

# Posudek vedoucího bakalářské práce

## Ondřej Bartoš: Laplaceova rovnice ve zlomkových Sobolevových prostorech

Práce se zabývá Dirichletovou úlohou pro Laplaceovu rovnici na jednotkovém kruhu. Pro zadanou funkci na jednotkové kružnici lze pomocí Fourierovy metody získat řešení rovnice ve tvaru mocninné řady, jejíž koeficienty jsou Fourierovy koeficienty zadané funkce. Protože Fourierova řada (případně Fourierova transformace) umožňuje definovat zlomkové Sobolevovy prostory (obsahující funkce s „neceločíselnou derivací“), lze v tomto speciálním případě elementárními metodami odvodit známou větu o stopách, tj. že funkce z  $k$ -tého Sobolevova prostoru na oblasti  $\Omega$  (tj.  $f \in W^{k,2}(\Omega)$ ) má na hranici  $\Omega$  o půl derivace méně (tj.  $f \in W^{k-1/2,2}(\partial\Omega)$ ) pro  $k \in \mathbb{R}$ ,  $k > 1/2$ . Kromě tohoto odvození je v práci ukázáno, že tato definice zlomkových Sobolevových prostorů je ekvivalentní s definicí pomocí dvojného integrálu, která je běžně užívaná v literatuře.

Práce sestává ze tří kapitol. První kapitola odvozuje řešení Laplaceovy rovnice pomocí Fourierovy metody a dále obsahuje základní vlastnosti slabých derivací a Hilbertových prostorů. Druhá kapitola obsahuje definice celočíselných a zlomkových Sobolevových prostorů a všechny hlavní výsledky zmíněné v předchozím odstavci (tj. ekvivalenci definic Sobolevových prostorů a větu o stopách). Třetí kapitola se na tyto výsledky dívá z pohledu diferenciálních rovnic, tj. předepíšeme-li okrajovou podmínku v jistém Sobolevově prostoru, pak řešení je v tom a tom Sobolevově prostoru a nabývá hraničních hodnot v tom a tom smyslu.

Po matematické stránce považuji práci za velmi dobrou. Vyzdvihnul bych především matematické schopnosti autora, důkazy všech hlavních vět a tvrzení sám vymyslel a sepsal, po upozornění na chybu obvykle sám vymyslel způsob, jak ji odstranit. Práci by se daly vytknout některé neobratné jazykové formulace, pár matematických nepřesností (např. str. 4 před Tvrzením 3:  $f$  značí v jedné větě konkrétní funkci a v další větě už obecnou funkci, aniž by na to bylo upozorněno). Tyto nešťastné formulace jsou obvykle důsledkem toho, že se autor snaží sdělit co nejvíce pomocí co nejméně slov. Ze stejného důvodu jsou obtížnější důkazy psány spíše článkovým stylem („po provedení té a té a té a té úpravy získáme tento výraz“), nicméně všechny kroky jsou srozumitelné a jejich podrobnější rozepsání by vedlo k velkému prodloužení práce. Dále práce obsahuje přiměřené množství překlepů, některé dost matoucí (např.  $n \in \mathbb{N}$  namísto  $n \in \mathbb{Z}$ ), a dost velké množství chyb v anglickém abstraktu.

Celkově však považuji práci za velice zdařilou a navrhuji ji uznat jako bakalářskou práci.

V Praze dne 1.6.2015,

RNDr. Tomáš Bárta, Ph.D.