

Posudek na magisterskou práci Martina Blíchy

Název: Funkce kontinua na regulárních kardinálech za přítomnosti velkých kardinálů / The continuum function on regular cardinals in the presence of large cardinals

Univerzita, katedra: Univerzita Karlova v Praze, Filozofická fakulta, katedra logiky

Vedoucí práce: Mgr. Radek Honzík, Ph.D.

Práce je psána v anglickém jazyce a je rozdělena do několika kapitol.

První dvě kapitoly uvádí čtenáře do problematiky teorie množin a otázky zabývající se funkcí kontinua na regulárních kardinálech: $\kappa \mapsto 2^\kappa$, pro regulární kardinál κ . V kapitole 2 najde čtenář podrobně provedený důkaz Eastonovy věty ze 70. let, který v kontextu teorie ZFC poskytuje úplnou odpověď ohledně podmínek pro funkci $\kappa \mapsto 2^\kappa$, pro regulární kardinál κ : Předpokládejme GCH. Je-li F monotonní třídová funkce z regulárních kardinálů do kardinálů respektující Koenigovu nerovnost, pak existuje generické rozšíření, které zachovává konfinalitu (a tedy i kardinály a jejich regularitu), a v němž platí, že $2^\kappa = F(\kappa)$ pro všechny regulární kardinály κ . Říkáme, že v tomto modelu je funkce F realizována.

V kapitole 3 jsou uvedeny základní definice a fakta týkající se velkých kardinálů.

Kapitola 4 je jádrem práce, které se týká rozšíření Eastonovy věty do kontextu ZFC s velkými kardinály. Nemílo se přesvědčit, že některé velké kardinály mají vliv na funkci kontinua díky svým reflexivním vlastnostem (např. měřitelný kardinál nemůže být první, kde neplatí hypotéza kontinua). Tedy Eastonova věta v kontextu velkých kardinálů neplatí. Problematika nalezení optimálních nutných a postačujících podmínek pro realizaci dané funkce F a zobecnění Eastonovy věty do kontextu velkých kardinálů je základní otázkou teorie množin (velké kardinály jsou dnes téměř univerzálně přijímány a tedy jejich interakce s funkcí kontinua má zřejmou důležitost).

Autor práci pojal velmi poctivě a všechny argumenty jsou podloženy důkladným rozmyšlením. Důkazy v kapitole 4 jsou často obtížné, v literatuře jen zběžně popsány a autor je několikrát musel zobecnit (např. Lemma 4.16, Věta 4.21, Kapitola 4.6, zvláště věta 4.25). Tabulka na straně 52 nabízí přehledné shrnutí výsledků pro některé typy velkých kardinálů (jejich výběr pokládám za dostatečně reprezentativní).

Autor má velké předpoklady k samostatné vědecké práci.

Práci navrhuji hodnotit známkou *výborně*.

Radek Honzík, 25. ledna 2014.