

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Petr Sváda

Aplikace dalekohledu LSST ve fyzice malých těles sluneční soustavy

Astronomický ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Obecná fyzika

Praha 2013

Rád bych zde poděkoval vedoucímu práce Mgr. Miroslavu Brožovi, Ph.D. za cenné rady a věnovaný čas. Dále bych chtěl poděkovat konzultantovi RNDr. Michaelu Prouzovi, Ph.D. za poskytnutí dat z archivu LSST a též dalsimu konzultantovi Mgr. Josefu Ďurechovi, Ph.D. za cenné rady a připomínky.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů. Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 27. 9. 2013

Petr Sváda

Název práce: Aplikace dalekohledu LSST ve fyzice malých těles
sluneční soustavy

Autor: Petr Sváda

Ústav: Astronomický ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D., Astronomický ústav UK

Abstrakt: Tato práce se zabývá popisem velkého přehlídkového dalekohledu Large Synoptic Survey Telescope (LSST) a jeho využitím ve fyzice malých těles sluneční soustavy. Na základě optických parametrů dalekohledu a teorie signálu a šumu jsme vypočetli mezní hvězdnou velikost LSST ($24,9 \pm 0,4$) mag (v oboru V). Tato veličina, společně s daty z databází MPC a WISE, posloužila jako vstupní parametr pro výpočet minimálního průměru (273 ± 55) m planetky v hlavním pásu, kterou bude LSST ještě schopen pozorovat. Odhadli jsme také, že v hlavním pásu bude možno pomocí dalekohledu LSST pozorovat (160 ± 118) miliónů planetek. S přihlédnutím k plánované observační strategii a kadenci pozorování jsme vypočetli, že bude určitou jasnou planetku pozorovat přibližně 370 krát. Nakonec byly diskutovány možné aplikace dalekohledu LSST: např. rozvoj kolizních modelů, objasnění orbitální a rotační dynamiky sub-kilometrových těles.

Klíčová slova: dalekohled LSST, signál a šum, mezní hvězdná velikost,
planetky hlavního pásu

Title: Applications of the LSST telescope in physics of small solar-system bodies

Author: Petr Sváda

Department: Astronomical Institute of Charles University

Supervisor: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D., Astronomical Institute of Charles University

Abstract: This thesis is devoted to the description of the Large Synoptics Survey Telescope (LSST) and its use in the physics of small solar-system bodies. Based on the telescope optics parameters and the theory of signal and noise we calculate limiting magnitude of the LSST ($24,9 \pm 0,4$) mag (in the V band). This value, together with data from MPC and WISE databases, serve as an input parameter for the calculation of the minimum diameter (273 ± 55) m of a main-belt asteroid, that LSST will be able to observe. We also estimated that (160 ± 118) million asteroids could be observable by the LSST. Taking into account the planned observational strategy and cadence, we calculated that a sufficiently bright asteroid will be observed approximately 370 times. Finally, the possible applications of the LSST are discussed: e. g. a development of collisional models, explanation of orbital and rotational dynamics of sub-kilometer objects.

Keywords: LSST telescope, signal and noise, limiting magnitude, main belt asteroids

Obsah	1
1. Úvod a motivace	2
1.1. Z historie pozorování planetek.....	2
2. Popis Large Synoptic Survey Telescope	5
2.1. Cíle projektu.....	5
2.2. Umístění dalekohledu	6
2.3. Optická konstrukce	7
2.4. Vlastnosti kamery CCD	7
2.5. Fotometrické filtry	8
3. Jak slabé objekty bude dalekohled LSST schopen zjistit?	10
3.1. Teorie signálu a šumu	10
3.2. Mezní hvězdná velikost LSST	11
4. Pozorování malých těles sluneční soustavy	19
4.1. Rozdělení drah planetek ve sluneční soustavě	19
4.2. Rozdělení velikostí planetek	20
5. Kolikrát bude LSST planetky schopen pozorovat?	25
5.1. Plánovaná observační strategie a kadence	25
5.2. Pozorovatelnost planetek během doby fungování dalekohledu	25
6. Odhad populace malých planetek hlavního pásu	28
6.1. Extrapolace počtu planetek	28
6.2. Odhad počtu planetek pozorovatelných pomocí LSST.....	30
7. Diskuze aplikací a závěr	33
8. Reference	35

1. Úvod a motivace

Pozorování malých těles ve sluneční soustavě a studium jejich vlastností pomáhá k pochopení mnoha obecných fyzikálních principů. Vzhledem ke gravitačnímu působení planet a dalším vlivům se malá tělesa sluneční soustavy koncentrují jen v určitých oblastech. Jednou z nejvýznamnějších je hlavní pás planetek, jde o planetky vymezené přibližně těmito hodnotami oskulačních elementů dráhy:

1. velká poloosa $a = 2,1$ až $3,3$ AU;
2. excentricita 0 až 0,35;
3. sklon 0 až 30 stupňů.

S většími dalekohledy a citlivějšími kamerami CCD počet nově objevených planetek, především v hlavním pásu, prudce stoupá. Údaje o nově objevených tělesech mohou významnou měrou přispět k popisu vlastností hlavního pásu a pochopení jeho vývoje. K objevování planetek ve sluneční soustavě může významnou měrou přispět velký přehlídkový dalekohled Large Synoptic Survey Telescope (LSST). Ke stanovení způsobu využití takového dalekohledu je užitečné zjistit, jak vhodný bude k pozorování planetek hlavního pásu.

Kapitola 1 stručně pojednává o historii pozorování těles sluneční soustavy a vývoji představ o sluneční soustavě. Základní informace o projektu LSST a popis dalekohledu jsou uvedeny v kapitole 2. V kapitole 3 určujeme odhad mezní hvězdné velikosti LSST v jednotlivých oborech. Vlastnosti planetek dle známých katalogů jsou v kapitole 4. O observační strategii pojednává kapitola 5. V kapitole 6 je odhadnut celkový počet planetek hlavního pásu pozorovatelných pomocí dalekohledu LSST.

1.1. Z historie pozorování planetek

Základem pro poznání těles sluneční soustavy je bezpochyby měření vzdáleností, a proto si na úvod dovoluujeme zařadit stručný historický přehled. Zároveň jsme chtěli připomenout motivaci, která vedla k objevování prvních planetek. Protože LSST navazuje na předchozí projekty, připojujeme i stručný seznam dosavadních přehlídek, abychom mohli posoudit přínos tohoto nového projektu.

1.1.1. Starověké a středověké objevy

Jedním z významných řeckých astronomů byl Aristarchos ze Samu (310–230 př. n. l.). Přišel jako první s myšlenkou heliocentrického modelu v knize Hypotheses [1]. V jiném spise popsal metodu, která se stala základem budoucích měření vzdáleností mezi Zemí, Měsícem a Sluncem. Odvodil, že vzdálenost Země od

Slunce je 18 až 20 krát větší než vzdálenost Země od Měsíce¹. Ve spise též určil poměry jejich velikostí. Spočetl, že průměr Slunce je 6,3 až 7,2 průměrů Země a průměr Měsíce je v rozmezí 0,317 a 0,389 průměru Země².

Kolem roku 140 n. l. Klaudios Ptolemaios (90–168 n. l.) napsal astronomický spis *Syntaxis Megale*, který byl v 8. století přeložen do arabštiny a později do latiny (pod názvem *Almagest*). Šlo o encyklopedii astronomie, která obsahovala mimo jiné popis sluneční soustavy. V něm Ptolemaios pokládal Zemi za střed vesmíru, okolo něhož obíhají Slunce, Měsíc a planety, obklopené hvězdnou sférou. Pohyby planet jsou podle něho způsobeny skladáním pohybů na různých kružnicích. Větší kružnice deferenty a menší epicykly převzal od Apollonia z Pergy. K nim přidal k dosažení lepší přesnosti ještě ekvanty, přičemž středy deferentů a ekvantů umístil mimo Zemi. Tento popis byl pak uznáván za správný po dalších patnáct století.

Prvním středověkým zastáncem heliocentrického systému byl až v 16. století polský astronom Mikuláš Koperník (1473–1543). Na počátku 17. století Johannes Kepler (1571–1630) formuloval tři pohybové zákony. Kepler ve svém díle poprvé přišel s myšlenkou, že planety se okolo Slunce pohybují po elipsách, a poskytl tak základ pro přesné výpočty drah planet. Mnoho fyzikálních principů objasnil významný přírodovědec Isaac Newton (1643–1727), přičemž mezi jeho nejvýznamější počiny patří mimo jiné formulace gravitačního zákona a tří dynamických zákonů.

Ve druhé polovině 18. století Johannes Daniel Titius zjistil, že vzdálenosti planet od Slunce lze vyjádřit pomocí řady³:

$$a = 0,4 + 0,3 \cdot 2^{n_i}, \quad (1)$$

kde a je velká poloosa dráhy planety, index i označuje pořadí tělesa počínaje Sluncem, $n_1 = -\infty$, $n_2 = 0$ a dále pro $i \geq 2$ je $n_i = i - 2$. Mezi Marsem a Jupiterem chyběl jeden člen řady. To mnohé astronomy nabádalo k hledání této chybějící planety. Jedním z prvních takových astronomů byl von Zach, který v roce 1785 na základě Titiovy řady dokonce předpověděl její elementy. Nalézt se mu ji však nepodařilo, a proto v září 1800 uspořádal schůzku evropských astronomů, na které si rozdělili zodiak na 24 částí. Každý měl vytvořit mapu určité části oblohy, a za tímto účelem rozeslali dopisy schopným pozorovatelům.

Ještě než dopisy dorazily na místa určení, Giuseppe Piazzi (1746–1826) na Palermské hvězdárně objevil 31. prosince roku 1800 Ceres, ale v únoru byl nucen pozorování přerušit kvůli špatnému počasí. Během léta 1801 von Zach publikoval Piazzova pozorování v *General Geographical Ephemeris*, které četl

¹ Aristarchova metoda měření vzdálenosti závisela na určení úhlu, který svírá Slunce a Měsíc při pohledu ze Země v okamžiku, kdy je Sluncem osvětlena právě polovina Měsíce. Určil, že je roven 87° . Tím se však dopustil velké chyby, protože jeho skutečná hodnota je přibližně $89^\circ 51'$. Pro srovnání, skutečná vzdálenost Země od Slunce činí 389 vzdáleností Země od Měsíce [1].

² Skutečný průměr Slunce je přibližně 109 průměrů Země a průměr Měsíce je přibližně 0,272 průměru Země [1].

³ Titius–Bodeovu řadu publikoval J. E. Bode v roce 1772. Odchyly jednotlivých členů od skutečné velké poloosy drah příslušných planet jsou s výjimkou Neptunu menší než 0,5AU [2].

i Carl Friedrich Gauss (1777–1855). Gauss poté vymyslel novou metodu k přesnějšímu výpočtu orbit a pro Ceres spočítal efemeridu na následující zimu.

