

Posudek vedoucího diplomové práce

Jméno a příjmení autora posudku: RNDr. Tomáš Valla, Ph.D.

Jméno a příjmení autora práce: Bc. Pavel Dvořák

Název práce Online Ramsey Theory

Text posudku

Úkolem Pavla Dvořáka bylo vypracovat diplomovou práci týkající se tzv. Online Ramsey theory. Online Ramsey hra (\mathcal{G}, H) je hra mezi Builderem a Painterem, kteří se střídají v tazích. V každém tahu Builder nakreslí hranu grafu a Painter ji obarví buďto červeně nebo modře. Builder vyhraje, pokud po konečném počtu kroků v nakresleném grafu vznikne monochromatická kopie grafu H , jinak vyhraje Painter. Builder však může vytvářet jen grafy patřící do třídy \mathcal{G} . Centrálním pojmem je *vynutitelnost* grafu H (či celých tříd grafů), neboli schopnost Buildera vybudovat monochromatickou kopii grafu H , přičemž lze stavět jen grafy z \mathcal{G} .

Online Ramsey hry jsou poměrně mladým odvětvím teorie pozičních her, kterému se už však stihli věnovat například Beck, Friedgut, Rödl, Grytczuk, Kierstead, Conlon a další. Zajímavou skutečností je srovnání online Ramsey problémů a „offline“ verze, neboli klasické Ramseyovy teorie, zejména co se týká velikosti hracího plánu potřebného pro výhru Buildera, který v online verzi bývá typicky o dost menší. Existují dokonce tvrzení, která v klasické teorii neplatí, v online verzi už však ano.

Cílem práce bylo navázat na předchozí výsledky, zejména zobecněním známých výsledků na hypergrafy a třídy hypergrafů a studiem výpočetní složitosti rozhodovací verze tohoto problému. Téma a cíle práce tedy považuji za dostatečně ambiciózní a s potenciálem pro nové a pěkné výsledky.

Hlavním výsledkem práce je charakterizace výpočetní složitosti příslušného rozhodovacího problému: Na vstupu je dán částečně předbarvený graf, cílový graf H a sada pravidel, kterou se musí oba hráči řídit. Otázka zní, zda Builder dokáže vynutit monochromatickou kopii grafu H . O tomto problému je v práci ukázána jeho PSPACE-úplnost. Tento výsledek sice není překvapivý (většina příbuzných her má tuto složitost), důkaz je však značně netriviální. Problém je redukován z jistého typu hry na logických formulích, vyžaduje konstrukci komplikovaných gadgetů a analýza jejich vlastností je velmi technická. Kromě obecného případu je dále charakterizována výpočetní složitost některých dalších speciálních případů.

Druhá sada výsledků se týká především zobecnění předchozího výsledku o vynutitelnosti stromů na třídě lesů pro hypergrafy: 1-degenerované 3-uniformní hyperstromy jsou vynutitelné na třídě 3-uniformních hyperstromů. Zobecnění na libovolně uniformní hyperstromy zůstává zajímavým

otevřeným problémem. Dále autor charakterizuje další rodinu rovinných grafů, která je vynutitelná na třídě rovinných grafů.

Úroveň práce po formální a typografické stránce hodnotím jako výbornou, s jen mírnými prohřešky proti anglické stylistice a se zanedbatelným množstvím překlepů. Téměř všechny text práce sestává z vlastních výsledků, které jsou značně netriviální a technicky komplikované.

Pavel Dvořák při tvorbě práce prokázal velkou míru samostatnosti a vlastní iniciativy. Na mé nápady, otázky a hypotézy promptně reagoval vyřešením či vyvrácením, také sám přicházel s vhodnými problémy. Výsledky práce jsou produktem výzkumu trvajícího více než rok a půl. Celkově byla radost s Pavlem Dvořákem spolupracovat.

Z výsledků práce vznikl článek, který byl odeslán a přijat na konferenci Eurocomb 2015, kde bude přednesena přednáška. Odhaduji, že práce má také potenciál na minimálně jeden, možná i dva žurnálové články (jeden týkající se vypočetní složitosti problému, druhý týkající se vynutitelnosti hyperstromů a dalších grafů).

Celkovou kvalitu a přínos práce tedy hodnotím jako mimořádnou a vynikající. **Doporučuji tedy práci přijmout jako diplomovou a hodnotit známkou výborně.** Zároveň práci doporučuji na Cenu za nejlepší diplomovou práci.

Doporučení k obhajobě

Z výše uvedených důvodů práci *doporučuji* k obhajobě.

Soutěž studentských prací

Vynikající práce vhodná soutěže studentských prací: **ANO**.

Práci doporučuji do soutěže o Cenu děkana MFF UK za nejlepší diplomovou práci.

V Praze dne 27. 5. 2015

Podpis: