  $0^\circ C$  pár desetin stupně, při teplotách okolo  $40^\circ C$  až okolo  $4^\circ C$ . Tlak nasycených vodních par i rozptyl  $T_v-T$  roste exponenciálně s teplotou. Virtuální teplota lze spočítat

([www.ufa.cas.cz/html/meteo/slovník\\_14/VYKLAD/T\\_vyklad.htm](http://www.ufa.cas.cz/html/meteo/slovník_14/VYKLAD/T_vyklad.htm), [cims.nyu.edu/](http://cims.nyu.edu/)):

$$T_v = T \left( 1 + 0,348 \frac{p_E}{p} \right), T_v = T (1 + 0,608 \cdot \xi_{WD2} m_Q), \xi_{WD2} = \frac{1 - \xi_{WD}}{\xi_{WD}} \approx 0,608, \xi_{WD} = \frac{R_D}{R_W} \approx 0,622 \quad (29)$$

Teplota virtuální  $T_v$  určuje teplotu, při které by měl suchý vzduch stejnou hustotu a tlak jako vzduch s aktuálním obsahem vodní páry,  $p$  je tlak vzduchu,  $p_E$  je parciální tlak vodních par a  $m_Q$  je směšovací poměr.  $T$  i  $T_v$  jsou udány v  $K$ .

Potencionální teplota ([www.eumetrain.org/data/2/28/Content/theta.htm](http://www.eumetrain.org/data/2/28/Content/theta.htm)) je teplota, kterou dostaneme přenesením suchého vzduchu z tlakové hladiny  $P_1$  do tlakové hladiny  $P_2$ . Obvykle je  $P_2$  1000 hPa může být tato hodnota jiná.  $P_1$  může být např. 850 hPa. Potencionální teplotu značíme  $\theta_T [K]$ ,  $c_p$  je měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku,  $R_D$  je plynová konstanta pro suchý vzduch. Potencionální teplotu dostaneme:

$$\theta = T \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R_D}{c_p}} \quad (30)$$

$R_D/c_p = 0,286$  je Poissonova konstanta. Pokud s výškou roste potencionální teplota, je atmosféra stabilní, pokud ale  $\theta_T$  s výškou klesá (adiabatický gradient pro suchý vzduch na Zemi je  $\Gamma_{DRY} = 0,098 K/m$ , pro nasycený vzduch je adiabatický gradient nižší, závisí na teplotě  $T$  a tlaku  $p$ ), je atmosféra nestabilní.

#### 4.1 Model mělké vody (Shallow-water)

Jak již bylo řečeno, při simulaci exoplanetární cirkulace vyjdeme z modelu mělké vody. Jedná se o nejjednodušší 2D model, který vyjadřuje horizontální strukturu veličin  $(\theta, \lambda)$ , ale už není řešen vertikální profil atmosféry. Při této 2D aproximaci jsou zachycené Rossbyho vlny, gravitační vlny, Kelvinovy (rovníkové) vlny. Soustava rovnic ve 3D modelu je převedena do 2D modelu. V pohybových rovnicích se neuvažuje tření. Zdrojem pro celou tuto kapitolu (popis modelu mělké vody, kapitola 4.1) je přednáška Dr. Davida Randalla, Colorado State University, Department of atmospheric science, 2006, [kiwi.atmos.colostate.edu/group/dave/pdf/ShallowWater.pdf](http://kiwi.atmos.colostate.edu/group/dave/pdf/ShallowWater.pdf).

Pohybová rovnice ve 3D bez tření v  $z$ -systému je dána:

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} + \rho \cdot f \cdot \vec{k} \times \vec{v} + \nabla p + g \rho \cdot \vec{k} = 0 \quad (31)$$

a úplná derivace  $d/dt$ :

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\partial X}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla X \quad (32)$$

$\vec{k}$  je jednotkový vektor ve směru od povrchu (kolmý k povrchu),  $f$  je Coriolisův parametr,  $\vec{v}$  je vektor rychlosti ve 2D (vertikální rychlost nulová, jen dvousložkový vektor rychlosti),  $\vec{u}$  je vektor rychlosti ve 3D,  $g$  je tíhové zrychlení,  $p$  je tlak při povrchu,  $\Omega$  je úhlová rychlost rotace planety.

Rovnici kontinuity lze psát ve tvaru:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{u}) = 0 \quad \text{resp.} \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (33)$$

Pro zjednodušení pohybové rovnice a rovnice kontinuity zavedeme průměrný tlak a hustotu  $p_{SU}$  a  $\rho_{SU}$  a odchylku (anomálii) od průměru  $p_A, \rho_A$ .

$$p = p_{SU}(z) + p_A(x, y, z, t), \quad \rho = \rho_{SU}(z) + \rho_A(x, z, y, t) \quad (34)$$

Rovnici hydrostatické rovnováhy vyjádříme pomocí průměrných hodnot:

$$\frac{dp_{SU}}{dz} = -g \rho_{SU} \quad (35)$$

Pomocí (34,35) přepíšeme pohybovou rovnici:

$$\rho \left( \frac{d\vec{u}}{dt} + f \cdot \vec{k} \times \vec{v} \right) = -\nabla p_A - g \cdot \vec{k} \cdot \rho_A \quad (36)$$

Pokud uvážíme nestlačitelnost tekutiny, pohybová rovnice a rovnice kontinuity se zjednoduší na (37,38):

$$\rho \left( \frac{d\vec{u}}{dt} + 2 \Omega \times \vec{v} \right) = -\nabla p_A \quad (37)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (38)$$

Protože model je pouze 2D, vertikální profil se neřeší, je potřeba integrovat vertikální cirkulaci přes rozsah výšky atmosféry, zanedbat vertikální stříh větru. V aproximaci mělké vody budeme předpokládat působení tlakového gradientu na nestlačitelnou mělkou vrstvu tekutiny. Hladinu konstantního (téměř konstantního) tlaku, v případě oceánů je to vodní hladina, v případě atmosféry je to určená tlaková hladina. Přes horní tlakovou hladinu nedochází k přenosu hmoty (proudění). Horní tlakovou hladinu (aproximace horního okraje atmosféry) značíme  $h_f$ , dolní okraj okraj (povrch planety)  $h_s$  a  $h_n = h_f - h_s$  je tloušťka atmosféry (tloušťka vrstvy tekutiny, atmosféry nebo oceánu). Přes horní tlakovou hladinu (volný povrch, 0 hPa) nedochází k přenosu hmoty, výška této hladiny se mění v důsledku pohybu hmoty. Změna výšky volného povrchu/horní hladiny atmosféry/oceánu je dána (39):

$$\frac{d h_f}{d t}=w(x, y, h_f, t) \quad (39)$$

Také samozřejmě nesmí žádný pohyb jít přes dolní hranici vrstvy tekutiny (povrch planety), pohyb kapaliny musí být v souladu s topografií a zároveň dolní hladina se nesmí měnit v čase (40,41):

$$\frac{d h_s}{d t}=w_s \quad \text{resp.} \quad \frac{\partial h_s}{\partial t}+\vec{v} \cdot \nabla h_s-w_s=0 \quad (40)$$

$$w_s(x, y, h_s, t)=\vec{v} \cdot \nabla h_s \quad (41)$$

Rovnici hydrostatické rovnováhy integrujeme od libovolné tlakové/výškové hladiny do tlakové hladiny  $0 Pa$  (volného povrchu). V MMV je předpokládána konstantní hustota. Hraniční podmínka pro horní hladinu (volný povrch) je dána (42), integrace rovnice hydrostatické rovnováhy od výšky  $z$  k volnému povrchu je dána (43).

$$p(x, y, h_f, t)=p_f \quad (42)$$

$$p(x, y, z, t)-p(x, y, h_f, t)=-g \rho \cdot(h_f-z) \quad (43)$$

Z (43) dostaneme (44):

$$p=g \rho \cdot(h_f-z)+p_f \quad (44)$$

Dále bude použito rozdělení tlaku a hustoty a průměr a anomálii (odchylku od normálu) (45,46,47):

$$p=-g \rho z+p_A(x, y, z, t) \quad (45)$$

$$p_A=g \rho h_f+p_f \quad (46)$$

$$\nabla p_A=g \rho_{su} \cdot \nabla h_f \quad (47)$$

V systému divergence-vorticity lze zapsat pohybové rovnice (48):

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}+(\zeta+f) \cdot \vec{k} \times \vec{v}=-\nabla(g h_f+K) \quad (48)$$

$$K=\frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{2} \quad (49)$$

$$\zeta=\vec{k} \cdot(\nabla \times \vec{v}) \quad (50)$$

$K$  je kinetická energie na jednotku hmotnosti daná podle (49),  $\zeta$  je relativní vorticity, daná (50). Horizontální složka rychlosti nezávisí na  $z$ , rovnici kontinuity  $\nabla \cdot \vec{u}=0$  integrujeme od  $z=h_s$  do  $z=h_f$ , z důvodu nezávislosti na  $z$  je integrace jednodušší, použijeme horizontální divergenci  $\nabla \cdot \vec{v}$ , dostaneme upravenou rovnici kontinuity (51):

$$w(x, y, h_f, t)-w_s(x, y, h_s, t)=-\left(h_f-h_s\right) \cdot \nabla \cdot \vec{v} \quad (51)$$

Dále upravíme (51) a dostaneme (52):

$$\frac{\partial(h_f - h_s)}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{v}(h_f - h_s)] = 0 \quad (52)$$

Tloušťka vrstvy tekutiny (atmosféry/oceánu) je dána  $h_h = h_f - h_s$  a odtud dostaneme výslednou rovnici kontinuity pro aproximaci mělké vody (53):

$$\frac{\partial h_h}{\partial t} + \nabla \cdot (h_h \cdot \vec{v}) = 0 \quad (53)$$

Kromě relativní vorticity se také používá absolutní vorticity  $\eta$ , která je součtem relativní vorticity  $\zeta$  a planetární vorticity (Coriolisova parametru)  $f$ .

$$\eta = \zeta + f \quad (54)$$

Použitím  $\vec{k} \cdot \nabla \times (48)$  upravíme rovnici (48):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\nabla \cdot (\eta \cdot \vec{v}) \quad (55)$$

Rovnice (55) je výsledná rovnice vorticity v aproximaci mělké vody.

Časová derivace Coriolisova parametru  $f$  je nulová a proto tento člen vypadne, zbývá jen časová derivace relativní vorticity  $\zeta$ .

V divergenčním toku není obsažena planetární rotace. Divergence  $\delta$  je dána:

$$\delta = \nabla \cdot \vec{v} \quad (56)$$

Rovnici divergence dostaneme z pohybové rovnice:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) \quad (57)$$

Rovnici divergence (57) dále upravujeme:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \vec{k} \cdot \nabla \times (\eta \cdot \vec{v}) - \nabla^2 (gh_f + K) \quad (58)$$

## 4.2 Řešení rovnic u planet s vázanou rotací (horké Jupitery, Super-Země), super-rotace a vznik ekvatoriálního jetu, srovnání s 3D modely.

V aproximaci mělké vody s forcingem řešíme 3 rovnice – pro složky rychlosti  $u$  a  $v$  a také pro potenciál (Adam Showman, konference ExoClimes 2010, [www.astro.ex.ac.uk/exoclimes/2010/talks/Showman\\_exoclimes10.pdf](http://www.astro.ex.ac.uk/exoclimes/2010/talks/Showman_exoclimes10.pdf)):

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + g \cdot \nabla h + f \vec{k} \times \vec{v} = -\alpha_D \vec{v} - \vec{v} \cdot \frac{Q_h}{h} \vec{R} \quad (59)$$

$$\frac{\partial h_h}{\partial t} + \nabla \cdot (h \cdot \vec{v}) = \gamma [h_{SU}(x, y) - h] \equiv Q_h \quad (60)$$

Rovnice (59,60) představují rovnice mělké vody s forcingem, po úpravě (Showman & Polvani 2011):

Úprava rovnice (59):

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + g \nabla h + f \vec{k} \times \vec{v} = \vec{R} - \frac{\vec{v}}{\tau_{drag}} \quad (61)$$

Rovnici (60) upravíme:

$$\frac{\partial h_h}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} h) = \frac{h_{SU}(\lambda, \theta) - h}{\tau_{rad}} = Q_h \quad (62)$$

Atmosférické 3D modely a jejich použití zejména pro horké Jupitery jsou popsány v článcích (Showman & Polvani 2011, Showman & Polvani 2010, Holton 2004, Andrews et al. 1987, Perna et al. 2010, Li & Goodman 2010, Lindzen 1981, Watkins & Cho 2010, Shell & Held 2004). Vektor rychlosti v 3D značíme  $\vec{u}$ , se složkami  $(u, v, w)$ , v aproximaci mělké vody používáme 2D horizontální rychlost  $\vec{v}$  se složkami  $(u, v)$ . Použity jsou souřadnice  $(\theta, \lambda)$ , kde  $\theta$  je zeměpisná šířka a  $\lambda$  je zeměpisná délka.  $\alpha_D$  je koeficient odporu. Čas značíme  $t$ , teplotu  $T$ ,  $\vec{k}$  je jednotkový vektor kolmý k povrchu, normála k povrchu,  $f=2\Omega \sin(\theta)$  je Coriolisův parametr,  $g$  je tíhové zrychlení (často se uvažuje konstantní tíhové zrychlení pro celou planetu),  $h_s$  je výška povrchu (často neznáme orografii a konstantní výšku povrchu uvažujeme  $h_s=0$ ), nebo výška dolní tlakové hladiny,  $h_f$  je výška volné/horní hladiny,  $h_h$  je tloušťka atmosféry,  $h_{SU}$  je rovnovážná výška atmosféry. Pokud není uvažována proměnlivá výška povrchu, platí  $h_h = h$ . Disipace kinetické energie a tření je parametrizována pomocí disipační časové škály  $\tau_{drag}$ . Veličina  $\vec{R}$  vyjadřuje přenos momentu hybnosti z nižších vrstev do vyšších (angular momentum advection), závisí na zeměpisné poloze a čase  $\vec{R}(\theta, \lambda, t)$ . S poklesem hodnoty  $Q$  ubývá hmoty v horních vrstvách, kinetická energie není ze zdola přednášena, tedy  $\vec{R}=0$ . Pokud  $Q > 0$ , dostává se vzduch z dolních vrstev nahoru a přenášen je i specifický úhlový moment, v horních vrstvách specifický úhlový moment a zonální rychlost větru stoupá.  $\vec{R}(\theta, \lambda, t)$  je definován (Showman & Polvani 2011):

$$Q \geq 0 \rightarrow \vec{R}(\theta, \lambda, t) = \frac{-Q \vec{v}}{h_h}, \quad Q < 0 \rightarrow \vec{R}(\theta, \lambda, t) = 0 \quad (63)$$

Tepelný forcing je popsán v článku (Showman & Polvani 2011).  $Q$  je vyjadřuje tepelnou energii atmosféry, na které závisí i tloušťka vrstvy  $h_h = h_f - h_s$  (čím vyšší  $Q$ , tím vyšší  $h_h$  resp.  $h_f$ ). Změny hodnoty  $Q$  jsou dány přítokem energie (záření hvězdy) a vyzařováním planety, změny kinetické



energie/momentu hybnosti jsou dány změnami tepla  $Q$  (thermal forcing) a disipací. Proudění je ovlivněno Coriolisovou silou  $\vec{F}_C = f \vec{k} \times \vec{v}$ , která závisí na zeměpisné šířce  $\theta$ , rychlosti rotace a rychlosti i směru proudění. Tíhové zrychlení  $g$  je redukováné – vynásobené rozdílem hustoty mezi 2 vrstvami. Rozdíl hustot se dá jednoduše spočítat u 3D modelu, u mělké vody je předpokládána konstantní hustota v celém výškovém rozsahu. Proto se někdy používá místo rozdíl hustot změna potenciální teploty  $\theta_T$  s výškou.

Za předpoklad  $Q > 0$  a nulové rychlosti větru při povrchu bude veličina  $\vec{R}$  (63) záviset na celkové hodnotě  $\vec{v} h_h$  (integrálu). Velikost  $\vec{R}$  na celkovém momentu hybnosti, další volné parametry nejsou.

Pro jiné vyjádření pohybové rovnice (65) zavedeme Heavisidovu krokovou funkci  $HD(h_{SU} - h_h)$  (Showman & Polvani 2011):

$$HD(h_{SU} - h_h) = 1 \Leftrightarrow h_{SU} - h > 0; \quad HD(h_{SU} - h_h) = 0 \Leftrightarrow h_{SU} - h \leq 0 \quad (64)$$

Pohybovou rovnici (61) upravíme na (65) (Showman & Polvani 2011):

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + g \nabla h_h + f \vec{k} \times \vec{v} = -\vec{v} \left[ \frac{1}{\tau_{drag}} + \frac{1}{\tau_{rad}} \left( \frac{h_{SU} - h_h}{h_h} \right) HD(h_{SU} - h_h) \right] \quad (65)$$

Pravá strana rovnice (65) je ekvivalentní s disipací kinetické energie (časová škála  $\tau_{drag}$ ), výraz v hranatých závorkách vyjadřuje intenzitu efektivní disipace, nezávisící na čase. U planet s vázanou rotací jsou velké rozdíly mezi denní a noční stranou. Zatímco na denní straně převažuje disipace kinetické energie ( $\tau_{drag} \gg \tau_{rad}$ ), na noční straně silně převažuje disipace energie pomocí tepelného vyzařování ( $\tau_{drag} \ll \tau_{rad}$ ). U planet s hustou atmosférou a vázanou rotací (horké Jupitery) je v závislosti na zeměpisné poloze velký rozdíl v tloušťce atmosféry i rozdílu vůči rovnovážnému stavu. Forcingem charakterizovaným pomocí charakteristických časů disipace se zabývá (Showman & Polvani 2011).

U horkých Jupiterů se očekává (Showman & Polvani 2011):

$$\frac{h_{SU} - h_h}{h} \sim 0,01 - 1 \quad (66)$$

Pokud (70) je řádově 0,01, platí ( $\tau_{drag} \ll \tau_{rad}$ ), pokud se naopak blíží k 1, platí ( $\tau_{drag} \gg \tau_{rad}$ ).

Pro model mělké vody řešíme soustavu 2 parciálních diferenciálních rovnic s forcingem (62,65), rovnice jsou ve 2D a obsahují horizontální složku vektoru rychlosti  $(u, v)$ , po rozepsání do složek dostaneme celkem 3 rovnice (2 pohybové a rovnici kontinuity). I když se zanedbává viskozita a stlačitelnost, rovnice jsou nelineární a není možné analytické řešení. V numerické matematice je možné rovnice linearizovat nebo řešit nelineární soustavu. U nelineárních PDR na rozdíl od lineárních dochází k exponenciálnímu růstu malých chyb ale řešení zůstává v určité oblasti, pokud nevybočíme z intervalu stability.

Podle (Thuburn & Lagneau 1999) lze v lineárním přiblížení zonální zrychlení vyjádřit:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \overline{v^*} \left[ f - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] - \frac{1}{\bar{h}} \frac{\partial}{\partial y} [(\overline{h v'})' u'] + \left[ \frac{1}{\bar{h}} \overline{u' Q'} + \overline{R_u^*} \right] - \frac{\bar{u}^*}{\tau_{drag}} - \frac{1}{\bar{h}} \frac{\partial (\overline{h' u'})}{\partial t} \quad (67)$$

Rovnice (67) je pohybová rovnice v Eulerově tvaru pro zachování hybnosti (Transformed Eulerian

Mean momentum equation TEM) v lineárním přiblížení.  $\overline{X^*} = \overline{hX}/\overline{h}$  je zonální průměr libovolné veličiny  $X$ , vážená tloušťkou atmosféry  $h$  (resp.  $h_i$ ),  $a$  je poloměr planety.  $R_u$  je zonální komponenta vektoru  $\vec{R}$ , platí  $R_u = Q_w/h$  pokud  $Q > 0$  a  $R_u = 0$  pokud  $Q \leq 0$ .

Tloušťka atmosféry v nelineárním případě je odhadnuta (Showman & Polvani 2011):

$$h_{SU} = h_{REF} + h_A \cos(\lambda) \cos(\phi) \quad (68)$$

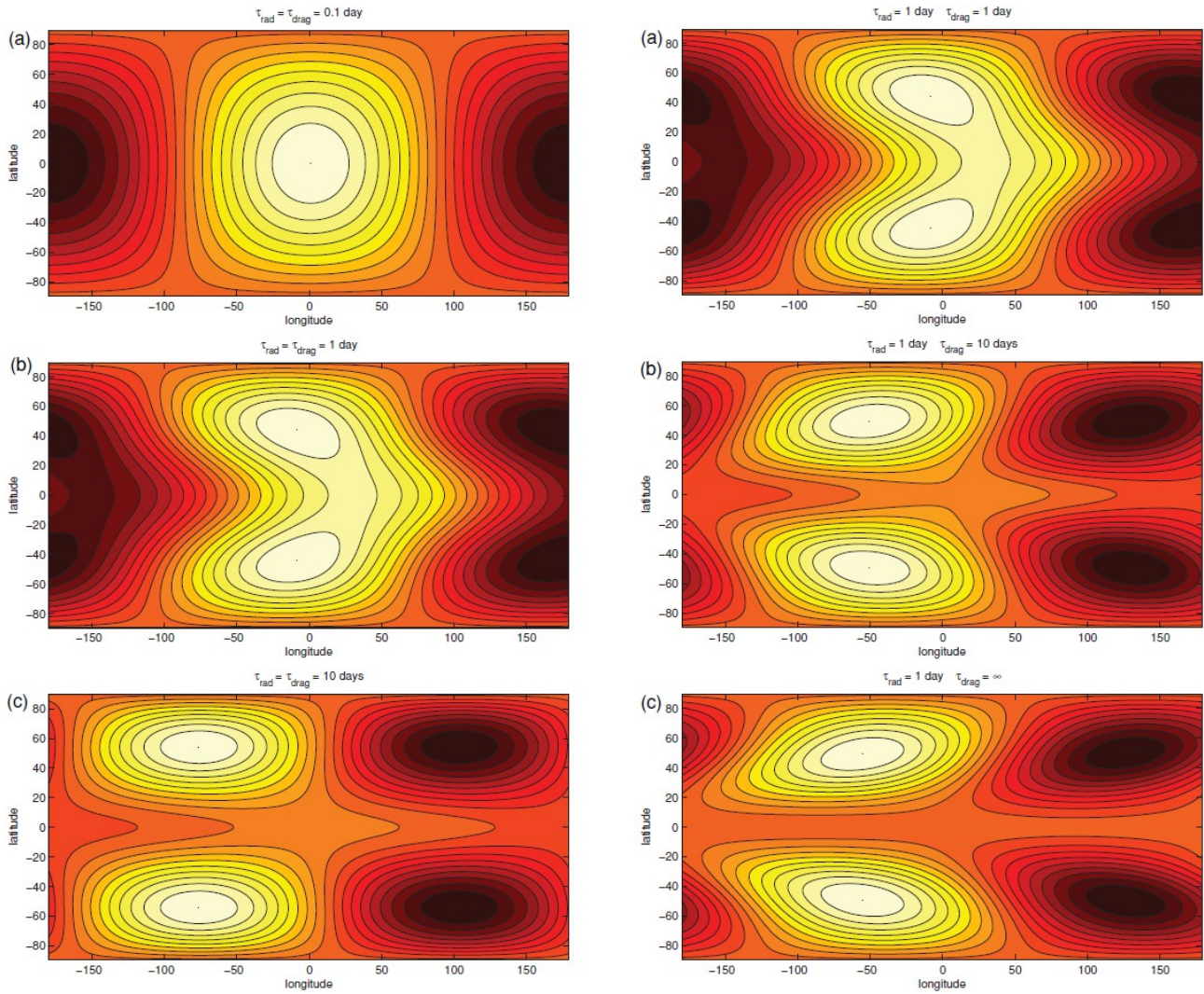
Přičemž  $h_A$  je rozdíl tloušťky atmosféry na denní a noční straně, substelární bod je na souřadnicích  $(\theta, \lambda) = (0, 0)$ , antistelární bod  $(\theta, \lambda) = (0, 180)$ .

Zonální zrychlení v nelineární aproximaci lze vyjádřit poměrně komplikovaným vztahem (69) (Thuburn & Lagneau 1999, Showman & Polvani 2011):

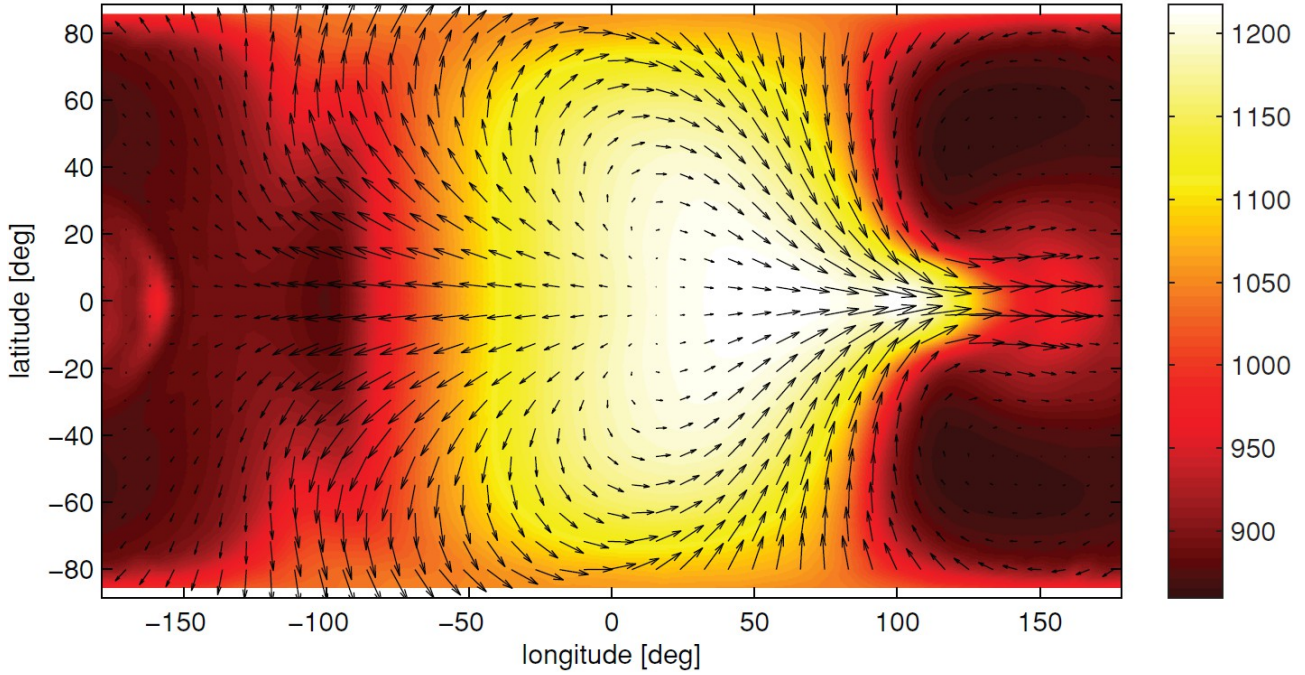
$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \bar{v}^* \left[ f - \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial (\bar{u} \cos \theta)}{\partial \theta} \right] - \frac{1}{\bar{h} a \cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} [(\overline{h v})' u' \cos^2 \theta] + \left[ \frac{u' Q'}{\bar{h}} + \bar{R}_u^* \right] - \frac{\bar{u}^*}{\tau_{drag}} - \frac{1}{\bar{h}} \frac{\partial (\overline{h' u'})}{\partial t} \quad (69)$$

Rovnice (69) je pohybová rovnice v Eulerově tvaru pro zachování hybnosti (Transformed Eulerian Mean momentum equation TEM). Silný ekvatoriální jet vzniká pokud je zrychlení dostatečně silné aby byla vyrovnána síla odporu prostředí vs. východní zrychlení na rovníku. Pokud rovníkový jet není, vytváří se poměrně silné turbulentní proudy.  $R_u$  je zonální komponenta  $\vec{R}$ , platí  $R_u = Q_w/h$  pokud  $Q > 0$  a  $R_u = 0$  pokud  $Q \leq 0$ .

V článku (Showman & Polvani 2011) je také uvedeno, jaké přibližné vstupní hodnoty jsou v modelech uvedeny a také jaké hodnoty lze přibližně očekávat ve výsledcích. Hodnoty pro Jupiter ve Sluneční soustavě:  $g = 20 \text{ ms}^{-2}$  (ve skutečnosti gravitační zrychlení na rovníku  $24,79 \text{ ms}^{-2}$  (na pólech  $28,35 \text{ ms}^{-2}$ ) a tíhové zrychlení na rovníku  $22,54 \text{ ms}^{-2}$ , rozdíl  $2,25 \text{ ms}^{-2}$ ),  $h_{REF} = 200 \text{ km}$ , to by znamenalo rychlosti okolo  $2 \text{ km/s}$ . Planetární parametry v případě horkého Jupiteru HD 189733b jsou:  $g h_{REF} = 4.10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ,  $g = 20 \text{ ms}^{-2}$ ,  $h_{REF} = 200 \text{ km}$ ,  $a = 8,2.10^7 \text{ m}$ ,  $\Omega = 3,2.10^{-5} \text{ rad/s}$ . To odpovídá poloměru  $1,15 R_J$  a oběžné i rotační periodě  $2,3 \text{ pozemských dní}$ . Pro Zemi s vázanou rotací, obíhající okolo hvězdy typu M (vázaná rotace pro Zemi s teplotou okolo  $250-285 \text{ K}$  by nastala pro hvězdu typu M již přibližně za  $0,5-2 \text{ GYr}$ , pro hvězdu typu K řádově  $2-10 \text{ GYr}$ , pro hvězdu typu G jako Slunce  $10-100 \text{ GYr}$  řádově) je  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ ,  $h = 10 \text{ km}$ ,  $\tau_{rad} = 10 \text{ dní}$  ( $1-100 \text{ dní}$ ), ve skutečnosti pro Zemi  $h_{REF} = 7,9-8 \text{ km}$ ,  $g = 9,83-9,78 \text{ ms}^{-2}$ . S těmito parametry u Země s vázanou rotací vychází nedimenzionální rychlost  $0,02-0,1$ , po převedení jednotek vyjde rychlost několik  $\text{m/s}$ . Podobné hodnoty dávají i plně nelineární 3D modely pro Zemi s vázanou rotací i pro horké Jupitery. Dále popsání modely Země s vázanou rotací - (Joshi et al. 1997, Heng & Vogt 2010, Merlis & Schneider 2010), horké Jupitery s vázanou rotací 3D model - (Showman & Guillot 2002, Cooper & Showman 2005, Showman et al. 2008, Showman et al. 2009, Dobbs-Dixon & Lin 2008, Dobbs-Dixon et al. 2010, Menou & Rauscher 2009, Rauscher & Menou 2010, Thrastarson & Cho 2010, cseligman.com/text/sky/rotationvsday.htm, nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/).



Obr. č. 10 - Tloušťka atmosféry vyjádřená pomocí geopotenciálu  $\Phi=gh$  v ustáleném stavu (steady state) u planety s vázanou rotací. Čím je barva světlejší, tím je tloušťka atmosféry  $h$  resp.  $h_h$  větší. Levé tři grafy jsou pro radiální časovou škálu  $\tau_{rad}$  stejnou jako disipační/odporovou časovou škálu, zvoleny byly hodnoty  $\tau_{drag} = 0, 1, 1, 10$  pozemských dní. Forcing (změny tloušťky atmosféry) je zde malý –  $h_A/h_{REF}=0,01$  a proto jsou výsledky podobné lineárnímu přiblížení. Rozdíl mezi lokálním  $h_{SU}$  a celoplanetárním normálem  $h_{REF}$  tloušťky je  $h_A = h_{SU} - h_{REF}$ . V třech pravých grafech je ve všech případech  $\tau_{rad} = 1$  pozemský den, měněna byla disipační/odporová časová škála  $\tau_{drag} = 1, 10$  a nekonečno pozemských dní. I v pravé části je forcing/změna tloušťky atmosféry (lokální vs. celoplanetární průměr) malý:  $h_A/h_{REF}=0,01$ . Zdroj: (Showman & Polvani 2011).



Obr. č. 11 - 3D model exoplanety HD 189733b ve fázi „Spin Up“, uvažována byla sluneční metalicita  $Z = 0,02$ . Barevná škála značí teplotu v kelvinech, šipky značí směr a rychlost větru. Jedná se o hladinu 30 mbar, tedy 30 hPa - v oblasti „fotosféry“ planety vyzařující převážně v IR. Forcing generovaný rozdílem mezi dnem a nocí generuje globální vlnu, délka dne i roku je jeden pozemský den (vázaná rotace). Zdroj: (Showman et al. 2009).

### 4.3 Rovnice mělké vody na rotující sféře - souhrn

#### Lagrangeovský tvar (advective form):

V této kapitole je podán souhrn rovnic MMV, které se používají pro výpočet na sféře a bude z nich dále vycházeno. Nejprve vyjdeme z rovnic v kartézských souřadnicích (Jakob-Chien et al. 1994):

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -f\vec{k} \times \vec{v} - g\nabla h_F \quad (70)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (71)$$

Kde derivace  $d/dt$  je dána:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\partial X}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)X \quad (72)$$

Sférické souřadnice (Jakob-Chien et al. 1994):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla u - \left( f + \frac{u \tan \theta}{a} \right) v + \frac{g}{a \cos \theta} \frac{\partial h_F}{\partial \lambda} = 0 \quad (73)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla v + \left( f + \frac{u \tan \theta}{a} \right) u + \frac{g}{a} \frac{\partial h_F}{\partial \theta} = 0 \quad (74)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{h}{a \cos \theta} \left( \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \theta)}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (75)$$

Horizontální divergence ve sférických souřadnicích (Jakob-Chien et al. 1994) je:

$$\nabla \cdot \vec{v} = \frac{1}{a \cos \theta} \left[ \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \theta)}{\partial \theta} \right] \quad (76)$$

a vorticity ve sférických souřadnicích (Jakob-Chien et al. 1994):

$$\xi = \vec{k} \cdot (\nabla \times \vec{v}) = \frac{1}{a \cos \theta} \left[ \frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{\partial (u \cos \theta)}{\partial \theta} \right] \quad (77)$$

Pro rovnice divergence a vorticity v kartézských souřadnicích (Jakob-Chien et al. 1994) platí:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\nabla \cdot (\xi + f) \vec{v} = -\nabla \cdot \eta \vec{v} \quad (78)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \vec{k} \cdot \nabla \times \vec{v} - \nabla^2 \left( gh_F + \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{2} \right) = \vec{k} \cdot \nabla \times \vec{v} - \nabla^2 (\Phi + K) \quad (79)$$

Tyto rovnice ve sférických souřadnicích mají tvar (Jakob-Chien et al. 1994):

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\frac{1}{a \cos \theta} \left( \frac{\partial (\eta u)}{\partial \lambda} + \frac{\partial (\eta v \cos \theta)}{\partial \theta} \right) \quad (80)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{1}{a \cos \theta} \left( \frac{\partial (\eta v)}{\partial \lambda} - \frac{\partial (\eta u \cos \theta)}{\partial \theta} \right) - \nabla^2 (\Phi + K) \quad (81)$$

Laplaceův operátor ve sférických souřadnicích (horizontální složka) (Jakob-Chien et al. 1994):

$$\nabla_{\theta, \lambda, 2D}^2 X = \frac{1}{a^2 \cos^2 \theta} \frac{\partial^2 X}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{a^2 \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \cos \theta \frac{\partial X}{\partial \theta} \right) \quad (82)$$

### Rovnice mělké vody s forcingem:

Rovnice v zeměpisných souřadnicích s forcingem pomocí Heavisovy funkce HD (Jakob-Chien et al. 1994, Showman & Polvani 2011):

$$HD(h_{SU} - h) = 1 \Leftrightarrow h_{SU} - h > 0; \quad HD(h_{SU} - h) = 0 \Leftrightarrow h_{SU} - h \leq 0 \quad (83)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla u - \left( f + \frac{u \tan \theta}{a} \right) v + \frac{g}{a \cos \theta} \frac{\partial h_F}{\partial \lambda} = -u \left[ \frac{1}{\tau_{drag}} + \frac{1}{\tau_{rad}} \left( \frac{h_{SU} - h}{h} \right) HD(h_{SU} - h) \right] \quad (84)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla v + \left( f + \frac{u \tan \theta}{a} \right) u + \frac{g}{a} \frac{\partial h_F}{\partial \theta} = -v \left[ \frac{1}{\tau_{drag}} + \frac{1}{\tau_{rad}} \left( \frac{h_{SU} - h}{h} \right) HD(h_{SU} - h) \right] \quad (85)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{h}{a \cos \theta} \left( \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \theta)}{\partial \theta} \right) = Q \quad (86)$$

Rovnice v zeměpisných souřadnicích s forcingem pomocí vektoru  $\vec{R}$  (Jakob-Chien et al. 1994, Showman & Polvani 2011).

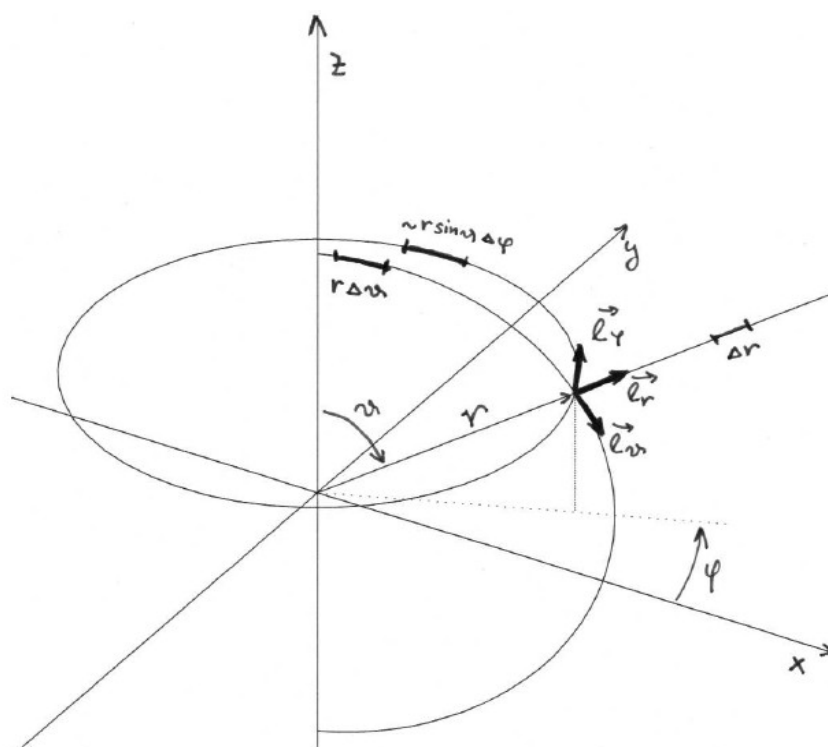
$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla u - \left( f + \frac{u \tan \theta}{a} \right) v + \frac{g}{a \cos \theta} \frac{\partial h_F}{\partial \lambda} = R_u - \frac{u}{\tau_{drag}} \quad (87)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla v + \left( f + \frac{u \tan \theta}{a} \right) u + \frac{g}{a} \frac{\partial h_F}{\partial \theta} = R_v - \frac{v}{\tau_{drag}} \quad (88)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{h}{a \cos \theta} \left( \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \theta)}{\partial \theta} \right) = Q \quad (89)$$

$$Q \geq 0 \rightarrow \vec{R}(\lambda, \theta, t) = \frac{-Q \vec{v}}{h}, \quad Q < 0 \rightarrow \vec{R}(\lambda, \theta, t) = 0 \quad (90)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = \frac{1}{a \cos \theta} \left[ \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \theta)}{\partial \theta} \right] \quad (91)$$



Obr. č. 12 - klasické sférické souřadnice  $(r; \theta_{SF}; \varphi)$  podle přednášky klasická elektrodynamika, část I. Elektrostatika, [utf.mff.cuni.cz/~ledvinka/PrElektrodynamika/elstat-v0.81.pdf](http://utf.mff.cuni.cz/~ledvinka/PrElektrodynamika/elstat-v0.81.pdf)

V klasických sférických souřadnicích  $(\theta_{SF}; \varphi)$  na obr. č. 12 je souřadnice  $\theta_{SF}$  brána od shora dolů, význam zeměpisné šířky/deklinace, rozsah  $\langle 0; \pi \rangle$  a souřadnice  $\varphi$  má význam zeměpisné délky/rektascenze, nabývá hodnot  $\langle 0; 2\pi \rangle$ . V souřadnicích, které se používají v modelech (zeměpisné souřadnice  $(\theta; \lambda)$ ), má  $\theta$  význam zeměpisné šířky, rozsah je  $\langle -\pi/2; \pi/2 \rangle$  s nulovou hodnotou na rovníku. Souřadnice mající význam zeměpisné délky  $\lambda$  nabývá hodnot  $\langle 0; 2\pi \rangle$ .

Stejně tak astronomii se používá deklinace  $DEC$  s nulovou hodnotou na rovníku a rozsahem  $\langle -\pi/2; \pi/2 \rangle$ , deklinace má význam zeměpisné šířky/polohy na obloze a rektascenze  $RA$  má význam zeměpisné délky/polohy na obloze s rozsahem  $\langle 0; 2\pi \rangle$ . Lamerův koeficient  $h_\varphi$  je v klasicích sférických souřadnicích roven  $r \sin(\theta)$ , ale v zeměpisných resp. astronomických souřadnicích  $r \cos(\theta)$ .

$x = r \sin \theta \cos \phi$	$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	$r \in \langle 0, \infty \rangle$
$y = r \sin \theta \sin \phi$	$\theta = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$	$\theta \in \langle 0, \pi \rangle$
$z = r \cos \theta$	$\phi = \arg(x + iy)$	$\phi \in \langle 0, 2\pi \rangle$
$d\vec{l} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial r} dr + \frac{\partial \vec{x}}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial \vec{x}}{\partial \phi} d\phi = dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta + r \sin \theta d\phi \vec{e}_\phi$		
$dl^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$		
$h_r = 1$	$\vec{e}_r = [\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta]$	
$h_\theta = r$	$\vec{e}_\theta = [\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta]$	
$h_\phi = r \sin \theta$	$\vec{e}_\phi = [-\sin \phi, \cos \phi, 0]$	
$\text{grad } \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \vec{e}_\phi$		
$\text{div } \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 E_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta E_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} E_\phi$		
$\Delta \Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r \Phi) + \frac{1}{r^2} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \Phi) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \Phi \right]$		

Tabulka č. 13 – klasické sférické souřadnice  $(r; \theta_{SF}; \varphi)$ , transformace z kartézských souřadnic  $(x; y; z)$  a zpětná transformace do kartézských souřadnic,  $h_x$  jsou Laméovy koeficienty, které upravují vyjádření diferenciálních operátorů,  $\vec{e}$  jsou jednotkové bázové vektory,  $d\vec{l}$  je diferenciální posunutí. Pozor – souřadnice  $\theta$  v tabulce je ztotožněná s klasickými sférickými souřadnicemi, tedy má význam  $\theta_{SF}$ . V dolním řádku jsou vztahy pro diferenciální operátory ve sférických souřadnicích. V případě zeměpisných souřadnic, využívaných v modelech vlivem posunutí o  $\pi/2$  dojde k záměně funkcí  $\sin(\theta_{SF})$  a  $\cos(\theta)$ . Zdroj: přednáška klasická elektrodynamika, část I. Elektrostatika, [utf.mff.cuni.cz/~ledvinka/PrElektrodynamika/elstat-v0.81.pdf](http://utf.mff.cuni.cz/~ledvinka/PrElektrodynamika/elstat-v0.81.pdf)

#### 4.4. Forcing na základě energetického příkonu ze Slunce a energetická bilance

V kapitole (4.4.) je popsána energetická bilance, která řídí vývoj modelu MMV společně s numerickou viskozitou. Na základě parametrů planety a hvězdy, nebeské mechaniky, pohybu Slunce na obloze, insolace a tepelného vyzařování je potřeba stanovit radiační bilanci planety (jiný způsob energetické bilance není). Tato kapitola je vytvořena vlastní prací (proto není uveden zdroj) a je součástí vytvořeného modelu MMV. Zdroj tepla – veličina  $Q$  v rovnici kontinuity závisí na insolaci povrchu a teplotním vyzařování povrchu. Obecně je vyzařování ovlivněno propustností atmosféry, oblačností a charakteristikou povrchu. Insolace závisí na výšce Slunce nad obzorem  $\alpha_Z$  resp. zenitovém úhlu  $\theta_Z$  (úhlová vzdálenost od zenitu) a solární intenzitě  $S_{0E}$ . Platí  $\sin(\alpha_Z) = \cos(\theta_Z) = K_Z$ . Pokud  $K_Z < 0$ , je Slunce pod obzorem a insolace je nulová.  $K_Z$  závisí na zeměpisné šířce  $\theta$ , deklinace Slunce  $DEC$  a hodinovém úhlu  $\omega_Z$ . Hodinový úhel se počítá od zenitu ve směru pohybu Slunce na východ, v zenitu je  $\omega_Z = 0$ . Pokud má planeta vázanou rotaci, hodinový úhel Slunce je konstantní v čase, mění se v zeměpisné šířce, v substelárním době je  $\omega_Z = 0$ . Deklinace místního Slunce  $DEC$  se v průběhu roku mění v závislosti na sklonu rotační osy  $\varepsilon_Z$ . Pro Zemi je  $\varepsilon_Z = 23,45^\circ$ , deklinace Slunce se mění v rozmezí  $DEC = \langle -\varepsilon_Z; +\varepsilon_Z \rangle$ , v době slunovratu dosahuje  $+\varepsilon_Z$  nebo  $-\varepsilon_Z$ , v době rovnodennosti je deklinace Slunce nulová. Zeměpisná šířka substelárního bodu je rovna deklinaci „Slunce“  $DEC$ . Pokud se u planet s vázanou rotací i sklon rotační osy blíží  $0^\circ$  a tak se v průběhu roku deklinace místního Slunce nemění. Excentricita u planet s vázanou rotací (většinou malá) také způsobuje malé změny polohy „Slunce“ na obloze (změna zeměpisné délky substelárního bodu), protože úhlová rychlost oběhu v průběhu roku kolísá na rozdíl od úhlové rychlosti rotace. Pro úplnou neměnnost polohy substelárního bodu a polohy Slunce na obloze musí platit:  $\varepsilon_Z = 0$  a zároveň  $e = 0$  současně s vázanou rotací (rezonance  $1:1$ ). Insolaci lze spočítat:

$$S_{IE} = S_{0E} \cdot K_Z, \quad K_Z = \sin \theta \sin(DEC) + \cos \theta \cos(DEC) \cos \omega_Z, \quad (92A)$$

$$K_Z \leq 0 \Rightarrow S_E = 0, \quad J = S_{IE} \cdot (1 - a_p) - \varepsilon_M \sigma_{ST} T^4 \quad (92B)$$

Kde  $K_Z$  je člen související s polohou Slunce na obloze,  $K_Z = \langle -1; 1 \rangle$ ,  $S_0$  je intenzita toku záření z hvězdy, která se v průběhu roku mění v závislosti na excentricitě,  $S_E$  je insolace,  $\theta$  je zeměpisná šířka,  $DEC$  je deklinace místního Slunce,  $\omega_Z$  je hodinový úhel,  $\varepsilon_M = \langle 0; 1 \rangle$  je emisivita, většinou je v rozmezí 0,9 až 1,  $\sigma_{ST}$  je Steffan-Boltzmanova konstanta,  $a_p$  je albedo povrchu,  $e$  je excentricita dráhy,  $J$  je výsledná radiační bilance. Výpočet radiační bilance (92) je možné upravit zavedením propustnosti atmosféry  $O_p$  (v záření IR a VIS).

Insolace závisí na solární intenzitě, propustnosti atmosféry, největší vliv má většinou výška místního Slunce nad obzorem  $\arcsin(K_Z)$ . Radiační bilance dále závisí na albedu, emisivitě tepelného vyzařování, propustnosti atmosféry pro tepelné vyzařování a zpětné záření atmosféry. Albedo, emisivita a propustnost atmosféry jsou dané parametry, které se u jednoduchého modelu v čase nemění a je brána jedna hodnota pro celou planetu. V MMV navíc je brána jedna vrstva atmosféry a tak není uvažována propustnost pro krátkovlnné a dlouhovlnné záření, pouze albedo a emisivita. Výška Slunce nad obzorem  $\arcsin(K_Z)$  závisí na zeměpisné šířce a délce (parametry pro daný bod dané), hodinovém úhlu (závisí na synodické délce dne), a také na deklinaci místního Slunce, jež se v průběhu roku obvykle mění. Z astronomických parametrů spočteme deklinaci místního Slunce podle (93):

$$DEC = \varepsilon \cdot \sin(E_Z - E_Q) \quad (93)$$

Ze zmiňovaných hodnot je spočítán důležitý parametr  $K_Z$ . Další, co je potřeba spočítat, je solární intenzita (insolace za předpokladu propustnosti atmosféry 1 v substelárním bodě). Solární intenzita



místního Slunce závisí na teplotě hvězdy, poloměru hvězdy a vzdálenosti planety od hvězdy. Pokud je vzdálenost od hvězdy rovna hlavní poloose, jedná se o „Solární konstantu místního Slunce“. Excentricita je většinou nezanedbatelná a tak se v průběhu roku mění solární intenzita místního Slunce. Solární intenzitu  $S_{0E}$  tedy spočteme:

$$S_{0E} = \frac{\sigma_{ST} T_{ST}^4 \cdot R_S^2}{A_N^2} \quad (94)$$

Svítivost místního Slunce se navíc může měnit periodicky i neperiodicky, spousta hvězd je proměnných (mění se svítivost, teplota povrchu i poloměr), to ale v této práci uvažováno nebude. U Slunce jsou tyto změny v 11-letém cyklu okolo 0,2% (krátkodobě až 0,5%). Aktuální vzdálenost od hvězdy  $A_N$  je většinou proměnná v průběhu roku, závisí na excentricitě  $e$  a hlavní poloose  $A$ . Excentricita je v rozmezí  $<0;1$ ). Pokud je excentricita větší nebo rovna 1, nebude dráha uzavřená eliptická. Aktuální vzdálenost od hvězdy spočteme (není uvažována malá změna polohy hvězdy v důsledku oběhu planety):

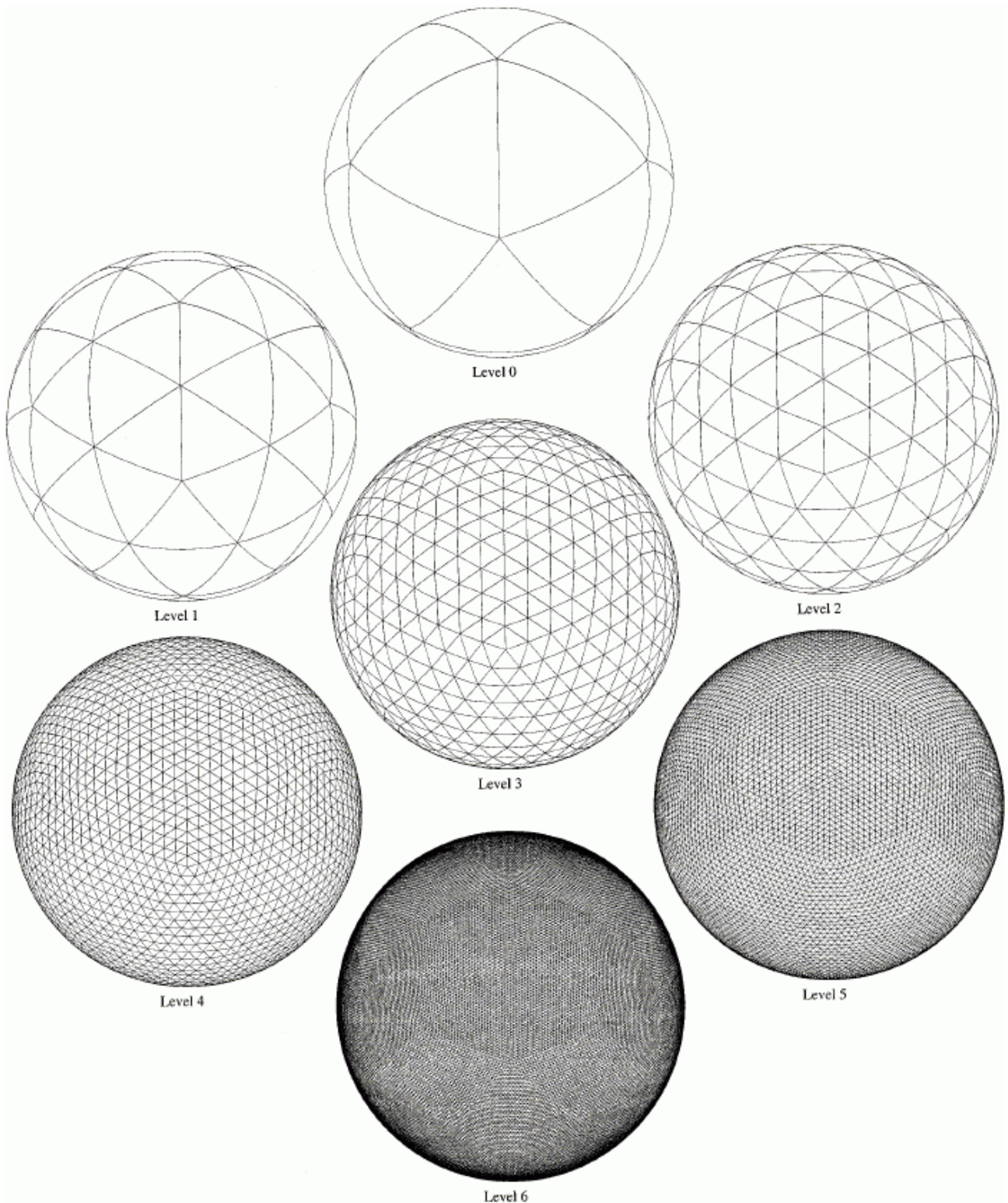
$$A_N = \frac{A \cdot (1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos(E_Z)} \quad (95)$$

$A_N$  je vzdálenost od hvězdy (aktuální),  $A$  je hlavní poloosa,  $E_Z$  je úhel oběhu ( $E_Z=0$  v periastru, pokud by  $E_Z=0$  bylo při vzdálenosti rovné hlavní poloose  $A$ , změní se  $\sin(E_Z)$  na  $\cos(E_Z)$ ),  $E_Q$  je orbitální úhel v době rovnodennosti (před létem na severní polokouli),  $S_{0E}$  je „solární“ intenzita (není to konstanta), je sklon rotační osy,  $DEC$  je deklinace místního Slunce.

