

Disertační práce Mgr. Roberta Šámala

# On $XY$ mappings

## Tension-continuous and related types of mappings

Práce je zevrubná studie zobrazení mezi grafy dávajících do vztahu tense ( $T$ ) a flows ( $F$  - radši neužívám slova "toky", protože ty jsou také od "t"). Odtud je i název práce: v  $XY$ -zobrazení dosadte za  $X$  resp.  $Y$  některý ze symbolů  $T, F$ ; tak např.  $FT$ -zobrazení  $f: G \rightarrow H$  je takové, že pro každou tensi  $\phi$  na  $H$  je  $\phi \circ f$  flow na  $G$ .

Kapitola první (jejíž první paragraf slouží též jako úvod celé práce a podává přehled výsledků) je věnována definicím a odvozením základních vlastností definovaných pojmů; i u těchto základních vlastností jsou však potřeba netriviální úvahy. Najdeme zde též několik zajímavých příkladů a užitečný přehled literatury.

Kapitola druhá pojednává o vztahu  $TT$ -zobrazení na jedné straně, a klasických grafových homomorfismů a antihomomorfismů na straně druhé.  $TT$ -zobrazení jsou zobrazení  $f$  hran do hran; jde teď o to, kdy existují zobrazení vrcholů do vrcholů s vhodným vztahem k zobrazení  $f$ . Graf  $G$  je zleva homotensní je-li pro každý graf  $H$  bez smyček každé  $TT$ -zobrazení indukované vhodným zobrazením vrcholů (podobně zprava homotensní grafy se zobrazeními  $H \rightarrow G$ ). Autor ukazuje, že homotensních grafů je mnoho (exponenciálně mnoho vzhledem k počtu vrcholů), předkládá pěknou postačující podmínku a také nutnou podmínku pro levou homotensii, pro pravou homotensii má dokonce nutnou a postačující podmínku.

V kapitole třetí se autor zabývá (před)uspořádáním třídy grafů relací existence  $TT$ -zobrazení. Zejména zde jde o podmínky Ramseyova typu, o hustotu tohoto předuspořádání, a o otázku universalit.

Kapitola čtvrtá je věnována řešení následujícího problému. Je dán graf stupně nejvýš 3 s dostatečně velkým obvodem (zde s obvodem aspoň 17). Je ho možno obarvit pěti barvami tak, aby každá třída barevnosti byla bipartitní? Odpověď získaná počítačově podpořeným důkazem je kladná, a je tak učiněn, kromě jiného, pokrok v Nešetřilově problému o kubických grafech a zobrazeních do pěticyklu.

Kapitola pátá se týká zejména pokrytí grafu řezy. To opět souvisí s  $TT$ -zobrazeními a homomorfismy grafů. Jsou zde nalezeny souvislosti s jistým typem chromatického čísla ( $\chi_q(G)$ ) a dokázána řada zajímavých vztahů.

Až dosud šlo především o  $TT$ -případ. V kapitole šesté se autor zabývá  $FF$ - a  $FT$ -zobrazeními.  $FF$ -případ je uveden do souvislosti s Petersenovým barvením, a  $FT$  pak s otázkami kolem dvojných pokrytí cykly (CDC).

Konečně v kapitole sedmé autor uvádí řadu dalších výsledků, které se týkají  $XY$ -zobrazení, ale nehodily se do žádného z předtím probíraných okruhů otázek.

Jedná se o vynikající práci plnou nových zajímavých a netriviálních výsledků, které přispívají k rozvoji oboru. Metody jsou často originální a i styl je zralý; pořadí faktů je voleno uvážene, práce se dobře čte, a při publikacích výsledků (k nimž nepochybně dojde) nebude potřeba mnoho úprav (kromě samozřejmého "článekového" rozvržení).

Závěrem chci ještě pochválit i pečlivost konečné úpravy. Samozřejmě k nedopatření došlo (při přepisování např. bylo zaměněno  $H$  za  $G'$  v definici 1.2.1), ale to se stane vždy i při největší pozornosti.

Na základě uvedených skutečností mohu konstatovat, že práce prokazuje předpoklady autora k samostatné vědecké práci, že splňuje požadavky na disertační práce kladené, a mohu vřele doporučit, aby Mgr. Robertu Šámalovi byl po úspěšné obhajobě

**udělen titul PhD.**

Květen 2006