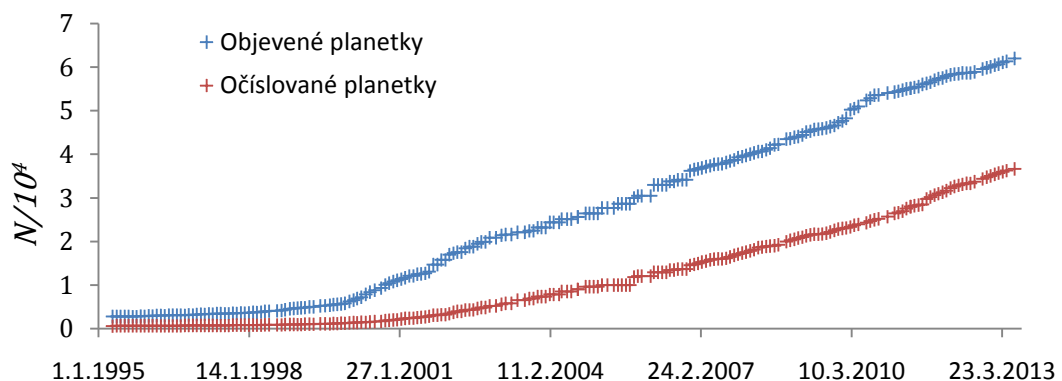
S pomocí Gaussových výpočtů Wilhelm Matthias Olbers (1758–1840) pozoroval Ceres přesně rok poté, co byl prvně zaznamenán. Jen o pár měsíců později, koncem března 1802, Olbers objevil planetku Pallas. V roce 1807 objevil planetku Vesta. Mezitím objevil v roce 1804 Karl Harding planetku Juno, když asistoval Olbersovi při prohledávání oblastí v Rybách a Panně.

Vzhledem k tomu, že se pak dlouhou dobu další objekt nalézt nepodařilo, bylo na několik let pátrání po planetkách zastaveno. Planetku označenou číslem 5 a pojmenovanou Astraea našel Karl Ludwig Henke (1833–1896) až 8. prosince 1845. Další planetku Hebe našel 1. července 1847, a odstartoval tak další sérii objevů planetek. Do konce roku 1853 bylo objeveno 27 planetek a v dalších letech až do roku 1870 bylo objevováno přibližně 5 planetek ročně. Koncem 19. století začal astronomové planetky fotografovat, což výrazně pomohlo k dalším objevům. [3]

1.1.2. Novodobé objevy planetek

Začátkem 70. let bylo vynalezeno zařízení vázající náboj CCD (angl. Charge Coupled Device). Použití CCD zapříčinilo posléze výrazný nárůst počtu objevů na konci 20. století. Počty objevů okolo přelomu tisíciletí jsou znázorněny na obr. 1. Pro srovnání uvedme, že v dubnu roku 1996 bylo známo přes třicet tisíc planetek a v lednu roku 2013 jich bylo známo už přes šest set tisíc [4]. V současné době k novým objevům planetek výrazně přispívají především projekty:

1. Catalina (dalekohled o průměru 1,5 m v Austrálii, který se zaměřuje spíše na blízkozemní planetky),
2. Linear (dalekohled o průměru 1 m ve státě Massachusetts),
3. LONEOS (dalekohled o průměru 0,6 m v Arizoně),
4. Spacewatch (dalekohled o průměru 0,9 m, rovněž v Arizoně),
5. SDSS (dalekohled o průměru 2,5 m v Novém Mexiku).



Obrázek 1: Počet objevených planetek k danému datu. Graf byl vytvořen na základě databáze v [4].

2. Popis dalekohledu Large Synoptic Survey Telescope

2.1. Cíle projektu

Počátky projektu velkého přehlídkového dalekohledu (Large Synoptic Survey Telescope, LSST) sahají do 90. let 20. století. Konstrukce tří zrcadel byla navržena v roce 1998.

LSST je navržen tak, aby mohl být využit pro následující čtyři hlavní vědecké cíle:

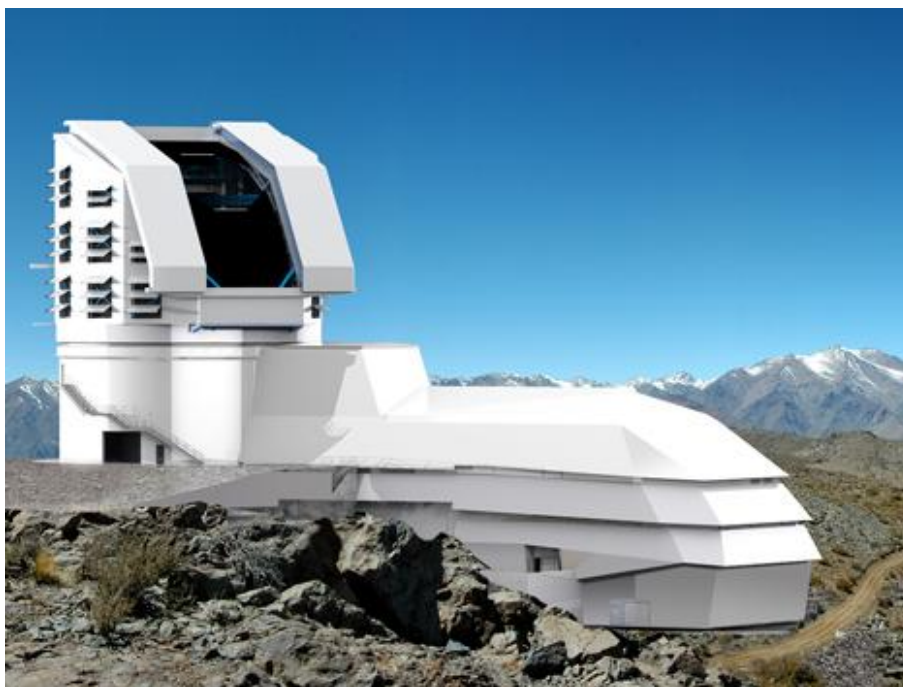
1. souhrnný průzkum malých těles sluneční soustavy;
2. mapování Mléčné dráhy;
3. hledání proměnných hvězd;
4. hledání temné hmoty a temné energie.

Předpokládá se, že dalekohled LSST začne pořizovat expozice v roce 2022. Každá dostupná část oblohy bude pomocí LSST nasnímána přibližně tisíckrát, přičemž každý snímek bude obsahovat dvě patnáctivteřinové expozice pro každý z filtrů. Během deseti let činnosti se vytvoří databáze čítající astrometrická a fotometrická data přibližně o 20 miliardách objektů. LSST společně s projektem velkého jihoafrického dalekohledu se spektrografem, zaměřujícím se na blízkou infračervenou oblast (angl. Southern African Large Telescope Near Infrared Spectrograf) poskytnou mocný nástroj ke zkoumání temné energie, vývoje galaxií a mnoha dalších odvětví.

Dalekohled LSST bude v mnoha ohledech podobný jako dalekohled Sloan Digital Sky Survey (SDSS), který je v provozu už od roku 2000. Oba zmiňované dalekohledy mají oproti jiným velkým dalekohledům velké zorné pole. Průměr zorného pole SDSS je přibližně 3° a pro LSST je navrhován, že bude dosahovat $3,5^\circ$ [5]. SDSS do roku 2005 nasnímkoval přes 8000 čtverečních stupňů oblohy. U LSST lze předpokládat, že za stejný čas nasnímkuje ještě větší část oblohy. Další výhodou LSST bude, že umožní pozorování i mnohem slabších objektů než SDSS.

2.2. Umístění dalekohledu

Observatoř s dalekohledem Large Synoptic Survey Telescope (LSST) se bude nacházet na vrcholu hory Cerro Pachón v severním Čile v nadmořské výšce 2123 m. Vrchol hory Cerro Pachón se nachází na souřadnicích: 30° 10' 20,1" j. š., 70° 48' 0,1" z. d. [5]. Dalekohled bude umístěn v kopuli o průměru 30 m, která je znázorněna na obrázku 2.



Obrázek 2: Fotografie vrcholu Cerro Pachón z března 2011 a umělecké ztvárnění otevřené kopule observatoře LSST. (c) LSST Corporation, převzato z [6].

Jas oblohy a seeing na stanovišti, kde bude umístěn dalekohled LSST, je uveden v tabulce 1. Hodnoty z tabulky 1 jsou nezbytné pro následující výpočet mezní hvězdné velikosti dalekohledu LSST (v kapitole 3.2).

Součástí observatoře LSST budou, mimo samotnou observatoř na vrcholu Cerro Pachón, ještě čtyři další objekty sloužící k archivaci a analýze dat, z nichž jeden se bude nacházet ve vzdálenosti 57 km od vrcholu Cerro Pachón a další tři budou v USA. Podrobnější popis těchto objektů je podán v [5].

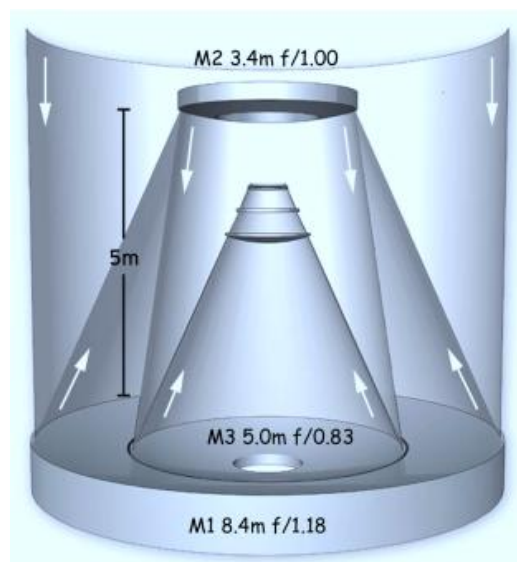
Tabulka 1: Jas oblohy a seeing na vrcholu Cerro Pachón v instrumentálních spektrálních oborech u, g, r, i, z a y. Symbol m_{sky} označuje jas oblohy a θ_s označuje medián seeingu vyjádřeného v úhlové míře. Hodnoty pro jas oblohy a seeing byly převzaty z [7].

Spektrální obor	u	g	r	i	z	y
m_{sky} [mag · arcsec ⁻²]	22,92	22,27	21,20	20,47	19,59	18,63
θ_s ["]	0,77	0,73	0,70	0,67	0,65	0,63

2.3. Optická konstrukce

Přesný popis konstrukce LSST lze nalézt například v LSST Science Book [8], zde se však pokusíme ve stručnosti optickou konstrukci popsat. Optické schéma dalekohledu je znázorněné na obr. 3. Dalekohled bude vybaven třemi velkými zrcadly. Světlo z pozorovaného objektu se nejprve odrazí od primárního parabolického zrcadla (M1) o průměru 8,4 m, poté směřuje k sekundárnímu zrcadlu (M2) o průměru 3,4 m, umístěného ve vzdálenosti 5 m od primárního. Po odrazu od zrcadla M2 se světlo odrazí ještě od terciárního zrcadla (M3) o průměru 5 m. Světlo nakonec projde optickými prvky kamery, která je tvořena systémem tří refrakčních elementů z křemenného skla a fotometrickými filtry. Uvnitř zrcadla M1 je otvor o průměru 5,1 m, přičemž uvnitř něj je umístěno zrcadlo M3. Uvnitř dalších dvou jsou též otvory. Efektivní průměr po započtení zástínu je 6,7 m.

Ohnisková vzdálenost dalekohledu je $f = 10,3$ m. Zorné pole zaujímá $3,5^\circ$ krát $3,5^\circ$ (tj. přibližně 9,6 čtverečních stupňů) a je zobrazeno na povrch detektorů tvořících kruh o průměru 64 cm. Jasnost obrazu na okraji pole poklesne nejvýše o 10 %. Zakřivení celého zorného pole je dosti nízké, činní pouze $\Delta l/l < 0,1$ %.



Obrázek 3: Optické schéma dalekohledu LSST. Převzato z Ivezić, et. al., 2011 [5].

2.4. Vlastnosti kamery CCD

Velikost jednoho pixelu v poli ohniskové roviny kamery je 10 mikrometrů, což odpovídá 0,2 úhlové vteřiny na obloze. Zorné pole kamery tvoří celkem $3,2 \cdot 10^9$ pixelů [9]. Detektory jsou umístěné ve skupinách (raftech) po 3 krát 3 členech. Všechny tyto skupiny jsou namontovány na karbido-křemíkovou mřížku uvnitř vakuového kryostatu se složitým systémem chlazení, který udržuje CCD na

teplotě -100°C . Mřížka obsahuje v každém ze čtyř rohů pole dva naváděcí senzory a jeden senzor vlnoplochy. Kamera má mechanickou závěrku a systém k nastavování šesti různých filtrů.