## 5. Síť na povrchu sféry - diskretizace

V případě numerického řešení rovnic na sféře je problém s diskretizací v jakémkoliv z klasických sférických souřadných systémů  $(r; \theta_{SF}; \varphi)$ ,  $(r; \theta; \lambda)$ ,  $(RA, DEC)$ . Poblíž pólů stejná diference zeměpisné šířky  $\lambda$  představuje úplně jinou vzdálenost než daleko od pólu a nastává problém s extrémně malým krokem v  $\lambda$  zatímco diskretizace  $\theta$  zaujímá pořad stejný úsek při rovníku i poblíž pólů. Přímo na pólu je singularita a i poblíž pólu vede tento jev k numerické nestabilitě. Často se bezprostřední blízkost pólu nezahrnuje do modelu, ale v případě celo-koulových modelů se oblasti v okolí pólu musí zahrnout. Proudění přes oblasti pólů je významné zvláště v případě vázané rotace, nevytváří se výše/níže kolem pólů.

Je potřeba vybudovat zcela novou metodu prostorové diskretizace na povrchu sféry. Používá se geodetická síť tzv. **Icosahedral-grid**. Dvnitř sféry je vepsán 20-stěn, neboli icosahedron s 12 vrcholy (Ringler et al. 2000, Stuhne & Peltier 1996). Těchto 12 vrcholů jsou vrcholy trojúhelníků na povrchu sféry. Povrch sféry je pokryt trojúhelníky, a ty jsou v další úrovni vnoření rozděleny na menší trojúhelníky a takto postupuje ke stále jemnější diskretizaci. Kolem každého bodu je při numerických výpočtech bráno 6 sousedů, tvořící šestiúhelník kolem bodu. Výsledná výpočetní síť je tvořena ze šestiúhelníků (podobně jako molekuly fullerenu). Ať už se jedná o jakýkoliv stupeň rozlišení, při 12 vrcholech, které představují nulový stupeň rozlišení, je okolních sousedů 5 místo 6, ve výpočetní síti je vždy 12 pětiúhelníků. Sféra je pokryta několika sférickými trojúhelníky, každý trojúhelník má vrcholy  $K_{IC}, L_{IC}, M_{IC}$ . V nulté úrovni je na sféře 12 bodů – vrcholů trojúhelníků. V každém dalším vnoření se trojúhelník rozdělí na další 4 trojúhelníky a počet bodů v síti se přibližně čtyř-násobí.



Obr. č. 13 - Postupné zhušťovanie geodetickej siete Icosahedral-Grid na sfére v jednotlivých úrovniach. Nullá úroveň pokrýva sféru 12 body, šestá úroveň 163 842 body. Zdroj: (Stuhne & Peltier 1996, Rípodas et al. 2009, [www.cmmmap.org/research/docs/eap08/ross.pdf](http://www.cmmmap.org/research/docs/eap08/ross.pdf)).

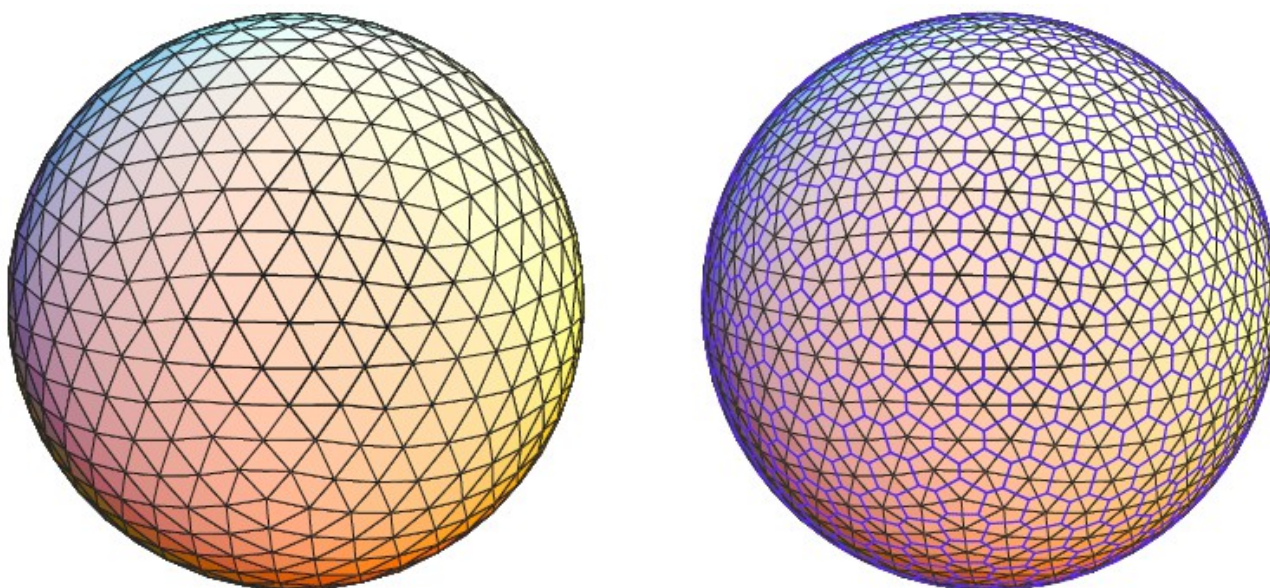
Celkový počet uzlových bodů na sféře  $N_{IC}$  v úrovni vnoření  $r_{IC}$  v síti *Icosahedral-grid* je dán (96):

$$N_{IC} = 2 + 10 \cdot 2^{2r_{IC}} = 2 + 5 \cdot 2^{2r_{IC} + 1} \quad (96)$$

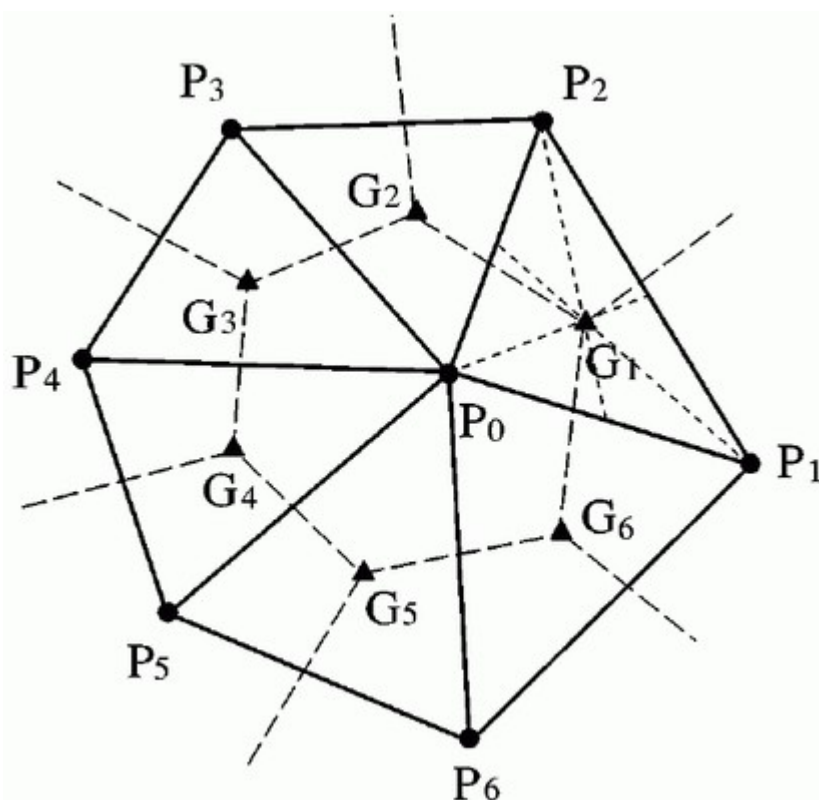
Vnoření $r_{IC}$	$N = 20 + 10 \cdot 2^{2r_{IC}}$	$N = 20 + 10 \cdot 2^{2(r_{IC}+1)}$
-1	12	
0	42	12
1	162	42
2	642	162
3	2562	642
4	10242	2562
5	40962	10242
6	163842	40962
7	655362	163842
8	2621442	655362
9	10485762	2621442
10	41943042	10485762
11	167772162	41943042
12	671088642	167772162
13	2684354562	671088642
14	10737418242	2684354562
15	42949672962	10737418242
16	171798691842	42949672962
17	687194767362	171798691842
18	2748779069442	687194767362
19	10995116277762	2748779069442
20	43980465111042	10995116277762
21	175921860444162	43980465111042

Tabulka č. 14 – počet buněk  $N_{IC}$  podle stupně vnoření  $r_{IC}$  podle vzorce (96). V pravém sloupci je číslování posunutě vůči levému o 1. Zdroj: (Ringler et al. 2000, [www.cmmmap.org/research/docs/eap08/ross.pdf](http://www.cmmmap.org/research/docs/eap08/ross.pdf)).

Na rotující sféře se síť icosahedral-grid dále optimalizuje (STD-grid). Síť se pootočí tak, aby byla symetrická vůči rovníku, souřadnice gridových bodů se v čase nemění (Heikes & Randall 1995). Jiná možnost modifikace je „modified Icosahedral-grid“ s použitím „Spring Dynamics“ (Tomita et al. 2001). V takovém případě se jedná o síť, kde se v průběhu časové integrace mění souřadnice bodů. Ve všech typech sítě zůstává při 12 původních vrcholech místo šestiúhelníku pětiúhelník. Pevná pootočená icosahedrál ní síť STD-grid, podle (Heikes & Randall 1995) bude použita pro běh programu, se stupněm rozlišení 3 – 2562 bodů. Modifikovaná síť STD-grid stupně 3,4,5 je k dispozici na: [kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/interpolate.html](http://kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/interpolate.html), a také na [kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/data/index.geodesic.html](http://kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/data/index.geodesic.html).



Obr. č. 14 - Trojúhelníková síť na sféře a odpovídající šestiúhelníková struktura s jednotlivými buňkami tvořenými šestiúhelníky (12 pětiúhelníků) – *Voronoi cells*. Zdroj: ([www.cmmmap.org/research/docs/eap08/ross.pdf](http://www.cmmmap.org/research/docs/eap08/ross.pdf)).



Obr. č. 15 - modifikovaná síť na sféře (Icosahedral-grid) – STD-grid, výpočetní buňka s kontrolním objemem náležící bodu  $P_0$ . Toto schéma je použito pro definici diferenciálních operátorů a konstrukci výpočtu. Zdroj: (Tomita et al. 2001).

Následující popis výpočetní buňky geodetické sítě a tvar diferenciálních operátorů na této síti je podle článku (Tomita et al. 2001). V nových souřadnicích se při použití diferenciálních operátorů použije jeden centrální bod uprostřed a 6(5) sousedních bodů. Použité diferenciální operátory (2D) jsou: Jakobián, gradient, divergence, rotace (curl), vorticitá (vertikální složka rotace)

Laplaceův operátor (divergence gradientu).  $\vec{X}$  je libovolná vektorová veličina, kterou známe v bodě  $P_i$ , v bodě  $G_l$  vypočteme vektor  $\vec{X}$  (Tomita et al. 2001):

$$\vec{X}(G_1) = \frac{\alpha_{IC} \vec{X}(P_0) + \beta_{IC} \vec{X}(P_1) + \gamma_{IC} \vec{X}(P_2)}{\alpha_{IC} + \beta_{IC} + \gamma_{IC}} \quad (97)$$

Kontrolní objem  $\alpha_{IC}$  je objem trojúhelníku  $G_1P_1P_2$ ,  $\beta_{IC}$  je objem trojúhelníku  $G_1P_2P_0$ ,  $\gamma_{IC}$  je objem trojúhelníku  $G_1P_0P_1$ . Hodnotu  $\vec{X}$  v dalších bodech  $G_{2-6}$  vypočteme stejným způsobem. Spojnice  $G_1G_2$  je označena jako  $b_i$ , vektor  $\vec{n}_1$  je normála k spojnici  $G_1G_2$ . Tok veličiny  $f_i$  přes hranu  $G_1G_2$  vypočteme (stejným způsobem i  $f_{2-6}$ ) (Tomita et al. 2001):

$$f_1 = b_i \frac{\vec{X}(G_1) + \vec{X}(G_2)}{2} \cdot \vec{n}_1 \quad (98)$$

Divergenci  $\vec{X}$  v bodě  $P_0$  spočteme pomocí Gaussovo teorému (Tomita et al. 2001):

$$\nabla \cdot \vec{X} = \frac{1}{A_{IC}(P_0)} \sum_{i=1}^6 b_i \frac{\vec{X}(G_i) + \vec{X}(G_{1+mod(i,6)})}{2} \cdot \vec{n}_i \quad (99)$$

$A_{IC}(P_0)$  je kontrolní objem šestiúhelníku tvořeného body  $G_{1-6}$ .  $\vec{n}$  je jednotkový vektor mířící ze středu spojnice  $G_iG_{i+1}$  (geodetického oblouku na povrchu sféry, pokud při  $G_i$  je  $i$  maximální možná hodnota 6 nebo 5,  $G_{i+1}$  je rovno  $G_1$ ) směrem pryč od centra výpočetní buňky  $P_0$ . Gradient libovolné skalární veličiny  $X$  v bodě  $P_0$  je dán (Tomita et al. 2001):

$$\nabla X(P_0) = \frac{1}{A_{IC}(P_0)} \sum_{i=1}^6 b_i \frac{X(G_i) + X(G_{1+mod(i,6)})}{2} \cdot \vec{n}_i - \frac{X(P_0)}{A_{IC}(P_0)} \sum_{i=1}^6 b_i \vec{n}_i \quad (100)$$

Operátor vorticity  $\vec{k} \cdot (\nabla \times \vec{X})$  - vertikální složka rotace/curl  $\nabla \times \vec{X}$  je dán (Tomita et al. 2001):

$$\vec{k} \cdot \nabla \times \vec{X}(P_0) = \frac{1}{A_{IC}(P_0)} \sum_{i=1}^6 b_i \frac{\vec{X}(G_i) + \vec{X}(G_{1+mod(i,6)})}{2} \cdot \vec{m}_i \quad (101)$$

Vektor  $\vec{m}_1$  je jednotkový vektor ze středu spojnice  $G_iG_{i+1}$  ve směru k  $G_l$  (tečna k geodetickému oblouku směrem proti směru hodin).  $\vec{k}$  je jednotkový vektor kolmý na povrch sféry v centrálním bodě  $P_0$ .

Z důvodu numerické stability řešení se u rovnice vorticity definuje numerická hyperviskozita 2. stupně ( $\nu$  je koeficient viskozity,  $N_{DEL}$  je stupeň viskozity) (Tomita et al. 2001):

$$\text{Levá strana (225)} = \text{Pravá strana (225)} - \nu \nabla^{2N_{DEL}} \vec{v} \quad (102)$$

Hyperviskozita 2. stupně jakožto kvadrát Laplaceova operátoru (Tomita et al. 2001), tedy dvakrát za sebou se aplikuje Laplaceův operátor (divergence gradientu):

$$\nabla^4 = \Delta^2 = (\nabla \cdot \nabla)^2 \quad (103)$$

Je možné použít i hyperviskozitu 4. stupně, v článku (Menou & Rauscher 2009) je použita hyperviskozita 4. stupně pro 3D model. Numerická viskozita nemá žádné fyzikální opodstatnění, ale je nutná pro stabilitu výpočtu. Použití  $-\nu \Delta \vec{v}$  (hyperviskozita ekvivalentní s obyčejnou viskozitou) by způsobilo příliš rychlé tlumení. Druhou možností je použití disipace radiačním ochlazováním  $\tau_{RAD}$  a odporem prostředí  $\tau_{drag}$ . (Showman & Polvani 2011).

Pro časovou diskretizaci se použije Adamsova–Bashforthova metoda třetího řádu (horní index je časovým indexem), pro první dva kroky se použije Runge-Kuttova metoda 4. řádu. Časový krok  $\Delta t$  musí být zvolen tak aby byla splněna **CFL podmínka**, závisí na rychlosti šíření gravitačních vln. Vektor  $\vec{V}=(h, \vec{v})=(h, u, v)$  obsahuje všechny tři veličiny, vertikální rychlosti  $u, v$  a tloušťku vrstvy  $h$ . Časové schéma je dáno (Tomita et al. 2001):

$$\frac{\vec{V}^{[n+1]} - \vec{V}^{[n]}}{\Delta t} = \frac{1}{12} \left[ 23 \frac{\partial \vec{V}^{[n]}}{\partial t} - 16 \frac{\partial \vec{V}^{[n-1]}}{\partial t} + 5 \frac{\partial \vec{V}^{[n-2]}}{\partial t} \right] \quad (104)$$

Pro výpočet diferenciálních operátorů, elementů geodetické sítě a u časového schématu - rovnice 97-104 se vychází z (Tomita et al. 2001).

Na jednotkové sféře se nejprve definují souřadnice bodů  $P_i$ , tvořící trojúhelníkovou/šestiúhelníkovou síť na povrchu sféry. Podle úrovně vnoření se odvíjí počet bodů na sféře, minimum je 12 bodů/20 stěn (původních vrcholů při nulovém rozlišení je 12), s každým vnořením se počet bodů přibližně čtyř-násobí. Souřadnice bodů lze zadat v kartézských souřadnicích  $[x, y, z]$ , nebo ve sférických souřadnicích. Body jsou od sebe přibližně stejně daleko. Z kartézských souřadnic dostaneme sférické souřadnice  $[r, \theta_{SF}, \varphi]$  pomocí předpisu v tabulce č. 13. Poloměr  $r$  je roven u všech bodů 1 (nebo jiné konstantě, až na zaokrouhlovací chyby), protože všechny body jsou na povrchu sféry. Sférické souřadnice  $[r, \theta_{SF}, \varphi]$  je možné upravit posunutím o  $90^\circ$  ( $\pi/2$  rad) na zeměpisné  $[r, \theta, \lambda]$  resp. astronomické souřadnice resp.  $[l, DEC, RA]$ . Předpis geodetické šestiúhelníkové sítě (icosahedral grid) lze nalézt na [kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/data/index.geodesic.html](http://kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/data/index.geodesic.html) ve formátu *.nc* s rozlišením 2562, 10242 a 40962 bodů na sféře. Tato geodetická síť je navíc ještě pootočená tak aby byla symetrická vůči rovníku. Zde se jedná o tzv. (STD-grid, modified icosahedral grid).

V pootočené geodetické síti STD-grid (Tomita et al. 2001, Heikes & Randall 1995, Ringler et al. 2000, Stuhne & Peltier 1996, Rípodas et al. 2009, [www.cmmmap.org/research/docs/eap08/ross.pdf](http://www.cmmmap.org/research/docs/eap08/ross.pdf)), která bude nadále používána, je ke každému bodu potřeba přiřadit 6 sousedů a vytvořit matici indexů (jednoznačná indexace bodů a jejich sousedů). Ukázalo se, že evidence jednotlivých bodů a určení sousedů není jednoduchá. Pootočenou geodetickou síť úrovně 3 (2562 bodů), 4 (10242 bodů) a 5 (40962 bodů) lze najít na: [kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/interpolate.html](http://kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/interpolate.html). Na této stránce je k dispozici modifikovaná geodetická síť STD-grid. V *\*.nc* souborech jsou pro geodetickou pootočenou síť uvedeny souřadnice jednotlivých bodů ( $P_0$ ) a souřadnice jejich sousedů ( $P_{1-6}$ ). Indexace jednotlivých bodů na základě těchto souborů se ale nepovedla. U bodů jsou uvedeny zeměpisné souřadnice, následuje dopočtení kartézských a klasických sférických souřadnic. U každého bodu je udána v radiánech zeměpisná šířka  $\langle -\pi/2; +\pi/2 \rangle$ , zeměpisná délka  $\langle 0; 2\pi \rangle$ , poloměr sféry je předpokládán jednotkový (při výpočtech se modifikuje poloměr dle potřeby). Polohy bodů jsou pevné, body  $P_i$  tvoří střed a okraj výpočetní buňky, body  $G_i$  jsou těžiště šesti (pěti) trojúhelníků se společným vrcholem  $P_0$ , tvořících výpočetní buňku (viz obr. č. 15). Vektor  $\vec{k}$  je kolmý k povrchu sféry, vektor  $\vec{n}_i$  je kolmý na střed spojnice okrajových bodů buňky (mířící pryč z výpočetní buňky) a zároveň rovnoběžný s povrchem sféry, vektor  $\vec{m}_i$  je rovnoběžný s okrajem buňky –

tečna ke středu mezi dvěma okrajovými body a zároveň rovnoběžný s povrchem sféry. Okraj výpočetní buňky je geodetický oblouk s poloměrem  $a$  – planetárním poloměrem. Při větším stupni vnoření je geodetický oblouk mezi dvěma body téměř úsečkou. Každá výpočetní buňka má jeden středový bod  $P_0$ , ze kterého vychází vektor  $\vec{k}$  (směrem pryč od středu). Na okraji výpočetní buňky je 6 bodů  $P_{1-6}$  (v původních 12 vrcholech jen 5 bodů). Buňka je rozdělena na 6 (nebo 5) trojúhelníků se společným vrcholem  $P_0$ . Body  $G_{1-6}$  jsou těžiště těchto trojúhelníků a používají se při výpočtech pro větší přesnost než v případě použití bodů  $P_i$ , spojnice vrcholu trojúhelníka a bodu  $G_i$  rozdělují trojúhelník na tři oblasti se stejným obsahem. V případě 12 pětiúhelníků jeden z šesti bodů neexistuje a v adresáři má číslo -1. 6 (nebo 5) vektorů  $\vec{m}_i$  a  $\vec{n}_i$  – rovnoběžných a kolmých s geodetickým obloukem a tečných k povrchu sféry je počítáno od středu spojnice  $G_i-G_{i+1}$  – geodetického oblouku s planetárním poloměrem. U dalšího způsobu modifikace (Spring dynamics) se souřadnice bodů  $P_i$  a  $G_i$  mění v průběhu času, zatímco u STD-grid jsou tyto body pevné. Výpočetní buňky jsou znázorněny na obr. č. 13-15, obr. č. 15 ukazuje strukturu výpočetní buňky.

Vzhledem k proměnnosti směru vektoru  $\vec{k}$  a rozdílů jedné souřadnice mezi dvěma body nelze toto schéma úspěšně použít pro rovnice ve sférických souřadnicích. Používány jsou kartézské souřadnice  $(x,y,z)$  a rychlosti  $(u,v,w)$ .

Výška atmosféry v daném čase a místě je  $h$ ,  $h_{SU}$  je průměrná výška na celé sféře,  $h_{SP0}$  je průměrná výška pro konkrétní bod (výpočetní buňku). Pro potenciál  $\Phi$  platí  $\Phi=hg$ . Tíhové zrychlení  $g$  je použito konstantní pro celou planetu.

V kartézských souřadnicích za použití divergence a vorticity mají rovnice MMV tvar (Tomita et al. 2001):

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\xi + f) \cdot \vec{k} \times \vec{v} - \nabla \left( g \cdot h + \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{2} \right) \quad (105)$$

$$\frac{\partial h_h}{\partial t} = -\nabla \cdot (h_h \cdot \vec{v}) \quad (106)$$

Vorticita  $\xi = \vec{k} \cdot (\nabla \times \vec{v})$  je vertikální složka rotace, jedná se o skalár,  $f$  je Coriolisův parametr,  $\eta = \xi + f$  je absolutní vorticita. Protože pohyb je tečný k povrchu sféry, platí  $\vec{k} \cdot \vec{v} = 0$ . V rovnici (105) vystupuje gradient celkové energie na jednotku hmoty  $E = \Phi + K = g \cdot h + \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{2}$ .  $h_f$  je tloušťka atmosféry,  $h_s$  je výška povrchu (orografie),  $h = h_s$ ,  $h_s$  je výška horní hladiny. Pokud neuvažujeme orografii, platí:  $h_s = 0$ ,  $h_f = h$ . Rovnice (105,106) neobsahují žádný disipační člen, což vede pravděpodobně z důvodu nekontrolovatelného nárůstu divergence geostrofického proudění k numerické nestabilitě (poměrně brzo, přibližně 2500-3000 kroků podle testů). V rovnicích také není žádný forcing pro řízení běhu a musí se přidat pravá strana. Pro řízení běhu, dodání energie do systému a ztráty energie vyzařováním bude použit forcing pro výšku  $h$ , závisející na změně tepelné energie  $Q$  v atmosféře radiačními procesy. Radiační bilance  $J$  je spočtena podle (92). Naopak disipace kinetické energie je realizována přidáním numerickou viskozitou s koeficienty  $\nu_1, \nu_2$ . Tím je definován forcing pro veličiny  $\vec{v}, h$  a rovnice pro vývoj atmosféry v aproximaci mělké vody jsou kompletní. Výsledné rovnice, jež budou použity pro časovou integraci (107,108,92,93,94,95):

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\xi + f) \cdot \vec{k} \times \vec{v} - \nabla \left( g \cdot h + \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{2} \right) - \vec{v} \left[ \nu_1 + \nu_2 \left( \frac{h_{ASP0} - h}{h} \right) HD(h_{ASP0} - h) \right] \quad (107)$$



$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla \cdot (h \cdot \vec{v}) + \frac{J \cdot \Delta t}{\rho_{SU} \cdot h_{APSU} \cdot c_p} \quad (108)$$

$$S_{IE} = S_{0E} \cdot K_Z, \quad K_Z = \sin \theta \sin(DEC) + \cos \theta \cos(DEC) \cos \omega_Z, \quad (92A)$$

$$K_Z \leq 0 \Rightarrow S_E = 0, \quad J = S_{IE} \cdot (1 - a_p) - \epsilon_M \sigma_{ST} T^4 \quad (92B)$$

$$DEC = \epsilon \cdot \sin(E_Z - E_Q) \quad (93)$$

$$S_{0E} = \frac{\sigma_{ST} T_{ST}^4 \cdot R_S^2}{A_N^2} \quad (94)$$

$$A_N = \frac{A \cdot (1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos(E_Z)} \quad (95)$$

Pro časovou úroveň  $nt$ ,  $nt_1$ ,  $nt_2$  je definováno (Vektor  $\vec{V}$  je soubor proměnných  $u, v, h$  v jednom bodě v prostoru, pro všechny body pak horní index značí proměnnou  $u, v, h$  a dolní index značí bod v prostoru  $1..2562$  (nebo jiný počet podle rozlišení),  $nt$  je časový index související s vývoje systému, pro počátek  $nt = 0$ ):

$$W_{NT} = V^{nt+1}, \quad K_{NT} = V^{nt}, \quad L_{NT} = V^{nt-1}, \quad M_{NT} = V^{nt-2}, \quad P_{NT} = \left[ \frac{\partial V}{\partial t} \right]^{nt}, \quad Q_{NT} = \left[ \frac{\partial V}{\partial t} \right]^{nt-1}, \quad R_{NT} = \left[ \frac{\partial V}{\partial t} \right]^{nt-2} \quad (109)$$

2D pole hodnot pro všechny body v čase  $nt$ :

$$V^{nt} = \left[ V_{1..2562}^{u,v,h} \right]^{nt} \quad (110)$$

Hodnoty  $P_{NT}, Q_{NT}, R_{NT}$  mají stejnou dimenzi jako  $K_{NT}, L_{NT}, M_{NT}, W_{NT}$  jsou to časové derivace vektoru  $\vec{V}$  spočtené podle rovnic (92,93,94,95,107,108,109). Rovnice (111) je potom:

$$W_{NT} = \frac{\Delta t}{12} [23 P_{NT} - 16 Q_{NT} + 5 R_{NT}] + K_{NT} \quad (111)$$

Kde  $W_{NT}$  je 2D pole proměnných (109) v čase  $nt+1$ .

Podle (111) je vyřešeno časové schéma. **Podle (92,93,94,95,107,108,109,111) se řídí celý běh modelu MMV.** Rovnice (92,93,94,95) určují energetickou bilanci, vztahy (108,109) jsou rovnicemi mělké vody s forcíngem v systému divergence, vorticity a rovnice (109,111) určují časové schéma. Každý bod má šest (nebo pět) sousedů  $P_{1-6}$  resp.  $G_{1-6}$ , centrální bod je  $P_0$ . Každý z bodů  $1..2562$  (nebo jiné rozlišení) se stává jednou centrálním a 6x(5x) sousedním bodem. Diferenciální operátory na geodetické síti jsou dány (97-101) a pro jejich výpočet je potřeba nejprve spočítat elementy geodetické sítě podle následujících rovnic (112-122).

Délka geodetického oblouku na sféře  $l$  se spočítá jako úhlová vzdálenost  $\zeta$  vynásobená poloměrem  $r$ , tedy  $l = \zeta r$ . Z geodetických souřadnic vypočteme úhlovou vzdálenost  $\zeta$  ([www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html](http://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html)):

$$\xi = \arccos[\sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) + \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\Delta \lambda)] \quad (112)$$

Pro výpočet divergence je potřeba určit obsah buňky – sférického pětiúhelníku/šestiúhelníku. Sférický  $n$ -úhelník rozdělíme na 6 nebo 5 trojúhelníků s vrcholem  $P_0$  a základnou  $P_i-P_{i+1}$  a sečteme obsahy. Sférický trojúhelník má součet vnitřních úhlů v rozmezí  $\langle \pi; 3\pi \rangle$ , přebytek přes  $\pi$  (součet vnitřních úhlů rovinného trojúhelníka) je sférický excess  $E_{SFT}$ . Obsah sférického trojúhelníka je dán ([mathworld.wolfram.com/SphericalTriangle.html](http://mathworld.wolfram.com/SphericalTriangle.html)):

$$S_{SFT} = r^2 \cdot (A_{SF} + B_{SF} + C_{SF} - \pi) = r^2 E_{SFT} \quad (113)$$

$S_{SFT}$  je obsah trojúhelníka,  $A_{SF}$ ,  $B_{SF}$ ,  $C_{SF}$  jsou vnitřní úhly v radiánech,  $E_{SFT}$  je sférický exces trojúhelníku,  $r$  je poloměr sféry. Dále platí pro jednotkovou sféru ([math.rice.edu/~pcmi/sphere/gos4.html](http://math.rice.edu/~pcmi/sphere/gos4.html)):

$$A + B + C = \pi + E = \pi + \frac{4\pi \cdot S_{trojuhelnik}}{S_{sfera}} \quad (114)$$

Obsah sférického  $n$ -úhelníku  $S_{SFN}$  s úhly  $A_{SFi}$  ([math.rice.edu/~pcmi/sphere/gos4.html](http://math.rice.edu/~pcmi/sphere/gos4.html)):

$$\frac{S_{SFN}}{r^2} = \sum_1^n A_{SFi} - (n-2)\pi \quad (115)$$

Pro výpočet délek stran a úhlů sférických trojúhelníků je možné použít modifikovanou sinovou a kosinovou větu (Platí cyklická záměna). Sinová a kosinová věta ve sférické geometrii je popsána v (Todhunter 1886). V úvahu je brána jednotková sféra, úhly jsou v radiánech.  $A_{SF}$ ,  $B_{SF}$ ,  $C_{SF}$  jsou úhly tečnými vektory ke stranám při vrcholu  $A_{EU}$ ,  $B_{EU}$ ,  $C_{EU}$  (ekvivalent vnitřních úhlů mezi strany v rovinném trojúhelníku). Délky stran  $a_{SFV}$ ,  $b_{SFV}$ ,  $c_{SFV}$  jsou na jednotkové sféře velikosti úhlů mezi vektory jdoucími ze středu sféry k počátečnímu a koncovému bodu strany. Pokud je poloměr sféry jiný než 1, vynásobí se délka strany poloměrem. Pro platnosti sinové a kosinové věty (ve sférické geometrii) musí být úhly  $a_{SFV}$ ,  $b_{SFV}$ ,  $c_{SFV}$  a také úhly  $A_{SF}$ ,  $B_{SF}$ ,  $C_{SF}$  menší než  $\pi$ . Pro sinovou větu ve sférické geometrii platí (Todhunter 1886):

$$\frac{\sin A_{SF}}{\sin a_{SFV}} = \frac{\sin B_{SF}}{\sin b_{SFV}} = \frac{\sin C_{SF}}{\sin c_{SFV}} \quad (116)$$

$$\begin{aligned} \sin^2(A_{SF}) &= 1 - \left( \frac{\cos(a_{SFV}) - \cos(b_{SFV})\cos(c_{SFV})}{\sin(b_{SFV})\sin(c_{SFV})} \right)^2 = \dots \\ \dots &= \frac{(1 - \cos^2(b_{SFV}))(1 - \cos^2(c_{SFV})) - (\cos(a_{SFV}) - \cos(b_{SFV})\cos(c_{SFV}))^2}{\sin^2(b_{SFV})\sin^2(c_{SFV})} \end{aligned} \quad (117)$$

$$\frac{\sin(A_{SF})}{\sin(a_{SFV})} = \frac{[1 - \cos^2(a_{SFV}) - \cos^2(b_{SFV}) - \cos^2(c_{SFV}) + 2\cos(a_{SFV})\cos(b_{SFV})\cos(c_{SFV})]^{1/2}}{\sin(a_{SFV})\sin(b_{SFV})\sin(c_{SFV})} \quad (118)$$

Pro kosinovou větu ve sférické geometrii platí (Todhunter 1886):

$$\cos(a_{SFV}) = \cos(b_{SFV})\cos(c_{SFV}) + \sin(b_{SFV})\sin(c_{SFV})\cos(A_{SF}) \quad (119)$$

$$\cos(b_{SFV}) = \cos(c_{SFV})\cos(a_{SFV}) + \sin(c_{SFV})\sin(a_{SFV})\cos(B_{SF}) \quad (120)$$

$$\cos(c_{SFV}) = \cos(a_{SFV})\cos(b_{SFV}) + \sin(a_{SFV})\sin(b_{SFV})\cos(C_{SF}) \quad (121)$$

$$\cos(A_{SF}) = \frac{\cos(a_{SFV}) - \cos(b_{SFV})\cos(c_{SFV})}{\sin(b_{SFV})\sin(c_{SFV})} \quad (122)$$

## 6. Program pro řešení MMV a běh modelu, vstupní parametry, výběr planet a vybrané výsledky

V kapitole (6) je popsáno naprogramování programu pro model mělké vody s forcingem a dalších programů pro zpracování dat, dále jsou zde popsány technické vlastnosti běhu programu (6.1) a fyzikální parametry vstupující do programu (6.2). V této kapitole je rovněž popsán výběr planet pro MMV (6.3), v kapitole (6.4) je popsáno zobrazení dat na mapě, a nakonec jsou v grafické formě prezentovány vybrané výsledky modelu z velkého množství dat (6.5). Celá kapitola (6) (napsání programu, výběr planet, běh modelu, zpracování dat a grafická prezentace) spočívá ve vlastní práci, k některým částem programu byly použity zdroje uvedené v textu. Jedním z největších problémů při vytváření modelu MMV byla indexace jednotlivých bodů na sféře, která musí být jednoznačná. Souřadnice jednotlivých bodů geodetické sítě a také jejich sousedů jsou k dispozici na ([kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/interpolate.html](http://kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/interpolate.html)), a také na ([kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/data/index.geodesic.html](http://kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/data/index.geodesic.html)), ale zpracováním těchto dat (souřadnic bodů) se nepodařilo vytvořit indexaci sousedních bodů (globálně jednoznačnou). Zeptal jsem se tedy autora geodetické icosahedrální sítě (Dr. Ross Heikes, Dr. David Randall), který mi odpověděl, kde najdu geodetickou síť s přesnými souřadnicemi bodů (včetně vyšších rozlišení), indexaci sousedních bodů u výpočetních buněk v geodetické síti (globálně jednoznačnou) a také program pro vytvoření geodetické sítě s libovolně vysokým stupněm rozlišení (vytvoří soubor se souřadnicemi i adresář sousedních bodů). Dr. Rossovi Heikesovi proto patří poděkování na začátku této práce. Geodetická síť (souřadnice a indexace sousedů) byla dočasně uložena na univerzitním portále pro výměnu souborů `/rr/docexch.php` (nejde se klasickým způsobem k této stránce dokliktat, před adresu nutné umístit název serveru (`kiwi.atmos.colostate.edu`)), kde se momentálně již nenachází, ale geodetická síť ve vyšším rozlišení je v přílohách jako 7z archiv. Pole souřadnic (real) a indexace sousedů (integer) jsou naprosto základní pole použité při psaní programu, vstupní data pro program tvoří k nim přidružené textové soubory *Souradnice.txt* a také pro indexaci sousedů *Adresar.txt*. Pokud je u jednoho z bodů index -1, bod chybí a jedná se o jeden z 12 pětiúhelníků při původních vrcholech. Tím byla vyřešena samotná geodetická síť (STD-grid), vytvořený program, který s touto sítí pracuje je popsán v kapitole (6.1). V programu je pro spočtení elementů geodetické sítě používána sférická geometrie popsaná v kapitole (5), (známy jen souřadnice a indexace bodů ze začátku) a také jsou používány diferenciální operátory popsané v kapitole (5). Je používán kartézský systém souřadnic, rovnice mělké vody s forcingem v systému divergence, vorticity, schéma Adamsova–Bashforthova metoda třetího řádu (výsledné rovnice, časové i prostorové schéma popsáno v kapitole (5), forcing související s energetickou bilancí v kapitole (4.4)).

### 6.1. Program pro řešení MMV

První otázkou je, v jakém jazyce program napsat. Je možné použít jazyk Pascal, Python, Fortran, C. Původně často používaný jazyk Pascal je při náročných výpočtech podstatně pomalejší než Fortran. Pro optimalizaci rychlosti výpočtu bude použit Fortran F95.

V první části programu je deklarace proměnných, obsahuje celkem 10 2D polí a více než 100 jedno-dimenzionálních proměnných, používaných při výpočtu. Jedním z polí je adresář (2D pole typu *integer*,  $2562 \times 7$ ), kde jsou indexy sousedních šesti (pěti) gridových bodů okolo každého bodu. Globální indexace musí být jednoznačná. Následuje 7 polí typu *real* o rozměru  $2562 \times 4$ , představující hodnoty veličin rychlosti a výšky atmosféry pro 4 po sobě jdoucí časy a derivace těchto veličin pr tři po sobě jdoucí časy, časové schéma je dáno rovnicí (111). Dalším polem je 2D *real* pole konstant, kde se ke každé výpočetní buňce spočtou geometrické elementy (obsah sférických trojúhelníků, souřadnice těžišť  $G_i$  jednotlivých trojúhelníků v buňce, délky geodetických oblouků mezi dvěma okrajovými body a mezi středovým bodem a okrajovými body). Pole konstant má rozměr  $2562 \times 70$ . Geometrické elementy jsou spočteny pomocí vztahů pro sférickou geometrii.

Posledním polem je pole souřadnic (*real*, rozměry 2562x9), kde jsou uvedeny souřadnice gridových bodů v kartézských, sférických a zeměpisných souřadnicích. Místo počtu gridových bodů 2562 lze samozřejmě použít i jiné rozlišení. Realizaci výpočetních buněk lze vidět na obrázcích č. 14-15.

Po deklaraci proměnných jsou zadány vstupující globální parametry do programu (astronomické parametry, vlastnosti atmosféry, numerické předvolby).

V další části programu následuje spočtení pole konstant, souvisejících s geometrickými vlastnosti výpočetních buněk. Tato část programu je nejrozsáhlejší a nejsložitější, ale konstanty jsou u pevné sítě spočteny na začátku a při časové integraci se nemění (tedy není výpočetně náročné při běhu modelu, ale náročné bylo naprogramování). Pokud by se měnila v čase výpočetní síť, musely by se tyto konstanty přepočítávat s každým krokem. Jednotlivé geometrické elementy (délka geodetických oblouků, souřadnice těžiště, obsahy trojúhelníků, úhly ve sférickém trojúhelníku, vektory  $\vec{k}, \vec{m}, \vec{n}$ ) jsou spočteny ve sférické geometrii podle (112,113,114,115,116,117,118,119,120,121,122). Geometrické elementy výpočetní sítě jsou použity v operátorech (97,98,99,100,101).

Následuje samotný časový cyklus – časový běh modelu. V každém časovém kroku je nejprve spočtena poloha planety na oběžné dráze, deklinace místního Slunce a aktuální solární intenzita. Následuje interpolace z bodů  $P_{1-6}$  do těžišť trojúhelníků ve výpočetní buňce  $G_{1-6}$ , které jsou použity dále při numerickém řešení rovnic pro středový bod výpočetní buňky  $P_0$ . Po spočtení hodnot v bodech následuje výpočet samotných částí rovnic MMV (107,108) – diferenciálních operátorů (97,98,99,100,101), časových derivací a forcingu (92,93,94,95). Podle rovnic MMV je spočtena nová hodnota veličin ve středovém bodě výpočetní buňky  $P_0$ . Takto jsou veličiny spočteny pro všechny gridové body. Následuje použití časového schématu (111). Z aktuálního pole hodnot (2D pole) a jejich derivací a také polí hodnot a jejich derivací v čase  $n, n_1$  a  $n_2$  je spočteno pole hodnot v čase  $n+1$ . Protože gridových bodů není tolik, je možné využít krátký časový krok (použito 1-300 s podle typu planety). Maximální délka časového kroku je omezena prostorovým krokem, musí být splněna CFL podmínka, ale v tomto případě je použit časový krok mnohem menší. Avšak maximální počet kroků v celé časové integraci je  $2^{24}$ , tedy 16777216, pak se program zastaví. Je to limit u Fortranu F95, na který jsem narazil, pravděpodobně souvisí s 24-bit indexací kroku (limit platí v cyklu s proměnnou *integer* i v cyklu s proměnnou *real*). Program běží až do dosažení maximálního času integrace, kdy je ukončen. Po skončení časové integrace končí celý program.

V průběhu běhu programu jsou data zapisována do txt souborů. Nejprve se ze dvou txt souborů, souvisejících s polohou a indexací gridových bodů (*Adresar.txt* a *Souradnice.txt*), načtou potřebná data, dále je po spočtení konstant souvisejících s geometrií vytvořen soubor *KonstantyP.txt*. V průběhu časové integrace jsou zapisovány globální veličiny stejné pro celou planetu do souboru *VelicinyGlobal.txt* a pak také hodnoty veličin v gridových bodech v daném časovém okamžiku. Zápis veličin probíhá od zvoleného času pro první zápis vždy po uplynutí předepsaného časového intervalu, který je obvykle 1-100 hod. Samotná délka časové integrace je 1-200 planetárních let. Po skončení běhu programu jsou z textových souborů navíc vytvořeny csv soubory. Velikost souboru s globálními veličinami je 3-20 MB, velikost adresáře, souřadnic a konstant několik MB. Velikost datového souboru s časovým vývojem pro všechny gridové body je 1-100 GB. Tyto velikosti jsou pro rozlišení 2562 gridových bodů – stupeň vnoření 3. Velikost samotného programu je 40-49 kB (podle verze a nastavení).

Časovou integrací program nekončí. Dále bylo nutné napsat program pro rosparování datového souboru na jednotlivé gridové body „staniční data“ a také na soubory pro jednotlivé časy výpisu hodnot. Dalším programem, který je potřeba napsat je bash skript, který automatizuje vykreslení časového vývoje v gridových bodech „staničních“ a také vykreslování map pro jednotlivé časy pro všech 20 různých veličin (základní veličiny jsou rychlost proudění a výška atmosféry, ostatní veličiny jsou odvozené při výpočtu). K tomu je navíc potřeba napsat další skripty pro Gnuplot pro vykreslování grafů pro gridové body a také vykreslování barevných map pro zvolený čas. Pro zobrazení mapy v Mollweideovo projekci byl ve skriptu použit předpis z

[www.gnuplotting.org/heat-maps/](http://www.gnuplotting.org/heat-maps/), ostatní způsoby vykreslování a další skripty jsou vlastní tvorba. Grafy vývoje v 2562 gridových bodech „staničních“ jsou vykresleny ve dvou typech (křivky a body) pro 20 veličin, jedná se tedy o 102480 grafů v jednom běhu. Pro každý výpis v jednom čase je nakresleno 20 map, počet výpisů v čase je obvykle 1000-30000 a celkový počet map v jednom běhu je 20 000 – 600 000 (20 krát počet výpisů). Celkem bylo uskutečněno 23 běhů zahrnujících benchmarkové testy i běh modelu pro 9 planet, u kterých byly voleny různé parametry (pro jednu planetu více běhů v některých případech).

Vykreslení mapy v Gnuplotu probíhá tak, že je gridovému bodu přidělena barva podle hodnoty a umístění na mapě podle souřadnic. Tvar a velikost značky pro jednotlivé body je možné volit (použity čtverečky). Samotná interpolace v mapě zde není použita a gridových bodů je jen 2562, proto rozlišení na mapě je poměrně nízké a proto i rozlišení map je malé. To je nově vyřešeno interpolačním skriptem ([people.sc.fsu.edu/~jburkardt/f\\_src/toms526/bivar\\_prb.f90](http://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/f_src/toms526/bivar_prb.f90)), pomocí kterého jsou hodnoty interpolovány do gridové sítě (1000x500 bodů), která je v 2d projekci ekvidistantní. Velikost značek pro jednotlivé body je malá, bodů na mapě je hodně a výsledné mapy jsou hladké. V původním kreslení map se použilo jen 2562 bodů na sféře a mapy byly kostrbaté, po interpolaci se použije 500 000 bodů na sféře a mapy jsou hladké.

Náročnost a doba běhu programu není zapříčiněna samotným výpočtem modelu MMV (časovou integrací). Ve Fortranu napsaný program běží rychle a s prostorovým rozlišením 2562 bodů a počtem časových kroků do  $2^{24}$  trvá samotný výpočet okolo 10-15 hodin na I7 procesoru. Nároky na paměť RAM jsou malé (desítky MB při rozlišení 2562 bodů). Samotný zápis hodnot na disk do textových souborů ale poměrně značně zpomaluje běh programu, celková doba běhu programu je o 1-6 hodin delší z důvodu zápisu. Velikost datového souboru i čas běhu programu roste lineárně s počtem gridových bodů a počtem časových kroků (velikost datového souboru závisí na počtu zápisů). Samotné zpracování datového souboru – rozparsování na jednotlivé termíny (globální mapy) a rozdělení podle gridových bodů („staniční“ data) je často mnohem náročnější a delší než samotný výpočet. Doba rozdělení souboru na „staniční“ data roste lineárně z velikostí souboru při daném počtu gridových bodů, protože velikost datového souboru závisí na počtu zápisů v čase a počet bodů je pořád stejný. Rozdělení datového souboru na jednotlivé časy roste lineárně s velikostí souboru i počtem časů, jedná se tedy o složitost  $O^2$ . V praxi rozdělení souboru na „staniční“ data trvá 10-100 hodin, ale rozdělení souboru na jednotlivé časy trvá 5-1000+ hodin. To je obecně problém, zvláště pro vyšší rozlišení, kde je dat více a v další práci se způsob zápisu dat misí při dalším vývoji změnit. Vykreslení všech grafů pro jednotlivé body („staniční data“) trvá 3-20 hodin, roste pomaleji než lineárně s velikostí datového souboru. Vykreslení všech map roste lineárně s počtem zápisů. Pokud není použita interpolace, vykreslení všech map trvá obvykle 5-20 hodin. Nově s použitím interpolace hodnot do hustší gridové sítě (500 000 bodů) je výpočetní náročnost kreslení map vysoká a tento proces trvá déle než samotný výpočet MMV, obvykle 2-30 dní, roste lineárně s počtem zápisů v čase. Je také rozdíl výpočetní náročnosti v závislosti na použití projekce. Při projekci Gall–Peters je doba vytváření map cca o 40-50% nižší než při projekci Mollweideovo, kde se přepočítává poloha velkého množství bodů v grafu (bez použití interpolace se přepočítává poloha jen u 2562 (10 242, 40 962) gridových bodů na rozdíl od 500 000 interpolovaných bodů a rychlost kreslení grafů je podstatně vyšší). Parsing souborů podle gridových bodů a kreslení map má složitost  $O^1$  v závislosti na počtu výpisů hodnot, doba běhu výpočtu MMV a kreslení grafů vývoje v gridových bodech má složitost nižší než  $O^1$ , zatímco rozparsování datového souboru podle času má složitost  $O^2$ , to je tedy hlavní problém při větším počtu výpisů hodnot. K dispozici jsou grafické výstupy časového vývoje v bodech („staničních“), globální mapy obyčejné a globální mapy interpolované. Celkem bylo vytvořeno textových dat 1194 GiB v 237 237 souborech a více než 350 GiB/10 000 000 souborů grafických dat. Velký počet běhů programu a zpracování obrovského množství dat je možné jen díky automatizaci pomocí bash skriptů. Velká je ale výpočetní náročnost, celková doba běhu programů zároveň na 2 a více výkonných PC je okolo 110 dní. Aby byla minimalizována velikost obrázků, byl také napsán bash skript pro automatickou

konverzi na PNG, úroveň komprese 9 (bezztrátová komprese). Nakonec musel být napsán skript pro komprimaci souborů, tak aby archívy byly smysluplně pojmenovány a rozříděny. Použita komprese (7z/Ultra (9)/LZMA/1024 MB/273) s náročností 10,5 GB RAM, rychlost komprese dat je okolo 100-150 GB/24 hod na I7 procesoru.

V další práci bude program pro MMV dále zdokonalován, použito bude vyšší rozlišení, dále bude zavedeno ukládání celo-planetárních průměrů veličin pro každý čas a také dlouhodobý průměr veličin pro každý gridový bod. S vyšším rozlišení je nutní vyvinout lepší algoritmus pro zpracování výsledných dat, stávající algoritmus je příliš náročný pro větší objem dat. Rovněž bude zavedena přesnější interpretace tíhového zrychlení (rotace, slapy, zploštění) a také insolace závisující na vzdálenosti od hvězdy pro každou část planety jinou (u horkých Jupiterů) a propustnost na základě dopadajícího úhlu. Také budou k 24 parametrům pro běh programu přidány další. Do budoucna je rovněž počítáno se zavedením orografie. Nakonec model mělké vody nahradí plný 3D model.

## 6.2 Parametry vstupující do programu

Při běhu programu určuje vývoj atmosféry na planetě velké množství parametrů. V aktuálním případě je používán 2D model, není zahrnuta orografie a vliv oceánů, přeměna latentního tepla, skleníkový efekt, teplotní zvrstvení atmosféry a další, tím se objem vstupujících parametrů značně redukuje. Ale i pro základní klimatický-cirkulační 2D model je potřeba stanovit přicházející energii do systému v každém bodě a odcházející energii v každém bodě. Také pro stabilitu numerického schématu (a stabilitu cirkulačního systému) je potřeba zavést disipační mechanismus. Advekce energie je určena rovnicemi pro mělkou vodu. Teplota atmosféry není v těchto rovnicích dána, je předpokládána přímá úměra mezi teplotou a tloušťkou atmosféry. To ale platí jen v tomto jednoduchém modelu, ve skutečnosti je situace složitější. Časový vývoj hodnot závisí na denní, roční době, časový průběh modelu MMV určují následující parametry vstupující do programu (Takto jsou proměnné zapsány v programu, 24 hodnot):

<i>g</i>	<i>Tíhové zrychlení [m/s<sup>2</sup>]</i>
<i>a</i>	<i>Planetární poloměr [m]</i>
<i>Viscos1</i>	<i>První koeficient viskozity související s disipací kinetické energie, podobný s</i>
<i>1/TauDrag [s<sup>-1</sup>]</i>	
<i>Viscos2</i>	<i>Druhý koeficient viskozity související s disipací tepelné energie – výšky</i>
<i>atmosféry, podobný s</i>	<i>1/TauRad [s<sup>-1</sup>]</i>
<i>Sklon</i>	<i>Sklon rotační osy vůči oběžné rovině [rad]</i>
<i>e</i>	<i>Excentricita dráhy &lt;0-1)</i>
<i>DelkaRoku</i>	<i>Délka oběhu okolo hvězdy – délka roku [s]</i>
<i>DelkaDne</i>	<i>Délka rotace okolo osy – siderická délka dne [s]</i>
<i>DelkaDneSyn</i>	<i>Synodická délka dne (perioda Slunce na obloze, u planet s vázanou rotací je tato hodnota nekonečná)</i>
<i>H1Axis</i>	<i>Hlavní poloosa eliptické oběžné dráhy [m]</i>
<i>KonstT</i>	<i>Vazba teplota T vs. výška atmosféry <math>h_n = T \text{Konst}T</math></i>
<i>Tsl</i>	<i>Efektivní teplota povrchu hvězdy [K]</i>
<i>aSL</i>	<i>Poloměr hvězdy (zploštění neuvažováno) [m]</i>
<i>Time</i>	<i>Čas od začátku integrace (při startu 0) [s]</i>
<i>dT</i>	<i>Časový krok integrace [s]</i>
<i>TimeW</i>	<i>Čas, kdy bude první výpis hodnot (při startu 0) [s]</i>
<i>TimeWO</i>	<i>Čas mezi dvěma výpisy [s]</i>
<i>TimeMax</i>	<i>Délka časové integrace [s]</i>
<i>PHIpsu</i>	<i>Referenční potenciál průměrný přes celou sféru a čas [J], <math>PHIpsu = Hsu.g</math></i>
<i>Hsu</i>	<i>Referenční průměrná výška přes celou sféru [m]</i>

<i>EPSm</i>	<i>Koeficient vyzařování [0-1]</i>
<i>Albedo</i>	<i>Albedo – odrazivost [0-1]</i>
<i>Rho</i>	<i>Hustota atmosféry (konstantní z výškou) [kg/m<sup>3</sup>]. Počítá se hustota pro tlak jeden bar (předpokládána neměnnost hustoty s výškou je velké zjednodušení), spočítáno podle teploty planety <math>T_{eff}</math> a složení atmosféry</i>
<i>KpMerna</i> <i><sup>1</sup>K<sup>-1</sup>]</i>	<i>Měrná tepelná kapacita cp (tlak se nemění s teplotou, mění se objem) [J.kg</i>

Známe poloměr hvězdy a povrchovou teplotu hvězdy, odtud spočteme zářivý výkon hvězdy. Z hmotnosti hvězdy a periody pomocí Keplerova zákona vypočteme střední vzdálenost od hvězdy (hlavní poloosu  $A$ ). Excentricita  $e = <0,1$ ) určuje, jak v průběhu dráhy kolísá vzdálenost od hvězdy a pomocí excentricity a hlavní poloosy spočteme v libovolném okamžiku vzdálenost od hvězdy, Solární intenzitu - kolik energie na planetu dopadá. Je uvažováno albedo v rozmezí 0-1 a podle zvolení této hodnoty se určitá část záření odrazí. Naopak planeta vyzařuje podle Stefan-Boltzmannova zákona  $S_{LE} = \varepsilon_M \sigma T^4$ , emisivita  $\varepsilon_M$  je v rozmezí 0-1, většinou blízko 1.

Pro spočtení insolace v konkrétním bodě je potřeba znát deklinaci místního Slunce  $DEC$  a také hodinový úhel  $\omega_z$ . Rozsah deklinace Slunce v průběhu roku závisí na sklonu rotační osy  $\varepsilon$ , kolísá v rozmezí  $<-\varepsilon; +\varepsilon>$ . Hodinový úhel  $\omega_z$  se mění s periodou synodické doby rotace (v případě vázané rotace se nemění a zdánlivý hodinový úhel v daném místě  $\omega_z$  závisí jen na zeměpisné délce). Insolaci, vyzařování a radiační bilanci spočteme podle rovnice (92). Pokud by nedocházelo k cirkulaci a teplota by se měnila jen na základě radiační bilance, byly by změny teploty větší.

Další parametry souvisí s numerickým řešením pomocí rovnic mělké vody s forcingem – viskózní koeficienty  $v_1, v_2 [s^{-1}]$  (107), planetární albedo  $a_p$  a koeficient vyzařování  $\varepsilon_M$  pro rovnici (92), synodickou délku dne, délku roku a sklon rotační osy  $\varepsilon$ . Protože není v programu uvažována orografie, platí  $h_f = h_h = h, h_s = 0$ . Také je potřeba zadat délku časové integrace, délku časového kroku, čas prvního výpisu a dobu mezi jednotlivými výpisy.

Pro modelování cirkulace je potřeba zadat poloměr planety  $a$ , tíhové zrychlení  $g$  na povrchu, siderickou dobu rotace, ze které je pro každý bod spočítán Coriolisův parametr. Ne u všech planet je známa hmotnost a zároveň poloměr, často jen jedna z těchto veličin. Druhou veličinu je potřeba dopočítat pomocí vhodně zvolené hustoty a odtud vypočteme i tíhové (gravitační) zrychlení. Z rovnovážné teploty a (odhadnutého) složení atmosféry je spočítána výška atmosféry a geopotenciál  $\Phi = g h_f$ , závisející na tíhovém zrychlení a zvoleném tlaku při povrchu. Tíhové zrychlení  $g$  se v obecném případě mění se zeměpisnou šířkou, nadmořskou výškou i zeměpisnou délkou, rozdíl aktuálního tíhového zrychlení a středního gravitačního zrychlení je většinou 0,01-10% pole typu planety, závisí na poloměru, rychlosti rotace a vliv může mít i vzdálenost od hvězdy (slapové síly). Pro pomalu rotující planety s vázanou rotací je tíhové zrychlení téměř rovno gravitačnímu, rozdíly mezi póly a rovníkem jsou malé. V aktuálním MMV je uvažováno konstantní tíhové zrychlení  $g$ . Ve skutečnosti, zejména u horkých Jupiterů, je rozdíl tíhového a gravitačního zrychlení znát, stejně tak i rozdíl gravitačního zrychlení na rovníku a na pólech. U horkých Jupiterů se také někdy značně projevují slapové síly v gravitačním poli hvězdy (WASP 12b). Jeden z největších známých rozdílů tíhového a gravitačního zrychlení na rovníku a také rozdíl gravitačního zrychlení mezi rovníkem a póly je na Jupiteru ve Sluneční soustavě (velký poloměr - (rovníkový 71 492 km, polární 66 854 km, průměrný objemový 69 911 km) a krátká perioda rotace - siderická 9,8417 hod, tedy úhlová rychlost rotace je  $1,7734082 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$ . Odtud vypočteme gravitační zrychlení na pólech  $28,35 \text{ ms}^{-2}$ , průměrné  $25,92 \text{ ms}^{-2}$ , rovníkové  $24,79 \text{ ms}^{-2}$ , tíhové zrychlení na rovníku  $22,54 \text{ ms}^{-2}$ , odstředivá síla na rovníku  $2,25 \text{ ms}^{-2}$  a rozdíl gravitačního zrychlení póly-rovník  $3,56 \text{ ms}^{-2}$ , rozdíl tíhového zrychlení mezi póly a rovníkem  $5,81 \text{ ms}^{-2}$ ), viz (planety.astro.cz).



### 6.3 Výběr exoplanet a planet Sluneční soustavy

Výběr planet, pro které byl spočítán model MMV, závisí na několika parametrech. První skupinou, pro kterou byl MMV spočítán jsou testy pro běh správnosti programu. Jedná se o benchmarkový test *nelineární ustálený geostrofický proud* pro 3 hodnoty parametru  $\alpha_G$ , dále *Země* bez jakéhokoliv forcingu, *Země* bez radiačního forcingu, test chladnutí Země po zhasnutí Slunce. Jako test byl použit běh modelu pro *Wasp 12b* s malou numerickou viskozitou a nebo větší insolací, *Země* s malou numerickou viskozitou a *Tau Ceti e* s malou numerickou viskozitou.

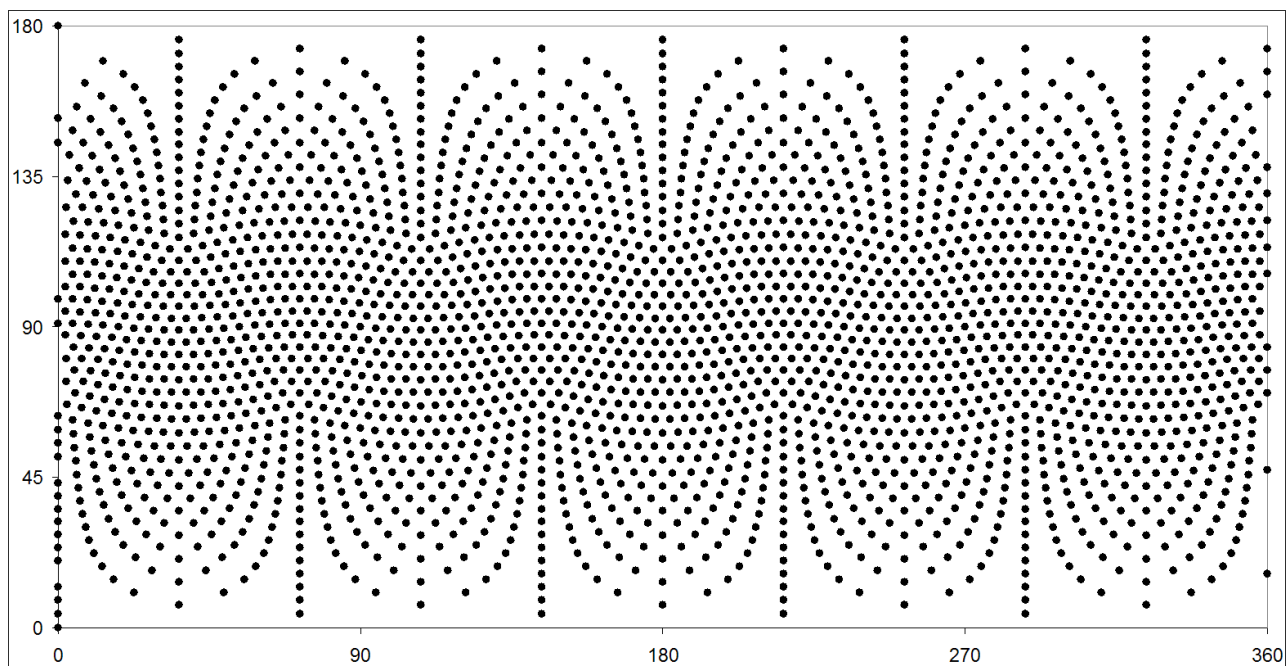
Do modelu jsou vybrány kamenné planety Sluneční soustavy, u těchto planet lze porovnat výsledky s pozorováním. Vybrána byla *Země*, *Venuše* a *Titan*. U *Venuše* je velmi mohutná atmosféra, rovnovážná teplota je podobná jako u *Země* (neplatí pro teplotu povrchu). Měsíc *Titan* byl vybrán jako objekt s velmi malou intenzitou insolace a vyzařování (forcing vlivem radiace je velmi malý) a zároveň je atmosféra relativně mohutná a tíhové pole slabé, rotace pomalá, a tak ani Coriolisova síla není velká. U *Titanu* lze předpokládat malé rozdíly v teplotě a výšce atmosféry. Další planety, které byly zahrnuty do výběru (*GJ 581c*, *Alfa Centauri Bb*, *Země s vázanou rotací*, *Tau Ceti e*), jsou kamenné exoplanety alespoň vzdáleně podobné *Zemi* (vždy ale hmotnější než *Země* a s vázanou rotací mimo *Tau Ceti e*). U těchto planet je teplota vyšší než u *Země* (*Alfa Centauri Bb* je velmi horká planeta) a rotace je také spíše pomalejší, hlavní vliv na teplotní (výškové) pole má insolace. V případě *Tau Ceti e* se nejedná o planetu s vázanou rotací, jedná se o pravděpodobně kamennou planetu hmotnější než *Země* a o něco teplejší než *Země* (rovnovážná teplota o 30 K vyšší). Jedná se o jednu z exoplanet relativně podobných *Zemi*. Sklon rotační osy a délka dne není známa, zvolena siderická perioda rotace 44 hod a velký sklon rotační osy 36°, což má za následek velké rozdíly v ročních obdobích. V případě *Alfa Centauri Bb* se jedná o nejjednodušší případ pro vývoj – zvolená nulová excentricita i sklon rotační osy společně s vázanou rotací znamená zcela konstantní insolaci i polohu místního Slunce na obloze.

Další skupinou, pro které by MMV spočítán, jsou horké plynné exoplanety (*GJ 436b*, *HD 189733 b*, *51 Pegasi b*, *Wasp 12b*), pro které je známo hodně parametrů. *GJ 436b* byl vybrán jako nejchladnější a nejmenší exoplaneta, u které byly vlastnosti odvozeny ze spektra, hodně parametrů je známo relativně přesně. Navíc planeta nemá vázanou rotaci, ale synodický den je několika-násobně delší než rok, což je dost specifické. U *GJ 436b* se mění insolace a také poloha místního Slunce na obloze, excentricita je vysoká a i „solární“ intenzita se značně mění. Ve vývoji se skládá několik period v insolaci. První perioda souvisí s dobou oběhu a vysokou excentricitou, druhá perioda (delší) souvisí s délkou synodického dne. Výsledný časový vývoj je komplikovaný i z důvodu velké tloušťky atmosféry a tepelné kapacity. Sklon rotační osy byl zvolen nulový, jinak by se ve vývoji objevila další perioda s délkou jednoho oběhu (stejná délka periody jako změny „solární“ intenzity TOA). *51 Pegasi b* byla vybrána jakožto typický horký Jupiter, u kterého je známo hodně parametrů včetně spektrálních měření. *51 Pegasi b* je první objevená exoplaneta u hvězdy hlavní posloupnosti. Také byl vybrán i horký Jupiter *HD 189733 b*, u kterého byla vytvořena teplotní mapa na základě pozorování. Velmi horký Jupiter *Wasp 12b* byl vybrán jakožto nejteplejší známá exoplaneta s nejvyšší insolací (v katalogu se objevují i teplejší exoplanety, ale takové záznamy jsou pochybné). Horké Jupitery mají velký vertikální rozsah atmosféry, a proto MMV je docela daleko od reality. Vzhledem k pozorovacím metodám jsou nejnázne objevovány a je známo nejvíce exoplanet tohoto typu. Vlastnosti exoplanety jsou nejpřesněji určitelné právě u horkých Jupiterů.

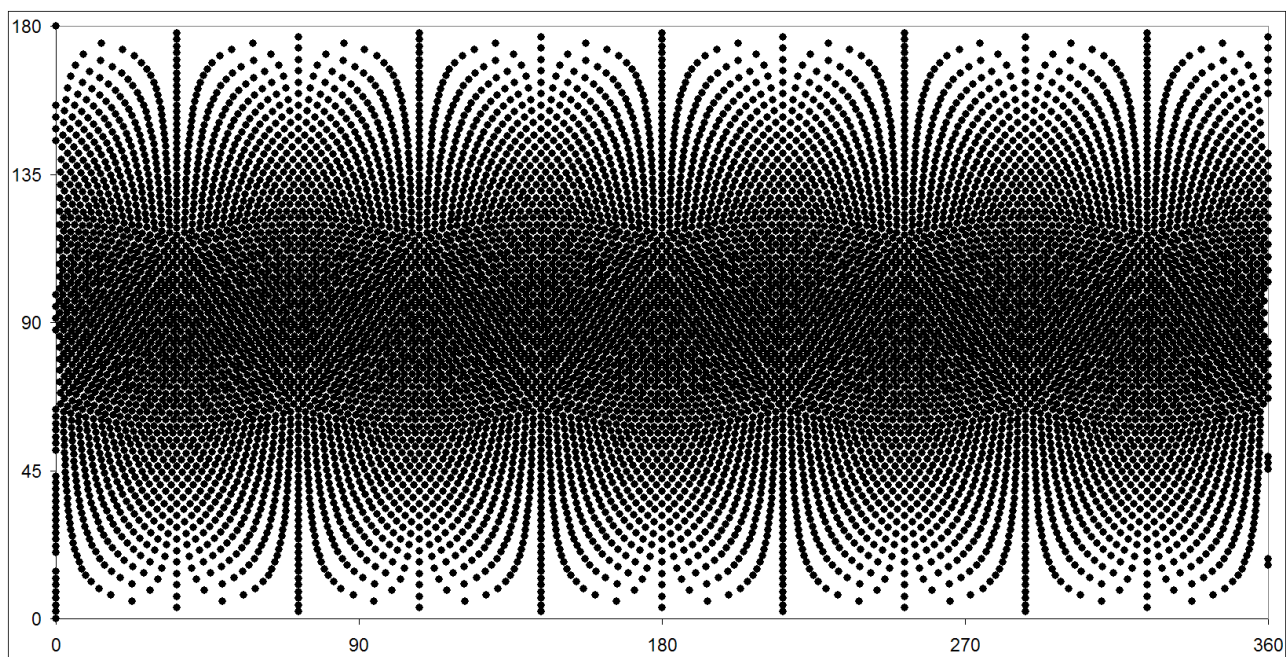
Planety obíhající okolo pulsarů byly objeveny jako první kandidáti, patří tam i planeta s nejkratší periodou a současně s nejmenší hlavní poloosou, a také planeta nejmenší hmotností (jedná se tři různé exoplanety). Kromě hmotnosti a parametrů oběžné dráhy (což jde u planet obíhajících okolo pulsarů relativně přesně odhadnout) však neznáme vůbec žádné astronomické, klimatologické a geofyzikální parametry, a proto je tento typ planet zcela vyřazen z výběru.

## 6.4 Zobrazení dat na mapě

Pro zobrazení povrchu sféry máme několik možností ([www.gnuplotting.org/heat-maps/](http://www.gnuplotting.org/heat-maps/), [www.freeworldmaps.net/printable/](http://www.freeworldmaps.net/printable/)). Jednou z možností je obdélníková Gall–Petersova projekce. Tato projekce se používá často u globálních map a map oblohy. Problém ale je blízko pólů – zatímco zeměpisná šířka (vzdálenost dvou bodů ležících na poledníku) zkreslení podléhá méně, vzdálenost dvou bodů na rovnoběžce u pólů výrazně narůstá oproti skutečnosti až k nekonečnu. Proto se na mapách s touto projekcí jeví Grónsko větší než Austrálie, ale ve skutečnosti je menší než Arabský poloostrov.

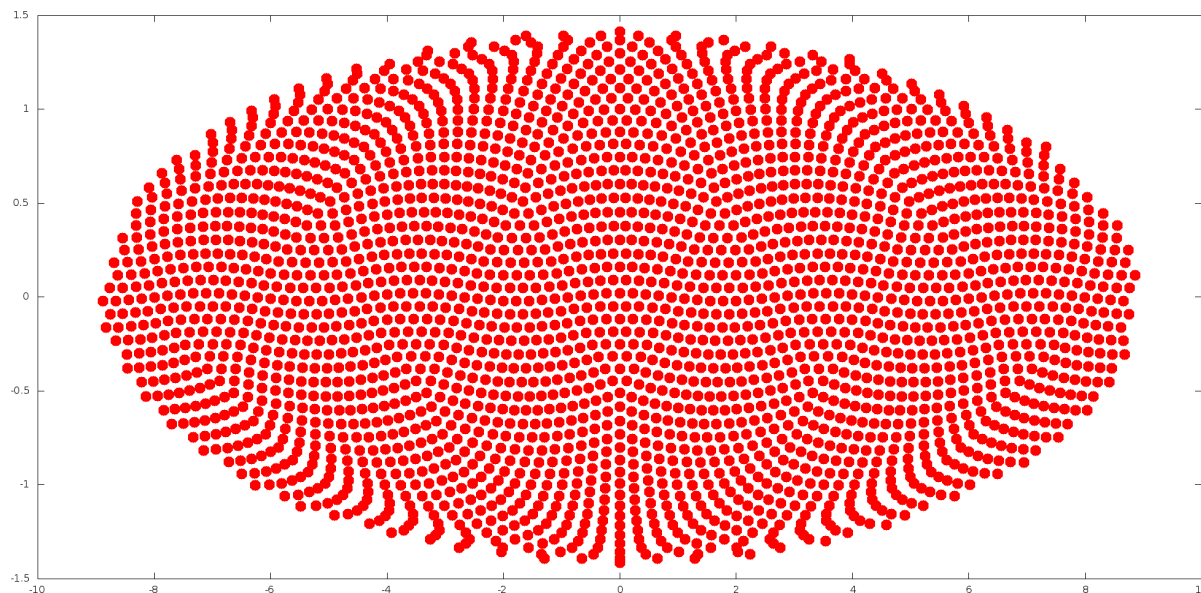


Obr. č. 16 – STD-grid 2562 bodů na sféře pro úroveň vnoření  $n = 3$ , 2562 bodů, použitá projekce Gall–Petersova.



Obr. č. 17 – STD-grid 10 242 bodů na sféře pro úroveň vnoření  $n = 4$ , 10 242 bodů, použitá projekce Gall–Petersova. Pro úroveň  $n = 5$  je počet bodů na sféře 40 962.

Druhou možností je tzv. Mollweideova projekce ([www.gnuplotting.org/heat-maps/](http://www.gnuplotting.org/heat-maps/), [www.freeworldmaps.net/printable/](http://www.freeworldmaps.net/printable/)). Povrch sféry se promítne do elipsy, kde rovníkový obvod zaujímá délku dvakrát větší než vzdálenost severního a jižního pólu. Podobné projekce jsou: Hammerova projekce, Briesemeisterova projekce, Baranyiova II. Projekce. Zaujímají stejný tvar – elipsu, liší se zploštěním (rovníkový obvod vs. vzdálenost pólů).



Obr. č. 18 – Výpočetní modifikovaná icosahedrální síť STD-grid úrovně 3 – 2562 bodů v projekci Mollweideově.

## 6.5 Vybrané výsledky modelu MMV

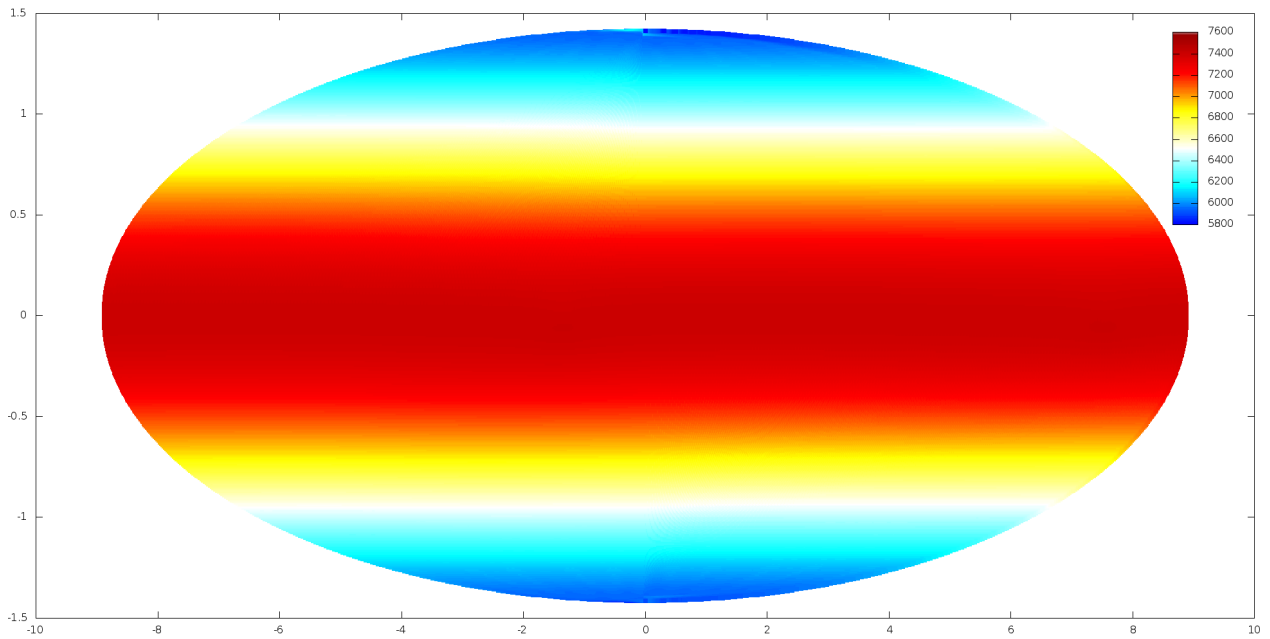
Tato kapitola shrnuje vybrané výsledky vytvořeného modelu MMV z velkého množství dat. Na začátku kapitoly jsou vybrány testovací běhy modelu. Prvním testem je ustálený geostrofický proud s modifikovaným Coriolisovo parametrem (Global Steady State Nonlinear Zonal Geostrophic Flow - Williamson et al. 1992) V původním zdroji je předpis, jak modifikovat Coriolisův parametr a jaké zvolit počáteční pole výšky a rychlosti – předpis rychlostního výškového pole a předpis pro Coriolisův parametr byl použit ve vytvořeném programu, a tím byla ověřena správnost napsání programu. Výškové a rychlostní pole by se nemělo měnit v čase (výškové a rychlostí pole vyšlo zcela konstantní v čase), zachovávána je hmota a celkový objem. Je možné porovnat výsledné pole s analytickým řešením a zjistit tak numerickou chybu. Numerická chyba se nemění v čase, závisí na poloze a parametru  $\alpha_G$  (použitém pro modifikaci Coriolisova parametru), dosahuje hodnot většinou 0,1-0,35% vůči celkové výšce a do 2,5% vůči globálním rozdílům výšky  $h_A$ . Test pro tři různé parametry  $\alpha_G$  je popsán v příloze č. 2. Tento test byl proveden pro tři různé hodnoty parametru  $\alpha_G$  a na tomto parametru závisí sklon geostrofického proudu vůči rovníku. Řešení i numerická chyba byla v čase konstantní, potvrdilo se zachování hmoty. Výškové pole a chyba od analytického řešení je na obrázcích 19-24. Dalším testem, který byl proveden, je časová integrace MMV bez forcingu a bez viskozity. Výsledky tohoto testu jsou na obr. č. 25-26. Bez numerické viskozity se poměrně brzo (2500-3000 kroků) stane model nestabilní a spadne. Nestabilita se projevuje ve schématech bez viskozity, i ve schématech s příliš malou numerickou viskozitou, ale také ve schématech s příliš velkou numerickou viskozitou. Je otázkou, co nestabilitu způsobuje. Pokud byl bez numerické viskozity spuštěn test ustálený geostrofický proud s modifikovaným Coriolisovo parametrem s parametrem  $\alpha_G=0,0001$ , tak aby proudění bylo téměř čistě zonální, schéma zůstalo poměrně

dlouhou dobu stabilní bez viskozity. Tím se potvrdila domněnka, že pravděpodobným zdrojem nestability je divergence geostrofického proudění, které není čistě zonální (nenulová divergence Coriolisova parametru). Divergence proudění v průběhu integrace může nekontrolovaně růst. Dalším zdroje pro nestabilitu může být akumulace numerických chyb. Posledním testem byl běh modelu s numerickou viskozitou bez radiačního forcingu na obr. č. 27-30. U tohoto testu nebyla energie dodávána insolací, ani se neztrácela vyzařováním. Toto schéma s numerickou viskozitou je stabilní a hmota i celkový objem se zachovává a tvar pole závisí na velikosti numerické viskozity (časová integrace 3 roky).

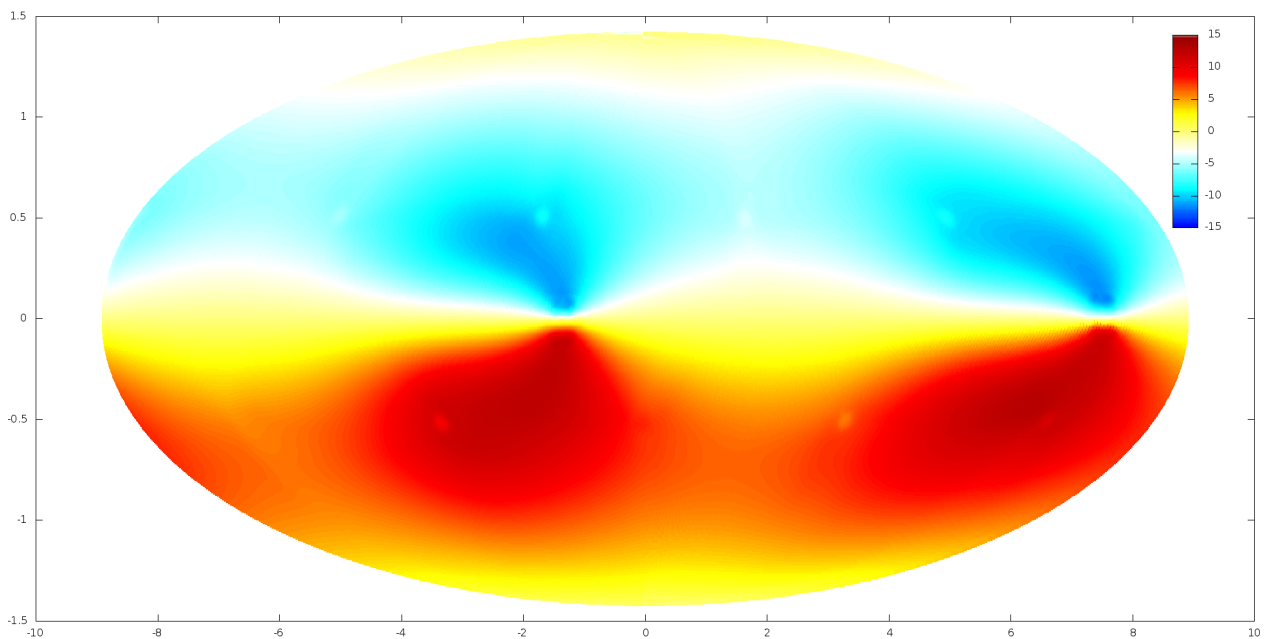
Na dalších obrázcích č. 31-72 jsou výsledky běhu modelu pro několik planet Sluneční soustavy a exoplanet. U planet Sluneční soustavy je možné porovnat výsledky se skutečností a proto byl běh modelu pro planety Sluneční soustavy použit. Byly spuštěny časové integrace modelu pro planetu Zemi s klasickými parametry, Zemi s vázanou rotací, Zemi chladnoucí (Slunce přestane svítit), Zemi s malou viskozitou, Venuši, planetu s vlastnostmi měsíce Titan, exoplanety Alfa Centauri Bb (nejbližší exoplaneta), GL 581c (Super-Země při vnitřním okraji obyvatelné zóny s vázanou rotací), Tau Ceti e (Super-Země v obyvatelné zóně bez vázané rotace), Tau Ceti e s malou viskozitou, GJ 436b (Horký Neptun s vysokou excentrickou 0,15-0,16 bez vázané rotace, o kterém je toho hodně známo), horký Jupiter 51 Pegasi b, horký Jupiter HD 189733 b, velmi horký Jupiter WASP 12 b ve třech verzích (klasicky, malá viskozita, 1 000 000 krát vyšší insolace). Na obr. 31-72 je vždy znázorněno teplotní/výškové pole (teplota v MMV není přímo ale musí se odvodit s výšky atmosféry) a pole velikosti rychlosti proudění po určité době časové integrace.

Na obr. č. 73-102 je znázorněn časový vývoj vybraných veličin ve vybraných bodech. Použity byly tyto čtyři gridové body: bod číslo 1[+90;0] je severní pól, bod číslo 2[-90;0] jižní pól, bod poblíž rovníku 451[-1,18E-08;18], a bod 182[50,38115;16,9789] přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ . Souřadnice bodů  $(\theta, \lambda)$  jsou udávány ve stupních, "nadmořská výška" není používána (resp. všude je 0). V některých případech (poměrně často) je délka jednoho dne ve srovnání s dobou časové integrace malá. Stejně tak jako roční chod, u některých veličin se projevuje i denní chod s menší amplitudou než roční chod. Jednotlivé dny jsou ale v některých případech příliš blízko sebe a proto se denní chod projeví rozšířením křivky v grafu (délka jednoho dne je menší než rozlišení v grafu).

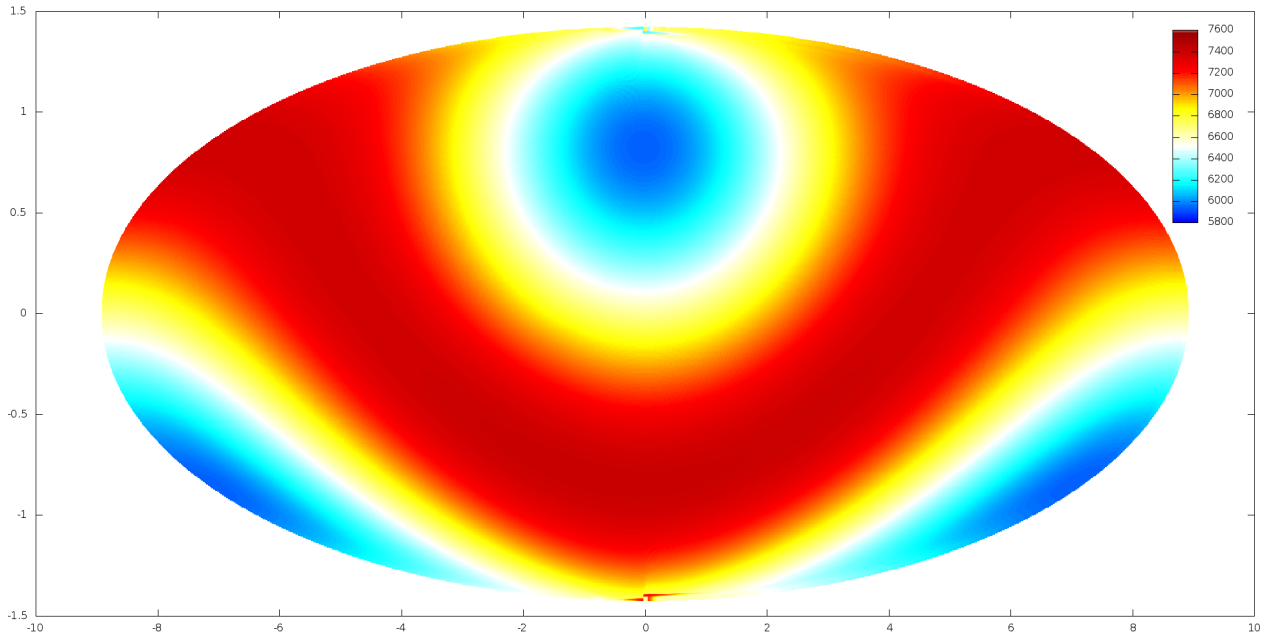
Globální mapy byly nakresleny pro všechny veličiny a všechny stanice interpolované i neinterpolované, časový vývoj pro jednotlivé gridové body byl také vykreslen pro všechny veličiny i všechny gridové body. Z celkem více než 10 000 000 obrázků byly vybrány některé mapy a grafy do hlavního textu a do příloh. Další vybrané globální mapy i vývoj v gridových bodech je možno nalézt v přílohách (formát *pdf*, příloha č. 1 obsahuje globální mapy a příloha č. 2 vývoj v gridových bodech).



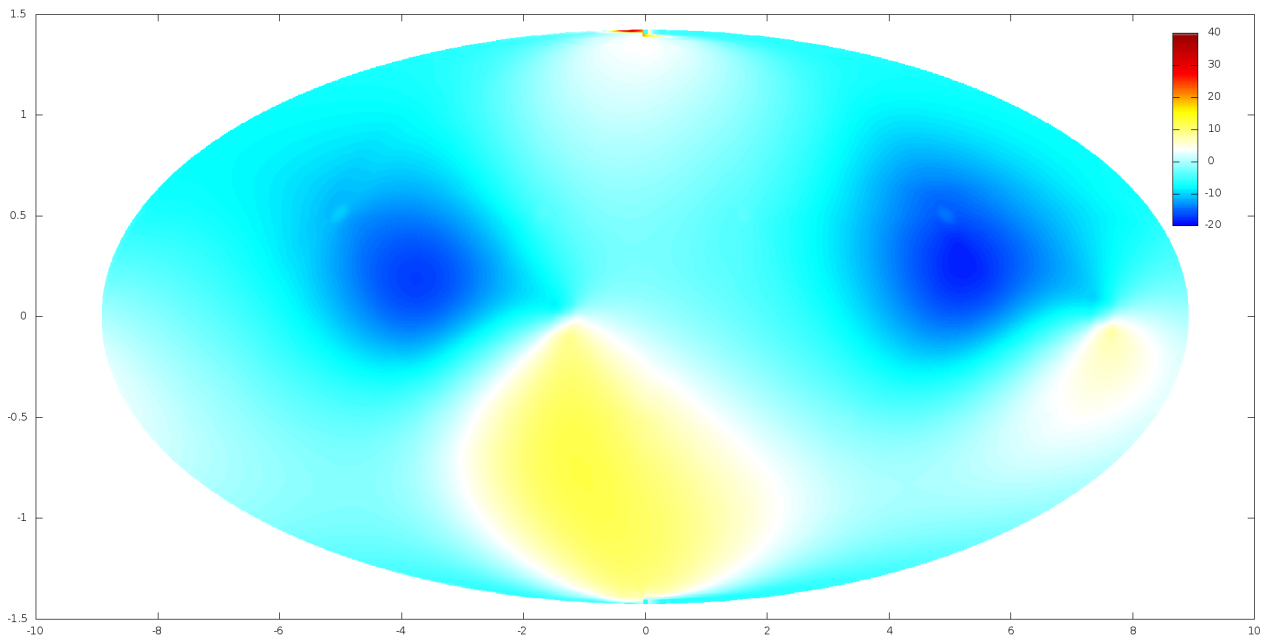
Obr. č. 19 – výškové pole spočtené numerickou integrací v testu Global Steady State Nonlinear Zonal Geostrophic Flow (Williamson et al. 1992) s parametrem  $\alpha_G = 0,0001 \text{ rad}$ .



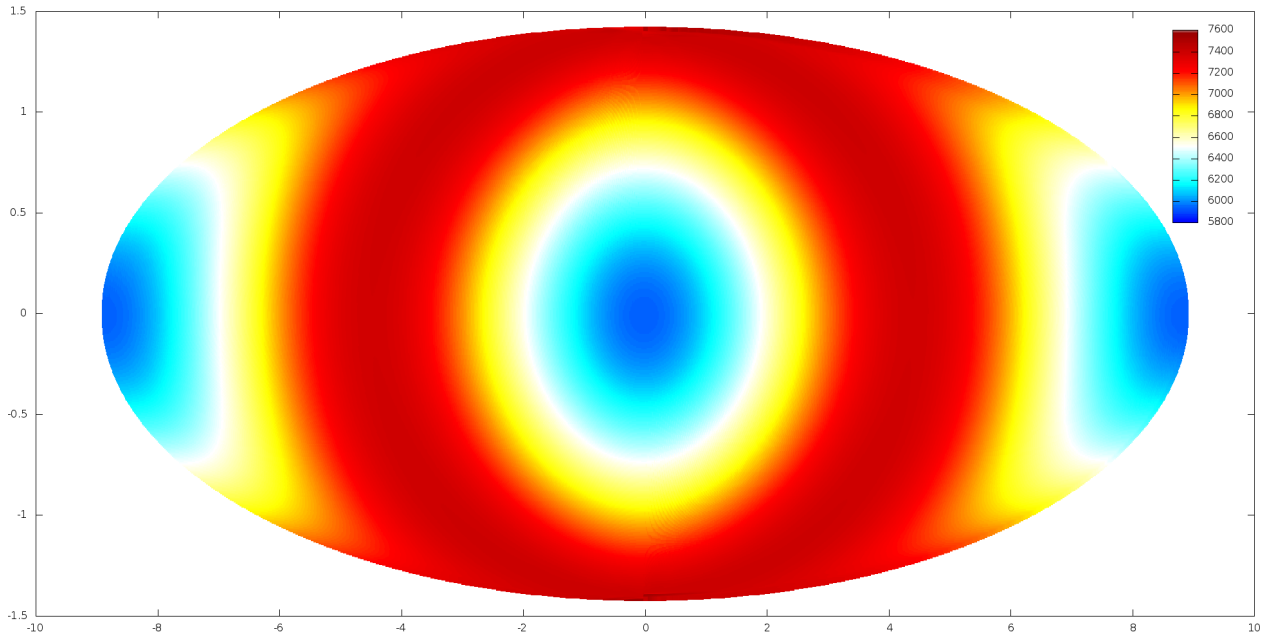
Obr. č. 20 – Odchylka od přesné hodnoty, tedy (výškové pole spočtené numerickou integrací)-(analytická hodnota výškového pole) v testu Global Steady State Nonlinear Zonal Geostrophic Flow (Williamson et al. 1992) s parametrem  $\alpha = 0,0001 \text{ rad}$ .



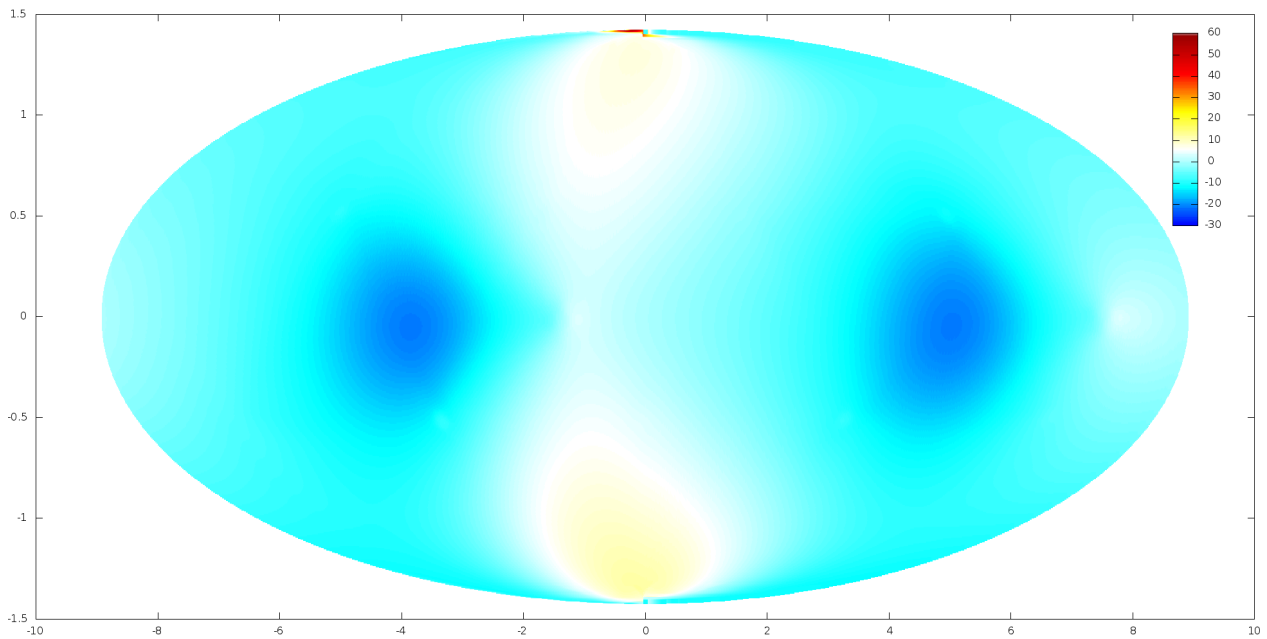
Obr. č. 21 – výškové pole spočtené numerickou integrací v testu Global Steady State Nonlinear Zonal Geostrophic Flow s parametrem  $\alpha_G = \pi/2 \text{ rad}$ .



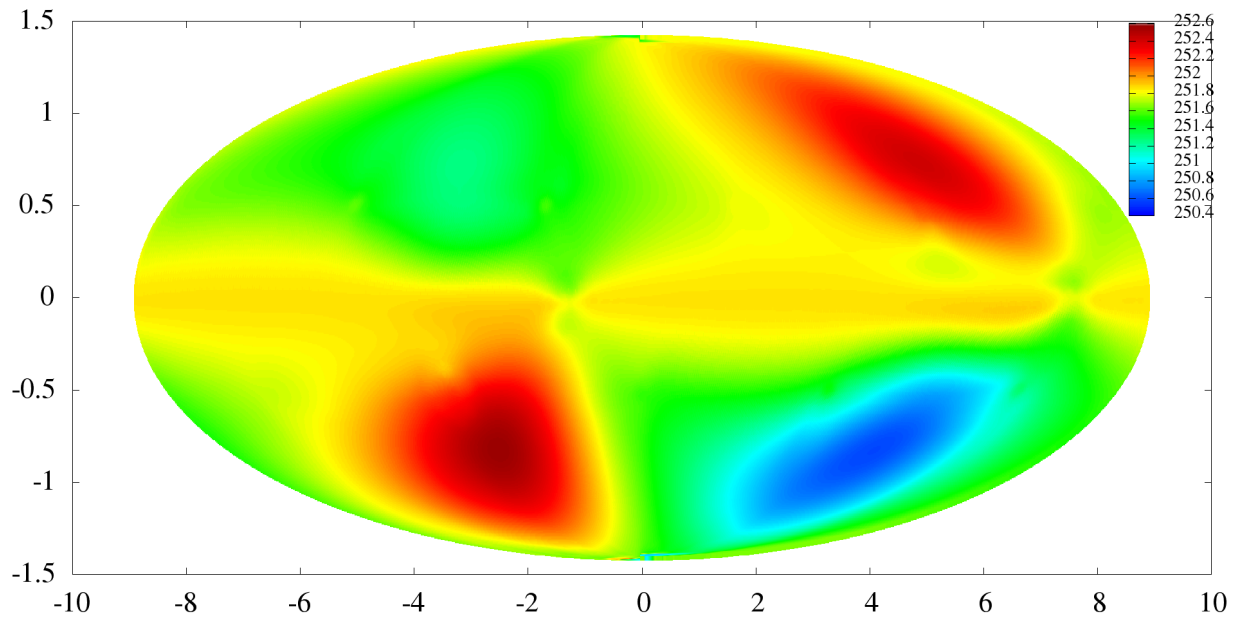
Obr. č. 22 – Odchylka od přesné hodnoty, tedy (výškové pole spočtené numerickou integrací)-(analytická hodnota výškového pole) v testu Global Steady State Nonlinear Zonal Geostrophic Flow s parametrem  $\alpha_G = \pi/2 \text{ rad}$ .



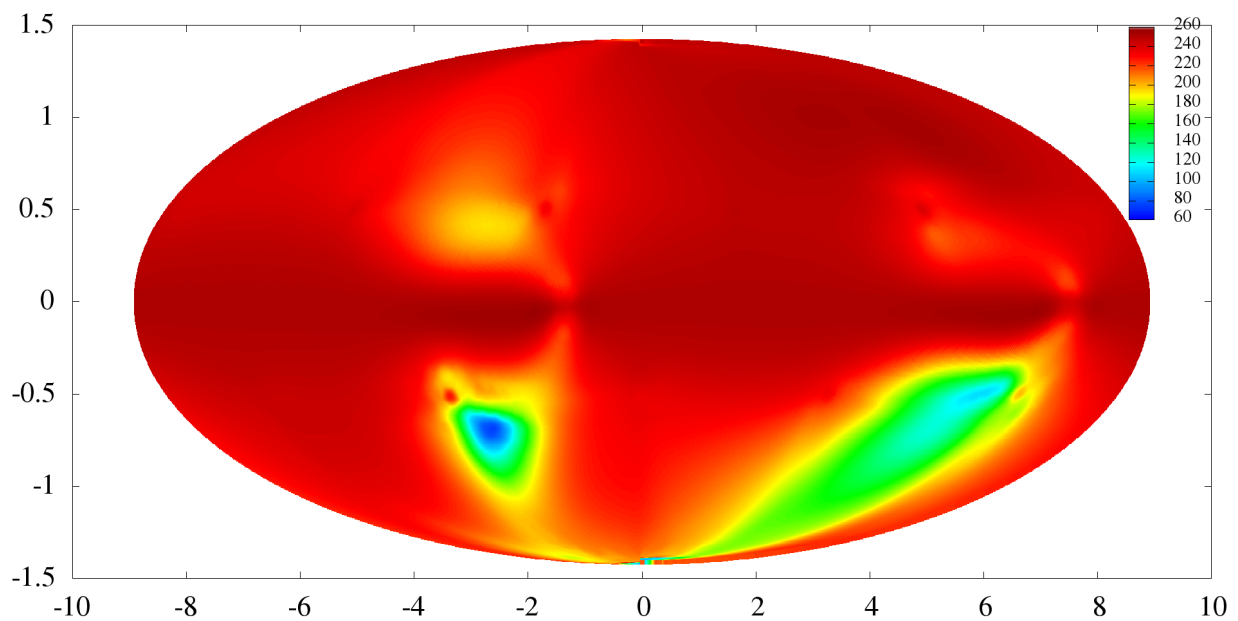
Obr. č. 23 – výškové pole spočtené numerickou integrací v testu Global Steady State Nonlinear Zonal Geostrophic Flow s parametrem  $\alpha_G = (\pi-0,0001)$  rad.



Obr. č. 24 – Odchylka od přesné hodnoty, tedy (výškové pole spočtené numerickou integrací)-(analytická hodnota výškového pole podle (7)) v testu Global Steady State Nonlinear Zonal Geostrophic Flow s parametrem  $\alpha_G = (\pi-0,0001)$  rad.

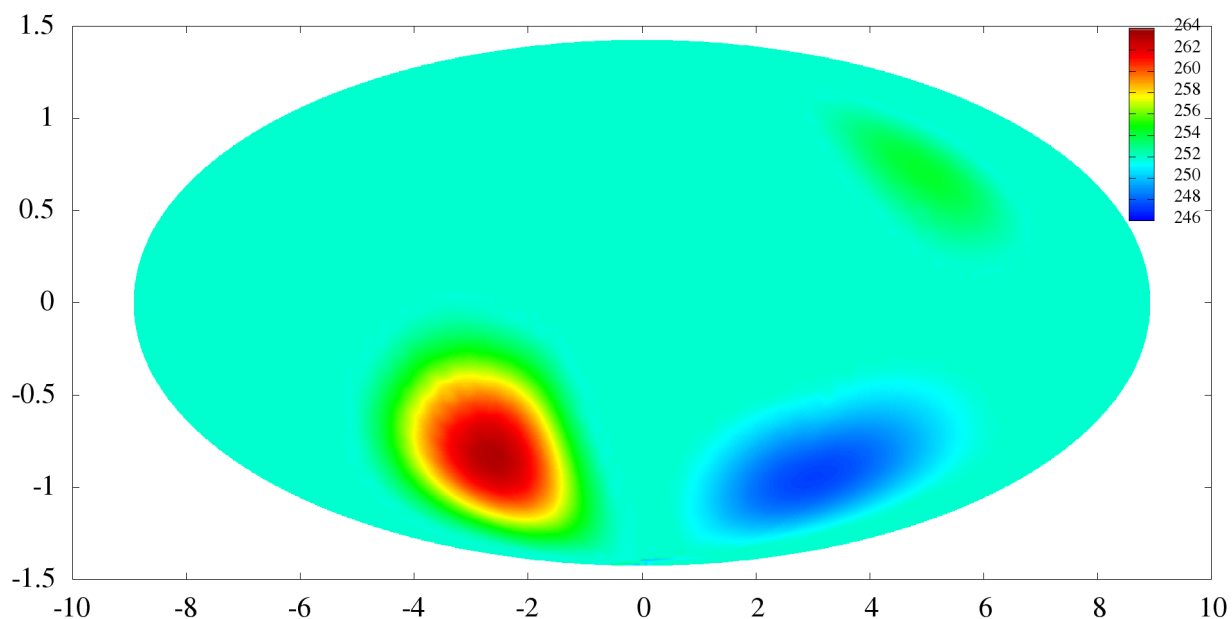


Obr. č. 25 – Výškové/teplotní pole spočtené numerickou integrací bez použití forcingu (zdroje energie), a také bez použití numerické viskozity po 793 krocích. Pokud není použita numerické viskozita, poměrně rychle se stane schéma nestabilní (po 2500-3000 krocích).

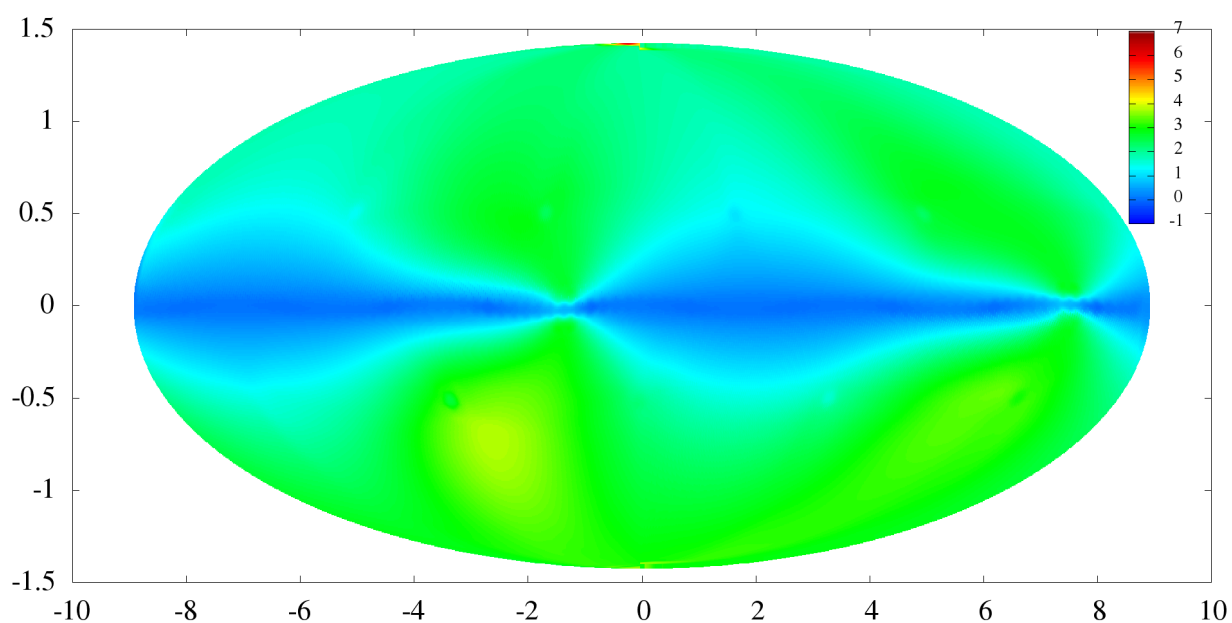


Obr. č. 26 – Výškové/teplotní pole spočtené numerickou integrací bez použití forcingu (zdroje energie), a také bez použití numerické viskozity po 2493 krocích. Pokud není použita numerické viskozita, poměrně rychle se stane schéma nestabilní (po 2500-3000 krocích).

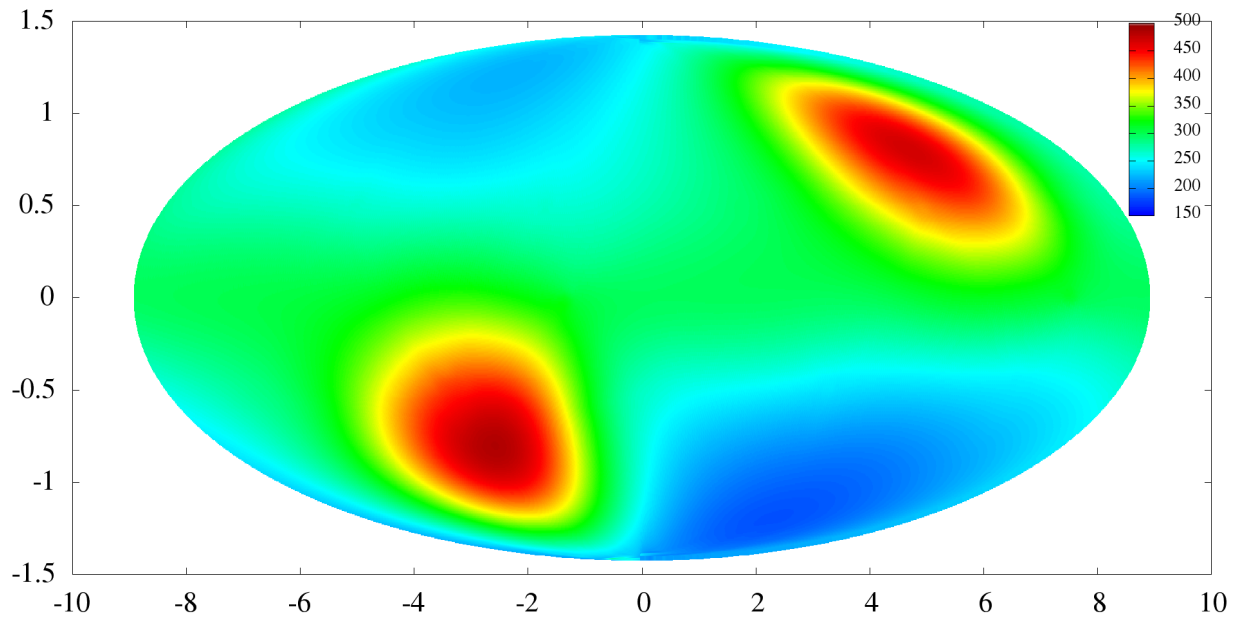




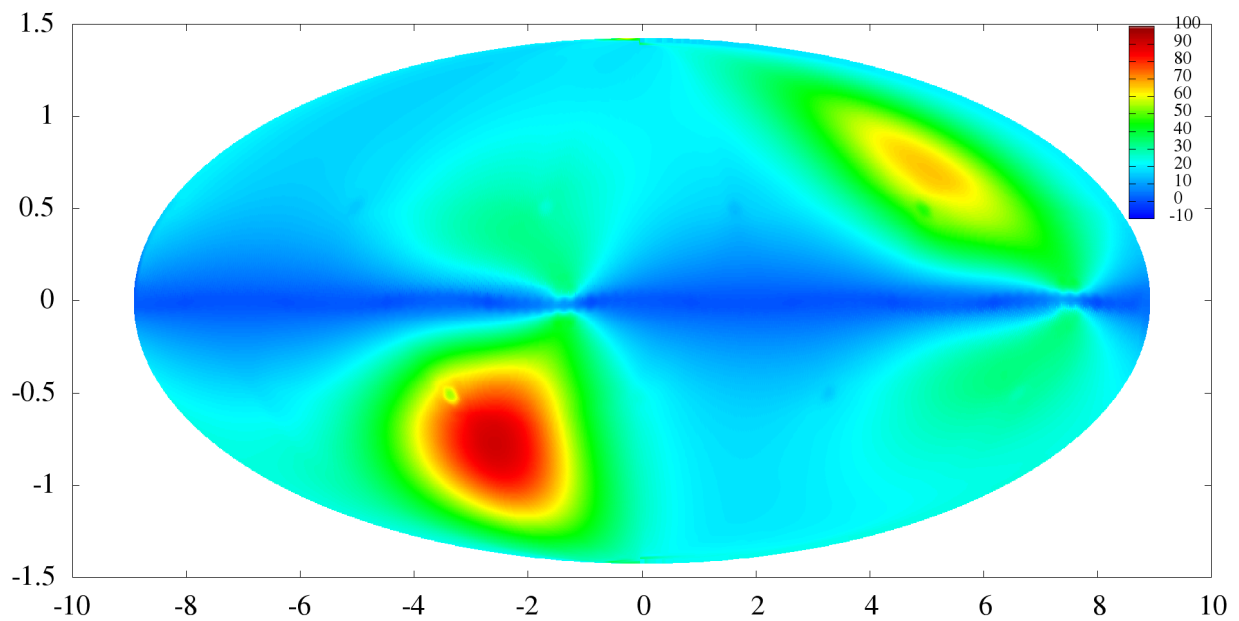
Obr. č. 27 – *Země bez radiální bilance* – teplotní/výškové pole v případě Země bez použití radiálního forcingu (v numerické integraci není zdroj energie – insolace, ani ztráty energie tepelným vyzařováním). Teplotní/výškové pole je v době 93 139 200 s/1078 dní/2,951355 let.



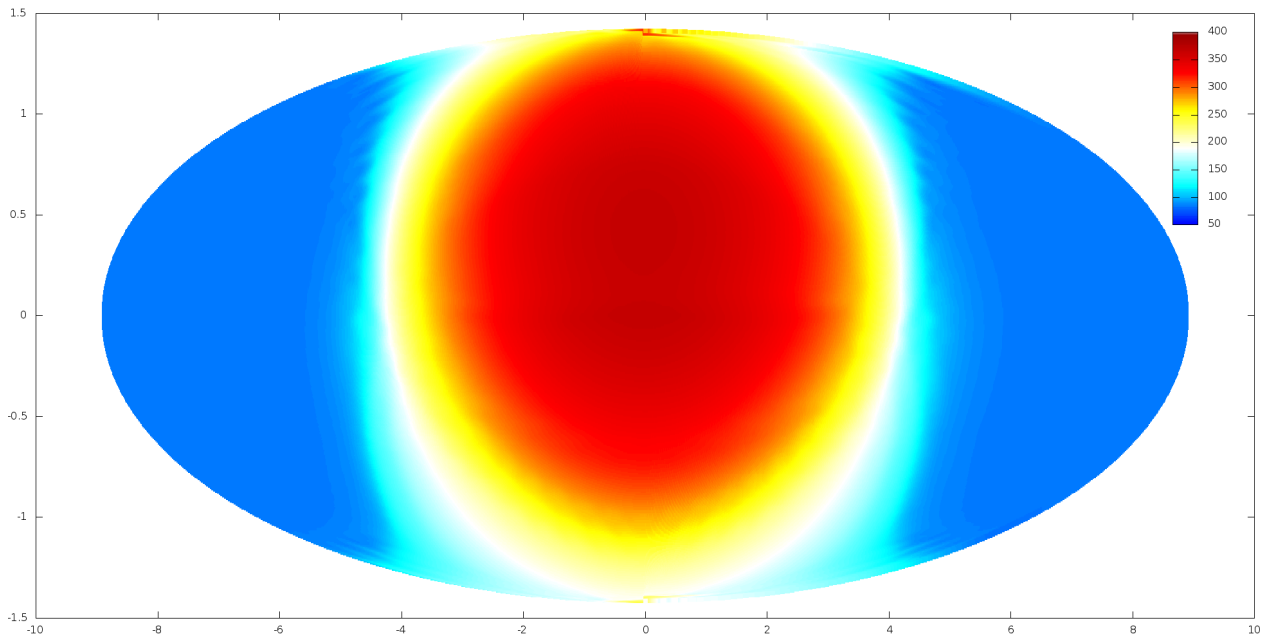
Obr. č. 28 – *Země bez radiální bilance* - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 93 139 200 s / 1078 dní / 2,951355 let. V numerické integraci není zdroj energie – insolace, ani ztráty energie tepelným vyzařováním).



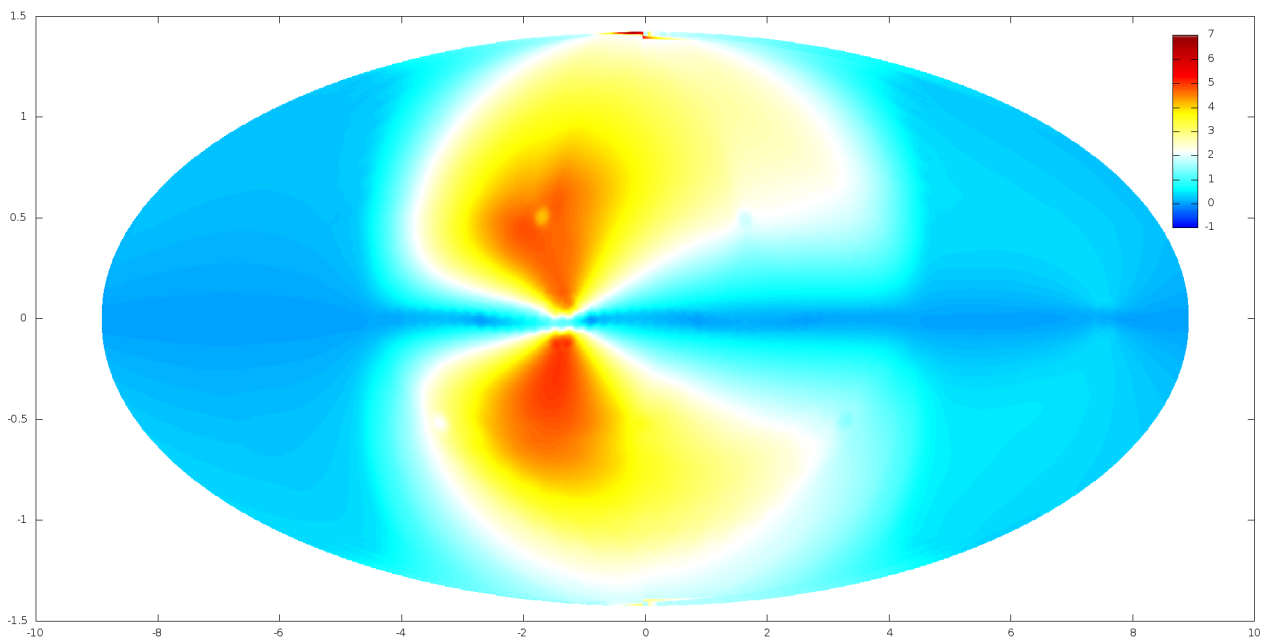
Obr. č. 29 – Země s velmi malou numerickou viskozitou - výškové/teplotní pole po časové integraci 70 934 400 s/821 dní/2,247739 let.



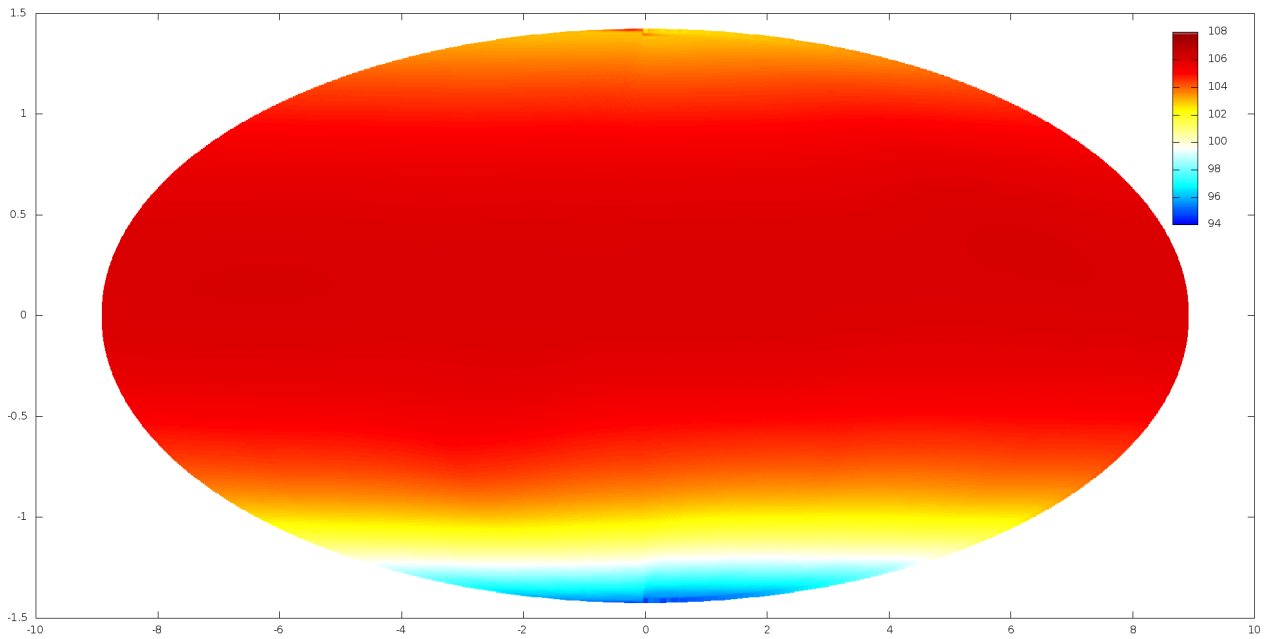
Obr. č. 30 – Země s velmi malou numerickou viskozitou - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 70 934 400 s/821 dní/2,247739 let.



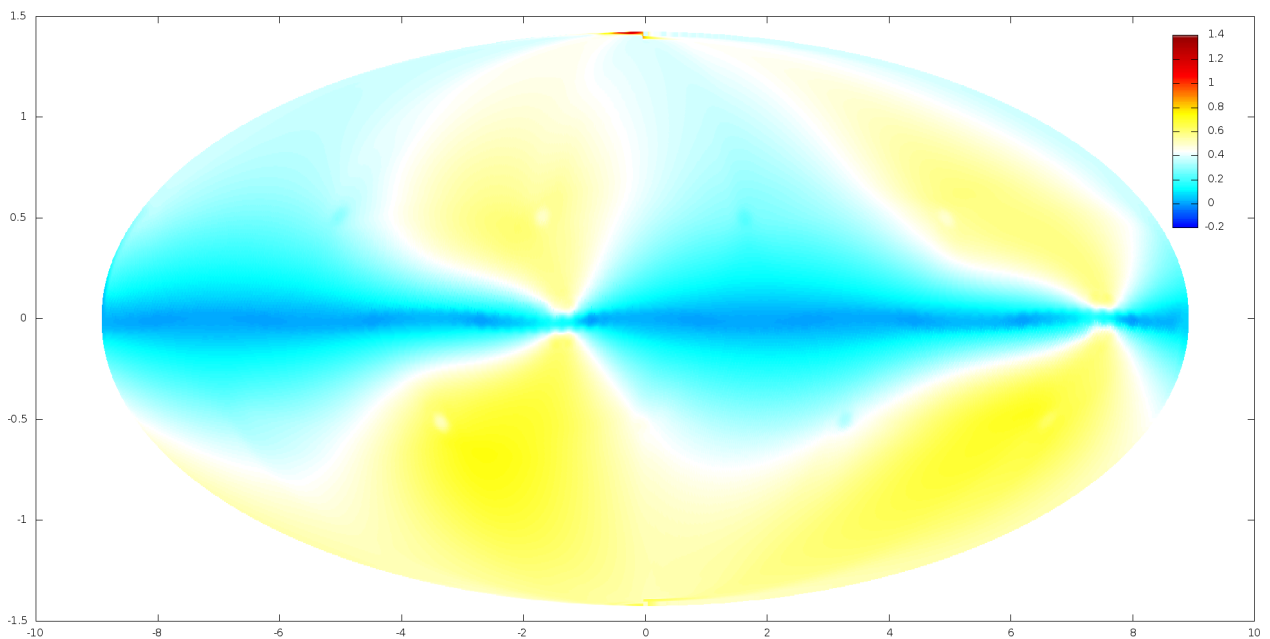
Obr. č. 31 – Země s vázanou rotací - teplota/tloušťka atmosféry po časové integraci 93 747 000 s/1085,035 pozemských dní/2,9706144 pozemských let.



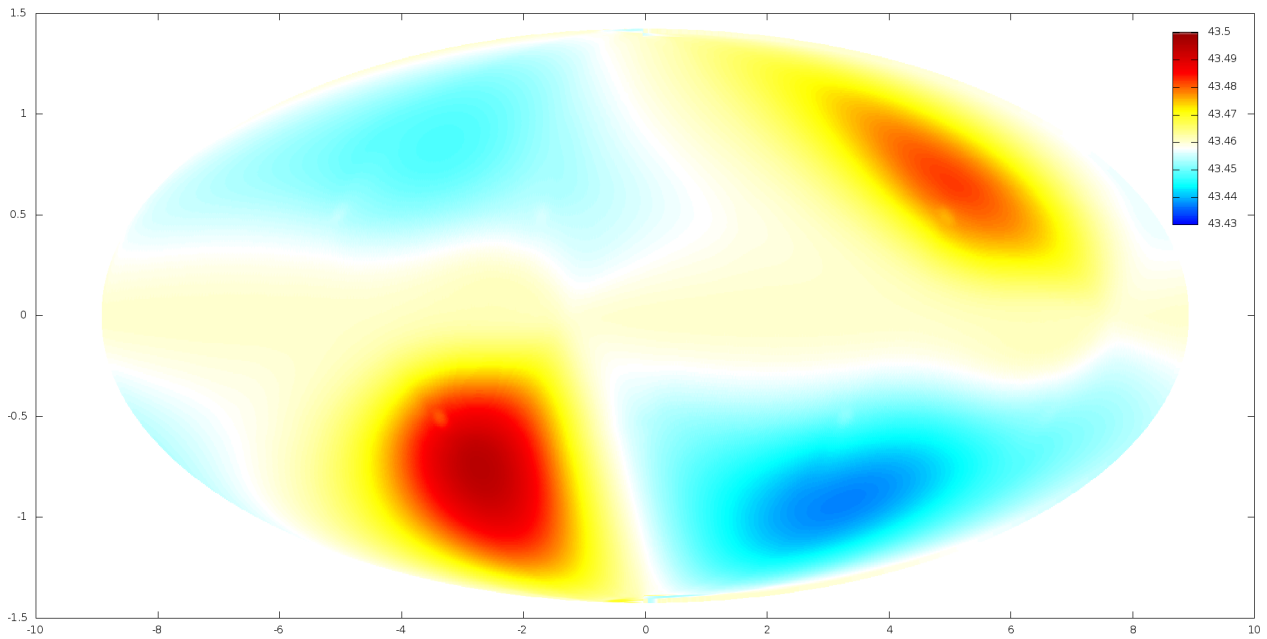
Obr. č. 32 – Země s vázanou rotací - pole velikosti rychlosti proudění po časové integraci 93 747 000 s/1085,035 pozemských dní/2,970614 pozemských let.



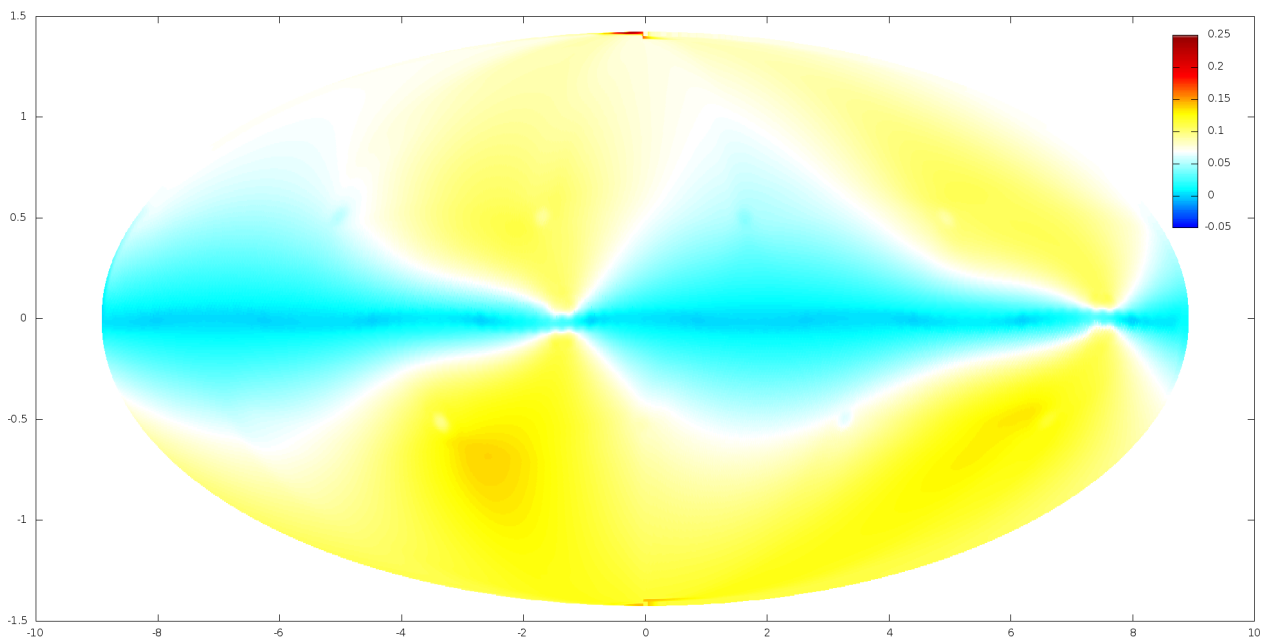
Obr. č. 33 - Země – test chladnutí - teplota/tloušťka atmosféry po časové integraci 39 052 816 s/452,0002 dní/1,237489 let, čas vypnutí Slunce 100 dní/8 640 000 s/0,2737806 let.



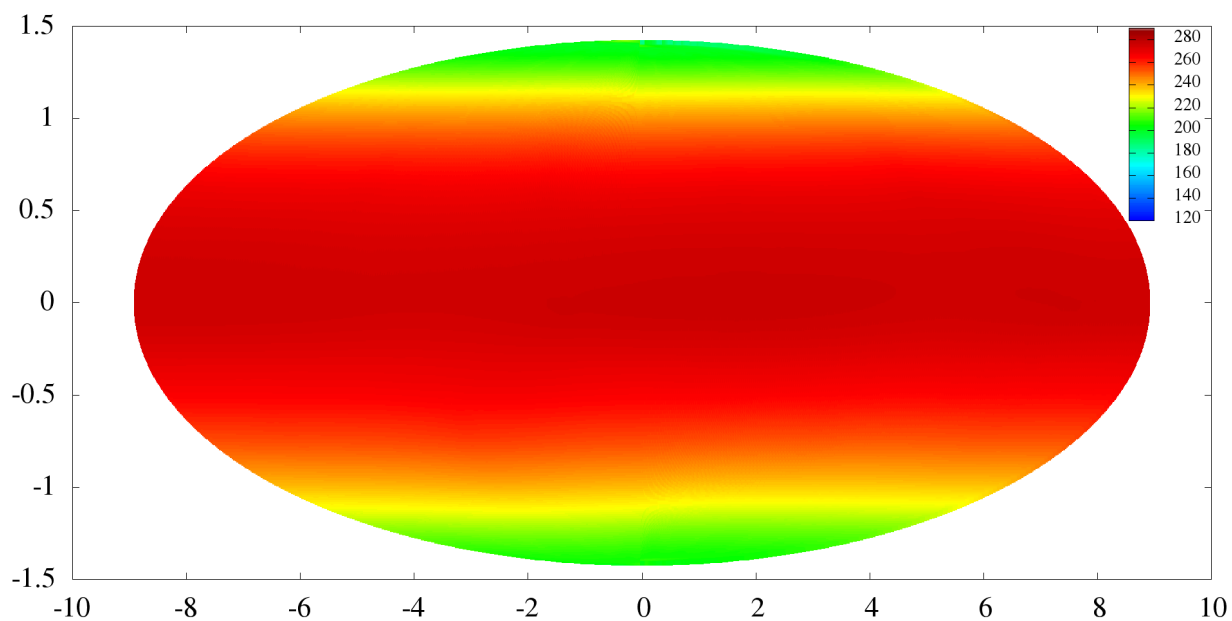
Obr. č. 34 - Země – test chladnutí - pole velikosti rychlosti proudění po časové integraci 39 052 816 s/452,0002 dní/1,237489 let, čas vypnutí Slunce 100 dní/8 640 000 s/0,2737806 let.



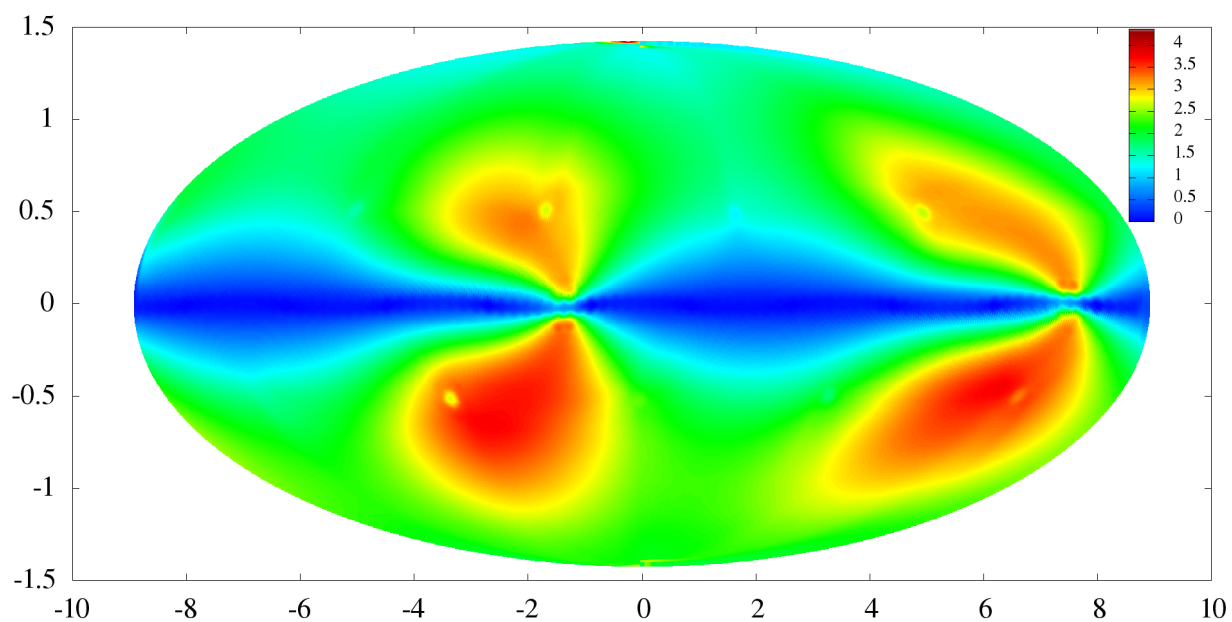
Obr. č. 35 - Země – test chladnutí - teplota/tloušťka atmosféry po časové integraci 315 532 800 s/3652,0 dní/9,9984668 let, čas vypnutí Slunce 100 dní/8 640 000 s/0,2737806 let.



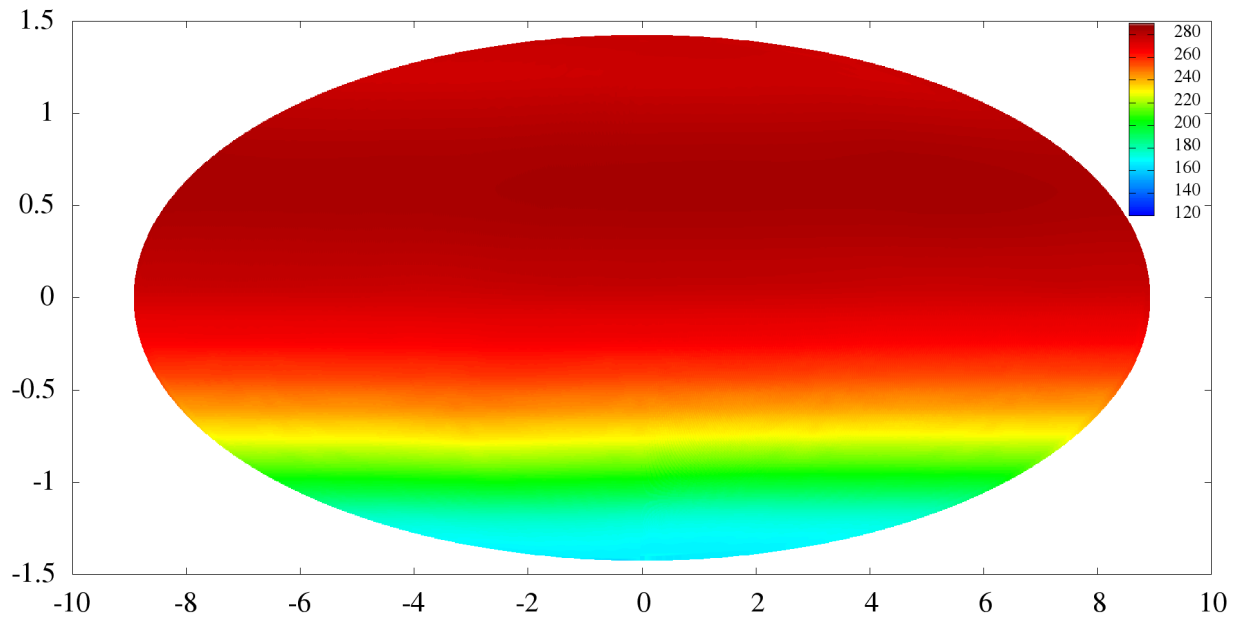
Obr. č. 36 - Země – test chladnutí, pole velikosti rychlosti proudění po časové integraci 315 532 800 s/3652,0 dní/9,9984668 let, čas vypnutí Slunce 100 dní/8 640 000 s/0,2737806 let.



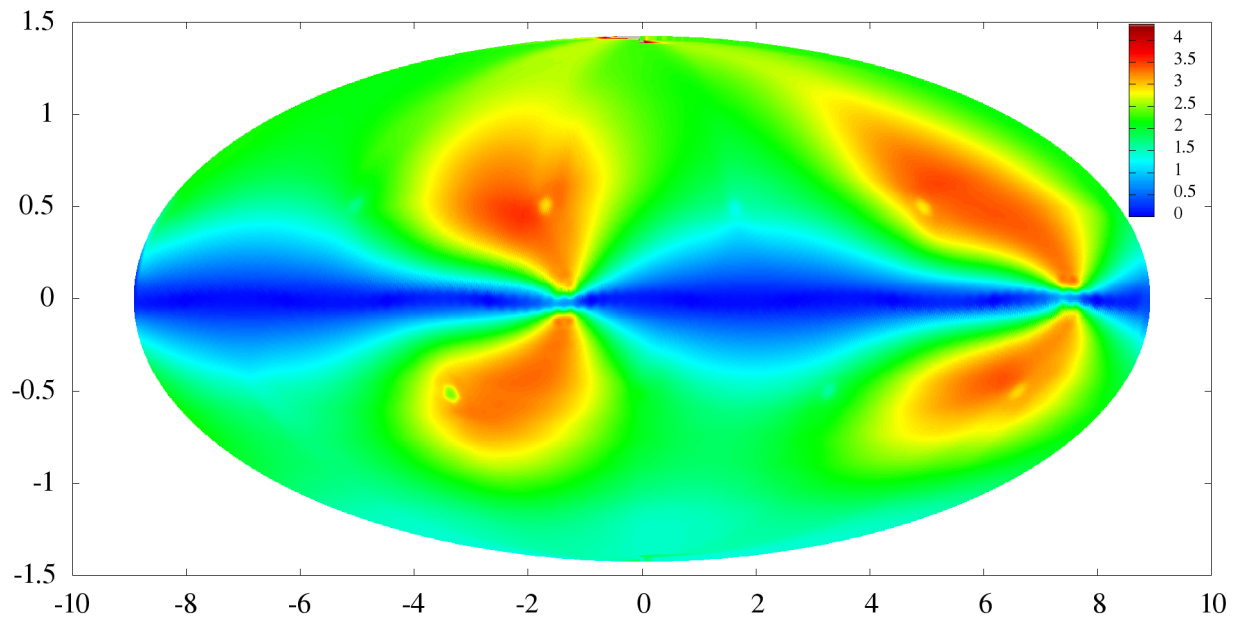
Obr. č. 37 – Země se skutečnými parametry - Výškové/teplotní pole po časové integraci 59 493 600 s/688,583 dní/1,88521 let.



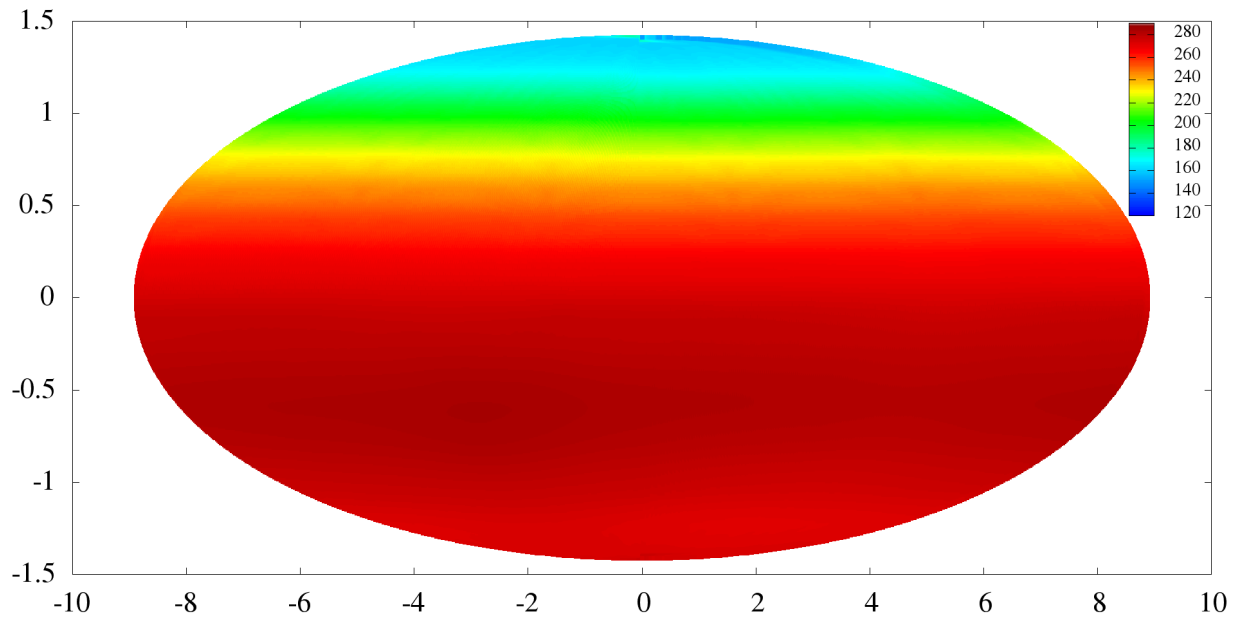
Obr. č. 38 – Země se skutečnými parametry - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 59 493 600 s/688,583 dní/1,88521 let.



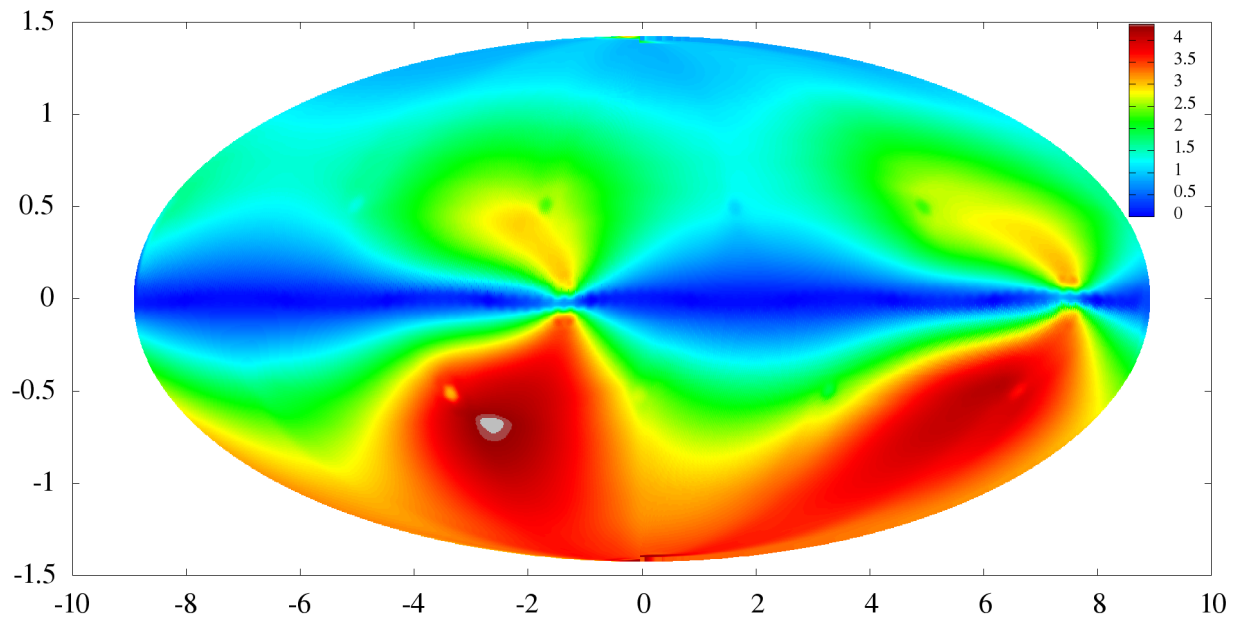
Obr. č. 39 – Země se skutečnými parametry - výškové/teplotní pole po časové integraci 66 679 200 s/771,75 dní/2,112902 let.



Obr. č. 40 – Země se skutečnými parametry - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 66 679 200 s/771,75 dní/2,112902 let.

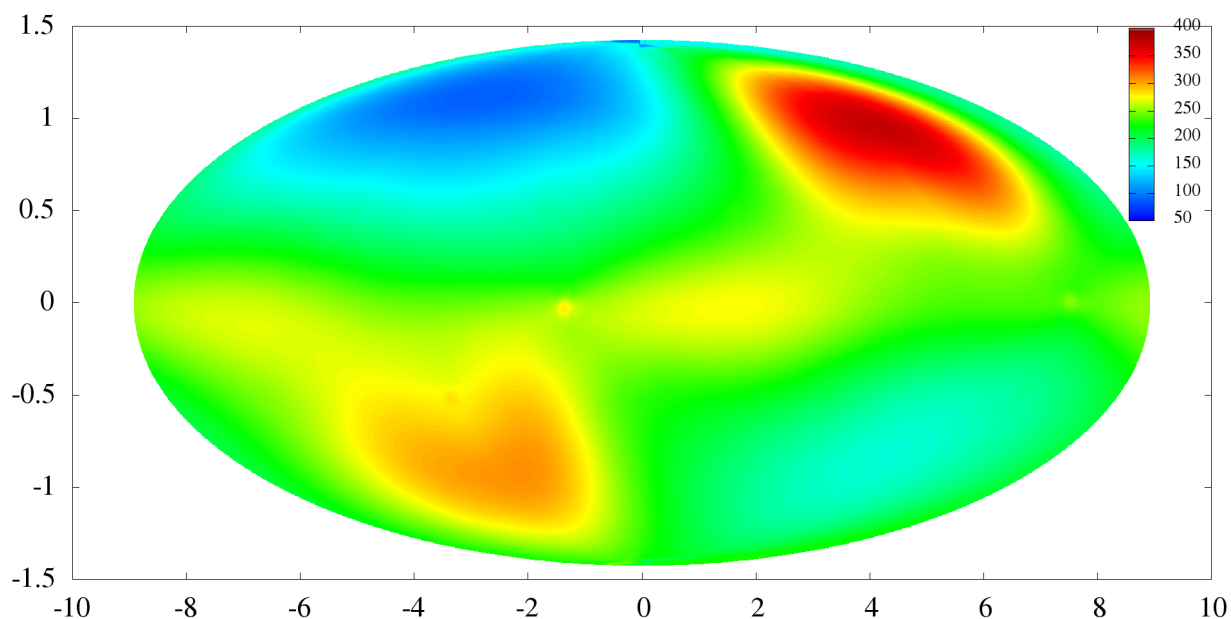


Obr. č. 41 – Země se skutečnými parametry - Výškové/teplotní pole po časové integraci 83 808 000 s/970,000 dní/2,65567 let.

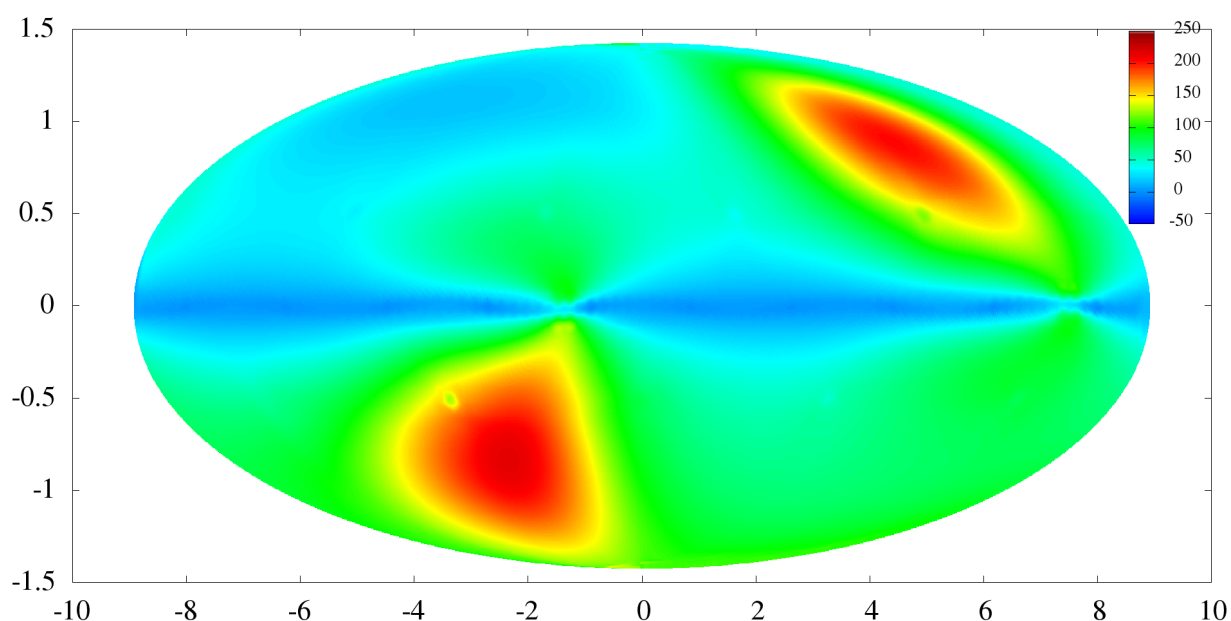


Obr. č. 42 – Země se skutečnými parametry - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 83 808 000 s/970,000 dní/2,65567 let.

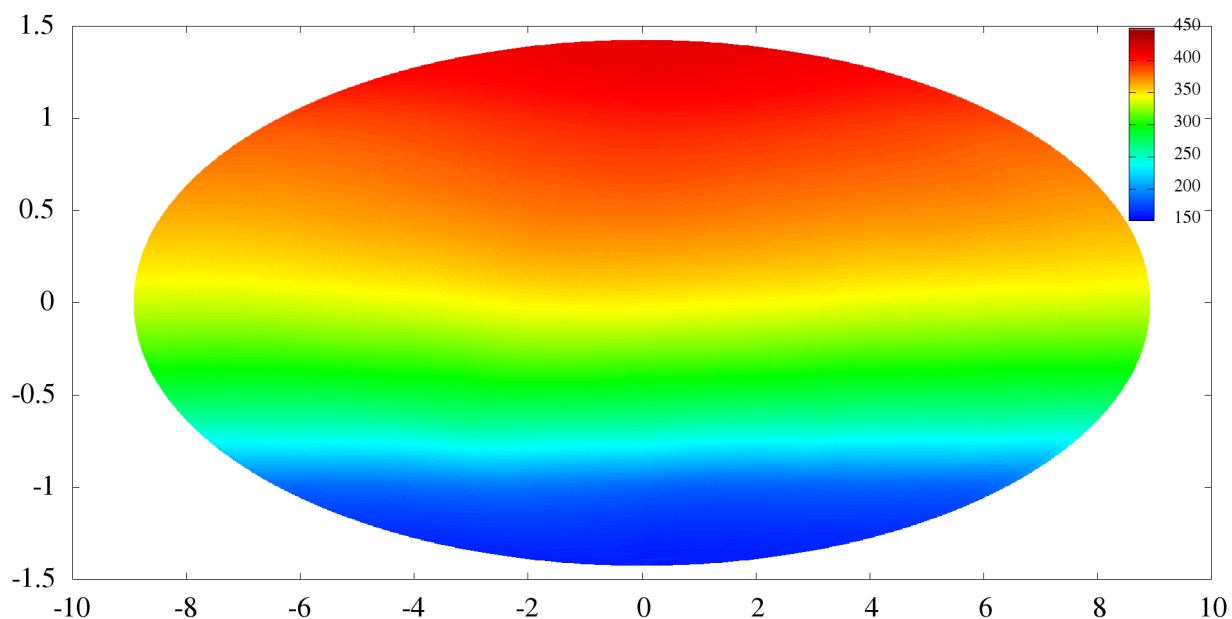




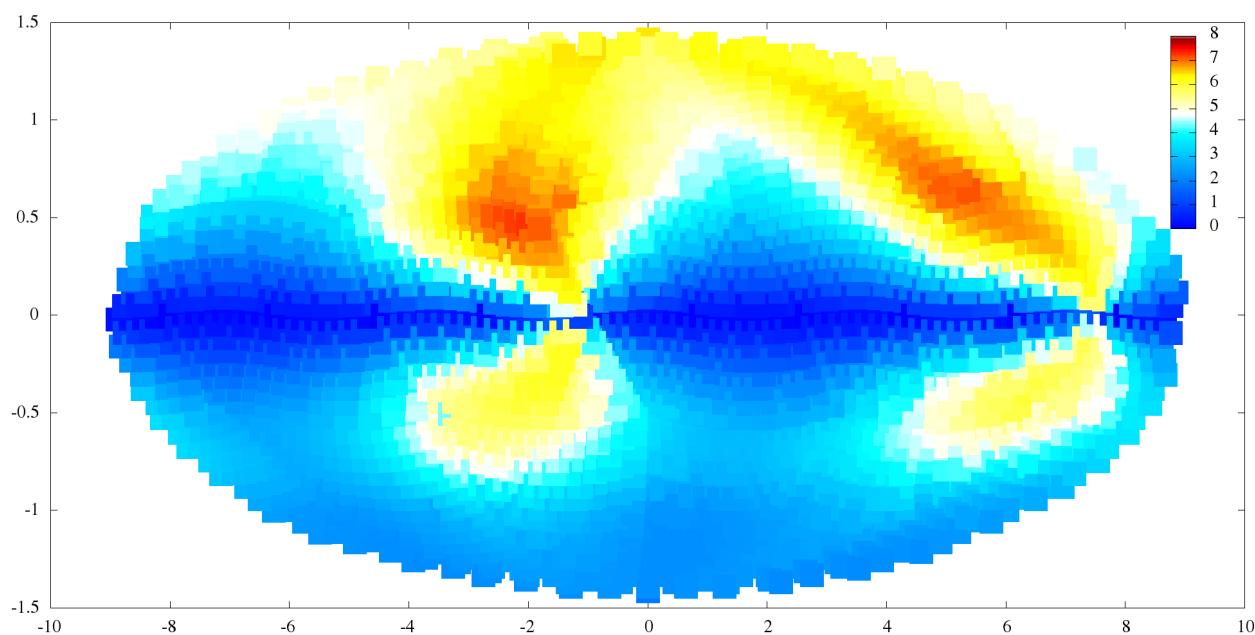
Obr. č. 43 – Planeta  $\tau$  Ceti e s velmi malou numerickou viskozitou - výškové/teplotní pole po časové integraci 95 227 200 s/1102,17 pozemských dní/3,01752 pozemských let/594,697 místních dní/6,5558 místních let. Zvolena byla siderická délka dne 44 hod, tloušťka atmosféry 2 bar a sklon rotační osy  $36^\circ$ .



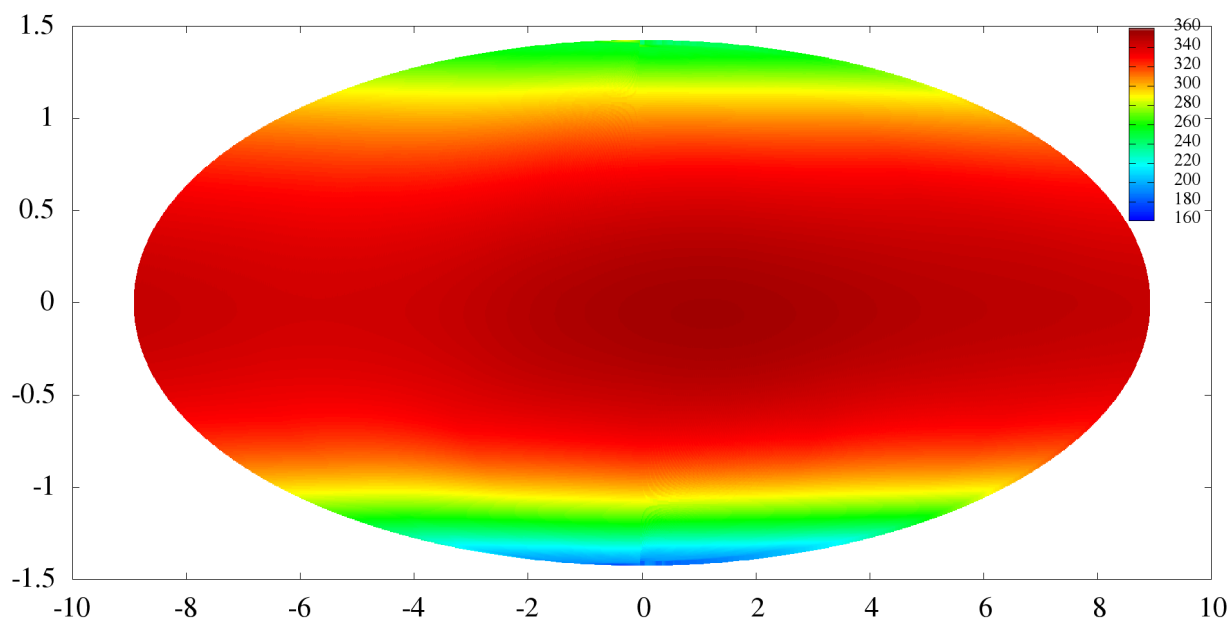
Obr. č. 44 – Planeta  $\tau$  Ceti e s velmi malou numerickou viskozitou - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) 95 227 200 s/1102,17 pozemských dní/3,01752 pozemských let/594,697 místních dní/6,5558 místních let. Zvolena byla siderická délka dne 44 hod, tloušťka atmosféry 2 bar a sklon rotační osy  $36^\circ$ .



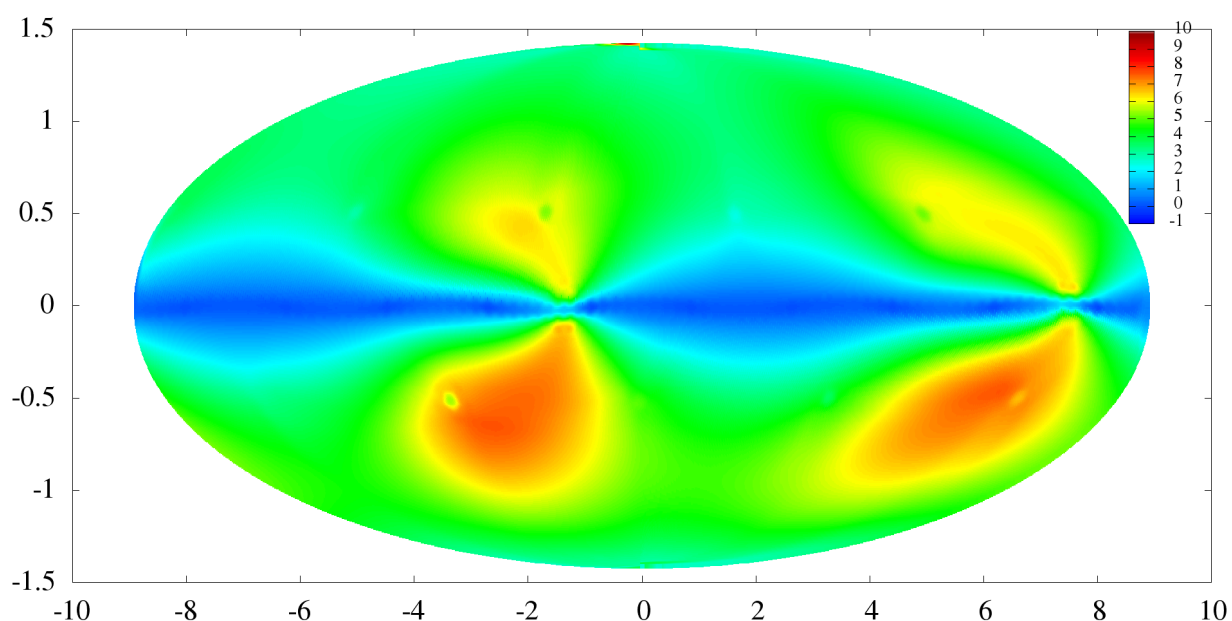
Obr. č. 45 – Planeta  $\tau$  Ceti e - výškové/teplotní pole po časové integraci 87 228 000 s/1109,5833 pozemských dní/2,764043 pozemských let/544,74 místních dní/6,0051 místních let. Zvolena byla siderická délka dne 44 hod, tloušťka atmosféry 2 bar a sklon rotační osy  $36^\circ$ .



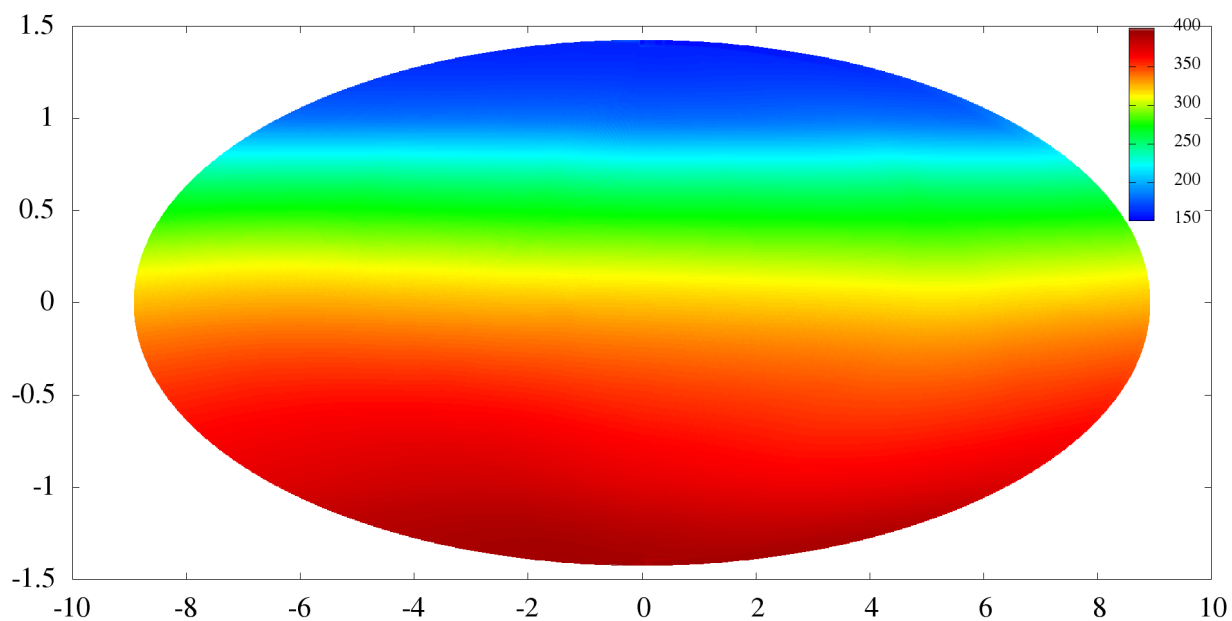
Obr. č. 46 – Planeta  $\tau$  Ceti e - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 87 228 000 s/1109,5833 pozemských dní/2,764043 pozemských let/544,74 místních dní/6,0051 místních let. Zvolena byla siderická délka dne 44 hod, tloušťka atmosféry 2 bar a sklon rotační osy  $36^\circ$ .



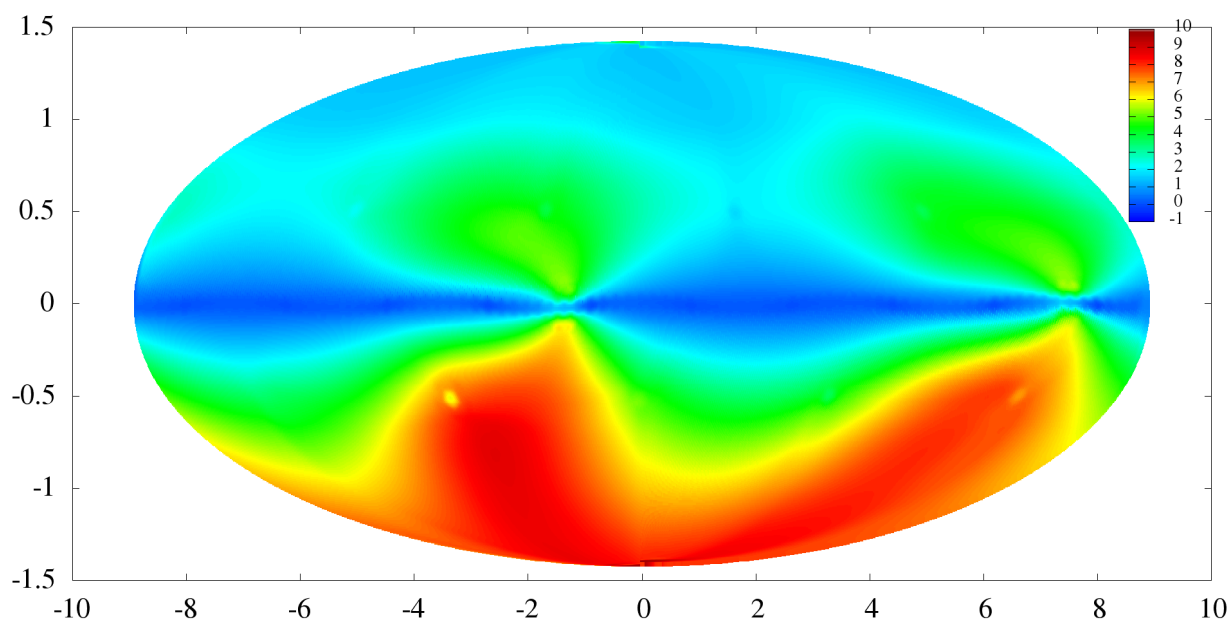
Obr. č. 47 – Planeta  $\tau$  Ceti e - výškové/teplotní pole po časové integraci 90 892 800 s/1052,0 pozemských dní/2,88017 pozemských let/567,628 místních dní/6,257435 místních let. Zvolena byla siderická délka dne 44 hod, tloušťka atmosféry 2 bar a sklon rotační osy  $36^\circ$ .



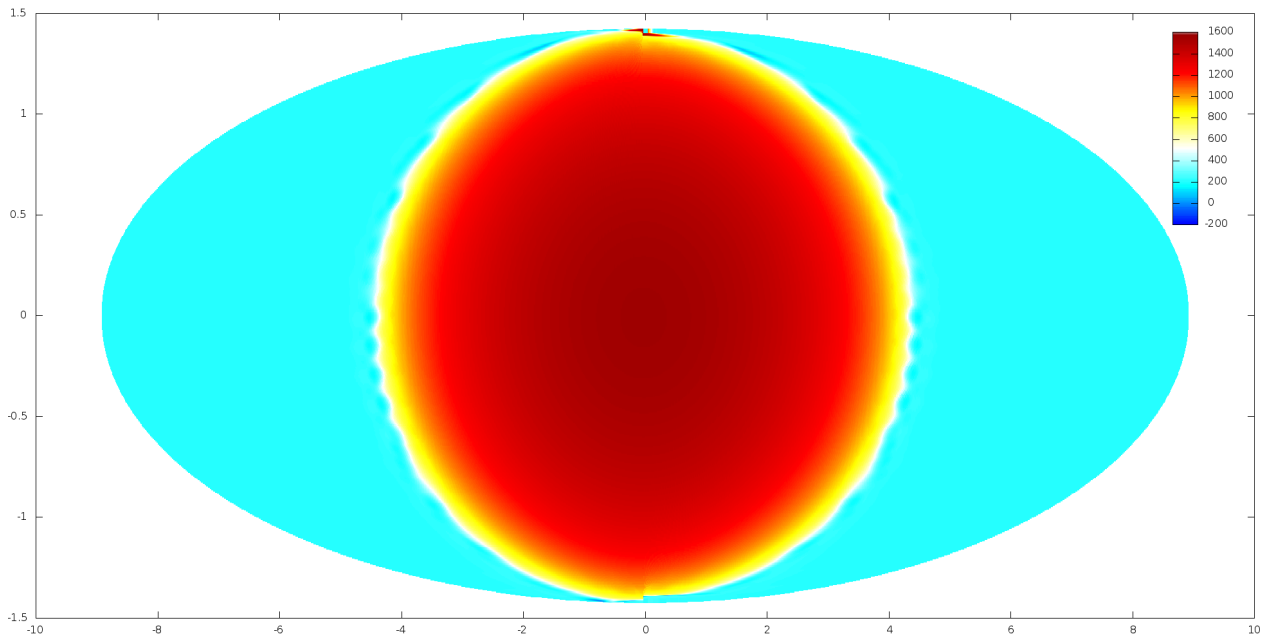
Obr. č. 48 – Planeta  $\tau$  Ceti e - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 90 892 800 s/1052,0 pozemských dní/2,88017 pozemských let/567,628 místních dní/6,257435 místních let. Zvolena byla siderická délka dne 44 hod, tloušťka atmosféry 2 bar a sklon rotační osy  $36^\circ$ .



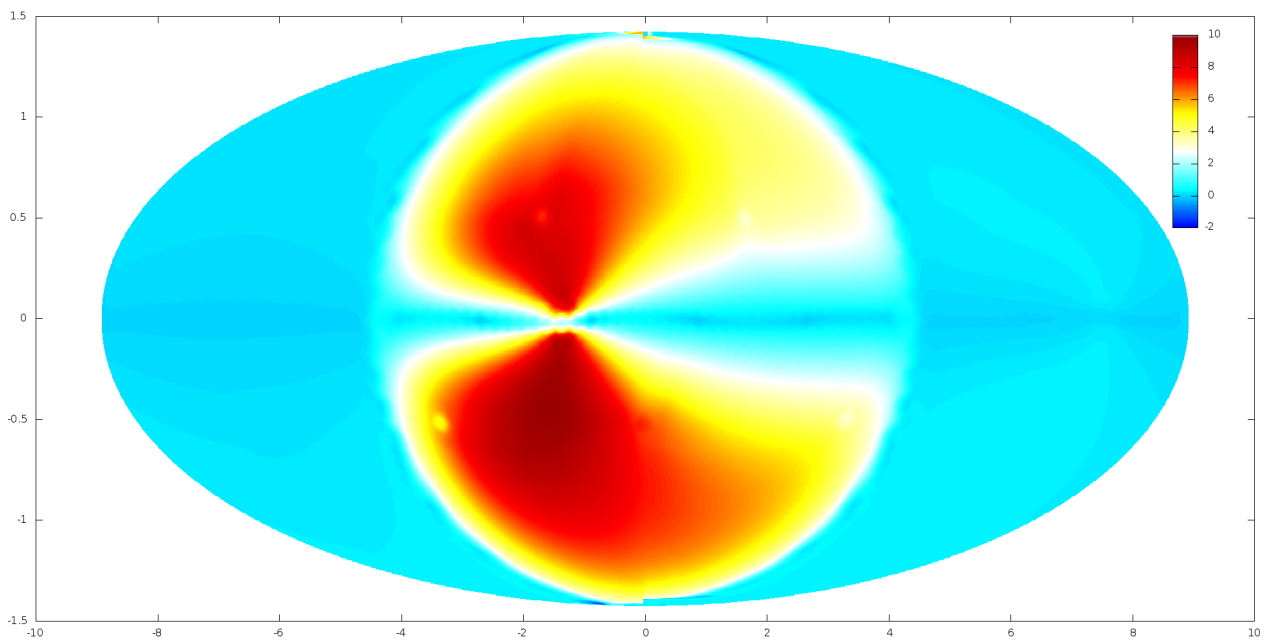
Obr. č. 49 – Planeta  $\tau$  Ceti e - výškové/teplotní pole po časové integraci 94 478 400 s/1093,5 pozemských dní/2,99379 pozemských let/590,02 místních dní/6,50428 místních let. Zvolena byla siderická délka dne 44 hod, tloušťka atmosféry 2 bar a sklon rotační osy  $36^\circ$ .



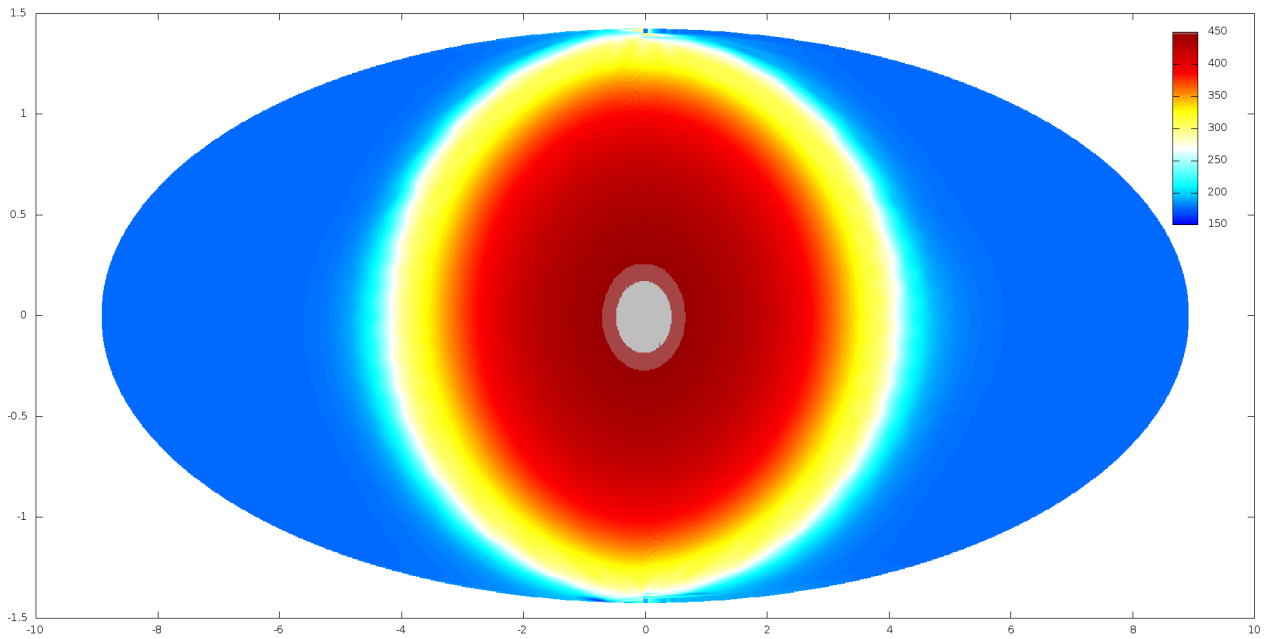
Obr. č. 50 – Planeta  $\tau$  Ceti e - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 94 478 400 s/1093,5 pozemských dní/2,99379 pozemských let/590,02 místních dní/6,50428 místních let. Zvolena byla siderická délka dne 44 hod, tloušťka atmosféry 2 bar a sklon rotační osy  $36^\circ$ .



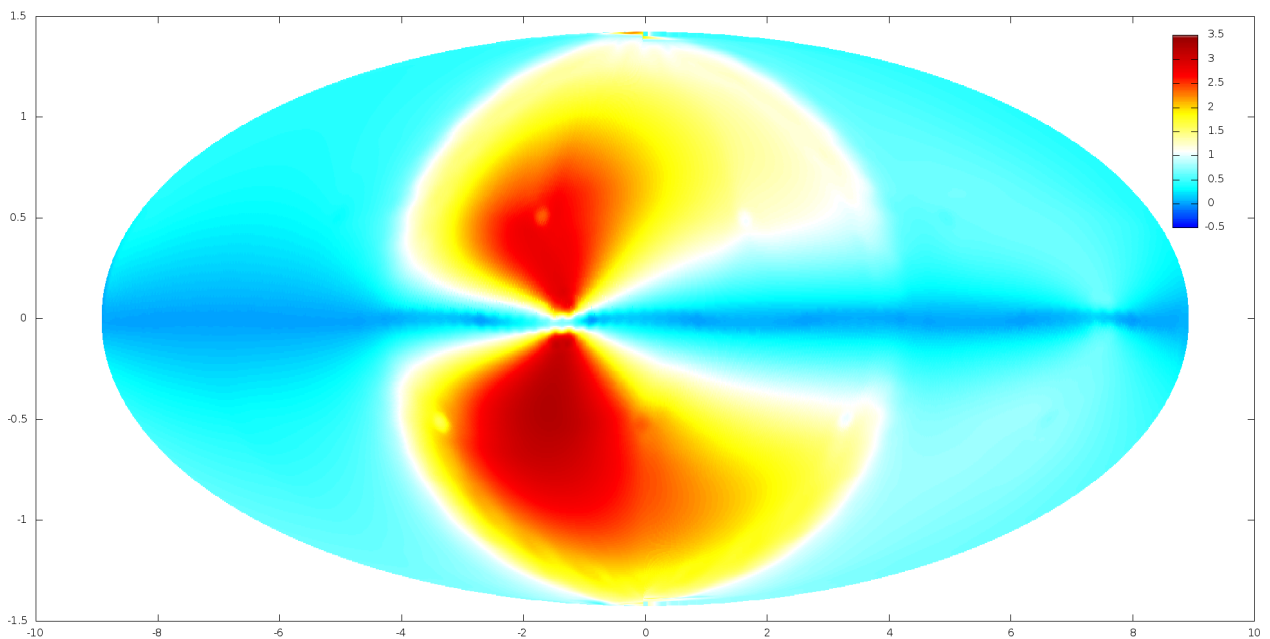
Obr. č. 51 – Planeta  $\alpha$  Centauri Bb - výškové/teplotní pole po časové integraci 900 001 s/10,417 pozemských dní/3,21930 místních dní/let.



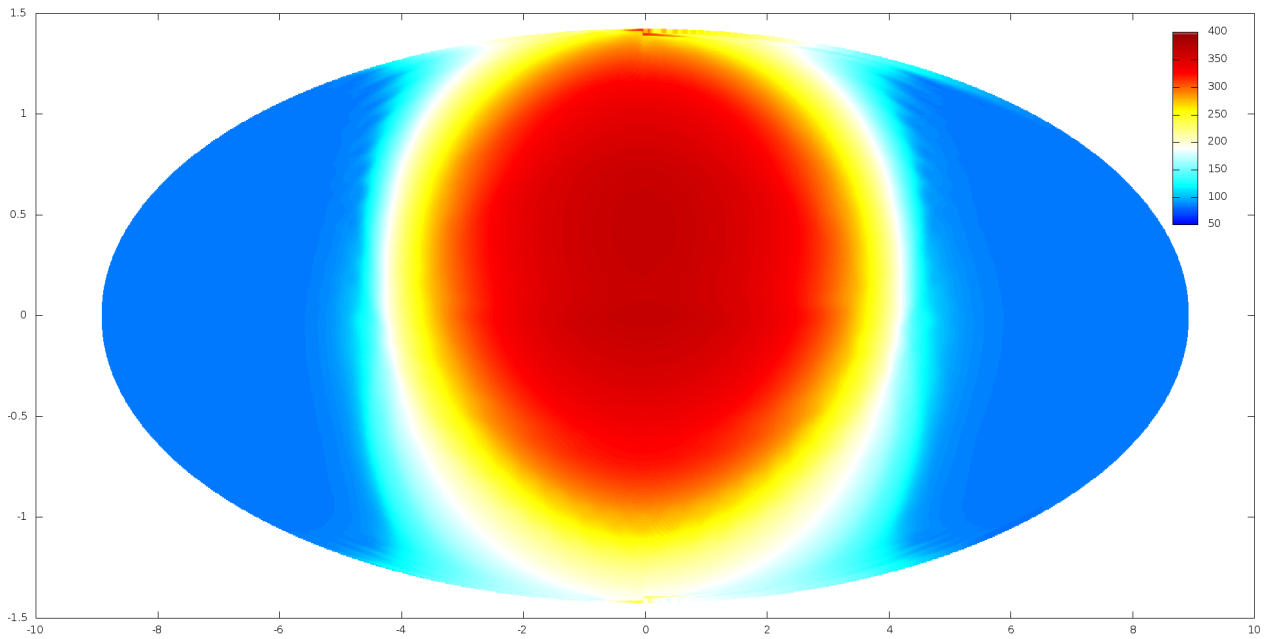
Obr. č. 52 – Planeta  $\alpha$  Centauri Bb - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 900 001 s/10,417 pozemských dní/3,21930 místních dní/let.



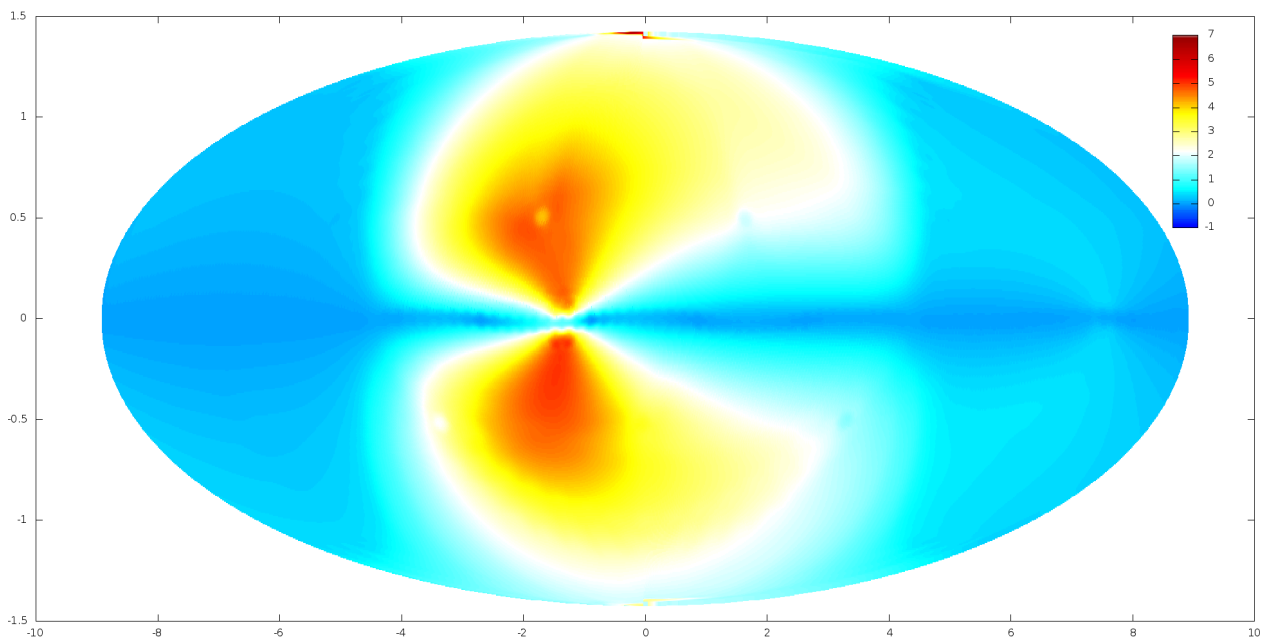
Obr. č. 53 – *Gliese 581c* - výškové/teplotní pole po časové integraci 16 459 200 s/190,5 pozemských dní/0,521552 pozemských let/14,747 místních dní/let.



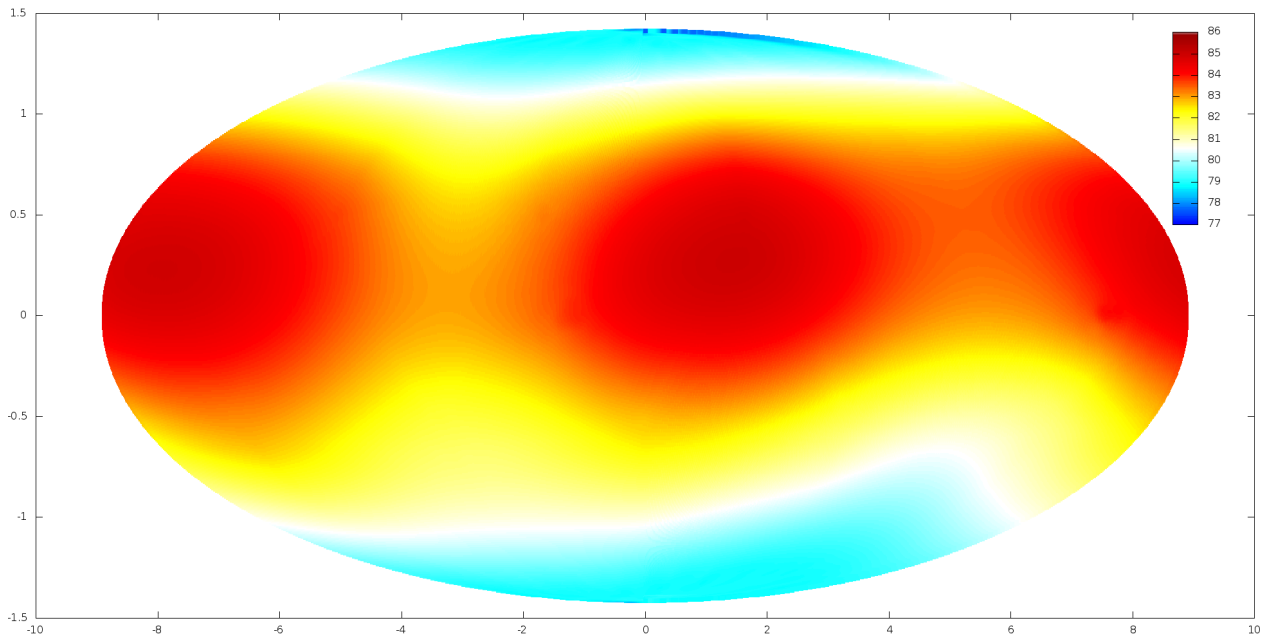
Obr. č. 54 – *Gliese 581c* - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 16 459 200 s/190,5 pozemských dní/0,521552 pozemských let/14,747 místních dní/let.



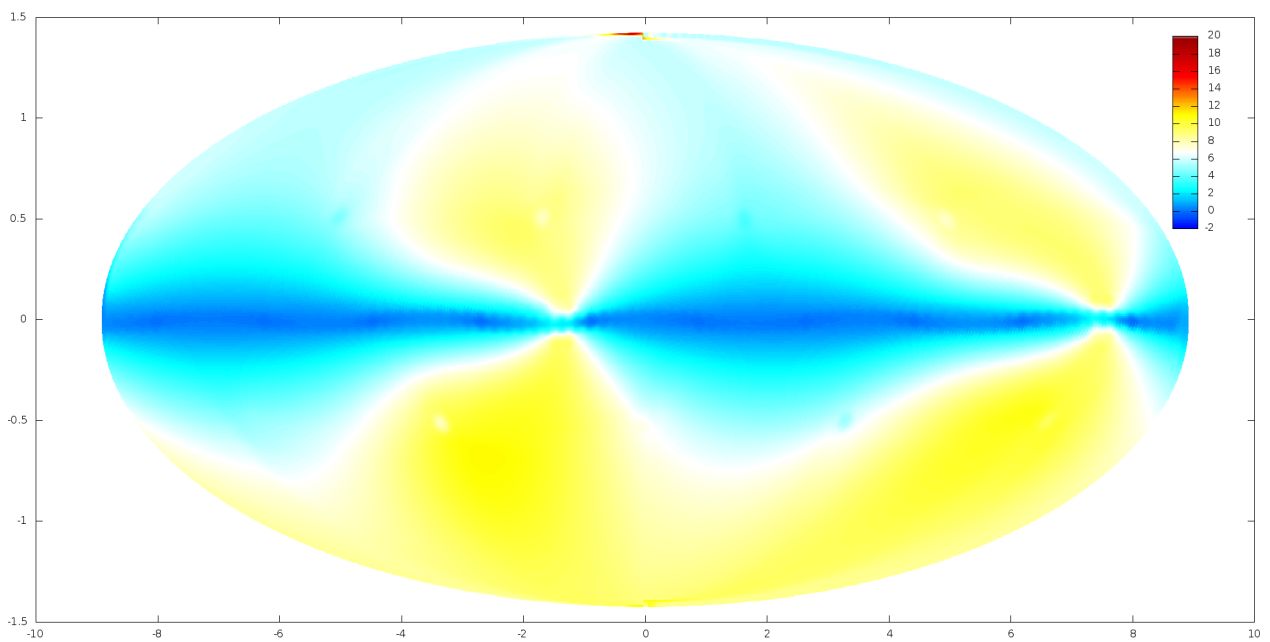
Obr. č. 55 – *Země s vázanou rotací* - výškové/teplotní pole po časové integraci 93 747 000 s/1085,035 pozemských dní/2,970614 pozemských let.



Obr. č. 56 – *Země s vázanou rotací* - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 93 747 000 s/1085,035 pozemských dní/2,970614 pozemských let.

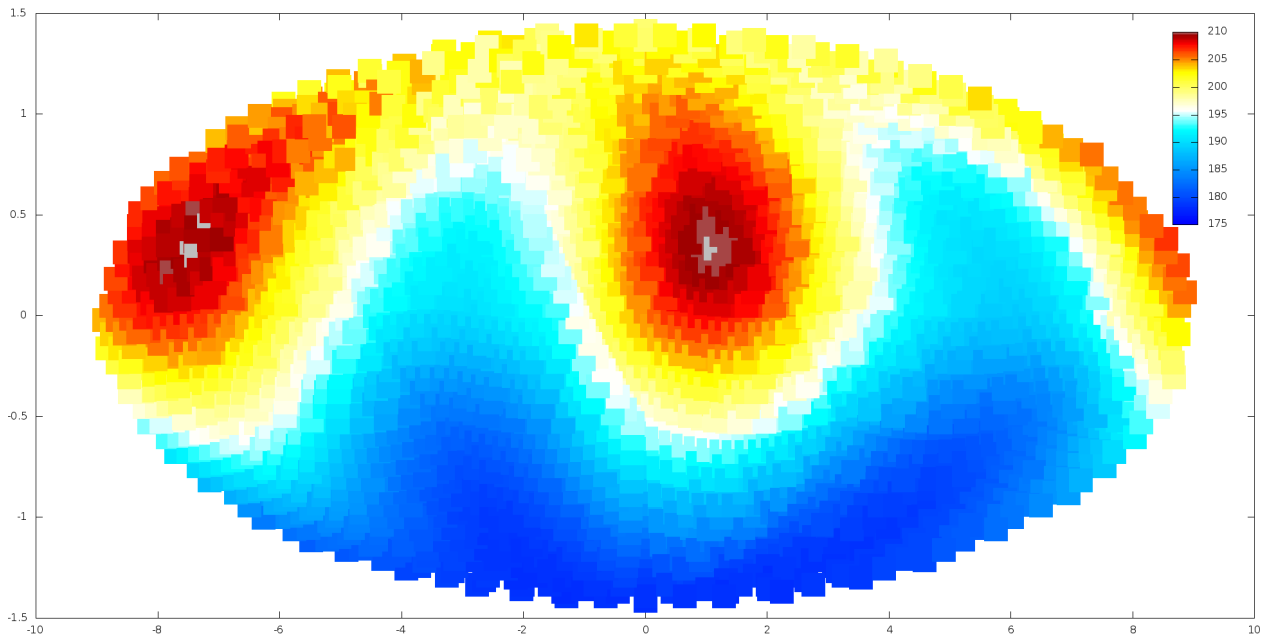


Obr. č. 57 – *Planeta podobná měsíci Titan* - výškové/teplotní pole po časové integraci 1 113 836 032 s/35,294754 pozemských let/12 891,621 pozemských dní/808,4842 místních siderických dní/807,287782 místních synodických dní/1,198193 místních let.

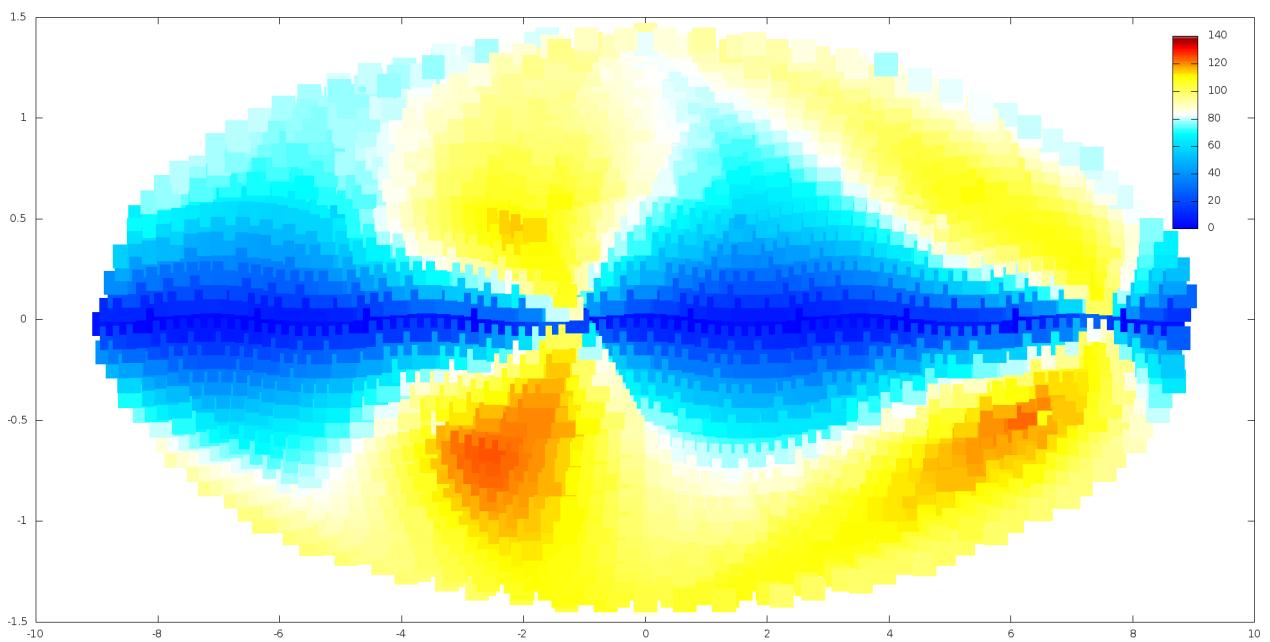


Obr. č. 58 – *Planeta podobná měsíci Titan* - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 1 113 836 032 s/35,294754 pozemských let/12 891,621 pozemských dní/808,4842 místních siderických dní/807,287782 místních synodických dní/1,198193 místních let.

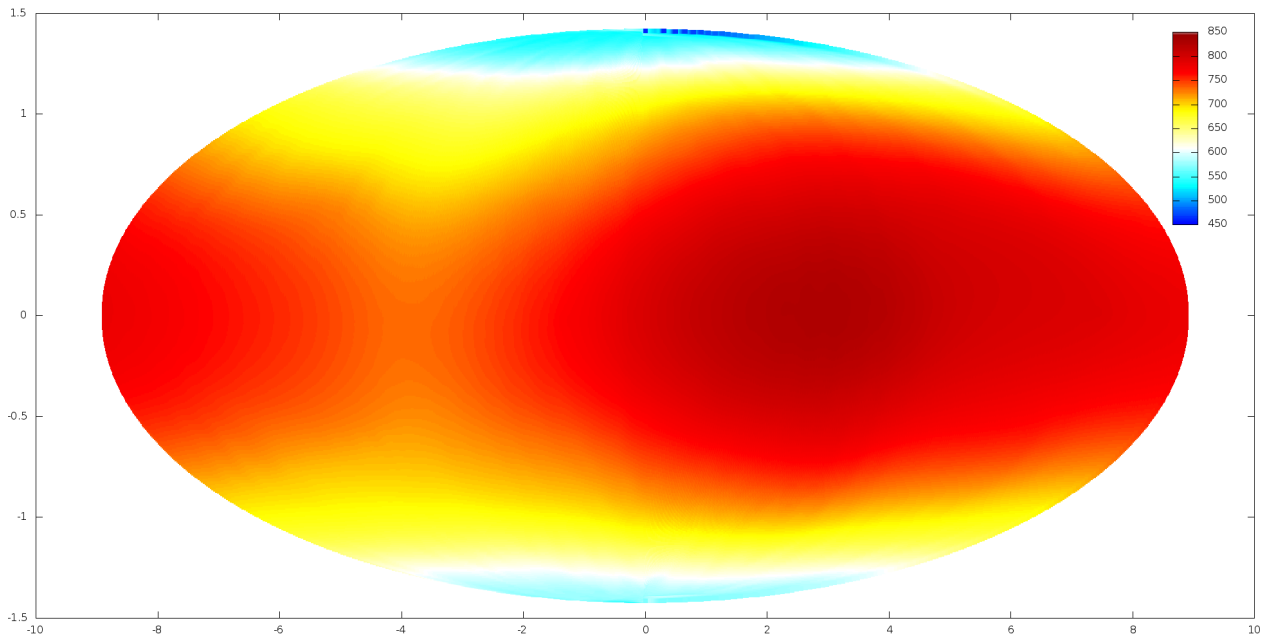




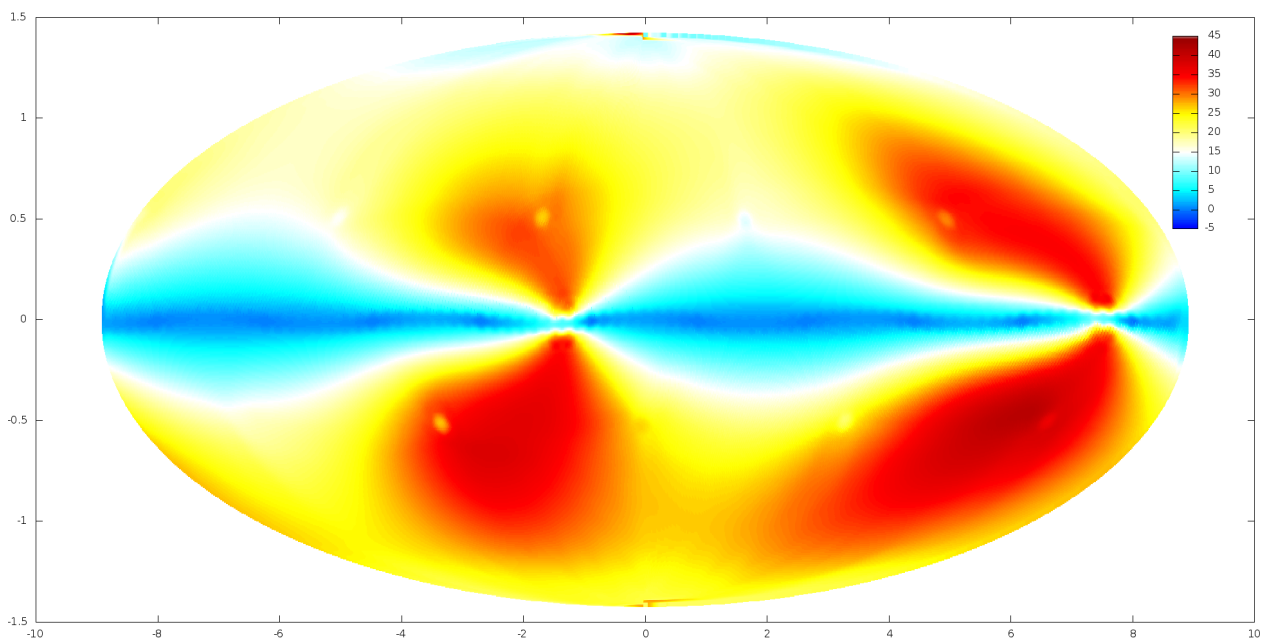
Obr. č. 59 – *Planeta Venuše* - výškové/teplotní pole po časové integraci 36 547 200 s/423,0 pozemských dní/1,15809186 pozemských let/1,740606791 místních dní siderických/3,62312634 místních dní synodických/1,8825016355 místních let.



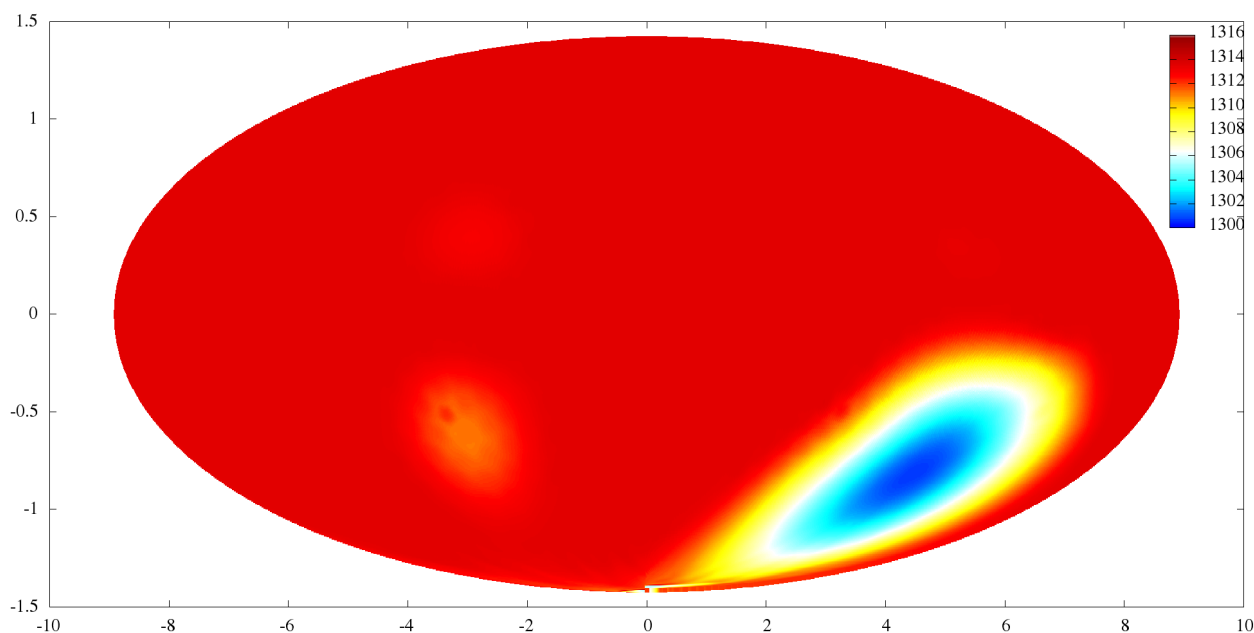
Obr. č. 60 – pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 36 547 200 s/423,0 pozemských dní/1,15809186 pozemských let/1,740606791 místních dní siderických/3,62312634 místních dní synodických/1,8825016355 místních let.



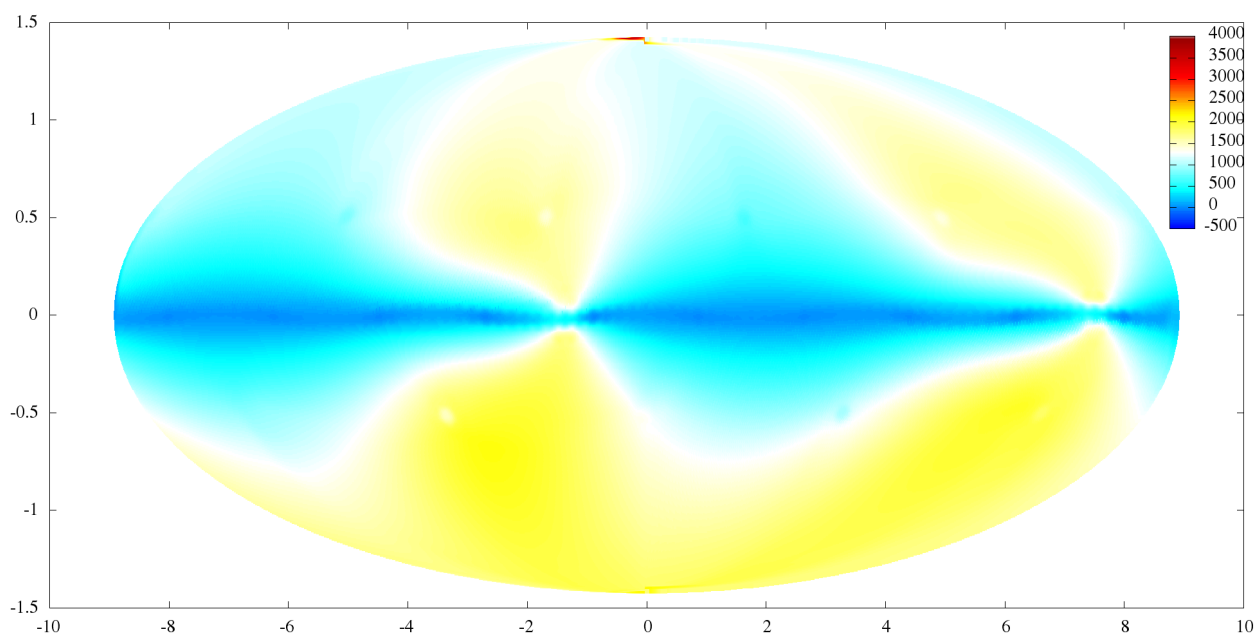
Obr. č. 61 – *Horký Neptun GJ 436b* - výškové/teplotní pole po časové integraci 14 483 700 s/167,635417 pozemských dní/0,45895322 pozemských let/72,5764867 místních dní siderických/10,498596 místních dní synodických/63,40465 místních let.



