Posudek bakalářské práce

Posudek oponenta

Autor:	Anna Chejnovská
Název práce:	Optimisation using graph searching on special graph classes
Oponent:	Mgr. Robert Šámal, Ph.D.
Stud. program a obor:	Matematika, Obecná matematika
Rok odevzdání:	2015

Rozhodnout, zda daný graf je hamiltonovský, je známý NP-úplný (tj. těžký) problém. Zjemnění tohoto problému je zjistit, kolika vrcholově disjunktními cestami je možné pokrýt celý graf, toto číslo pro graf G se značí $pc(G)$. Spočíst $pc(G)$ je obecně těžké, ale je znám algoritmus pro speciální třídy grafů, mj. tzv. cocomparability grafy (Corneil a spoluautoři). Cílem práce bylo prozkoumat, jak se tento algoritmus chová na grafech, které nejsou cocomparability (a proto není zaručen správný výsledek), ale jsou cocomparability grafům blízké.

Po (možná příliš stručném) úvodu v Kapitolách 1 a 2 je v Kapitole 3 představen Corneilův algoritmus. Zde autorka musela nastudovat teorii, která přesahuje běžnou látku probíranou v bakalářském studiu, a přiblížit ji i formou některých důkazů (Lemma 1 a 2). V Kapitole 4 jsou odvozeny nerovnosti, které omezují jak moc se může změnit parametr $pc(G)$, pokud graf G drobně změníme (přidáním/ubráním hrany/vrcholu). Stejně je analyzován parametr $sc(G)$ (scattering number), který pro cocomparatibility grafy slouží jako certifikát optimality. Zde práce obsahuje nové teoretické výsledky: některé poměrně lehké, některé náročnější. Důkazy obsahovaly některé mezery (viz níže), ale šlo vždy o opravitelné chyby.

V Kapitole 5 je experimentálně prozkoumáno (použitím jednoho z modelů náhodného částečného uspořádání), jak se Corneilův algoritmus chová pro grafy, které jsou blízké cocomparability grafům. Autorka algoritmus naprogramovala (v jazyce Python, který je pro tento druh úloh obzvláště vhodný), a provedla sérii zajímavých experimentů. Výsledky jsou přehledně shrnuty v tabulkách a grafech. Mohlo by být jasněji vysvětleno, co je v grafech a tabulkách znázorněno. Velice zajímavé by bylo, objasnit získaná čísla teoreticky – tj. prozkoumat, jak se Corneilův algoritmus chová na obecných grafech (resp. na náhodných cocomparability grafech a grafech jim blízkých). Nicméně to by byla otázka značně přesahující obtížnost adekvátní pro bakalářskou práci.

Konečně, Kapitola 6 popisuje podrobněji implementaci, a v Kapitole 7 jsou shrnuty dosažené výsledky a nastíněny možnosti dalšího vývoje.

Detailní poznámky:

- str.3: při odkazech na monografii (Bollobásovu Graph Theory) by bylo vhodné uvést kapitolu
- str.4: značkou (u, v) se obvykle značí orientované hrany
- str.4, Def. 1: je σ částečné nebo lineární uspořádání? (Není z textu jasné.) Taktéž je trochu nešťastné, když se definuje pojem cocomparibility ordering, a pak se začne používat pojem zmíněný jako alternativa (umbrella-free ordering)
- str.4, Lemma 1: v druhé polovině textu se patrně používá myšlenka, že zkusíme, zda je G cocomparibility graf s (lineárním?) uspořádáním σ. Toto by bylo vhodné zmínit a rozvést, jinak je důkaz nesrozumitelný.
- str.5: ve vzorcích se nerozlišuje mezi $\cup$ a $\bigcup$ – což vypadá ohyzdně
- str.6: bylo by hezké čtenáři vysvětlit, co znamená ono „+ sweep“ v nadpisu
- str.8, Věta 3: byl zaveden LDFS+ algoritmus, tady se mluví o „LDFS cocomp order“—jaký je rozdíl?

- str.11, Lemma 5: důkaz je správně, ale psán trochu příliš úsporně, líbilo by se mi, kdyby se explicitně rozebral případ $w > y$, který je trochu jiný než na Obr. 4.3 nakreslená varianta $w < y$.
- str.13, část 4.2.4: ve vzorci má být max místo min. Dále: argument o velikosti $pc(G+v)$ by se měl říci pečlivěji, pokrytí grafu $G+v$ cestami může být úplně jiné než to, se kterým začínáme v grafu G.
- str.14: na několika místech se píše $G \setminus e$ místo G/e. Argument před Obr. 4.7 dokazuje myslím jen to, že $pc(G/e) \le pc(G)+1$, nikoliv rovnost (dokonce ani rovnost v rozebíraném případě, opět z důvodu, že můžeme použít zcela nové pokrytí cestami, a ne jen slepovat cesty existující).
- str.15, ř.2: místo „adding“ má myslím být „removing“.
- str.16: mělo by být $m \in (0, \frac{n(n-1)}{2})$ (a ne $\frac{n(n+1)}{2}$). Bylo by pěkné zmínit, že existují i další možnosti, jak definovat náhodné částečné uspořádání, a případně zmínit, proč byl použit tento.
- str.17: „Results for the rest of operations (addition and removal of an edge) *usually confirms the theory* as well, but there are few exceptions.“ Tohle by se mělo říci pečlivěji – teorie, která se potvrdí jen občas? A jaká teorie? Jestli jsem správně pochopil koncept zkoumání, tak se myslí asi toto: Zkoumaný algoritmus (který negarantuje optimální výsledky, protože to by bylo efektivním algoritmem asi neřešitelné), dává obvykle výsledky, o kterých si můžeme myslet, že jsou optimální, ale občas i takové, že z odvozené teorie je vidět, že algoritmus udělal chybu, ale ne „moc velkou“. Takovýto vysvětlující text mi tady poněkud chyběl (ale možná jsem ho přehlédl, hodně se toho také vyjasní v kapitole Conclusions.

Vyskytly se drobné prohřešky proti anglickému jazyku („confirmes“, „proof reading“ vs. „proofreading“) a jedna nesrozumitelná věta – což je v textu tohoto rozsahu velice dobrý výsledek.

Práce je psána matematicky kultivovanou formou a srozumitelně (drobné výjimky jsou uvedeny v poznámkách výše). Z charakteru nedostatků usuzuji, že se jedná o důsledek chvatné práce, nikoli neporozumění tématu. Práce je v pořádku jak po formální stránce, tak po stránce obsahové—popis přínosu autorky viz výše. S ohledem na tyto důvody **považuji práci za zdařilou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.**

Ve Vancouveru dne 8. června 2015

Robert Šámal