

**Oponentský posudok na diplomovú prácu Hany Bílkovej
“Variants of Petersen coloring for some graph classes”**

Predložená diplomová práca sa zaoberá Petersenovým farbením grafov. Petersenovo farbenie kubického grafu je zobrazenie hrán daného grafu do množiny hrán Petersenovho grafu také, že trojica susedných hrán daného grafu sa zobrazí na trojicu susedných hrán Petersenovho grafu. Jaegerova hypotéza tvrdí, že každý bezmostový kubický graf má Petersenovo farbenie. Dôkaz Jaegerovej hypotézy by potvrdil niektoré iné hypotézy, napr. známu Hypotézu o dvojitom pokrytí cyklami. Je dokázané, že Petersenovo farbenie je ekvivalentné s normálnym hranovým farbením. Tento dôkaz je zahrnutý aj v diplomovej práci.

Práca má 48 strán, skladá sa z Úvodu, piatich kapitol a záveru. Je napísaná po anglicky. V Úvode autorka predstavuje najmä definície potrebné pre ďalšie kapitoly, základné hypotézy a stručný prehľad danej problematiky. V nasledujúcej krátkej kapitole približuje všeobecné vlastnosti Petersenovho farbenia, v tretej sa venuje dôkazom vlastných výsledkov a to predovšetkým Vete 3.2, ktorá je hlavným výsledkom práce. Vo Vete 3.2. autorka dokazuje, že každá zovšeobecnená prizma má zafarbenie hrán také, že aspoň dve tretiny z nich spĺňajú podmienku pre normálne farbenie. Predložené farbenie je bližšie k normálnemu farbeniu hrán ako predtým známe farbenie R. Šámala, pri ktorom spĺňala podmienku pre normálne farbenie iba jedna tretina celkového počtu hrán. V Kapitole 4 autorka rozoberá ekvivalenciu Petersenovho farbenia s Petersenovým tokom, ktorú využíva na dokázanie zaujímavých výsledkov o hranových rezoč normálne zafarbených grafov. Tieto výsledky sa jej podarilo získať aj iným spôsobom v Kapitole 5 pomocou reťazcov, ktoré predstavujú nový prístup k Petersenovmu farbeniu. V poslednej kapitole sa potom zameriava na existenciu kružníc dĺžky štyri v minimálnom protipríklade k Jaegerovej hypotéze.

Autorka v práci preukázala dobré zvládnutie témy, ktorá presahuje štandardné osnovy magisterského štúdia informatiky. Bola schopná naštudovať si a zrozumiteľne predniesť známe dôkazy, ako aj rozvinúť známe postupy pri získavaní nových výsledkov. Inovatívna je najmä predposledná kapitola, ktorá predstavuje reťazce ako nástroj na priblíženie sa k Petersenovmu farbeniu. Za pozoruhodný považujem najmä dôkaz Lemy 3.3, a oceňujem aj elegantné počítanie dvoma spôsobmi použité v dôkaze Vety 3.6. Chcela by som vyzdvihnúť aj niektoré veľmi pekné analýzy na konci kapitol, konkrétne v Kapitole 3.1 a v Kapitole 4. Celú prácu sprevádzajú obrázky, ktoré vhodným spôsobom dopĺňujú text a sprehľadňujú dôkazy.

V práci mi chýbal iba rozsiahlejší úvod, konkrétne motivácia zavádzania Petersenovho farbenia a širší prehľad známych výsledkov. Ďalej má práca drobné formálne nedostatky, ako je formulácia niektorých tvrdení, napríklad Lemy 3.5. Niekedy nie je celkom jasné, či je predstavené tvrdenie prebraté z literatúry alebo pôvodné (Veta 5.1). Nájdu sa aj viaceré menšie jazykové chyby, ktoré však neznižujú celkovú kvalitu práce.

Záverom konštatujem, že predložená diplomová práca má vysokú úroveň a prináša mnohé netriviálne výsledky a zaujímavé pozorovania z oblasti Petersenovho farbenia.

V Plzni dňa 27.5.2015

R