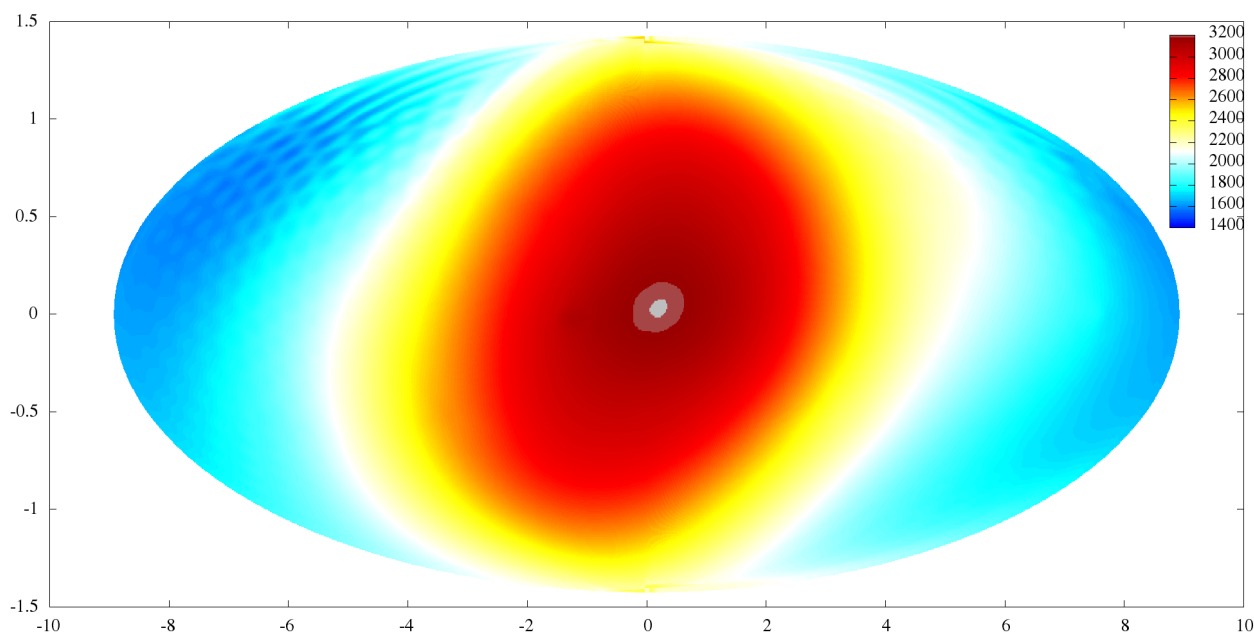
Obr. č. 62 – *Horký Neptun GJ 436b* - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 14 483 700 s/167,635417 pozemských dní/0,45895322 pozemských let/72,5764867 místních dní siderických/10,498596 místních dní synodických/63,40465 místních let.



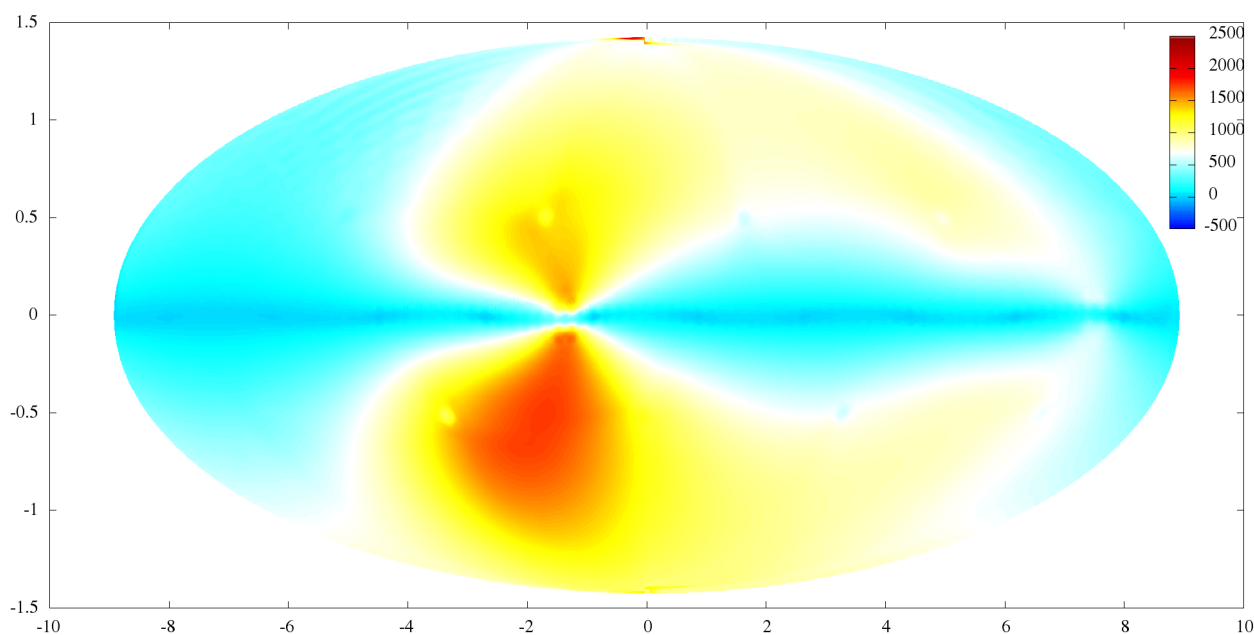
Obr. č. 63 – *Horký Jupiter 51 Pegasi b* - výškové/teplotní pole po časové integraci 15 440 400 s/178,708 pozemských dní/0,48927 pozemských let/42,2401 místních dní/let. Použita byla sice vysoká numerická viskozita, ale také velká výchozí tloušťka atmosféry 176 520 km, více než poloměr planety.



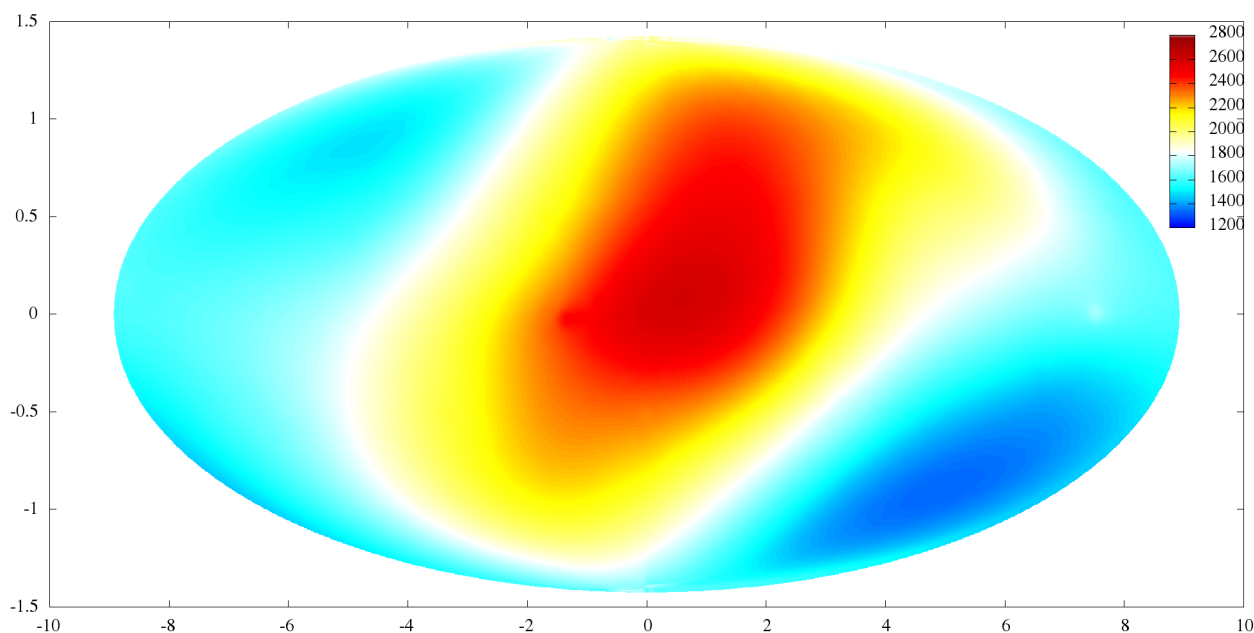
Obr. č. 64 – *Horký Jupiter 51 Pegasi b* - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 15 440 400 s/178,708 pozemských dní/0,48927 pozemských let/42,2401 místních dní/let. Použita byla sice vysoká numerická viskozita, ale také velká výchozí tloušťka atmosféry 176 520 km, více než poloměr planety.



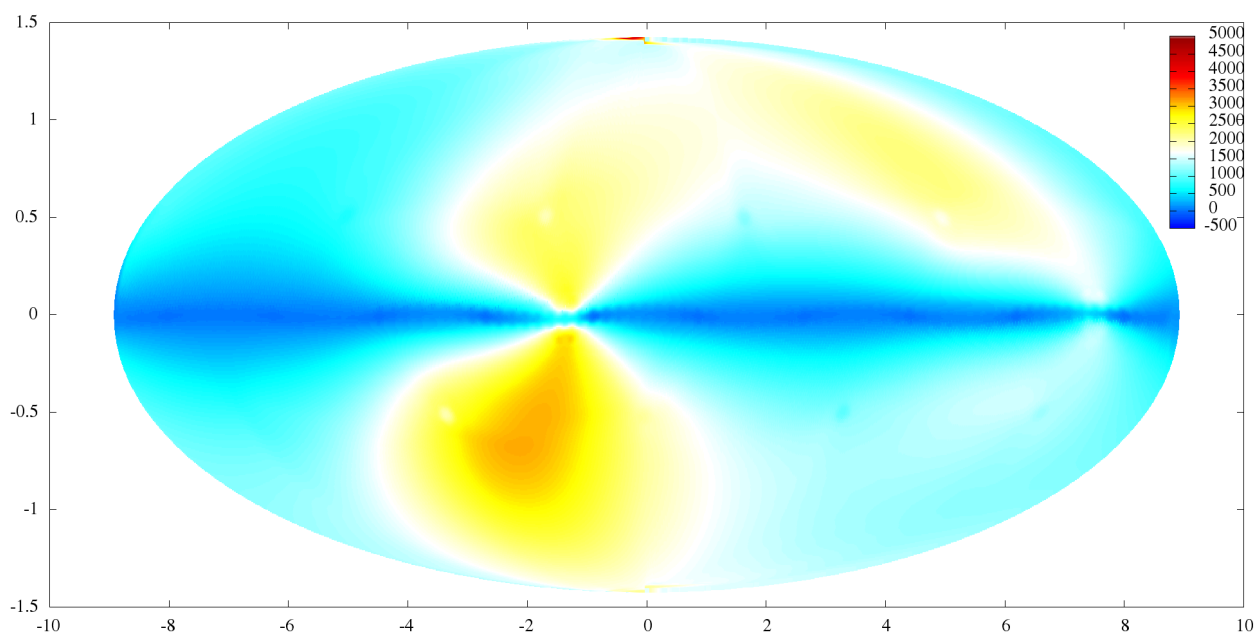
Obr. č. 65 – *Velmi horký Jupiter WASP 12 b* - výškové/teplotní pole po časové integraci 16 671 600 s/192,958 pozemských dní/0,52828245 pozemských let/176,796 místních dní/let. Použita byla střední numerická viskozita, a také velká výchozí tloušťka atmosféry 45 090 km (řádově rovna poloměru planety).



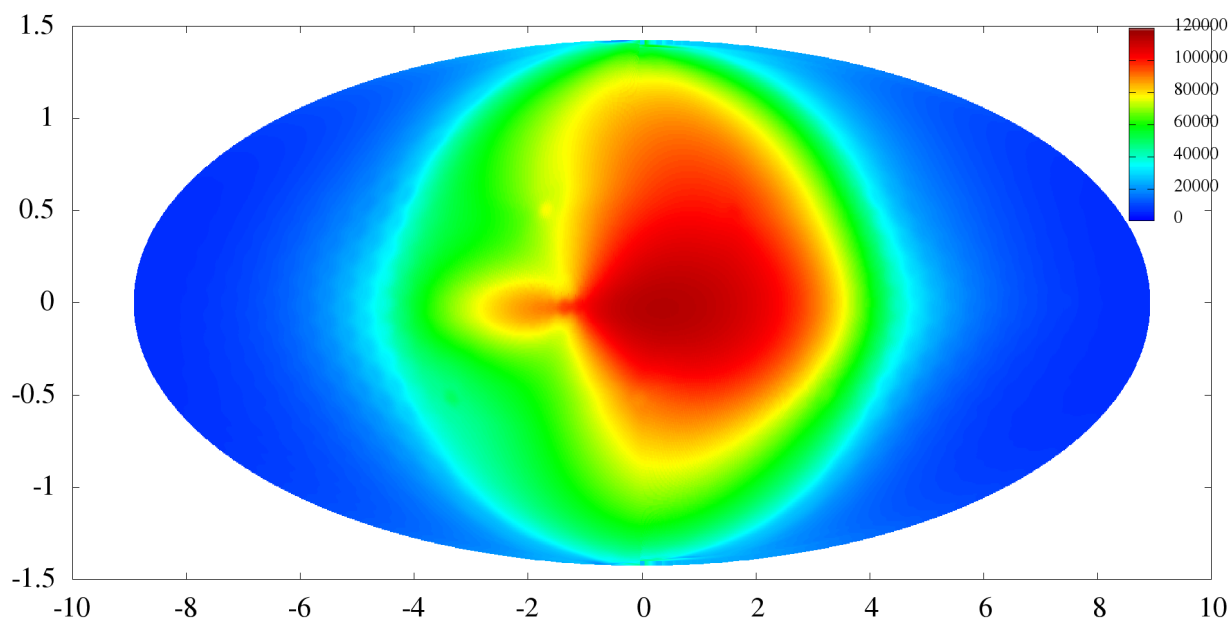
Obr. č. 66 – *Velmi horký Jupiter WASP 12 b* - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 16 671 600 s/192,958 pozemských dní/0,52828245 pozemských let/176,796 místních dní/let. Použita byla střední numerická viskozita, a také velká výchozí tloušťka atmosféry 45 090 km (řádově rovna poloměru planety).



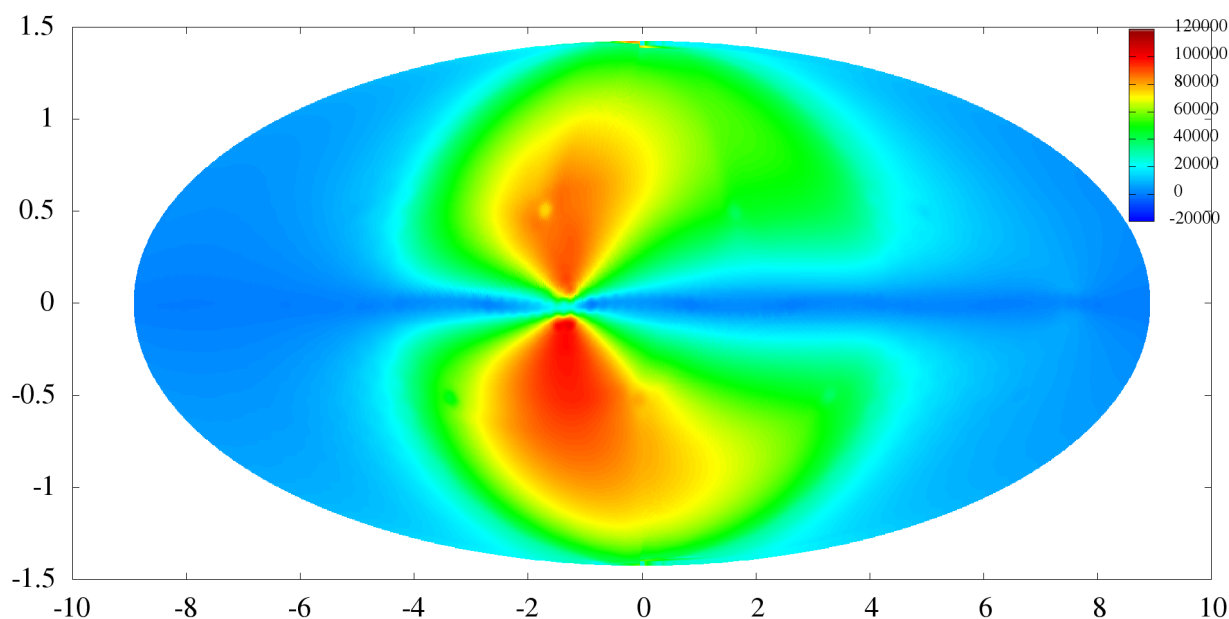
Obr. č. 67 – *Velmi horký Jupiter WASP 12 b s velmi malou numerickou viskozitou* - výškové/teplotní pole po časové integraci 2 560 800 s/29,638 pozemských dní/0,0811455 pozemských let/27,1563 místních dní/let. Použita byla střední numerická viskozita, a také velká výchozí tloušťka atmosféry 45 090 km (řádově rovna poloměru planety).



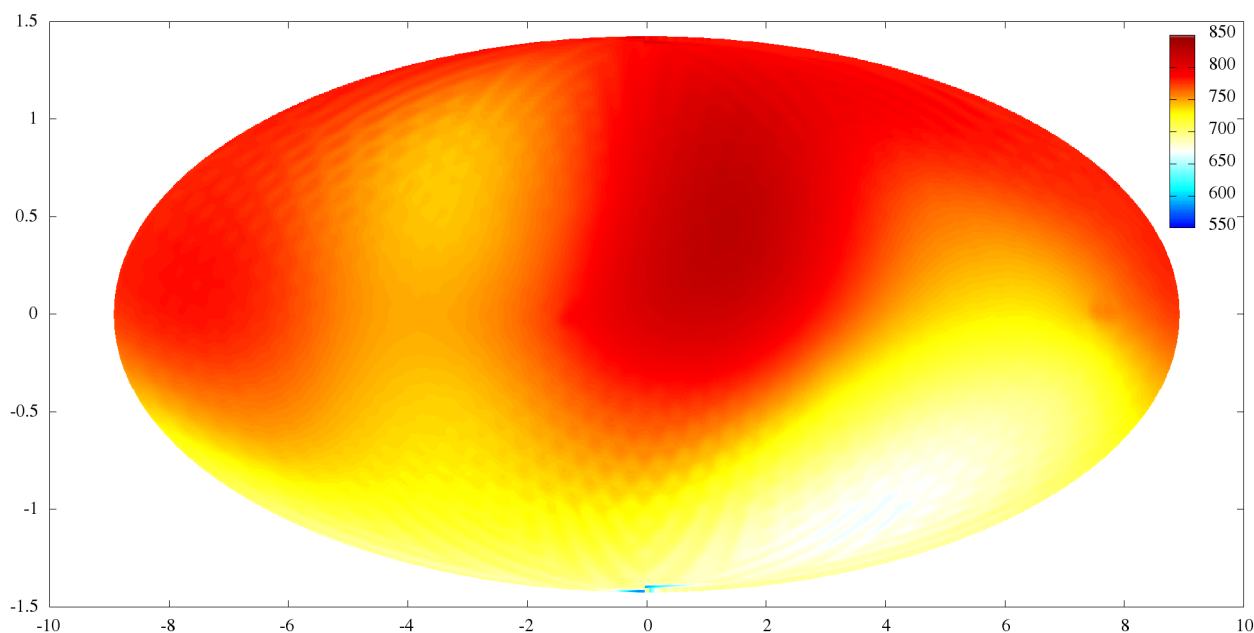
Obr. č. 68 – *Velmi horký Jupiter WASP 12 b s velmi malou numerickou viskozitou* - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 2 560 800 s/29,638 pozemských dní/0,0811455 pozemských let/27,1563 místních dní/let. Použita byla střední numerická viskozita, a také velká výchozí tloušťka atmosféry 45 090 km (řádově rovna poloměru planety).



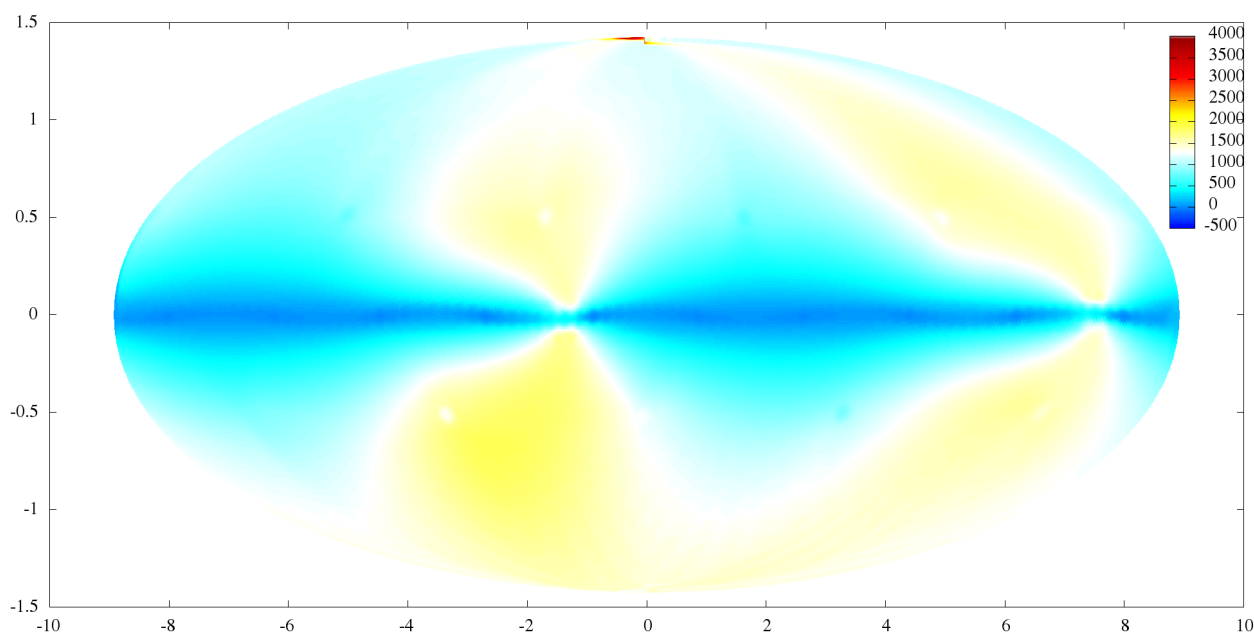
Obr. č. 69 – *Velmi horký Jupiter WASP 12 b s insolací 1 000 000 krát větší než ve skutečnosti* - výškové/teplotní pole po časové integraci 3 113 100 s/36,031 pozemských dní/0,098647 pozemských let/33,013 místních dní/let. Použita byla střední numerická viskozita, a také velká výchozí tloušťka atmosféry 45 090 km (řádově rovna poloměru planety).



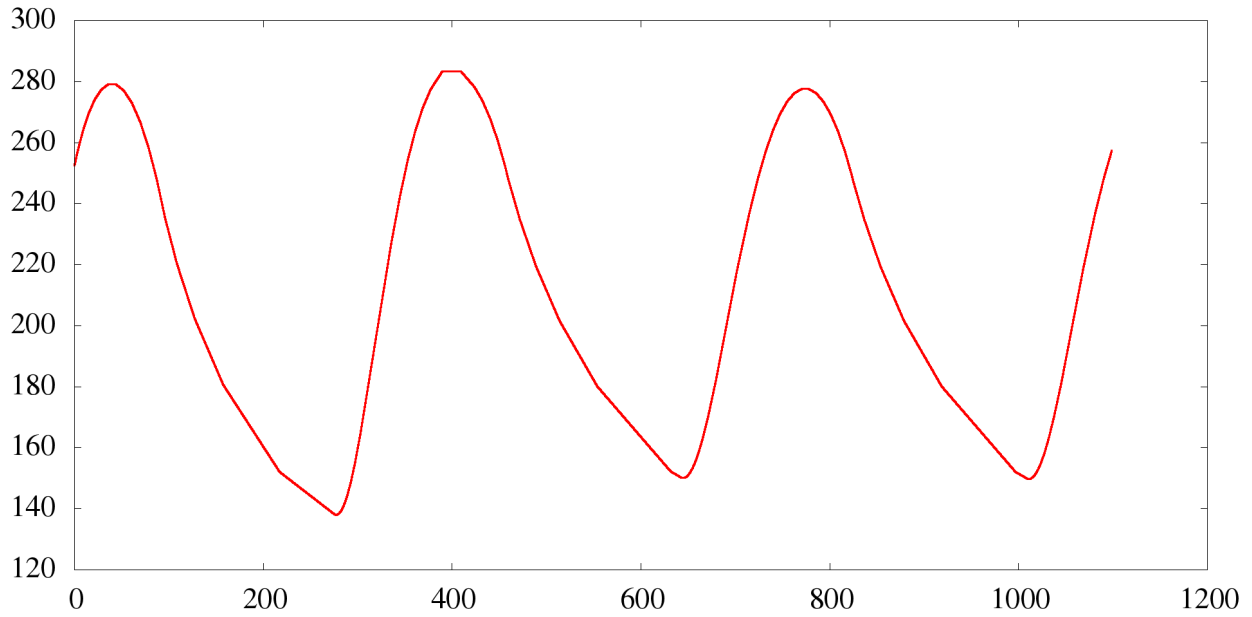
Obr. č. 70 – *Velmi horký Jupiter WASP 12 b s insolací 1 000 000 krát větší než ve skutečnosti* - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 3 113 100 s/36,031 pozemských dní/0,098647 pozemských let/33,013 místních dní/let. Použita byla střední numerická viskozita, a také velká výchozí tloušťka atmosféry 45 090 km (řádově rovna poloměru planety).



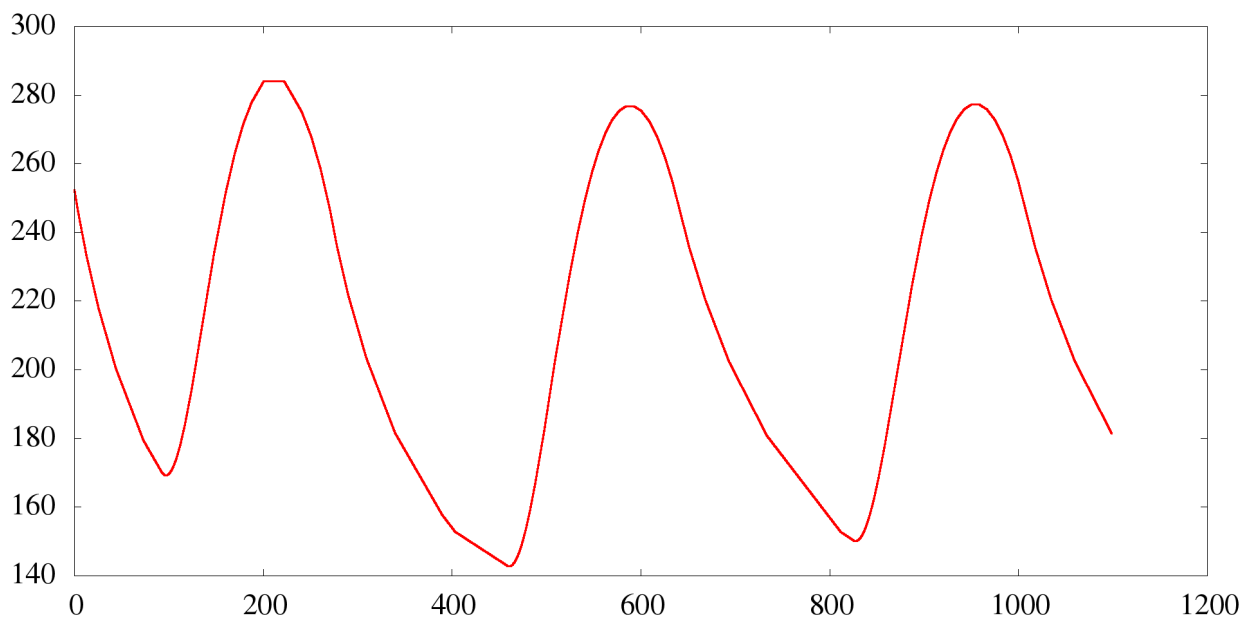
Obr. č. 71 – *Horký Jupiter HD 189733 b* - výškové/teplotní pole po časové integraci 3 661 200 s/42,375 pozemských dní/0,11601 pozemských let/19,10014 místních dní/let. Použita byla středně velká numerická viskozita, ale také velká výchozí tloušťka atmosféry 44 567 km (řádově rovna poloměru planety). Teplotní/výškové pole i pole rychlosti proudění se zatím vyvíjí, při rovníku se objevují Kelvinovy vlny.



Obr. č. 72 – *Horký Jupiter HD 189733 b* - pole rychlosti složky proudění  $r$  (celková velikost rychlosti proudění) po časové integraci 3 661 200 s/42,375 pozemských dní/0,11601 pozemských let/19,10014 místních dní/let. Použita byla středně velká numerická viskozita, ale také velká výchozí tloušťka atmosféry 44 567 km (řádově rovna poloměru planety). Teplotní/výškové pole i pole rychlosti proudění se zatím vyvíjí, při rovníku se objevují Kelvinovy vlny.

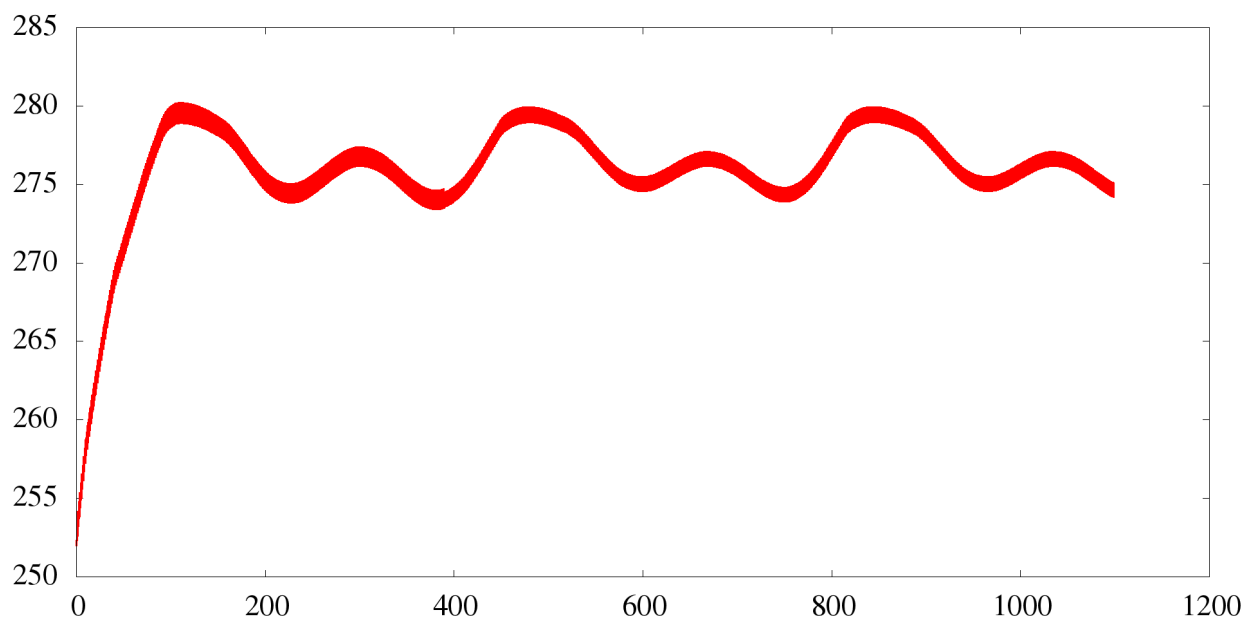


Obr. č. 73 – vývoj teploty na *Zemi s klasickými parametry*, 26 298 časů, na severním pólu, gridový bod číslo 1. Svislá osa  $T[K]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech, délka časové integrace je 3 roky.

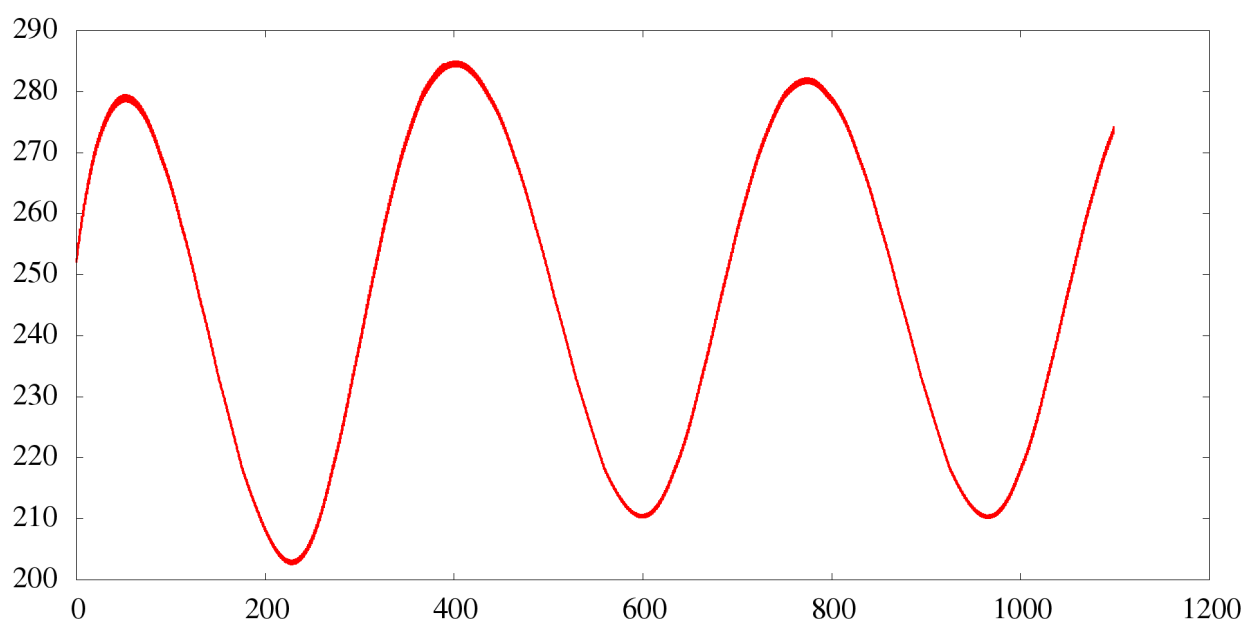


Obr. č. 74 – vývoj teploty na *Zemi s klasickými parametry*, 26 298 časů, na jižním pólu, gridový bod číslo 2. Svislá osa  $T[K]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech, délka časové integrace je 3 roky.

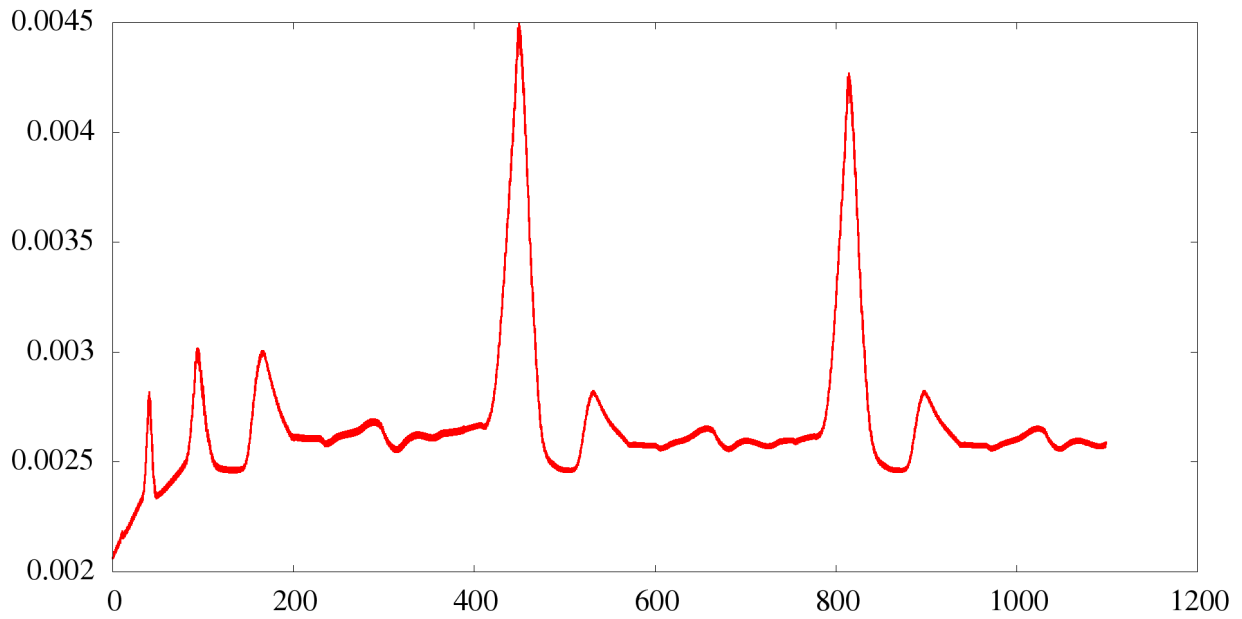




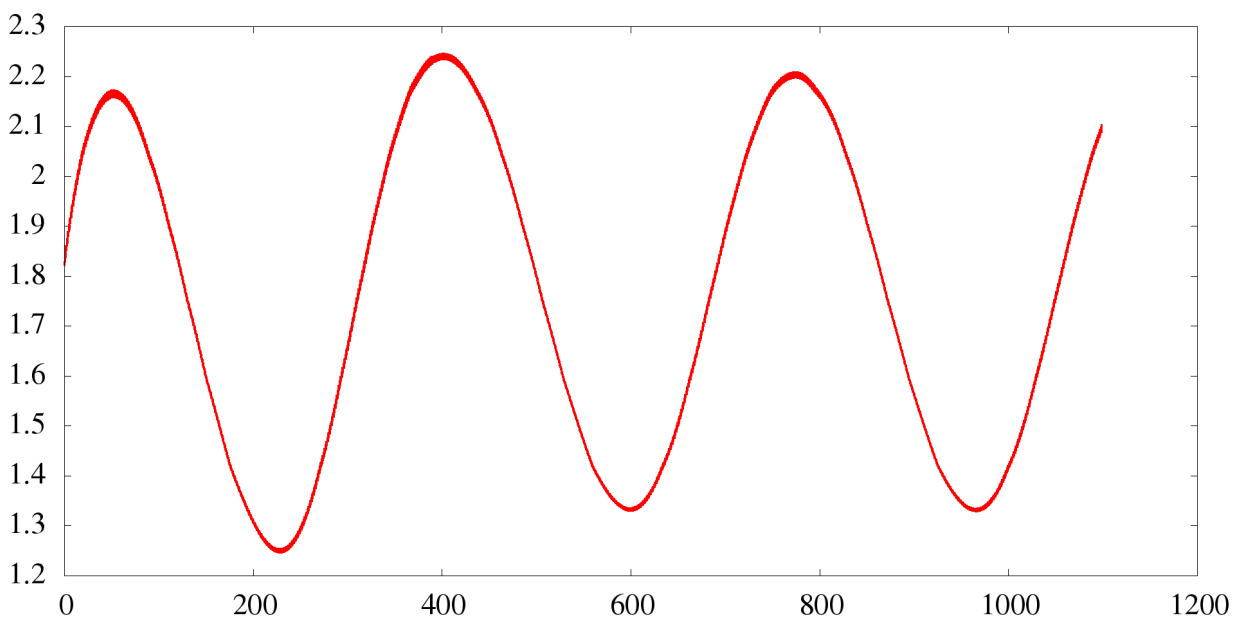
Obr. č. 75 – vývoj teploty na *Zemi s klasickými parametry*, 26 298 časů, na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa  $T[K]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech, délka časové integrace je 3 roky.



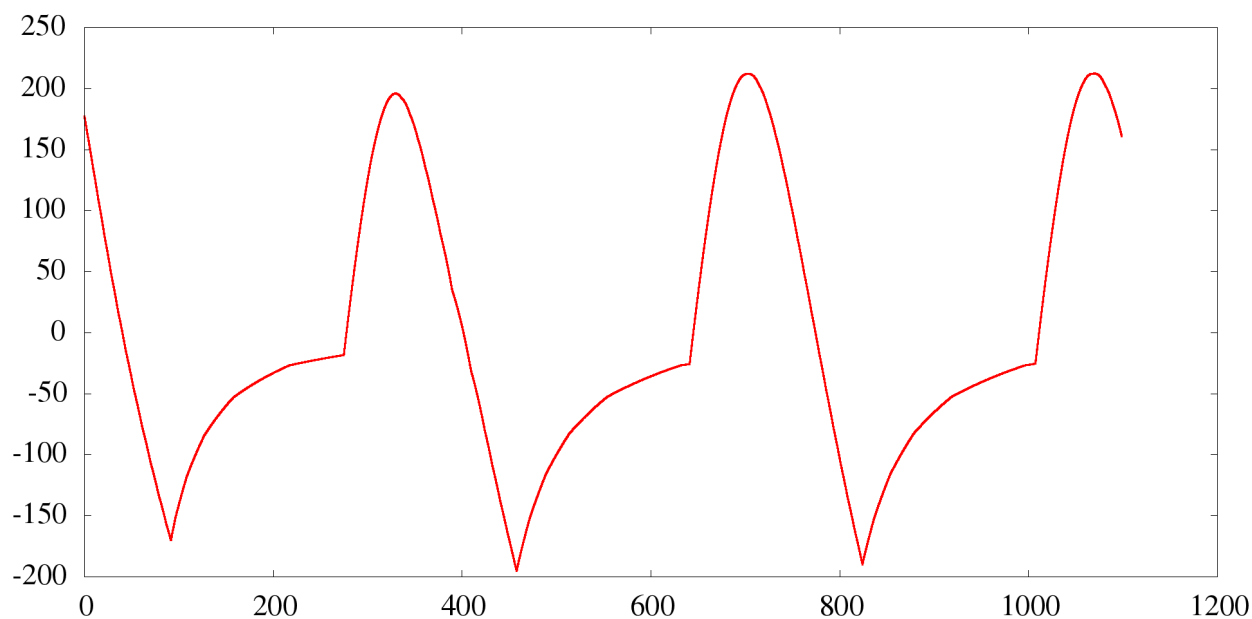
Obr. č. 76 – vývoj teploty na *Zemi s klasickými parametry*, 26 298 časů, přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa  $T[K]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech, délka časové integrace je 3 roky.



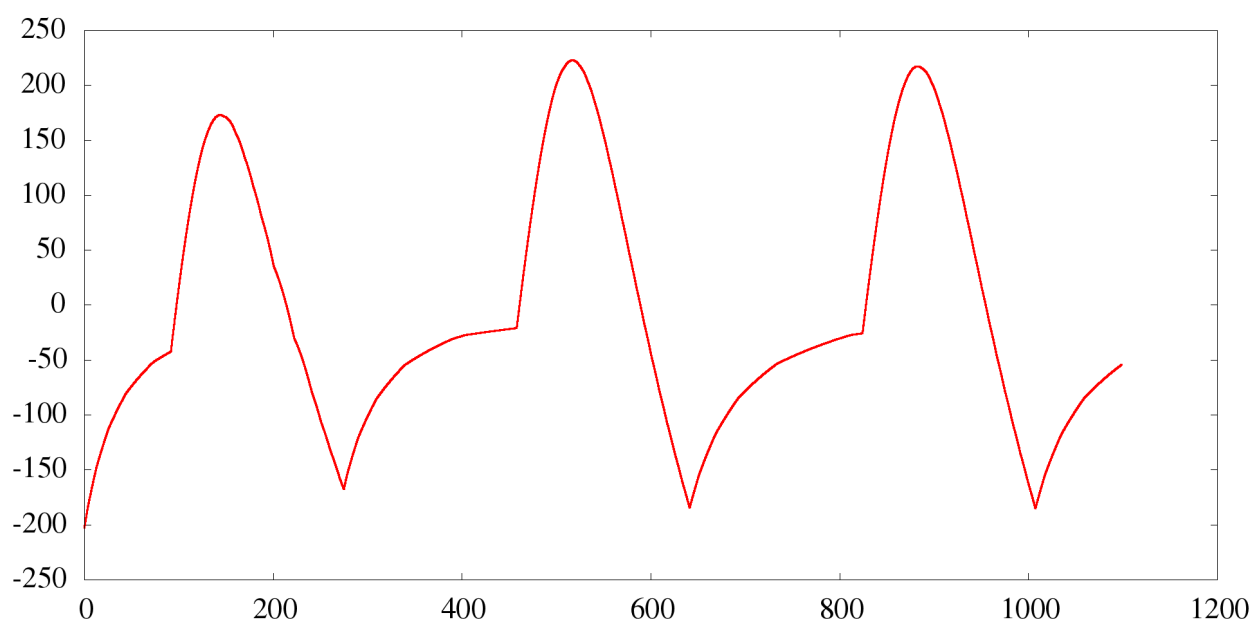
Obr. č. 77 – vývoj rychlosti proudění na *Zemi s klasickými parametry*, 26 298 časů, na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa *vítr[m/s]* a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech, délka časové integrace je 3 roky.



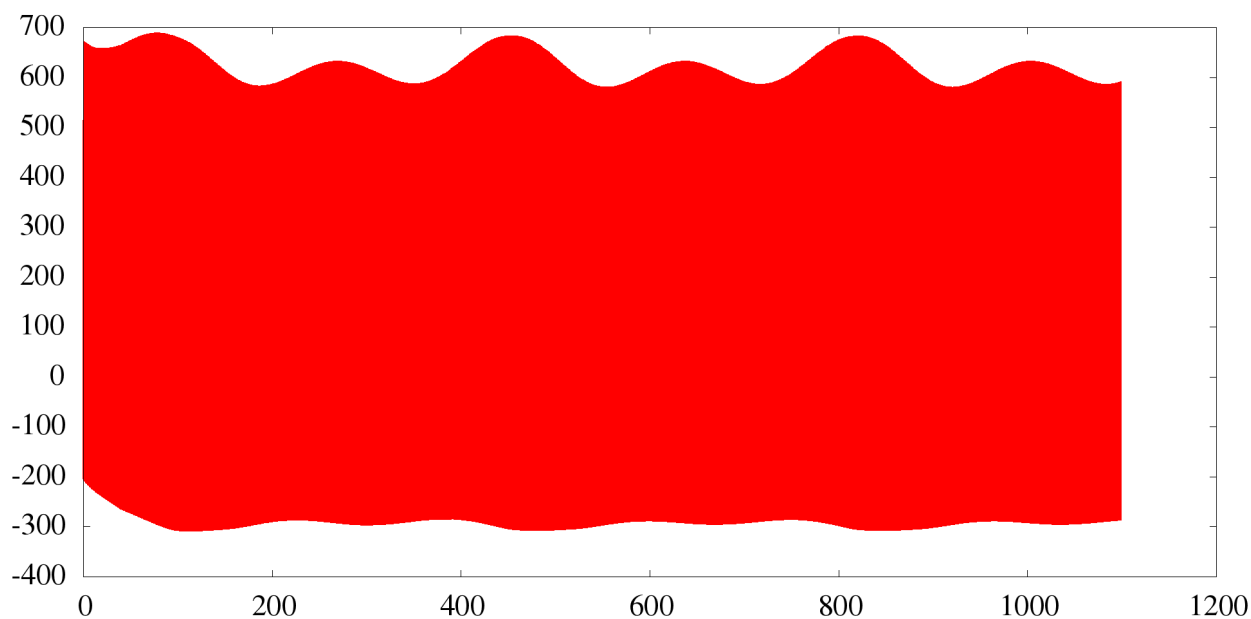
Obr. č. 78 – vývoj rychlosti proudění na *Zemi s klasickými parametry*, 26 298 časů, přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa *vítr[m/s]* a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech, délka časové integrace je 3 roky.



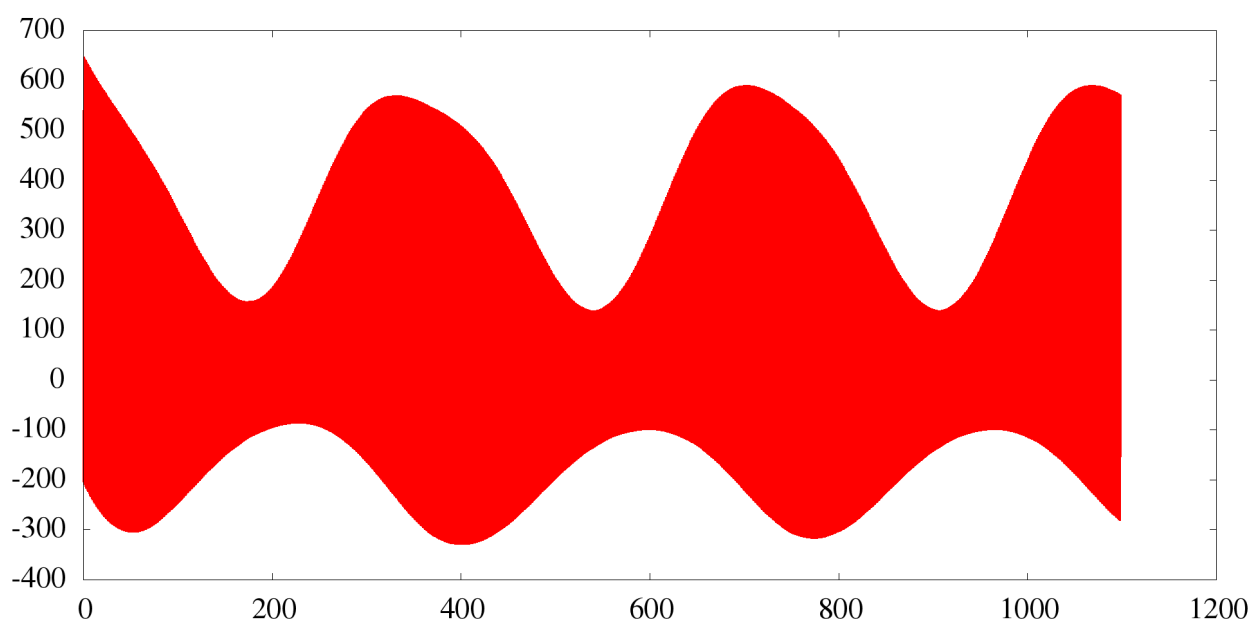
Obr. č. 79 – vývoj radiační bilance  $J$  na *Zemi s klasickými parametry*, 26 298 časů, na severním pólu, gridový bod číslo 1. Svislá osa radiační bilance  $J[W/m^2]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech, délka časové integrace je 3 roky.



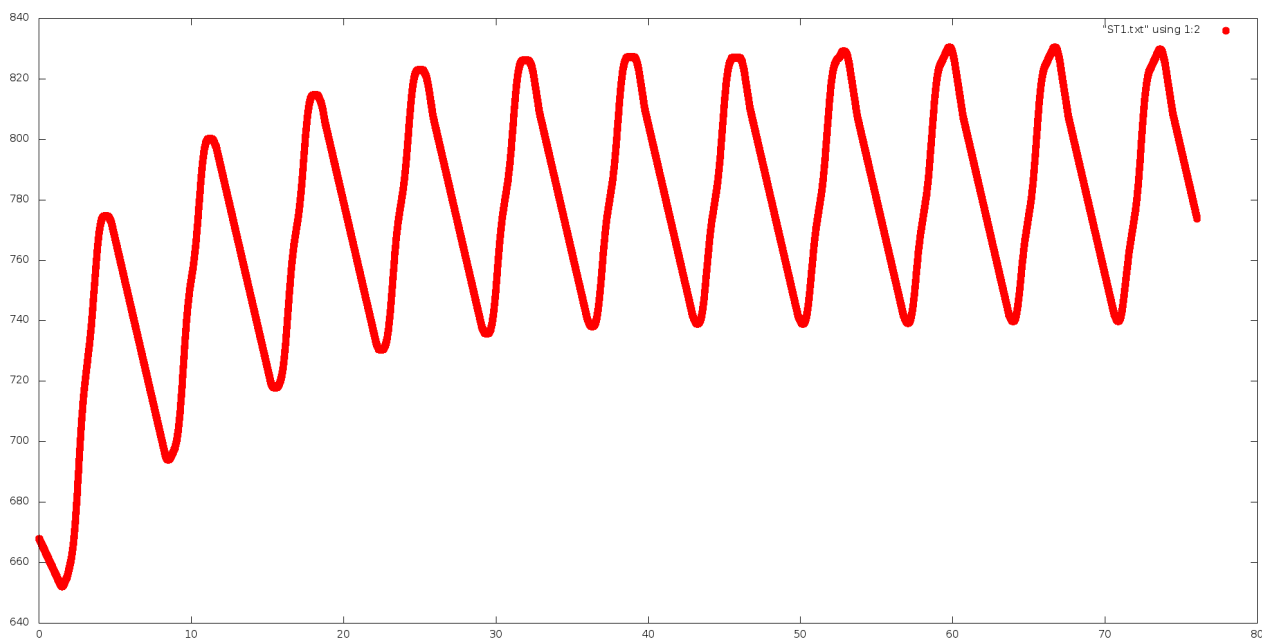
Obr. č. 80 – vývoj radiační bilance  $J$  na *Zemi s klasickými parametry*, 26 298 časů, na jižním pólu, gridový bod číslo 2. Svislá osa radiační bilance  $J[W/m^2]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech, délka časové integrace je 3 roky.



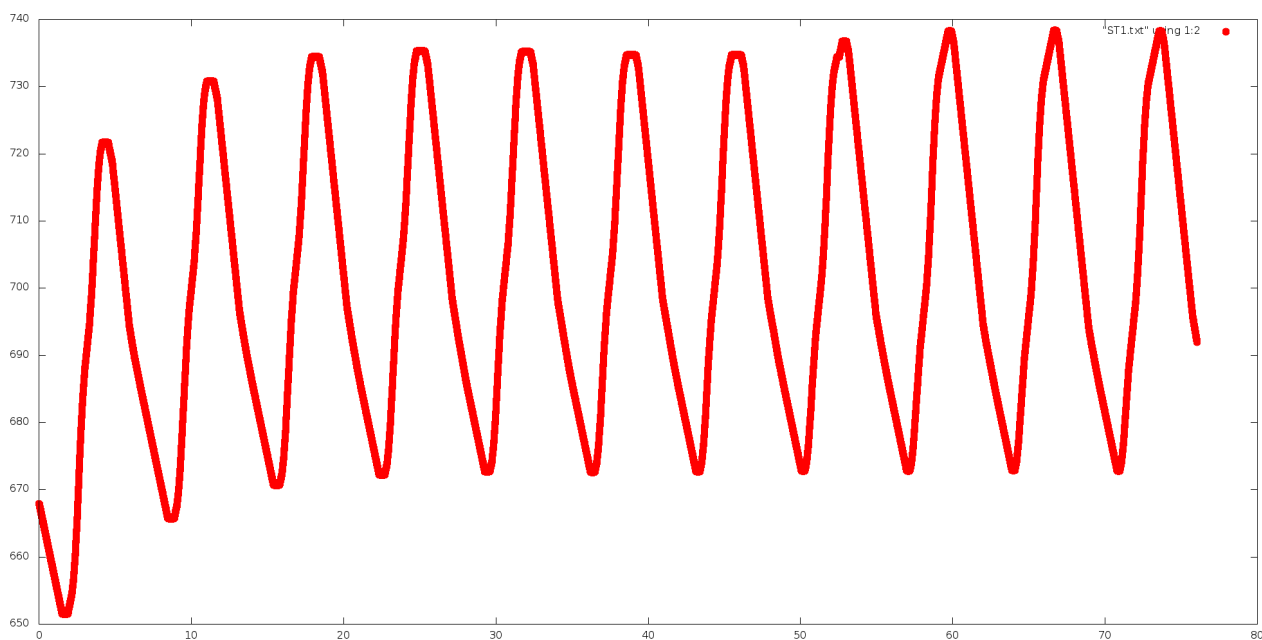
Obr. č. 81 – vývoj radiační bilance  $J$  na *Zemi s klasickými parametry*, 26 298 časů, na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa radiační bilance  $J[W/m^2]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech, délka časové integrace je 3 roky.



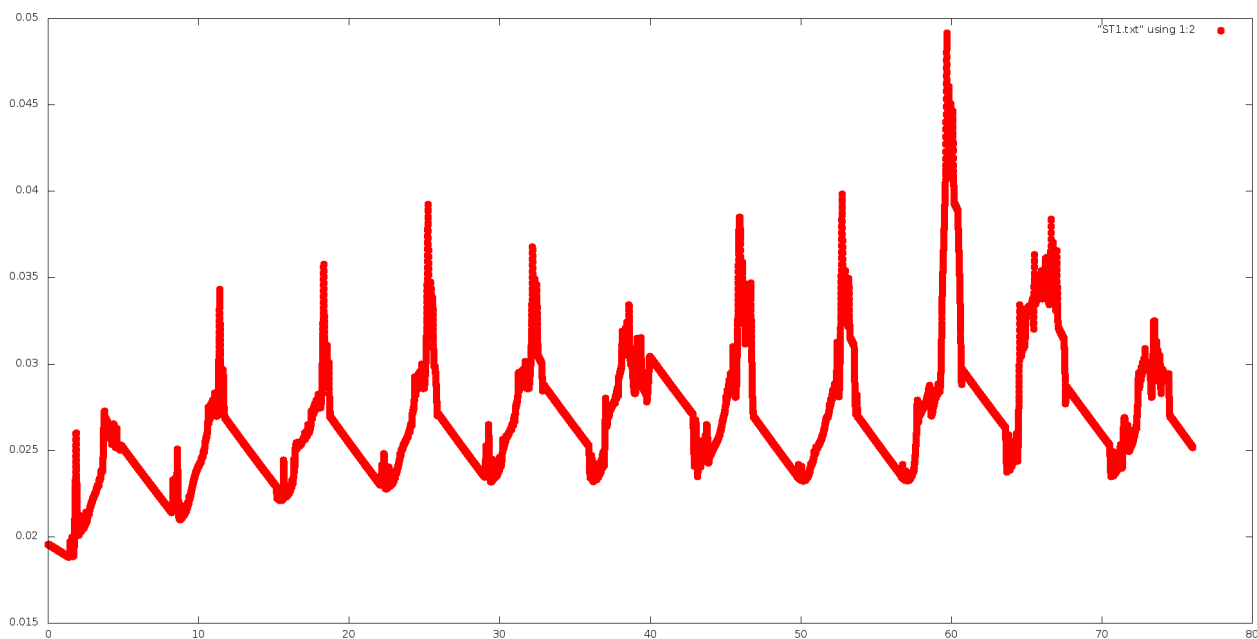
Obr. č. 82 – vývoj radiační bilance  $J$  na *Zemi s klasickými parametry*, 26 298 časů, přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa radiační bilance  $J[W/m^2]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech, délka časové integrace je 3 roky.



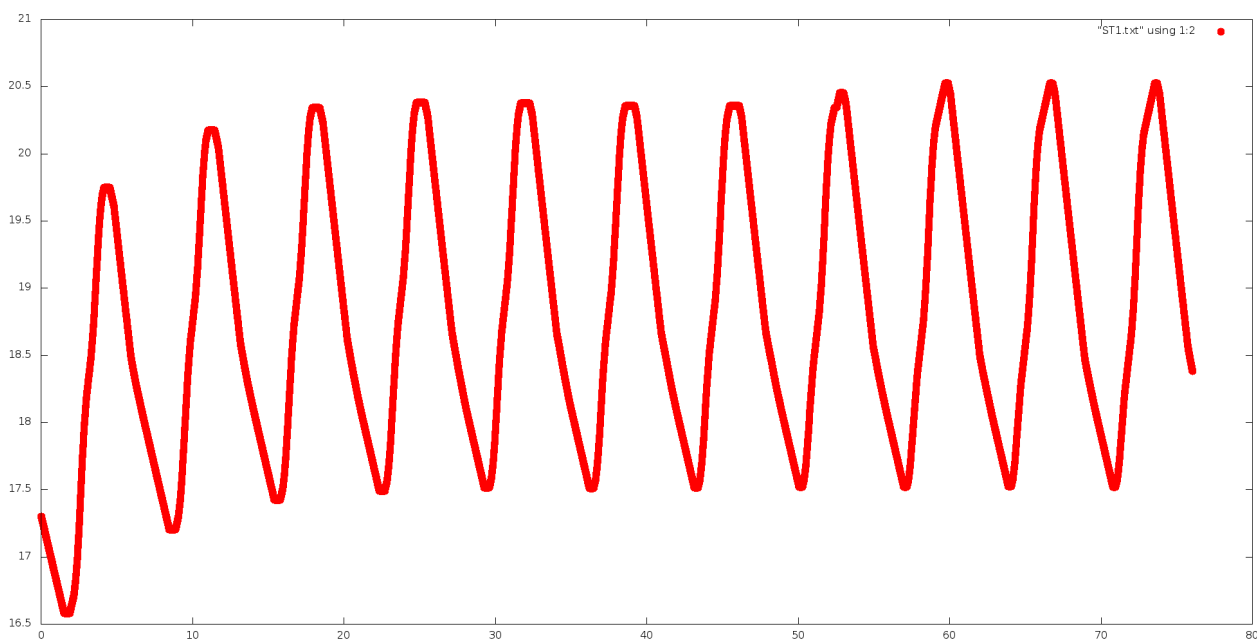
Obr. č. 83 – vývoj teploty na horkém Neptunu *GJ 436b*, na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa  $T[K]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních letech.



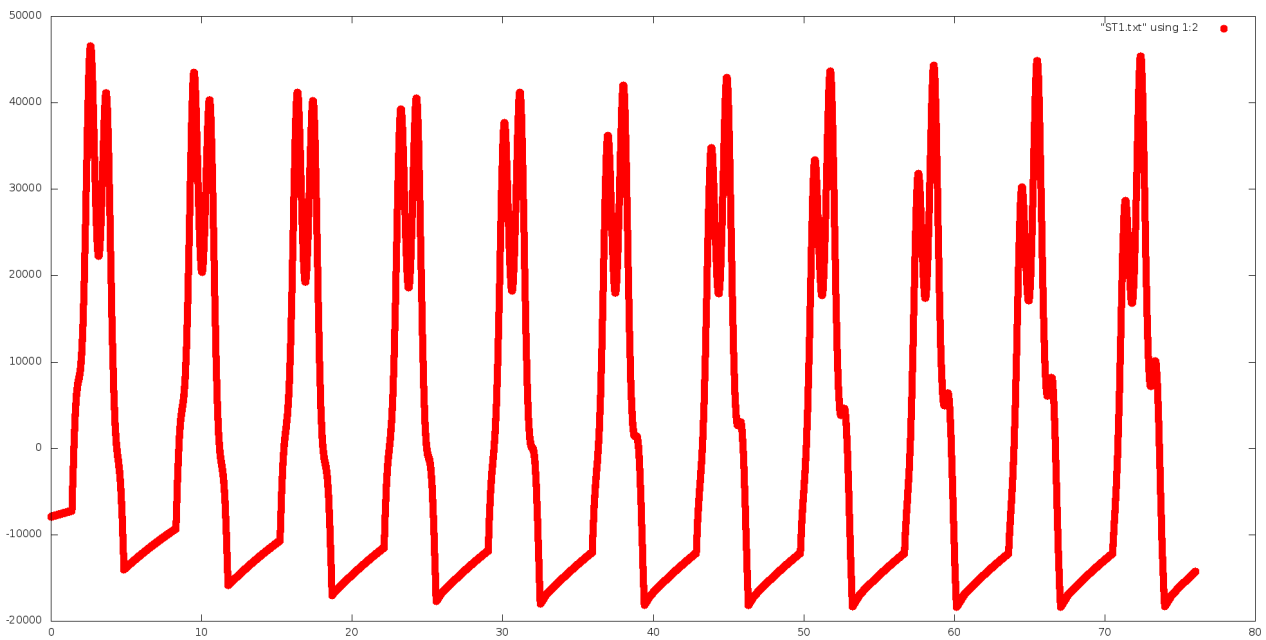
Obr. č. 84 – vývoj teploty na horkém Neptunu *GJ 436b*, přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa  $T[K]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních letech.



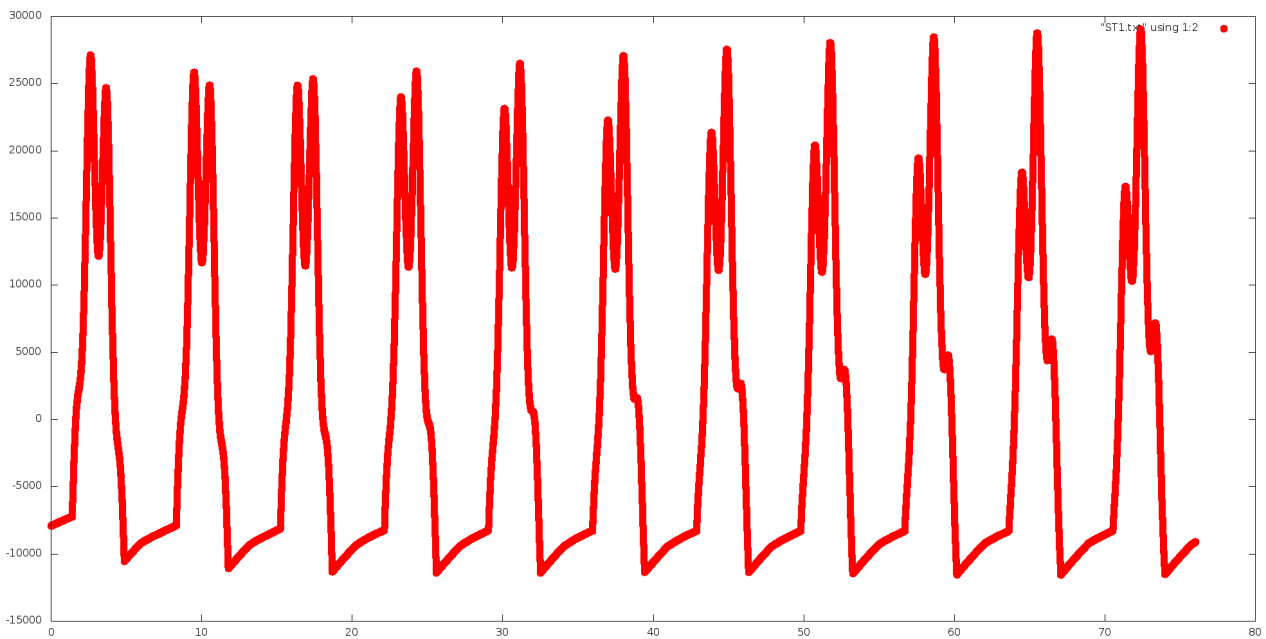
Obr. č. 85 – vývoj rychlosti proudění na horkém Neptunu *GJ 436b*, na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa  $vitr[m/s]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních letech.



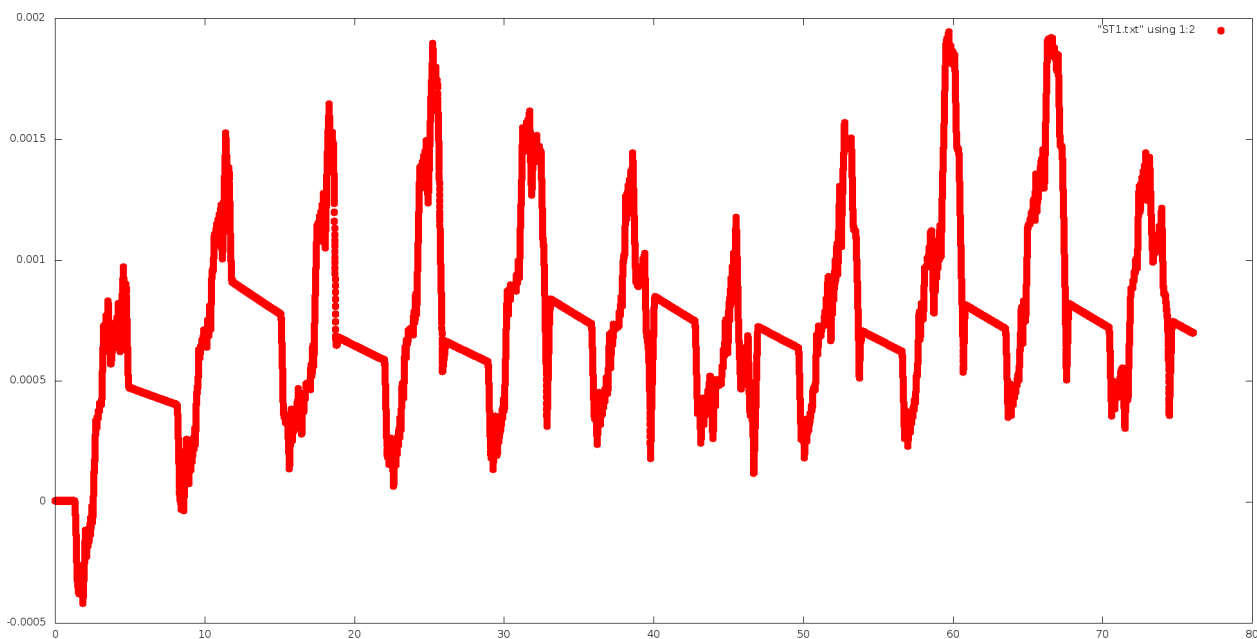
Obr. č. 86 – vývoj rychlosti proudění na horkém Neptunu *GJ 436b*, přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa  $vitr[m/s]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních letech.



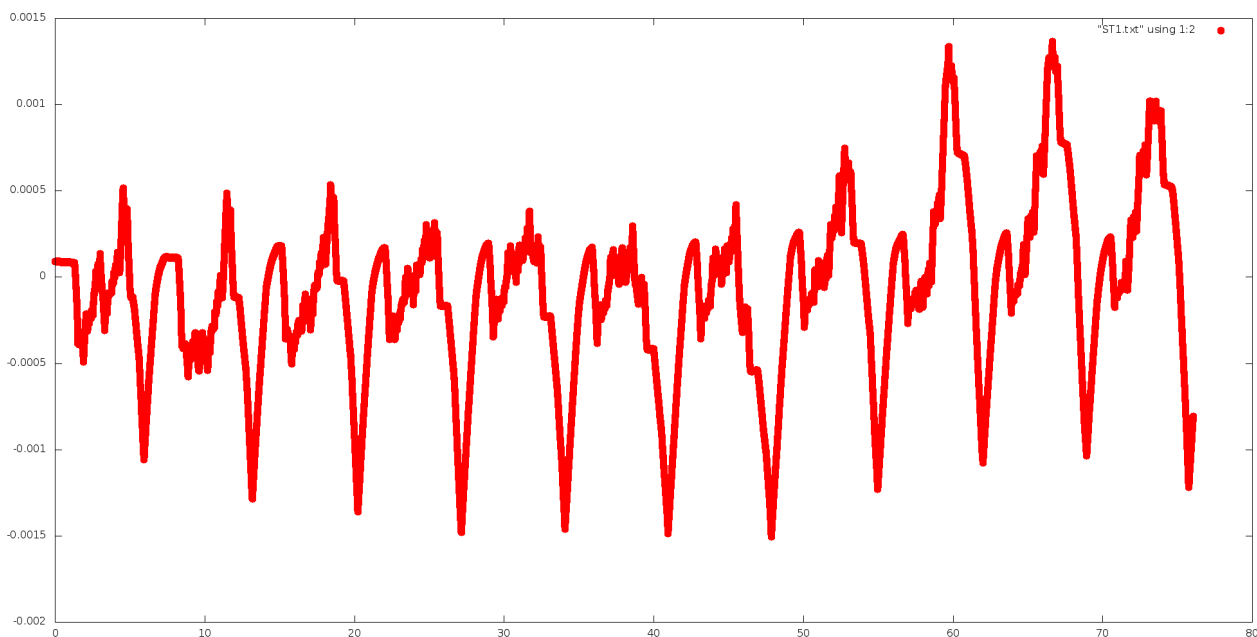
Obr. č. 87 – vývoj radiační bilance  $J$  na horkém Neptunu  $GJ\ 436b$ , na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa radiační bilance  $J[W/m^2]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních letech.



Obr. č. 88 – vývoj radiační bilance  $J$  na horkém Neptunu  $GJ\ 436b$ , přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa radiační bilance  $J[W/m^2]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních letech.

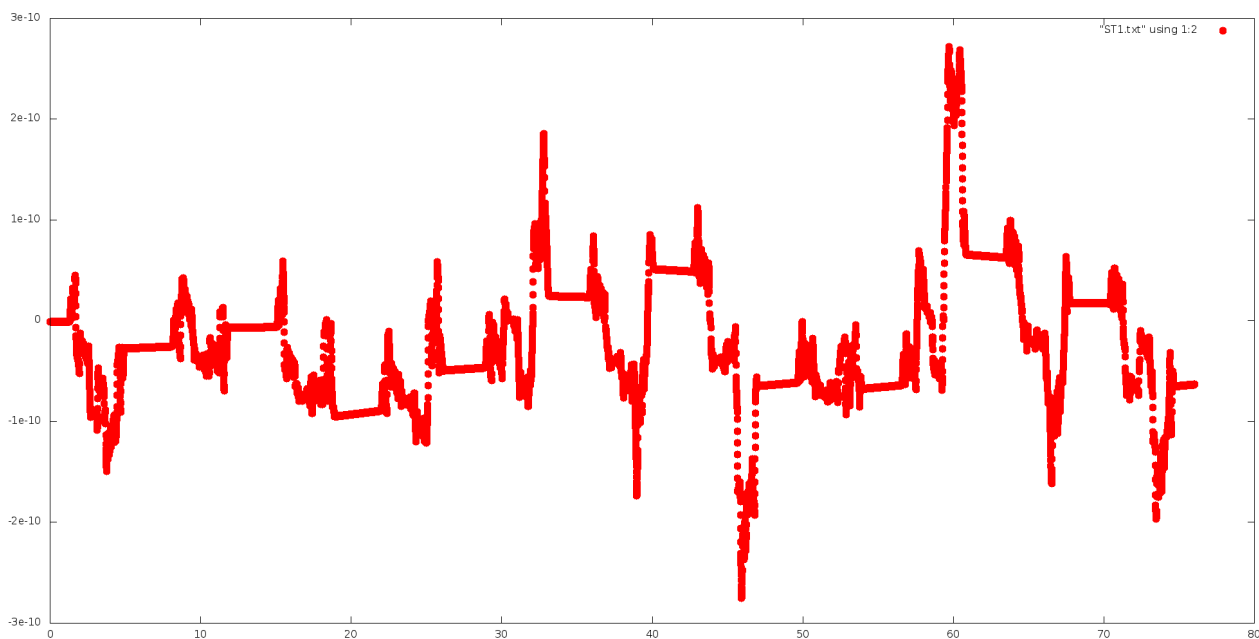


Obr. č. 89 – vývoj divergence na horkém Neptunu *GJ 436b*, na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa *Divergence*  $\nabla \cdot \vec{v}$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních letech.

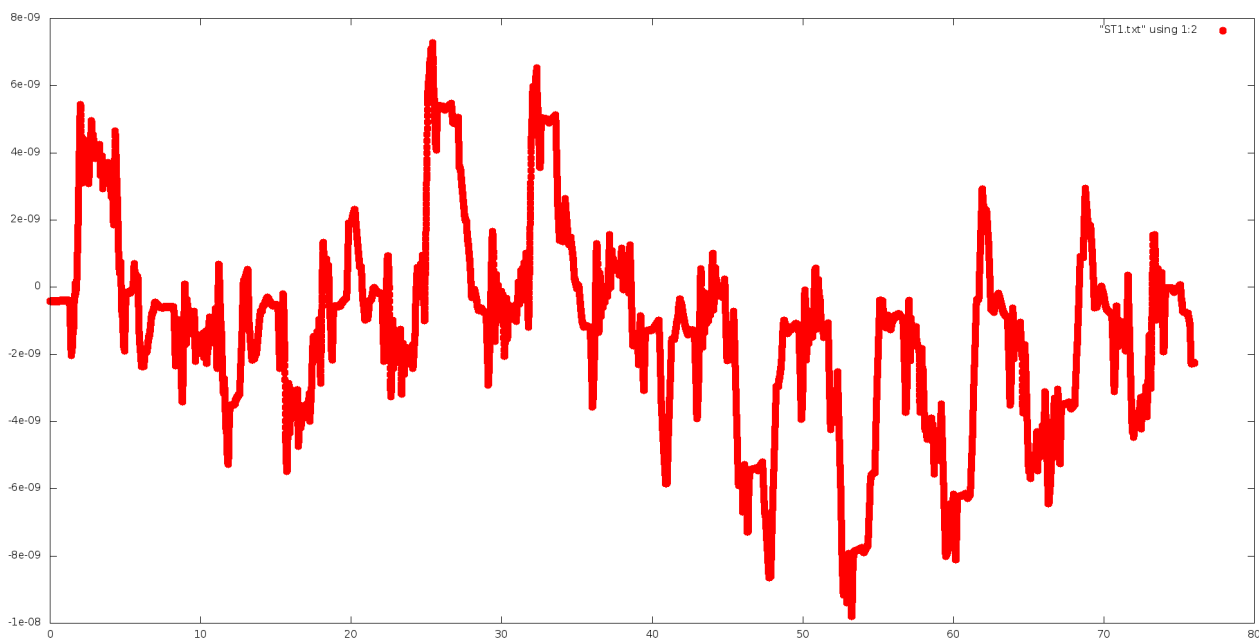


Obr. č. 90 – vývoj divergence na horkém Neptunu *GJ 436b*, přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa *Divergence*  $\nabla \cdot \vec{v}$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních letech.

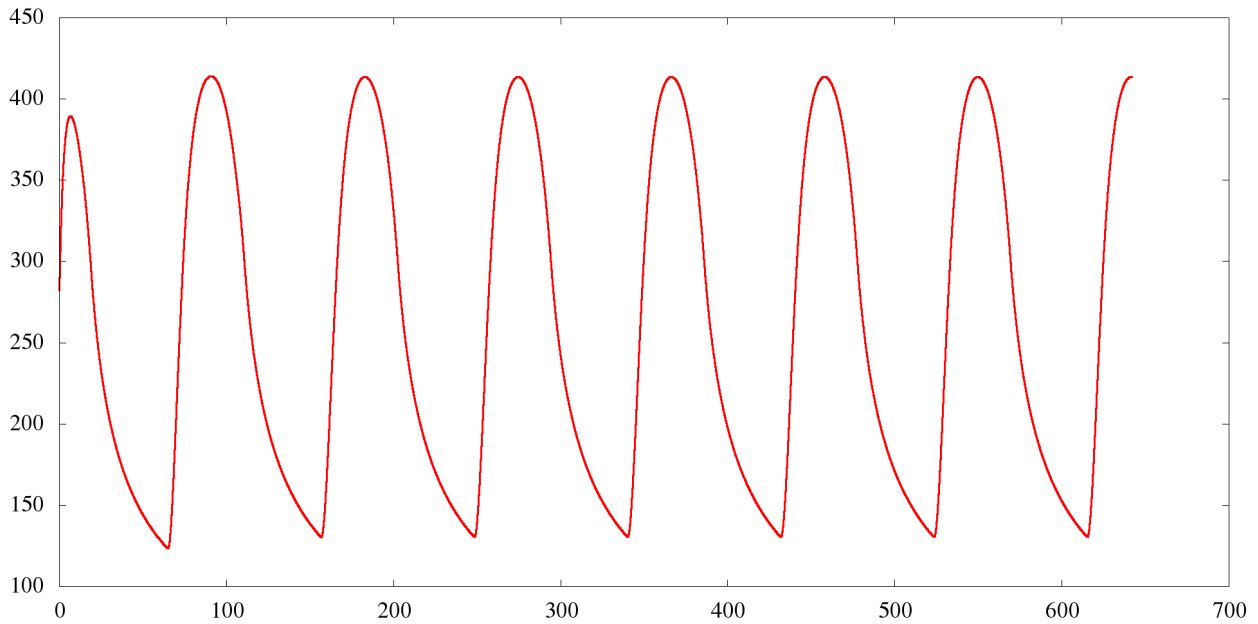




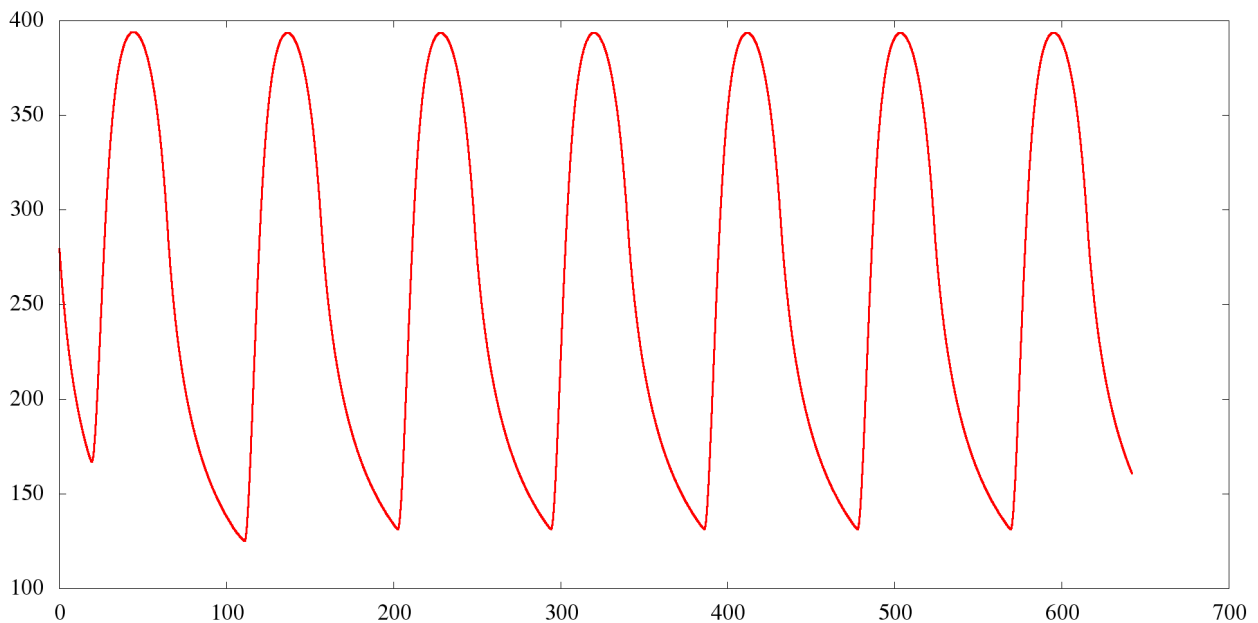
Obr. č. 91 – vývoj vorticity na horkém Neptunu *GJ 436b*, na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa *Vorticity*  $\zeta = \vec{k} \cdot (\nabla \times \vec{v})$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních letech.



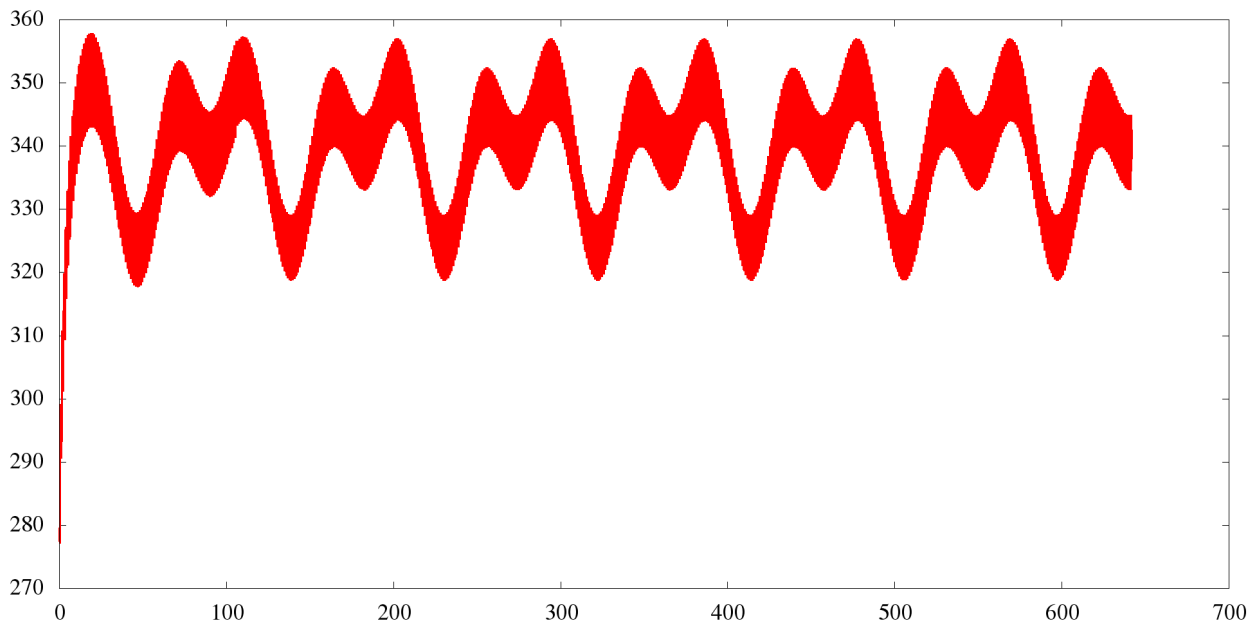
Obr. č. 92 – vývoj vorticity na horkém Neptunu *GJ 436b*, přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa *Vorticity*  $\zeta = \vec{k} \cdot (\nabla \times \vec{v})$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních letech.



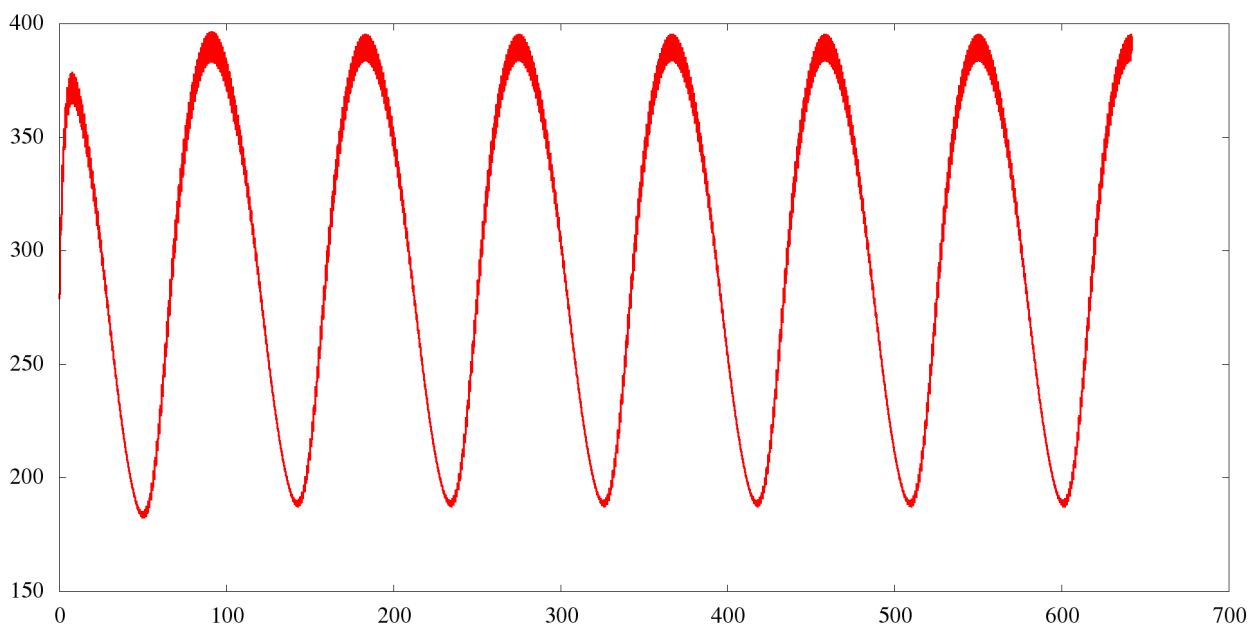
Obr. č. 93 – vývoj teploty na *exoplanetě Tau Ceti e* se zvoleným sklonem rotační osy  $36^\circ$  a zvolenou siderickou délkou dne 44 hod, doba integrace 7 místních let, výpis hodnot po 2 hod, 14 122 časů, na severním pólu, gridový bod číslo 1. Svislá osa  $T[K]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech.



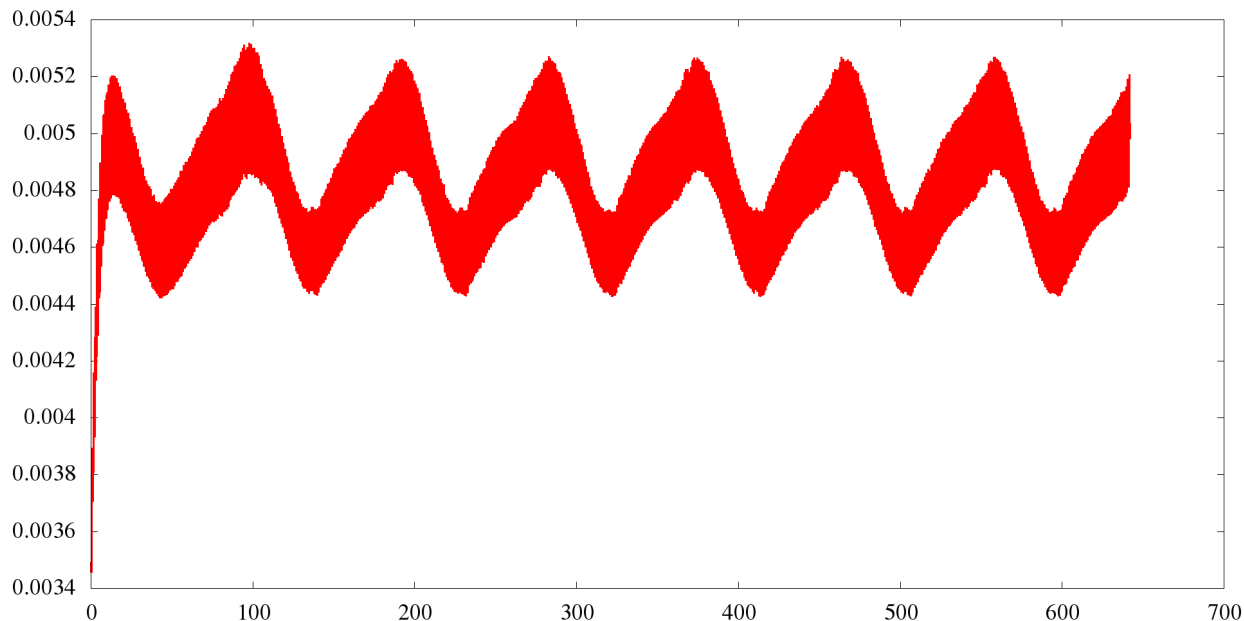
Obr. č. 94 – vývoj teploty na *exoplanetě Tau Ceti e* se zvoleným sklonem rotační osy  $36^\circ$  a zvolenou siderickou délkou dne 44 hod, doba integrace 7 místních let, výpis hodnot po 2 hod, 14 122 časů, na jižním pólu, gridový bod číslo 2. Svislá osa  $T[K]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech.



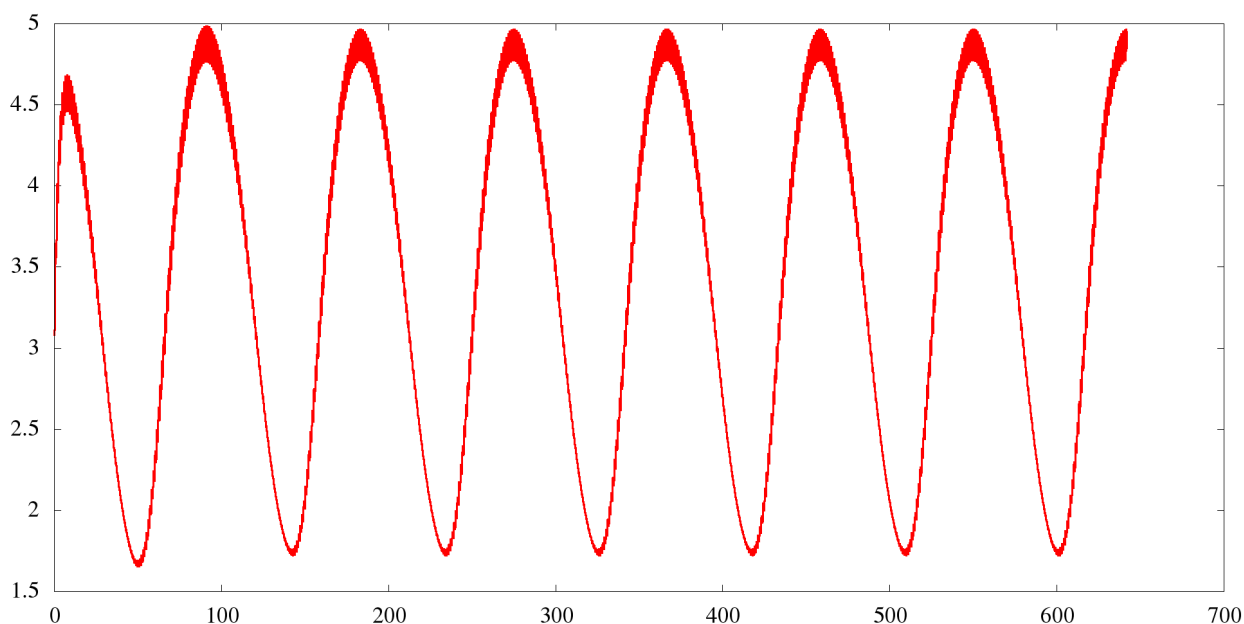
Obr. č. 95 – vývoj teploty na *exoplanetě Tau Ceti e* se zvoleným sklonem rotační osy  $36^\circ$  a zvolenou siderickou délkou dne 44 hod, doba integrace 7 místních let, výpis hodnot po 2 hod, 14 122 časů, na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa  $T[K]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech.



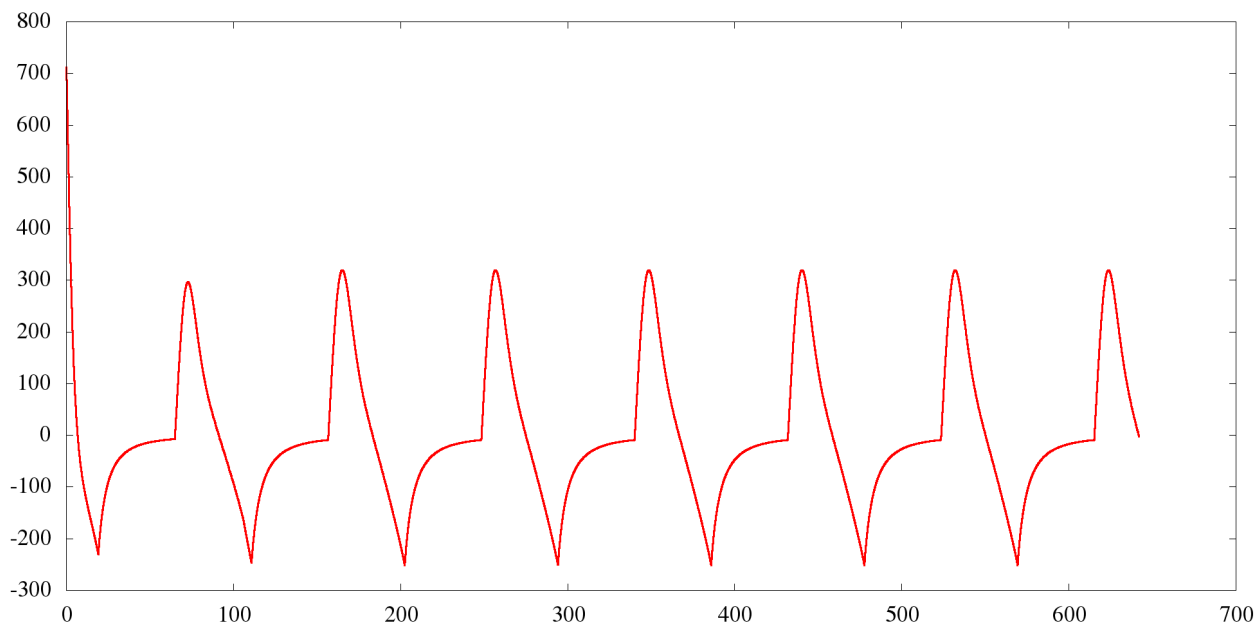
Obr. č. 96 – vývoj teploty na *exoplanetě Tau Ceti e* se zvoleným sklonem rotační osy  $36^\circ$  a zvolenou siderickou délkou dne 44 hod, doba integrace 7 místních let, výpis hodnot po 2 hod, 14 122 časů, přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa  $T[K]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech.



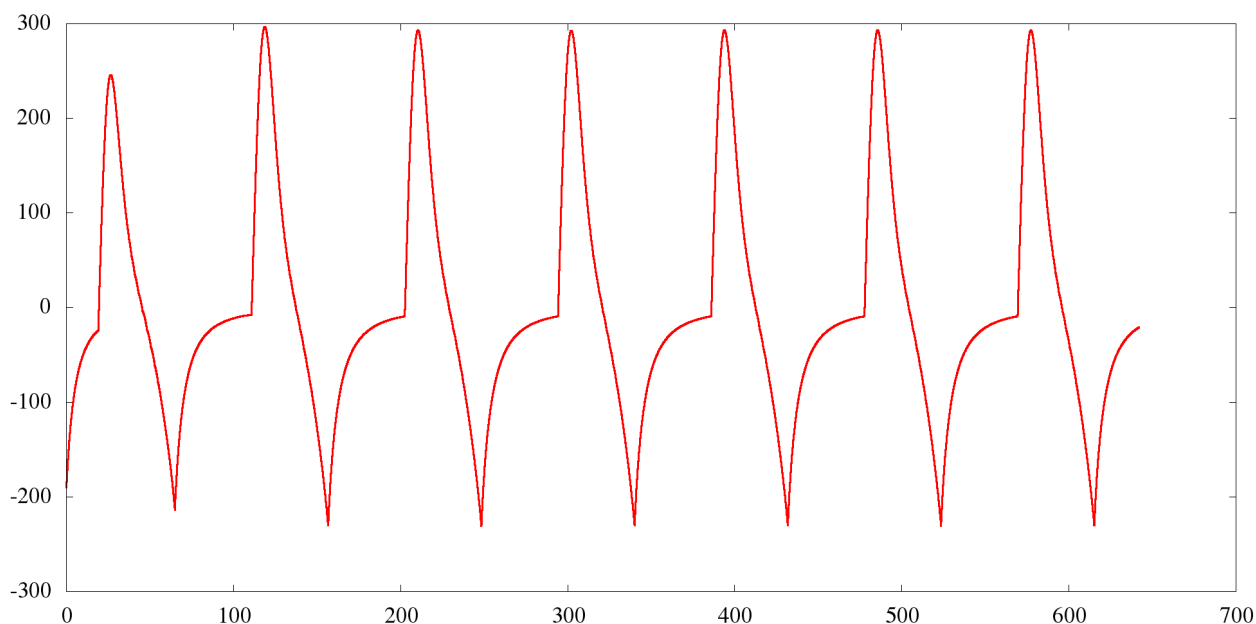
Obr. č. 97 – vývoj rychlosti proudění na *exoplanetě Tau Ceti e* se zvoleným sklonem rotační osy  $36^\circ$  a zvolenou siderickou délkou dne 44 hod, doba integrace 7 místních let, výpis hodnot po 2 hod, 14 122 časů, na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa *vítr[m/s]* a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech.



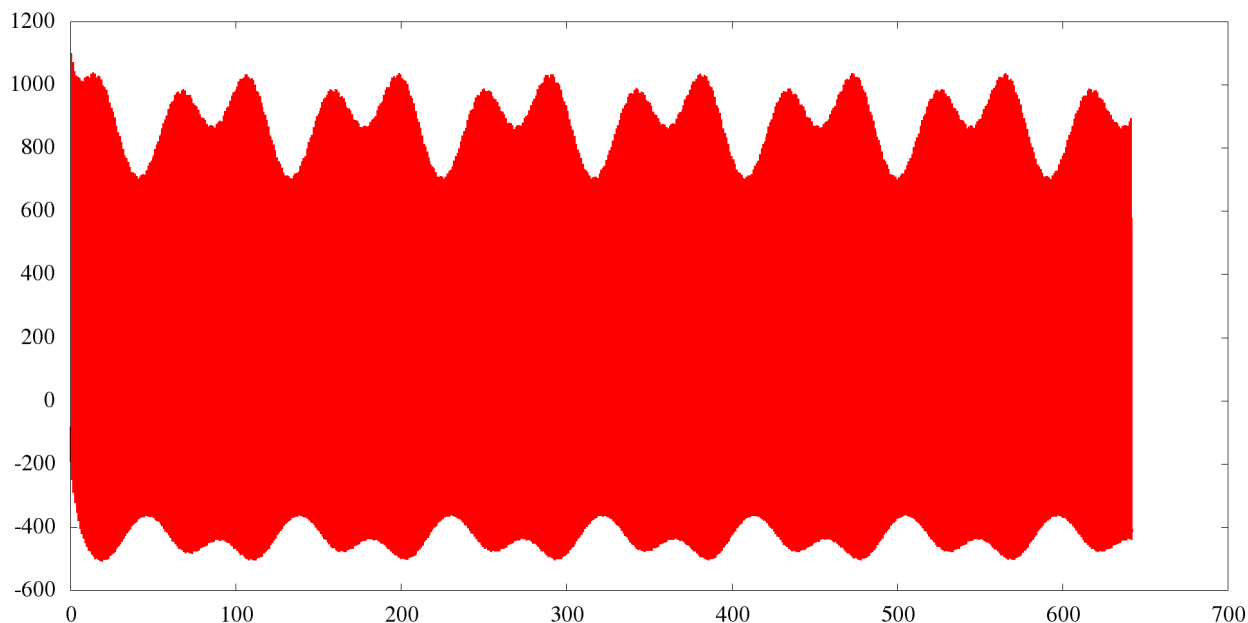
Obr. č. 98 – vývoj rychlosti proudění na *exoplanetě Tau Ceti e* se zvoleným sklonem rotační osy  $36^\circ$  a zvolenou siderickou délkou dne 44 hod, doba integrace 7 místních let, výpis hodnot po 2 hod, 14 122 časů, přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa *vítr[m/s]* a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech.



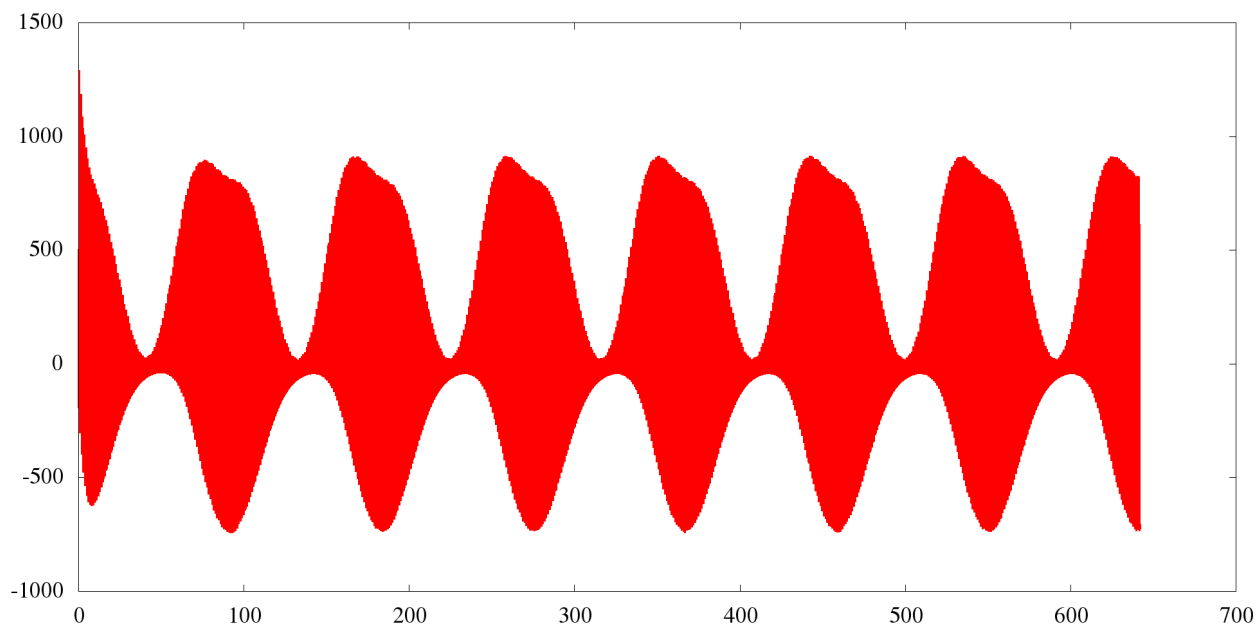
Obr. č. 99 – vývoj radiační bilance  $J$  na *exoplanetě Tau Ceti e* se zvoleným sklonem rotační osy  $36^\circ$  a zvolenou siderickou délkou dne 44 hod, doba integrace 7 místních let, výpis hodnot po 2 hod, 14 122 časů, na severním pólu, gridový bod číslo 1. Svislá osa radiační bilance  $J[W/m^2]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech.



