

Posudek školitele bakalářské práce

Lukáš Jarosil: „Předpovídání budoucnosti a axiom výběru“

Předložená práce se zabývá zajímavou problematikou, která vychází z elementární matematiky „kolektivního“ hádání barvy klobouku jednotlivých hráčů. Jsou zde předvedeny některé modifikace „hry s klobouky“ a jejich klasické řešení.

Hádání barvy svého klobouku a volba strategie, při které co nejvíce hráčů barvu uhodne, je studováno v konečném případě. Hra má nečekanou modifikaci, která využívá Axiom výběru. Pokud uvažujeme reálnou funkci, lze se na její hodnotu v reálném čísle dívat jako na barvu klobouku v tomto čísle. Hráč (reálné číslo t) hádá neznámou funkci na základě informace o funkci „vlevo“ (hodnoty v reálných číslech menších než t). Na vhodně zvolené množině strategií použijeme dobré uspořádání (ekvivalence s Axiomem výběru) a hráč hádá pomocí nejmenší vhodné strategie. Paradoxním výsledkem je to, že skoro všichni hráči (s výjimkou spočetné množiny) hádají správný průběh funkce na svém pravém okolí. Pokud nyní interpretujeme reálnou osu jako čas, máme „předpovídání budoucnosti“.

S tímto paradoxem přišli Christopher Hardin a Alan Taylor v roce 2008. V této práci jsou předvedena tvrzení popisující tento paradox a související výsledky. Práce je kompilačního charakteru.

V první kapitole se práce zabývá formalizací her s klobouky pro případ konečného i nekonečného počtu hráčů. Je zde uvedeno tvrzení, že pokud hráč vidí až na konečně mnoho výjimek barvy klobouků ostatních hráčů, existuje strategie zaručující, že se v odhadu barvy svého klobouku bude mýlit jenom konečně mnoho hráčů (Věta 7). Je zde i zajímavá souvislost s opravováním chyb v posloupnosti nul a jedniček.

Ve druhé kapitole se probírá Hardinova-Taylorova strategie dávající paradoxní předpovídání přítomnosti (a blízké budoucnosti). Ve třetí kapitole je zkoumána nutnost Axiomu výběru pro dosažení paradoxu. Kapitola 2 končí krátkou poznámkou o induktivním vyvozování (filosofie a Humeova vidlička).

Třetí kapitola ukazuje, že při nahrazení Axiomu výběru (AC) slabším Axiomem závislého výběru (DC) nemůžeme již studovaný paradox zopakovat.

Práce se zabývá náročnějšími partií matematiky. Je vcelku dobře zpracována, nicméně obsahuje i několik formulací, které by bylo dobré zpřesnit (například strana 9: „dělá chybu“ v Hammingově kódu). V kapitole 3 je nezbytnost Axiomu výběru zkoumána trochu nepřehledně (vzhledem k rozsahu práce již nebylo možné pojednat podrobněji). Na několika místech práce nejsou provedeny všechny kroky dostatečně pečlivě, což čtenáři brání plynulému čtení.

Autor při zpracovávání textu zkoušel nalézt nějaké nové zajímavé modifikace zkoumaného paradoxu. To se však nepodařilo (pochopitelně vzhledem k atraktivitě tématu).

Celkové hodnocení: Práce splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci.