

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Náhodná pole faset

Autor: Daniela Novotná

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Předložená práce se zabývá zvláštní třídou procesů částic. Jsou zkoumány konečné procesy kompaktních podmnožin nadrovin (tzv. faset). Jejich rozdělení je dáno hustotou vzhledem k rozdělení Poissonova bodového procesu. Pro simulaci speciálního případu procesu faset je zvolen Metropolisův-Hastingsův algoritmus zrození a zániku.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Zadané téma překračuje rámec bakalářského studia, prostorové bodové procesy, stochastická geometrie a metody Monte Carlo Markov chain (MCMC) jsou součástí přednášek navazujícího magisterského studia. Studentka tak musela potřebné teoretické základy samostatně nastudovat. Téma bylo zpracováno v souladu se zadáním práce.

Vlastní příspěvek. Hlavním přínosem autorky je odvození rozdělení speciálního modelu procesu faset, které odpovídá rozdělení dvourozměrného nezáporného celočíselného náhodného vektoru. Dále byl v programu Mathematica pro dva konkrétní případy implementován Metropolisův-Hastingsův algoritmus určený k simulaci zvoleného modelu. Numerické výsledky byly řádně diskutovány a přehledně prezentovány.

Matematická úroveň. Práce je napsaná obvyklým způsobem pro matematický text (definice, věta, důkaz). Po matematické stránce je práce na velmi dobré úrovni, text je korektně zformulovaný. Bohužel se v práci najde několik drobných matematických nepřesností, např. záměna \mathcal{N} a \mathbf{N} v definicích 1.8 a 1.16, nevysvětlení symbolu S v definici 1.16, chybějící index n v definici 1.17, různé argumenty \mathbf{x} a μ ve vzorcích (2.3), odvození $g_d(\mathbf{x})$ v důkazu věty 2.2, překlepy v předposlední rovnici v (3.1).

Práce se zdroji. Všechny převzaté tvrzení a důkazy jsou řádně citovány.

Formální úprava. Až na drobné typografické prohřešky je formální úprava práce na slušné úrovni. Upozornil bych, že slova eukleidovský, markovský nebo borelovský se píší s malými písmeny a že po interpunkčních znaménkách se zpravidla píše mezera.

PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Na straně 5 se zavádí čítací míra. V dalším se již ale N_μ nepoužívá. Je nějaký důvod rozlišovat mezi μ a N_μ ? Jistá nekonzistence je také v tom, že se bez dalšího upozornění zachází s realizacemi bodového procesu někdy jako s mírami (např. podkapitola 1.2.4) a někdy jako s množinami (např. podkapitola 1.2.3).
2. Můžete vysvětlit začátek poznámky za větou 2.1? Jak se z tvrzení dostane konvergence skoro jistě? Nemělo by se navíc ve větě předpokládat, že $\nu_k < 0$?
3. Při důkazu věty 3.1 není část 3(b) na začátku strany 21 v pořádku, protože pro $k \in \{i_2 - i, \dots, j - 1\}$ je pouze zajištěno $\frac{e^{\nu_2(i+k)b^2}}{i+k+1} \leq 1$, ale mohlo by se stát, že $\frac{e^{\nu_2 i b^2}}{i+k+1} > 1$. Podobná

poznámka platí pro součin členů $P_4(i, k)$. Protože nám jde pouze o podíly, výsledek nakonec zůstává správný. Kdyby se rovnou pracovalo s podíly $P_1(k, 0)/P_3(k+1, 0)$ a $P_2(i, k)/P_4(i, k+1)$, celý důkaz by se značně zjednodušil.

4. Velká část práce je věnována tomu, že je použit Metropolisův-Hastingsův algoritmus zrození a zániku k simulaci procesu faset. Je spočteno stacionární rozdělení markovského řetězce, který je produkován tímto algoritmem. Z teorie víme, že toto stacionární rozdělení je právě rozdělení daného procesu faset. To by šlo přitom jednodušeji spočítat rovnou z věty 1.3 a nebylo by potřeba zdlouhavého odvození z věty 3.1. Když pro zvolený speciální model procesu faset znáte jeho rozdělení, neuvažovala jste o tom, že by se simulovalo přímo (bez nutnosti použití MCMC)? Podle mého názoru je zbytečně mnoho prostoru věnováno výsledkům MCMC algoritmu (navíc s poměrně malým počtem iterací), když je limitní rozdělení explicitně známo. Větší pozornost mohla být zaměřena rovnou na limitní rozdělení. Jistou představu dávají obrázky 4.8 a 4.9, ale vliv jednotlivých parametrů na výsledné rozdělení by mohl být zkoumán podrobněji.

ZÁVĚR

Práci považuji za velmi dobrou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

doc. RNDr. Zbyněk Pawlas, Ph.D.
KPMS MFF UK
V Praze, 1. června 2015