Obr. č. 100 – vývoj radiační bilance  $J$  na *exoplanetě Tau Ceti e* se zvoleným sklonem rotační osy  $36^\circ$  a zvolenou siderickou délkou dne 44 hod, doba integrace 7 místních let, výpis hodnot po 2 hod, 14 122 časů, na jižním pólu, gridový bod číslo 2. Svislá osa radiační bilance  $J[W/m^2]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech.



Obr. č. 101 – vývoj radiační bilance  $J$  na *exoplanetě Tau Ceti e* se zvoleným sklonem rotační osy  $36^\circ$  a zvolenou siderickou délkou dne 44 hod, doba integrace 7 místních let, výpis hodnot po 2 hod, 14 122 časů, na rovníku, gridový bod číslo 451. Svislá osa radiační bilance  $J[W/m^2]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech.



Obr. č. 102 – vývoj radiační bilance  $J$  na *exoplanetě Tau Ceti e* se zvoleným sklonem rotační osy  $36^\circ$  a zvolenou siderickou délkou dne 44 hod, doba integrace 7 místních let, výpis hodnot po 2 hod, 14 122 časů, přibližně v zeměpisné poloze Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ , gridový bod číslo 182. Svislá osa radiační bilance  $J[W/m^2]$  a vodorovná osa je čas od začátku integrace v planetárních dnech.

**Další výsledky běhů modelu MMV (globální mapy a časový vývoj na některých gridových bodech) je možno najít v příloze č. 1 a 2 (pdf soubory). Příloha č. 4 obsahuje vybrané mapy a grafy z běhu modelu v plném rozlišení, mapy jsou interpolované i neinterpolované. V příloze č. 4 také obsahuje převzaté obrázky z článků v plném rozlišení.**

## 7. Závěr

Model mělké vody s forcingem byl vytvořen napsáním programu ve Fortranu F95. Byla použita geodetická modifikovaná icosahedrální síť (STD-grid) stupně rozlišení 3 – 2562 bodů. Také byl zaveden tepelný forcing, způsobující změnu výšky atmosféry insolací a tepelným vyzařováním a disipační člen (dva koeficienty numerické viskozity). Výpočet modelu byl nejdříve testován na modelovém příkladu – nelineární globální ustálený geostrofický proud (non-linear global steady-state geostrophic flow - Williamson et al. 1992) pro 3 různé hodnoty parametru  $\alpha_G$ . V tomto testu je modifikovaný Coriolisův parametr, pole rychlosti proudění a výšky atmosféry je v čase konstantní. Pokud program běží správně, výškové pole nabyde tvar analytického řešení a je konstantní v čase. V provedených testech bylo výškové pole v čase zcela neměnné, to mimo jiné potvrdilo i zachování hmoty. Numerická chyba se neměnila v čase, závisela na zeměpisné poloze a parametru  $\alpha_G$ . Odchylka od celkové hodnoty je v rozmezí  $-0,35\%$  až  $+0,35\%$ , ve většině případech zůstává v intervalu  $(-0,15\%; +0,15\%)$ , odchylka od skutečné hodnoty uvažovaná vůči globálním rozdílům výšky dosahuje  $-2,1\%$  až  $1,2\%$ , většinou ale zůstává v intervalu  $(-0,5\%; +0,5\%)$ . V oblastech na jižní polokouli jsou hodnoty o něco vyšší než skutečné hodnoty, na severní polokouli hodnoty spíše nižší než skutečné hodnoty. Na globálních mapách odchylek od analytické hodnoty se dají najít oblasti kladných a záporných anomálií způsobených numerickými efekty. Další test modelu, který byl proveden, je běh modelu zcela bez forcingu (bez viskozity a radiačního forcingu) a také běh modelu jen s viskozitou bez radiačního forcingu (bez příjmu a ztráty energie zářením). Pokud zcela chybí viskozita, po 2500-3000 krocích se model stane nestabilním a spadne. Pokud je v modelu numerická viskozita a chybí pouze radiační forcing, je model stabilní a tvar výškového pole závisí na numerické viskozitě. Bez radiačního forcingu vznikla oblast vysoké tloušťky atmosféry i vysoké rychlosti větru na severo-východní a jiho-západní polokouli, naopak oblast nízkého tlaku vzduchu se vyskytovala na severo-západní polokouli a méně výrazná níže na jiho-západní polokouli.

Dále byl MMV použit pro jednotlivé planety, a to pro planetu Zemi s klasickými parametry, Zemi s vázanou rotací, Zemi chladnoucí (Slunce přestane svítit), Zemi s malou viskozitou, Venuši, planetu s vlastnostmi měsíce Titan, exoplanety Alfa Centauri Bb (nejbližší exoplaneta), GL 581c (Super-Země při vnitřním okraji obyvatelné zóny s vázanou rotací), Tau Ceti e (Super-Země v obyvatelné zóně bez vázané rotace), Tau Ceti e s malou viskozitou, GJ 436b (Horký Neptun s vysokou excentrickou 0,15-0,16 bez vázané rotace, o kterém je toho hodně známo), horký Jupiter 51 Pegasi b, horký Jupiter HD 189733 b, velmi horký Jupiter WASP 12 b ve třech verzích (klasicky, malá viskozita, 1 000 000 krát vyšší insolace). U všech modelů bylo na začátku časové integrace zadané rovnoměrné pole se stejnou výškou/teplotou a nulová rychlost proudění. Vlivem insolace a vyzařování se pole začalo utvářet. V případě nízké numerické viskozity (rychlost změn v důsledku radiační bilance řádově vyšší než rychlost viskózní disipace) u Země a Tau Ceti e se radiační vliv uplatňoval na rozložení výškového pole a rychlosti proudění málo a tlakové útvary byly stejně rozloženy jako v případě bez radiačního forcingu. Pokud byla zvolena středně vysoká až vysoká numerická viskozita (rychlost změn v důsledku radiační bilance řádově stejná nebo nižší než rychlost viskózní disipace), hlavní vliv na rozdělení teplotního/výškového pole a rychlosti proudění měla radiační bilance. V případě WASP 12b je radiační vliv obrovský a i při nízké viskozitě se tvar teplotního/výškového pole tolik nemění. Pokud se zvolí numerická viskozita příliš nízká nebo příliš vysoká, dojde k numerické nestabilitě. Mezní hodnoty závisí na parametrech vstupujících do modelu. Tvary teplotního/výškového pole a pole rychlosti proudění závisejí na rychlosti viskózní disipace a radiačním forcingu. Podle poměru těchto vlivů má tvar výsledné pole, které se zhruba tvarem podobá výsledkům mělkých 3D modelů v článku (Showman & Polvani 2011).

Rychlost proudění dosahovala od několika m/s do několika desítek m/s (v případě Alfa Centauri Bb 10-20 m/s. Jedná se o planetu velmi blízko hvězdě, ale se slabou atmosférou). Poměrně nízké rozlišení, velký rozměr planety a rychlá disipace pomocí numerické viskozity jsou pravděpodobně příčinou nižších rychlostí proudění. Rychlost proudění je nízká ve srovnání s 3D

modely a pozorovanými rychlostmi (Venuše, Země). Vyšší rychlosti jsou ale ve skutečnosti dosahovány v oblastech s nízkou hustotou. Vytvořený model MMV generuje rychlostní pole s velikostmi rychlostí podobnými s předpokladem (Showman & Polvani 2011), spíše jsou vypočtené rychlosti o něco nižší.

V případě Venuše byla výsledkem modelu velmi nízká teplota. Teplota byla nejen nižší než skutečná teplota při povrchu (přibližně o 500 K navýšená skleníkovým efektem), ale i nižší než vypočtená rovnovážná teplota. Zejména v polárních oblastech na neosvětlené straně byla teplota nízká – i pod 100 K. Venuše má atmosféru velmi silnou a dlouhou periodu rotace. Právě proto může model mělké vody v případě Venuše selhávat (příčinou může být i vysoká hodnota numerické viskozity). V případě Titanu byla teplota přibližně podle očekávání a globální teplotní rozdíly byly velmi malé – to je dáno velmi malou intenzitou insolace a vyzařování. Podobně jako Venuše i u Titanu je poměrně silná atmosféra a poměrně dlouhá doba rotace. Insolace je na Titanu velmi nízká, v substelárním bodě okolo  $15 \text{ W/m}^2$ . V případě Země MMV zhruba odpovídal skutečnosti. Projevil se denní i roční chod teploty a rychlosti proudění, střídání zimy a léta vlivem naklonění rotační osy a také vlivem excentricity dráhy. Protože ale není započítán skleníkový efekt, průměrné globální teploty jsou nižší. Transport tepla od rovníku k pólům je v MMV poměrně malý a rozdíly teplot mezi rovníkem a póly vyšly větší než ve skutečnosti. V případě testu chladnutí Země po zhasnutí Slunce se postupně snižují globální rozdíly teploty až na desetiny stupně, rychlost proudění klesá a oproti skutečným hodnotám (téměř nulovým) se postupně pořád víc projevují efekty numerické nepřesnosti (efekty numerické nepřesnosti mají přibližně podobnou hodnotu a v klasickém poli hodnot s velkými globálními rozdíly téměř zanikají, ale při velmi malých globálních rozdílech se projevují významně). V případě planet s vázanou rotací jsou podle vytvořeného MMV nejvyšší teploty v substelárním bodě. Ve skutečnosti je nejteplejší místo posunuto na východ od substelárního bodu, to model MMV nezachytil při malé tloušťce atmosféry, při velké tloušťce se tento jev již mírně projevil. Oproti denní straně byla ale teplota na noční straně překvapivě nízká, na denní straně naopak relativně blízko rovnovážné substelární teplotě. V případě vytvořeného MMV se advekce tepla projevuje mnohem méně než u 3D modelů.

Změna teploty a tloušťky atmosféry i zesílení proudění vlivem excentricity je možné ve výsledcích najít. S intenzivnější insolací rychlost proudění roste a nejvyšších rychlostí je dosahováno nedaleko rovníku (závisí na velikosti Coriolisovo parametru). Ve výsledcích modelu je dobře znát i zeslabení proudění a pokles teploty v průběhu noci.

Další planetou, která byla studována je horký Neptun GJ 436b. Ve výsledcích modelu je velmi dobře vidět vliv střídání dne a noci. Místo s nejvyšší teplotou je posunuto vůči substelárnímu bodu vlivem setrvačnosti, nejvyšší teploty jsou dosahovány na rovníku a nejnižší teploty v oblasti pólů. Protože byla zvolena velká tloušťka atmosféry, je vysoká i tepelná setrvačnost a také vysoká rychlost proudění. Rychlost proudění dosahuje několik m/s až desítky m/s. Vzhledem k vysoké míře insolace a rozdílu teploty je ale očekávána ještě vyšší rychlost proudění.

Tepelný forcing (forcing  $h$ ) je řízen insolací a vyzařováním. U všech planet se objevuje na jižní polokouli vyšší rychlost proudění, na severní a jižní polokouli vznikaly stabilní tlakové útvary a při rovníku byla rychlost proudění malá. Na denní straně rychlost proudění byla vyšší než na noční straně, ale obecně rychlost proudění a intenzita tepelné advekce u všech planet poměrně nízká. Vlivem insolace a vyzařování se pole začalo utvářet. Disipační člen udržuje numerickou stabilitu. V článku (Showman & Polvani 2011), podle kterého byl tepelný forcing vč. disipace konstruován, se skutečně předpokládá pomalá rychlost proudění, která skutečně vyšla. Také jsou patrně vyšší rychlosti proudění na jižní polokouli, což se ve vytvořeném modelu objevilo. U horkých Jupiterů/Neptunů se předpokládá rychlost desítky m/s, u Země s vázanou rotací několik m/s. Rychlost proudění vypočtená vytvořeným modelem byla u Země a terestrických planet 1-6 m/s (Země do 4 m/s, Země s vázanou rotací až 6 m/s, GL 581c do 3,5 m/s), u horkého Neptunu GJ 436b 5-45 m/s, u  $\alpha$  Centauri Bb 5-20 m/s. Překvapivé je, že rychlost proudění není tolik zesilována teplotními rozdíly, ale silně závisí na tloušťce atmosféry a zadané rychlosti disipace. Právě proto



jsou vypočtené rychlosti větru u Venuše extrémní a u Titanu vysoké (u Titanu by měly být spíše nízké).

Celkem bylo uskutečněno 23 běhů programu. Obecně jde říci podle výsledků modelu MMV, že rychlost proudění je silně závislá na tloušťce atmosféry, závislost na teplotním gradientu není tak významná, jak by se očekávalo. Nejvyšších rychlostí bylo dosaženo u tzv. horkých Jupiterů, kde rychlost proudění dosahovala 100-3000 m/s v závislosti na dalších parametrech. Naopak u planet zemského typu rychlost proudění dosahovala 0,3-10 m/s. U planet, které byly dále od hvězdy a neměly vázanou rotaci, se ve výsledku podle očekávání objevuje malý teplotní gradient. U planet s vázanou rotací se posunutí nejteplejšího místa od substelárního bodu projevuje až u velmi tlusté atmosféry s velkou tepelnou kapacitou (horké Jupitery). V případě velké tloušťky atmosféry s velkou tepelnou kapacitou, bez vázané rotace a ne příliš vysoké insolaci jsou ve výškovém poli vidět Rossbyho a Kelvinovy vlny.

Pole výšky atmosféry a pole rychlosti proudění závisí také na velikosti viskózních koeficientů  $\nu_1, \nu_2$  (určujících rychlost disipace). Viskozitu je nutné přidat, protože bez viskozity je numerický výpočet nestabilní a po 2500-3000 krocích spadne. Pokud jsou viskózní koeficienty příliš malé, později se MMV dostane do oblasti nestability, stejně tak i v případě příliš rychlé disipace. V případě testu nelineární globální ustálený geostrofický proud s parametrem  $\alpha_G$  blízkým 0 (geostrofický proud rovnoběžný s rovnoběžkami) je divergence proudění blízka 0 a MMV bez pravé strany je i bez disipace poměrně stabilní. Nestabilita ve výpočtech je pravděpodobně z velké části způsobena divergencí geostrofického proudění.

Pokud je viskózní disipace velká až střední, pole výšky atmosféry (teploty) je přibližně podle očekávání, rychlost proudění je malá při rovníku a pólech, vyšší ve středních šířkách. Na jižní polokouli je rychlost proudění o něco vyšší. Pokud se ale viskózní disipace zvolí velmi malá (blízko k nestabilitě), vzniká oblast malé tloušťky atmosféry ve středních šířkách na jiho-východní polokouli a oblast vysoké tloušťky atmosféry na severo-západní polokouli ve středních šířkách. Přitom rychlost proudění dosahuje velmi vysokých hodnot, až 100 m/s u planet zemského typu s mělkou atmosférou a 1000-3000 m/s u horkých Jupiterů. Výška atmosféry ale souvisí s teplotou a disipace tepelným vyzařováním je úměrná  $T^4$ .

Vliv má také sklon rotační osy vůči oběžné rovině, způsobující střídání ročních období. Pokud se zvolí vysoký ( $30^\circ$ - $50^\circ$ ), jsou na pólech rozdíly mezi létem a zimou vysoké a v době maximální deklinace místního Slunce je nejteplejší oblast až u  $60$ - $70^\circ$ . Kromě sklonu rotační osy má významný vliv pro běh MMV i excentricita. Při excentricitě větší než 0,02 se již významně projevuje rozdíl insolace v periastru a apoastru, a tím je ovlivněn i chod teploty. Při excentricitě větší než 0,1 je již změna solární intenzity během roku v desítkách procent.

Při zvolení velké tloušťky atmosféry se kombinací parametrů (nulový sklon osy a excentricita, velmi vysoká tepelná kapacita a vyšší viskozita) lze i u horkých Jupiterů dosáhnout malého teplotního rozdílu na planetě. Pokud se zvolí velká tloušťka atmosféry, dlouhý den (50-1000 pozemských dní), nižší viskozita, dojde k vytvoření oblasti malé tloušťky atmosféry na jihovýchodě a velké tloušťky atmosféry na severozápadě. Navíc pravděpodobně vlivem gravitačních vln a jejich interferencí se v některých případech může vytvořit pole velkých amplitud a periodických oblastí malé a velké tloušťky atmosféry, což nakonec vede k numerické nestabilitě a pádu modelu MMV.

Horké Jupitery jsou exoplanety nejnáze a nejčastěji objevované a je u nich možné ze spektra odvodit parametry, určit přítomnost molekul, hmotnost, poloměr, zhruba odhadnout albedo a teplotu, proto se často vyskytují ve vědeckých publikacích a na atmosféry horkých Jupiterů je aplikován 3D model. Vytvořený model mělké vody byl vyzkoušen na 3 horké Jupitery s vázanou rotací (WASP 12b ve 3 verzích, 51 Pegasi b, HD 189733 b). U horkých Jupiterů je vysoká tloušťka atmosféry (srovnatelná s poloměrem) a také velká tepelná setrvačnost atmosféry, značnou část atmosféry tvoří lehký vodík s vysokou tepelnou kapacitou. To má za příčinu jiný tvar teplotního/výškového pole a pole rychlosti proudění oproti 3D modelům. Ve vytvořeném modelu MMV se poblíž substelárního bodu vytvořila nejteplejší oblast, advekce teploty byla malá oproti 3D

modelům a na neosvětlené straně je teplota poměrně nízká. Rychlost proudění dosahovala až 500-3000 m/s, ale rovníkový jet se nevytvořil. V případě 51 Pegasi b byla zvolena tloušťka atmosféry přibližně 5-6x víc než poloměr, výsledné pole se ustálilo do neměnného tvaru a globální rozdíly byly malé, i když má planeta vázanou rotaci. Poněkud zvláštní případ byl v případě WASP 12b s insolací ještě 1 000 000 krát vyšší než skutečná (která je už tak vysoká). Výsledné teplotní pole se tvarem podobalo 3D modelům s rovníkovým jetem, nejteplejší bod byl tak jako u 3D modelů posunut na východ. V oblasti substelárního bodu byla oblast vysoké divergence a vorticity, zejména ve východním směru byla rychlost větru vysoká. Insolace dosáhla až  $1,1 \cdot 10^{13}$  W/m<sup>2</sup>, teplota až 115 000 K a rychlost větru až 105 km/s. Daný běh modelu je ale nereálný a vznikl původně z chyby nastavení. V případě WASP 12b s nízkou viskozitou dosahuje rychlost proudění až 3500 m/s a oblast nejvyšších teplot (největší tloušťky atmosféry) se táhne na severo-východ od substelárního bodu. Pokud je viskozita vyšší, tvar teplotního výškového pole je podobný jako u ostatních planet s vázanou rotací. Obecně se pro model mělké vody horké Jupiterů moc nehodí. Horký Neptun GJ 436 b je dost specifická planeta (vysoká excentricita, bez vázané rotace, ale dlouhý synodický den). U této planety vyšel vytvořený MMV poměrně dobře, tloušťka atmosféry nebyla tak velká jako u horkých Jupiterů.

V budoucnu je předpokládáno další vylepšování modelu mělké vody (MMV). Jedním ze zlepšení je zvětšení rozlišení na stupeň 5 (40 962 bodů) a víc. Protože již u malého rozlišení a počtu časů je parsing souborů na jednotlivé časy a gridové body nejnáročnější a nejdelší, postup zpracování dat je potřeba v budoucnu opravit. Místo konstantního tíhového zrychlení bude pro každý bod zvlášť vypočtena hodnota tíhového a efektivního gravitačního zrychlení (doposud byly tyto rozdíly velmi malé). Ke gravitačnímu zrychlení také budou započítány slapy. Již nebude používána konstantní hodnota albeda, ale albedo bude rozděleno na atmosférické a povrchové a konkrétní albedo v jednom bodě bude vypočteno na základě zenitového úhlu místního Slunce (tedy na základě vzduchové hmoty). Na základě rozdílné tloušťky je možné modifikovat i emisivitu. Albedo a tepelná kapacita povrchu se může měnit podle teploty a druhu povrchu. Dále bude v budoucnu zahrnuta orografie a parametrizovaná vodní plocha a led. Změny svítivosti hvězdy také mají vliv a budou v budoucnu zahrnuty. Kromě modelu mělké vody je v plánu přejít ke kompletnímu 3D modelu, který už uvažuje vertikální profily, teplotu a hustotu v jednotlivých hladinách. Ve 3D modelu bude možné parametrizovat další jevy (srážky, oblaka).

## 8. Zdroje

### 8.1 Vědecké články a knihy

Andrews, D.G., Holton, J.R., Leovy, C.B., 1987. Middle Atmosphere Dynamics. Academic Press, New York, 489pp.

Astapenko, P.D. & Kopáček, J. 1987. Jaké bude počasí? Lidové nakladatelství, Praha.

Beaulieu J.-P., Tinetti G., Kipping D.M., et al. 2011. Methane in the atmosphere of the transiting hot Neptune GJ436b? *Astrophys. J.*, 731(1), article id. 16, 12 pp, arXiv:1007.0324v3 [astro-ph.EP], doi:10.1088/0004-637X/731/1/16, BC: 2011ApJ...731...16B

Carr M.H. 2006. The Surface of Mars. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 307, DOI: <http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511536007>, BC: 2006suma.book....C, Online ISBN:9780511536007, Hardback ISBN:9780521872010

Cooper C.S. & Showman A.P. 2005. Dynamic Meteorology at the Photosphere of HD 209458b. *Astrophys. J.*, 629(1), L45-L48, arXiv:astro-ph/0502476v2, DOI: 10.1086/444354, BC: 2005ApJ...629L..45C

Cowan N.B. & Agol E. 2011. The statistics of albedo and heat recirculation on hot exoplanets. *Astrophys. J.*, 729(1), article id. 54, 11 pp, arXiv:1001.0012v2 [astro-ph.EP], DOI:10.1088/0004-637X/729/1/54, BC: 2011ApJ...729...54C

Delworth T.L., Broccoli A.J., Rosati A., et al. 2006. GFDL's CM2 global coupled climate models. Part I: formulation and simulation characteristics. *Journal of Climate*, 19, 643-674, DOI: 10.1175/JCLI3629.1

Dobbs-Dixon I. & Lin D.N.C. 2008. Atmospheric dynamics of short-period extrasolar gas giant planets. I. dependence of nightside temperature on opacity. *Astrophys. J.*, 673(1), 513-525, DOI: 10.1086/523786, BC: 2008ApJ...673..513D

Dobbs-Dixon I., Cumming, A., Lin D.N.C. 2010. Radiative hydrodynamic simulations of HD209458b: temporal variability. *Astrophys. J.*, 710(2), 1395-1407, DOI: 10.1088/0004-637X/710/2/1395, BC: 2010ApJ...710.1395D

Dumusque X., Pepe F., Lovis C., et al. 2012. An Earth-mass planet orbiting Alpha Centauri B. *Nature*, 491, 207-211, DOI: 10.1038/nature11572, BC: 2012Natur.491..207D  
<http://www.eso.org/public/archives/releases/sciencepapers/esol241/esol241a.pdf>

Gladman B., Quinn D.D., Nicholson P., Rand R., 1996. Synchronous locking of tidally evolving satellites. *Icarus*, 122(1), 166-192, DOI: 10.1006/icar.1996.0117, BC: 1996Icar..122..166G

Gold T. & Soter S. 1969. Atmospheric Tides and the Resonant Rotation of Venus. *Icarus*, 11(3), 356-366, DOI 10.1016/0019-1035(69)90068-2, BC: 1969Icar...11..356G

Hatzes A.P. 2013. The radial velocity detection of Earth-mass planets in the presence of activity noise: The case of Alpha Centauri Bb. *Astrophys. J.*, 770(2), article id. 133, 16, arXiv:1305.4960v1, DOI: 10.1088/0004-637X/770/2/133, BC: 2013ApJ...770..133H

Hebb L., Collier C.A., Loeillet B., et al. 2009. WASP-12b: The hottest transiting extrasolar planet yet discovered. *Astrophys. J.*, 693(2), 1920-1928, arXiv:0812.3240v2, DOI: 10.1088/0004-637X/693/2/1920, BC: 2009ApJ...693.1920H

- Heikes R. & Randall D. 1995. Numerical integration of the shallow-water equations on a twisted icosahedral grid. Part I: Basic design and results of tests. *Monthly Weather Reviews*, 123(6), 1862-1880, DOI:10.1175/1520-0493(1995)123<1862:NIOTSW>2.0.CO;2, BC:1995MWRv..123.1862H
- Heikes R. & Randall D. 1995. Numerical Integration of the Shallow-Water Equations on a Twisted Icosahedral Grid. Part II. A Detailed Description of the Grid and an Analysis of Numerical Accuracy. *Monthly Weather Reviews*, 123(6), 1881-1887, DOI: 0.1175/1520-0493(1995)123<1881:NIOTSW>2.0.CO;2, BC: 1995MWRv..123.1881H
- Heng K. & Vogt S. 2010. Gliese 581g as a scaled-up version of Earth: atmospheric circulation simulations. Accepted by *MNRAS*, arXiv:1010.4719v3
- Holton J.R. 2004, *An Introduction to Dynamic Meteorology* (4th ed.), International Geophysics Series vol. 88, Elsevier Academic Press, ISBN: 0-12-354015-1, CD-Rom ISBN: 0-12-354016-X
- Hoskins B.J. & Simmons A.J. 1975. A multi-layer spectral model and the semi-implicit method. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 101(429), 637-655, DOI: 10.1002/qj.49710142918
- Hut P. 1981. Tidal evolution in close binary systems. *Astronomy and Astrophysics*, 99(1), 126-140, BC: 1981A&A....99..126H
- Ivanov P.B. & Papaloizou J.C.B. 2007. Orbital circularisation of white dwarfs and the formation of gravitational radiation sources in star clusters containing an intermediate mass black hole. *Astronomy and Astrophysics*, 476(1), 121-135, arXiv:0709.0480v2 [astro-ph], DOI 10.1051/0004-6361:20077105, BC: 2007A&A...476..121I
- Jakob-Chien R., Hack J.J., Williamson D.L. 1994. Spectral Transform solutions to the shallow water test set. *Journal of Computational Physics*, 119(1), 164-187, DOI: <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.1995.1125>
- Joshi M.M., Haberle R.M., Reynolds R.T. 1997. Simulations of the atmospheres of synchronously rotating terrestrial planets orbiting M Dwarfs: Conditions for atmospheric collapse and the implications for habitability. *Icarus*, 129(2), 450-465, DOI: 10.1006/icar.1997.5793, BC: 1997Icar..129..450J
- Kataria T., Showman A.P., Lewis, N.K. et al. 2011. Atmospheric circulation of hot Jupiters on highly eccentric orbits. EPSC-DPS Joint Meeting 2011, held 2-7 October 2011 in Nantes, France. <http://meetings.copernicus.org/epsc-dps2011>, p.573, BC: 2011epsc.conf..573K
- Kempton M.-R.E. & Rauscher E. 2012. Constraining high speed winds in exoplanet atmospheres through observations of anomalous doppler shifts during transit. *Astrophys. J.*, 751(2), article id. 117, 12 pp, arXiv:1109.2270v1, DOI: 10.1088/0004-637X/751/2/117, BC: 2012ApJ...751..117M
- Knutson H.A., Charbonneau D., Allen L.E., et al. 2007. A map of the day-night contrast of the extrasolar planet HD 189733b. *Nature*, 447(7141), 183-186, arXiv:0705.0993 [astro-ph], DOI: 10.1038/nature05782, BC: 2007Natur.447..183K
- Knutson H.A., Madhusudhan N., Cowan N.B., et al. 2011. A Spitzer transmission spectrum for the exoplanet GJ 436b, evidence for stellar variability, and constraints on dayside flux variations. *Astrophys. J.*, 735(1), article id. 27, 23 pp, arXiv:1104.2901v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.1088/0004-637X/735/1/27, BC: 2011ApJ...735...27K

- Lammer H., Selsis F., Chassefiere E., et al. 2010. Geophysical and atmospheric evolution of habitable planets. *Astrobiology*, 10(1), 45-68, DOI: 10.1089/ast.2009.0368, BC: 2010AsBio..10...45L
- Lewis N.K., Showman A.P., Fortney J.J., et al. 2010. Atmospheric circulation of eccentric hot Neptune GJ436b. *Astrophys. J.*, 720(1), 344-356, arXiv:1007.2942v2 [astro-ph.EP], DOI: 10.1088/0004-637X/720/1/344, BC: 2010ApJ...720..344L
- Li J. & Goodman J. 2010. Circulation and dissipation on hot Jupiters. *Astrophys. J.*, 725(1), 1146-1158, arXiv:1005.0589v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.1088/0004-637X/725/1/1146, BC: 2010ApJ...725.1146L
- Lindzen R.S. 1981. Turbulence and stress owing to gravity wave and tidal breakdown. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 86(C10), 9707-9714, DOI: 10.1029/JC086iC10p09707
- Lopes, R.M.C., Stofan E.R., Peckyno R., et al. 2010. Distribution and interplay of geologic processes on Titan from Cassini radar data. *Icarus*, 205(2), 540-588, DOI: 10.1016/j.icarus.2009.08.010, BC: 2010Icar..205..540L
- MacVean M.K. 1983. The effects of horizontal diffusion on baroclinic development in a spectral model. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 109(462), 771-783, DOI: 10.1002/qj.49710946206
- Madhusudhan N. & Seager S. 2011. High metallicity and non-equilibrium chemistry in the dayside atmosphere of hot-Neptune GJ 436b. *Astrophys. J.*, 729(1), article id. 41, 13 arXiv:1004.5121v2 [astro-ph.SR], DOI: 10.1088/0004-637X/729/1/41, BC: 2011ApJ...729...41M
- Madhusudhan N., Harrington J., Stevenson K.B., et al. 2011. A high C/O ratio and weak thermal inversion in the atmosphere of exoplanet WASP-12b. *Nature*, 469(7328), 64-67, arXiv:1012.1603v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.1038/nature09602, BC: 2011Natur.469...64M
- Majeau C., Agol E., Cowan N.B., 2012. A two-dimensional infrared map of the extrasolar planet HD 189733b. *Astrophys. J., Letters*, 747(2), article id. L20, 5, arXiv:1202.1883v2 [astro-ph.EP], DOI: 10.1088/2041-8205/747/2/L20, BC: 2012ApJ...747L..20M
- Mayor M. & Queloz D. 1995. A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature*, 378(6555), 355-359, DOI: 10.1038/378355a0, BC: 1995Natur.378..355M
- Mayor M., Bonfils X., Forveille T., et al. 2009. The HARPS search for southern extra-solar planets. XVIII. An Earth-mass planet in the GJ 581 planetary system. *Astronomy and Astrophysics*, 507(1), 487-494, arXiv:0906.2780v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.1051/0004-6361/200912172, BC: 2009A&A...507..487M
- Menou K. & Rauscher E. 2009. Atmospheric circulation of hot Jupiters: A shallow three-dimensional model. *Astrophys. J.*, 700(1), 887-897, arXiv:0809.1671v2 [astro-ph], DOI: 10.1088/0004-637X/700/1/887, BC: 2009ApJ...700..887M
- Merlis T.M., & Schneider T. 2010. Atmospheric dynamics of Earth-like tidally locked aquaplanets. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, vol. 2, CiteID 13, 17 pp., arXiv:1001.5117v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.3894/JAMES.2010.2.13, BC: 2010JAMES...2...13M
- Montalto M., Santos N.C., Boisse I., et al. 2011. Exoplanet transmission spectroscopy: accounting for the eccentricity and the longitude of periastron. Superwinds in the upper atmosphere of HD 209458b? *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 528, id. L17, 3 pp, arXiv:1102.0464v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.1051/0004-6361/201116492, BC: 2011A&A...528L..17M

- Öberg K.I., Murray-Clay R., Bergin E.A., 2011. The effects of snowlines on C/O in planetary atmospheres. *Astrophys. J. Letters*, 743(1), article id. L16, 5 pp, arXiv:1110.5567v1 [astro-ph.GA], DOI: 10.1088/2041-8205/743/1/L16, BC: 2011ApJ...743L..160
- Perna R., Menou, K., Rauscher E. 2010. Magnetic drag on hot Jupiter atmospheric winds. *Astrophys. J.*, 719(2), 1421-1426, arXiv:1003.3838v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.1088/0004-637X/719/2/1421, BC: 2010ApJ...719.1421P
- Plescia, J.B. 2004. Morphometric properties of martian volcanoes. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 109 (E3), CiteID E03003, ISSN 0148-0227, DOI: 10.1029/2002JE002031, BC: 2004JGRE..109.3003P
- Rauscher E. & Menou K. 2010. Three-dimensional modeling of hot Jupiter atmospheric flows. *Astrophys. J.*, 714(2), 1334-1342, arXiv:0907.2692v2 [astro-ph.EP], DOI: 10.1088/0004-637X/714/2/1334, BC: 2010ApJ...714.1334R
- Ringler T.D., Heikes R., Randall D.A. 2000. Modeling the atmospheric general circulation using a spherical geodesic grid: A new class of dynamical cores. *Monthly Weather Review*, 128(7), 2471-2490, doi: [http://dx.doi.org/10.1175/1520-0493\(2000\)128<2471:MTAGCU>2.0.CO;2](http://dx.doi.org/10.1175/1520-0493(2000)128<2471:MTAGCU>2.0.CO;2)
- Rípodas P., Gassmann A., Förstner J., et al. 2009. Icosahedral Shallow Water Model (ICOSWM): results of shallow water test cases and sensitivity to model parameters. *Geoscientific Model Development Discussions*, 2(1), 581-638, DOI: 10.5194/gmdd-2-581-2009
- Shell K.M. & Held I.M. 2004. Abrupt transition to strong superrotation in an axisymmetric model of the upper troposphere. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 61(23), 2928-2935, DOI: <http://dx.doi.org/10.1175/JAS-3312.1>
- Showman A.P. & Guillot T. 2002. Atmospheric circulation and tides of ``51 Pegasus b-like'' planets. *Astronomy and Astrophysics*, 385, 166-180, arXiv:astro-ph/0202236v1, DOI: 10.1051/0004-6361:20020101, BC: 2002A&A...385..166S
- Showman A.P., Cooper C.S., Fortney J.J., Marley M.S. 2008. Atmospheric circulation of hot Jupiters: Three-dimensional circulation models of HD 209458b and HD 189733b with simplified forcing. *Astrophys. J.*, 682(1), 559-576, arXiv:0802.0327v1 [astro-ph], DOI: 10.1086/589325, BC: 2008ApJ...682..559S
- Showman A.P., Fortney J.J., Lian Y., et al. 2009. Atmospheric circulation of hot Jupiters: Coupled radiative-dynamical general Circulation model simulations of HD 189733b and HD 209458b. *Astrophys. J.*, 699(1), 564-584, arXiv:0809.2089v2 [astro-ph], DOI: 10.1088/0004-637X/699/1/564, BC: 2009ApJ...699..564S
- Showman A.P., Cho J.Y.-K., Menou K. 2010. Atmospheric circulation of extrasolar planets. Invited review article for the book *Exoplanets* (S. Seager, Ed.), 471-516 (Tucson: University of Arizona Press)
- Showman A.P. & Polvani L.M. 2010. The Matsuno-Gill model and equatorial superrotation. *Geophysical Research Letters*, 37(18), CiteID L18811, DOI: 10.1029/2010GL044343, BC: 2010GeoRL..3718811S
- Showman A.P. & Polvani L.M. 2011. Equatorial superrotation on tidally locked exoplanets. *Astrophys. J.*, 738(1), article id. 71, 24 pp, arXiv:1103.3101v2 [astro-ph.EP], DOI: 10.1088/0004-637X/738/1/71, BC: 2011ApJ...738...71S
- Snellen I.A.G., de Kok R.J., de Mooij E.J.W., Albrecht S. 2010. The orbital motion, absolute mass and high-altitude winds of exoplanet HD209458b. *Nature*, 465(7301), 1049-1051, arXiv:1006.4364v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.1038/nature09111,

BC: 2010Natur.465.1049S

Stephenson D.B. 1994. The northern hemisphere tropospheric response to changes in the gravity-wave drag scheme in a perpetual January GCM. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 120(517), 699-712, DOI: 10.1002/qj.49712051709

Stevenson K.B., Harrington J., Nymeyer S., et al. 2010. Possible thermochemical disequilibrium in the atmosphere of the exoplanet GJ 436b. *Nature*, 464(7292), 1161-1164, arXiv:1010.4591v2 [astro-ph.EP], DOI: 10.1038/nature09013, BC: 2010Natur.464.1161S

Stuhne G.R. & Peltier W.R. 1996. Vortex erosion and amalgamation in a new model of large scale flow on the sphere. *Journal of Computational Physics*, 128(1), 58-81, DOI: 10.1006/jcph.1996.0196, ISSN: 0021-9991

Thuburn J. & Lagneau V. 1999. Eulerian mean, contour integral, and finite-amplitude wave activity diagnostics applied to a single-layer model of the winter stratosphere. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 56(5), 689-710, DOI: [http://dx.doi.org/10.1175/1520-0469\(1999\)056<0689:EMCIAF>2.0.CO;2](http://dx.doi.org/10.1175/1520-0469(1999)056<0689:EMCIAF>2.0.CO;2)

Thrustarson H.T. & Cho J. 2010. Effects of initial flow on close-in planet atmospheric circulation. *Astrophys. J.*, 716(1), 144-153, arXiv:1004.2871v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.1088/0004-637X/716/1/144, BC: 2010ApJ...716..144T

Todhunter I. 1886, *Spherical Trigonometry: For the Use of Colleges and Schools* (5th ed.), MacMillan and CO., London, <http://www.gutenberg.org/ebooks/19770>

Tomita H., Tsugawa M., Satoh M., Goto K. 2001. Shallow Water Model on a Modified Icosahedral Geodesic Grid by Using Spring Dynamics. *Journal of Computational Physics*, 174(2), 579-613, DOI:10.1006/jcph.2001.6897

Tuomi M., Jones H.R.A., Jenkins J.S., et al. 2012. Signals embedded in the radial velocity noise. Periodic variations in the tau Ceti velocities. *Astronomy and Astrophysics*, *VizieR On-line Data Catalog: J/A+A/551/A79*, arXiv:1212.4277v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.1051/0004-6361/201220509, BC: 2012yCat..35519079T and 2013A&A...551A..79T

Watkins C. & Cho J.Y.-K. 2010. Gravity waves on hot extrasolar planets. I. Propagation and interaction with the background. *Astrophys. J.*, 714(1), 904-914, arXiv:1003.4818v1 [astro-ph.EP], DOI: 10.1088/0004-637X/714/1/904, BC: 2010ApJ...714..904W

Williamson D.L., Drake J.B., Hack J.J., et al. 1992. A standard test set for numerical approximations to the shallow water equations in spherical geometry. *Journal of Computational Physics*, 102(1), 211-224, DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0021-9991\(05\)80016-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0021-9991(05)80016-6)

## 8.2 Webové servery a stránky (Kontrola 8.4.2014 11 SELČ)

[http://cims.nyu.edu/~gerber/pages/climod/GFDL\\_spectral\\_core.pdf](http://cims.nyu.edu/~gerber/pages/climod/GFDL_spectral_core.pdf)  
<http://cseligman.com/text/sky/rotationvsday.htm>  
<http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/>  
<http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/docs/data.html>  
<http://exoplanet.eu>  
<http://huygensgcms.gsfc.nasa.gov>  
<http://jwst.nasa.gov/>  
<http://kepler.nasa.gov/Mission/QuickGuide/>  
<http://kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/data/index.geodesic.html>  
<http://kiwi.atmos.colostate.edu/BUGS/geodesic/interpolate.html>

<http://kiwi.atmos.colostate.edu/group/dave/pdf/ShallowWater.pdf>  
<http://math.rice.edu/~pcmi/sphere/gos4.html>  
<http://mathworld.wolfram.com/SphericalTriangle.html>  
<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/>  
<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>  
[http://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/f\\_src/toms526/bivar\\_prb.f90](http://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/f_src/toms526/bivar_prb.f90)  
<http://planety.astro.cz/>  
[http://portal.chmi.cz/files/portal/docs/meteo/oa/ptu\\_grafy.html](http://portal.chmi.cz/files/portal/docs/meteo/oa/ptu_grafy.html)  
<http://saturn.jpl.nasa.gov>  
<http://utf.mff.cuni.cz/~ledvinka/PrElektrodynamika/elstat-v0.81.pdf>  
<http://volcano.oregonstate.edu/>  
<http://voparis-exoplanet-new.obspm.fr analogie s exoplanet.eu>  
<http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html>  
<http://www.astro.ex.ac.uk/exoclimes/2010/webcasts/Showman/Showman.html>  
[http://www.astro.ex.ac.uk/exoclimes/2010/talks/Showman\\_exoclimes10.pdf](http://www.astro.ex.ac.uk/exoclimes/2010/talks/Showman_exoclimes10.pdf)  
<http://www.cmmmap.org/research/docs/eap08/ross.pdf>  
<http://www.daviddarling.info/encyclopedia/T/Titan.html>  
<http://www.daviddarling.info/encyclopedia/V/Venusatmos.html>  
[http://www.esa.int/Our\\_Activities/Space\\_Science/The\\_unexpected\\_temperature\\_profile\\_of\\_Venus\\_s\\_atmosphere](http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/The_unexpected_temperature_profile_of_Venus_s_atmosphere)  
<http://www.eso.org/public/archives/releases/sciencepapers/eso1241/eso1241a.pdf>  
<http://www.eumetrain.org/data/2/28/Content/theta.htm>  
<http://www.exoclimes.com/>  
<http://www.exoclimes.com/paper-outlines/hot-jupiter-albedos/>  
<http://www.exoclimes.com/paper-outlines/struggling-to-interpret-the-transmission-spectrum-of-gj-436-b/>  
<http://www.exoclimes.com/paper-outlines/snowball-earths-around-f-stars-and-m-stars/>  
<http://www.freeworldmaps.net/printable/>  
<http://www.gnuplotting.org/heat-maps/>  
<http://www.labo.cz/mft/zkonst.htm>  
<http://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html>  
[http://www.nasa.gov/mission\\_pages/cassini/main/](http://www.nasa.gov/mission_pages/cassini/main/)  
[http://www.nasa.gov/mission\\_pages/kepler/main/index.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/kepler/main/index.html)  
[http://www.ufa.cas.cz/html/meteo/slovník\\_14/VYKLAD/T\\_vyklad.htm](http://www.ufa.cas.cz/html/meteo/slovník_14/VYKLAD/T_vyklad.htm)

### 8.3 Seznam tabulek

Tabulka č. 1 - počty planet/hvězd/potvrzených více-planetárních systémů podle různých metod detekce v katalogu exoplanet.eu ke dni 28.2.2013.

Tabulka č. 2 - Charakteristika měsíce Titan B.

Tabulka č. 3 - Parametry  $\alpha$  Cen Bb - planety obíhající okolo hvězdy  $\alpha$  Cen B.

Tabulka č. 4 - parametry hvězdy a velmi horké exoplanety Wasp 12b.

Tabulka č. 5 - parametry hvězdy HD 189733 a její jediné známé exoplanety HD 189733 b.

Tabulka č. 6 - parametry hvězdy HD 209458 a horkého Jupiteru HD 209458 b.

Tabulka č. 7 - charakteristika hvězdy GJ (Gliese) 436 a nejbližší exoplanety k hvězdě - horký Neptun Gliese 436 b.

Tabulka č. 8 - Planeta  $\tau$  Ceti e, čtvrtá z pěti planet, obíhající okolo hvězdy  $\tau$  Ceti, podobné Slunci.

Tabulka č. 9 - parametry hvězdy GL 581 a exoplaneta GL 581 c.

Tabulka č. 10 - parametry celkem šesti planet obíhajících okolo hvězdy GL 581.

Tabulka č. 11 - vypočtené charakteristiky zmiňovaných objektů (planety, měsíce, trpasličí planety), potřebné pro klimatologický model.

Tabulka č. 12 - hodnoty jednotlivých parametrů, vstupující do modelu pro 3D simulaci u planet typu horké Jupitery a u planet zemského typu.

Tabulka č. 13 - klasické sférické souřadnice  $(r; \theta_{SF}; \varphi)$ , transformace z kartézských souřadnic  $(x; y; z)$  a zpětná transformace do kartézských souřadnic.

Tabulka č. 14 - počet buněk NIC podle stupně vnoření  $r_{IC}$ .



## 8.4 Seznam Zkratek

- 3D (2D, 1D)** - 3-dimenzionální (1-dimenzionální nebo 2-dimenzionální) model, model používající při výpočtu 3 rozměry (2 rozměry nebo 1 rozměr)
- A&A** - Astronomy & Astrophysics - vědecký recenzovaný časopis o astronomii a astrofyzice
- arxiv** - rozsáhlá knihovna článků <http://arxiv.org/> (Cornell university library), podle kódu arxiv se dá v této databázi článek snadno a rychle najít
- ApJ** - Astrophysical Journal - vědecký recenzovaný časopis o astronomii a astrofyzice, používaná zkratka také Astrophys. J.
- BC** - Bibliografický kód, je jsočástí adresy k článku v systému ADS/NASA <http://adsabs.harvard.edu/>, dá se podle něj rychle článek najít
- CFL** - Podmínka stability při numerickém řešení, souvislost časového a prostorového kroku
- DEC** - Deklinace, souřadnice na obloze, ekvivalent zeměpisné šířky
- Div** - operátor divergence
- DOI** - Index (kód), podle kterého se dá snadno najít článek, obdoba bibliografického kódu, univerzálnější
- GFDL** - Geophysical Fluid Dynamics Laboratory, autor dynamického jádra, <http://www.gfdl.noaa.gov/>
- GJ** - Gliesse, hvězdami Gliesse+číslo se nazývají hvězdy, u kterých byly objeveny exoplanety měřením radiálních rychlostí
- GL** - Gliesse, hvězdami Gliesse+číslo se nazývají hvězdy, u kterých byly objeveny exoplanety měřením radiálních rychlostí
- GM** - Gigametr, 1 000 000 km
- Grad** - operátor gradient
- GYr** - GigaYear, miliarda let
- HD** - Headivisova skoková funkce
- HD** - Katalog hvězd (u některých objevena exoplaneta), hvězdy mají název HD+číslo a v případě více-násobného hvězdného systému je za číslem velké písmeno pro jednotlivé hvězdy, malé písmeno pro jednotlivé planety
- IC** - Icosahedral grid - geodetická icosahedrální síť, pokrývající povrch sféry šestiúhelníky (při 12 původních vrcholech pětiúhelník)
- IR** - Infračervené záření
- IGCM** - Intermediate General Circulation Model, cirkulání model pro atmosféru, autor University of Reading [http://www.met.rdg.ac.uk/~lem/large\\_models/igcm/](http://www.met.rdg.ac.uk/~lem/large_models/igcm/), součástí IGCM je dynamické jádro
- JWST** - James Webb Space Telescope, nástupce Hubblova teleskopu
- KOI** - Kepler Objects of Interest, kandidát na exoplanetu objevenou satelitem Kepler, zatím nepotvrzenou
- MVV** - Model mlké vody (Shallow water model)
- PDR** - Parciální diferenciální rovnice
- RA** - Rektascenze, souřadnice na obloze, obdoba zeměpisné délky
- RAM** - Fyzická paměť PC pro běh systému
- RTG** - Rentgenové záření
- SWM** - Shallow water model, model mělké vody, 2D model bez vertikální struktury
- STD-grid** - modifikovaná geodetická síť pootočená tak, aby byla symetrická vůči rovníku. Na rovníku je 10 vrcholů původního dvacetistěnu (další dva vrcholy jsou na severním a jižním pólu)
- TEM** - Pohybová rovnice v Eulerově tvaru pro průměrnou kinetickou energii (Transformed Eulerian Mean momentum equation TEM). je zonální průměr libovolné veličiny X
- TOA** - Horní hranice atmosféry (Top of atmosphere)
- UTC** - mezinrodní čas, nulté pásmo, v ČR SEČ = UTC + 1 hod, SELČ = UTC + 2 hod
- UV** - Ultravioletové záření
- VIS** - Záření ve viditelné části spektra (přibližně 380-760 nm)
- Vor** - vorticita, vertikální složka operátoru rotace

## 8.5 Seznam příloh

1. TD\_Globalni\_Mapy.pdf, pdf soubor - vybraná data z běhů vytvořeného cirkulačního modelu včetně popisu výsledných dat - globální mapy veličin v pdf souboru vč. popisu modelu, popisu výpočtu a nastavení parametrů a popisu výsledků MMV.

2. TD\_Gridove\_Body.pdf, pdf soubor - vybraná data z běhů vytvořeného cirkulačního modelu včetně popisu výsledných dat - časový průběh veličin ve čtyřech vybraných bodech z 2562 a to bod č. 1 severní pól, bod č. 2 jižní pól, bod č. 451 na rovníku a bod č. 182 přibližně zeměpisná poloha Prahy z hlediska souřadnic  $(\theta, \lambda)$ .

3. TD\_Promenne.pdf - seznam používaných proměnných pro atmosférické modely (ne všechny uvedené proměnné se v této práci vyskytnou).

4. TD\_Obrázky (složka) - Obrázky použité v diplomové práci - grafy vývoje v gridových bodech, mapy interpolované i neinterpolované v plném rozlišení a zobrazení bodů geodetické sítě v různých projekcích a různém stupni rozlišení.

5. Tabulka\_Klimatologickych\_Charakteristik - Seznam planet, které jsou v práci diskutovány a jejich základní klimatologické charakteristiky (červené jsou vstupní hodnoty, modré jsou odhadnuté hodnoty a černé jsou vypočtené hodnoty). Jedná se o tabulku č. 11 ve formátu ods a csv.

6. Kepler.xls - charakteristika, vlastnosti, statistika exoplanet a kandidátů na exoplanety KOI - Kepler's object of interests z března 2013 včetně grafů a dat (exoplanetarchive.ipac.caltech.edu).

7. ICOS\_Sphere\_Grid\_Solved - složka obsahující modifikovanou geodetickou síť STD-grid se stupněm vnoření 3,4,5 (2562,10242 a 40926 bodů) v kartézských, sférických a zeměpisných souřadnicích včetně grafů. Formát je xls a txt (Heikess & Randall 1995, kiwi.atmos.colostate.edu).

8. Datové soubory s vypočtenou časovou integrací (cirkulační model 2D s rozlišením 2562 bodů), data jsou ve formátu TXT a CSV, k dispozici je globální datový soubor, textové soubory pro jednotlivé stanice a pro jednotlivé časy, souřadnice bodů, konstanty a vlastnosti sítě použité při výpočtech. Data jsou v archívech 7z (7z/Ultra/LZMA/1024 MB/273). Jména souborů:

```
{číslo pořadí}_{planeta a vlastnosti}_{rozlišení}_{délka časového kroku}_{
{Forcing_ano}_{siderická délka roku}_{siderická délka dne}_{synodická délka
dne}_{čas mezi výpisy hodnot}_{délka časové integrace}_{Nu1_Nu2 typ numerické
disipace}_{1/v1}_{1/v2}.7z
```

9. Složka grafických výstupů jednotlivých běhů modelu (časový vývoj v jednotlivých bodech, globální mapy pro jednotlivé časy, globální mapy interpolované pro jednotlivé časy). Obrázky jsou ve formátu png (rozlišení 2000x1000, komprese 9, barevná hloubka 8 bit) Data jsou v archívech 7z (7z/Ultra/LZMA/1024 MB/273). Jména souborů:

```
{číslo pořadí}_{planeta a vlastnosti}_{typ staniční data/mapy/mapy
interpolované}.7z
```