Čipy CCD jsou typu CMOS back-illuminated. Jejich využitím je dosaženo kvantové účinnosti až 80 %, v rozsahu od 320 nm do 1080 nm. Minimální kvantová účinnost Q čipu v závislosti na vlnové délce λ je uvedena v tabulce 2, hodnoty byly převzaty z [10].

Tabulka 2: Minimální kvantová účinnost Q čipu v závislosti na vlnové délce λ .

λ [nm]	400	600	800
Q [%]	60	80	70

2.5. Fotometrické filtry

LSST bude mít sadu šesti filtrů (u, g, r, i, z, y), tvořenou stejnými typy filtrů jako filtry využití v SDSS. Narozdíl od SDSS pokrývá i delší vlnové délky v pásmu y. Propustnost filtrů v závislosti na vlnové délce je znázorněna na obr. 4.

Pro každý z filtrů je jiný tvar závislosti propustnosti na vlnové délce, proto je výhodné zavést veličiny, které jsou pro daný filtr charakteristické. Pro výpočet mezní hvězdné velikosti (v kapitole 3.2) je výhodné vypočítat ekvivalentní šířku filtru a efektivní vlnovou délku. Ekvivalentní šířka je definována jako šířka obdélníku, jehož výška je rovna jedné a jehož obsah je roven obsahu plochy pod grafem propustnost – vlnová délka. Ekvivalentní šířku filtru $\Delta\lambda^f$ tedy vypočteme ze vztahu:

$$\Delta\lambda^f = \int_{\lambda=0}^{\infty} P^f(\lambda) d\lambda, \quad (2)$$

kde P^f označuje propustnost filtru. Pro efektivní vlnovou délku platí:

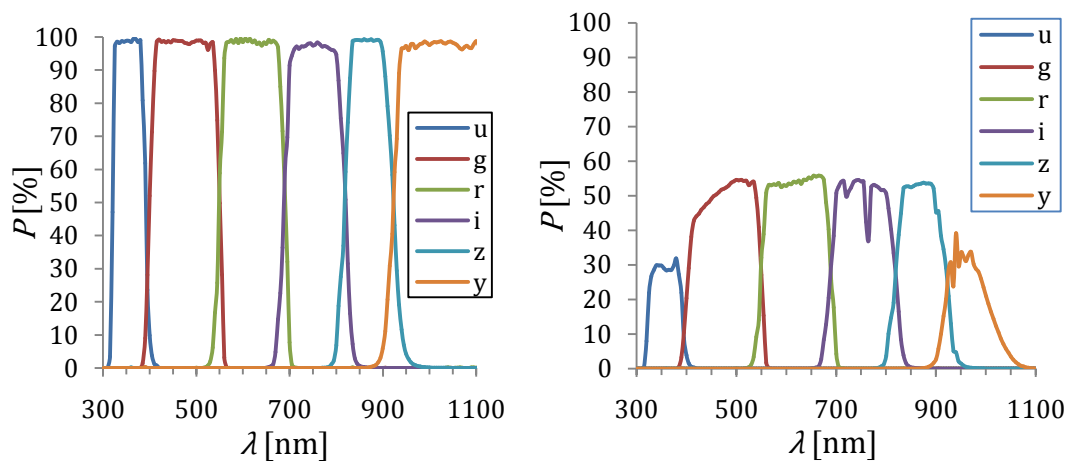
$$\lambda_{\text{eff}}^f = \frac{\int_{\lambda=0}^{\infty} \lambda P^f(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda=0}^{\infty} P^f(\lambda) d\lambda}. \quad (3)$$

Pro veličiny $\Delta\lambda^f$ a λ_{eff}^f vypočteme střední nejistoty. Střední nejistoty určité veličiny $x(x_1, x_2, \dots, x_l)$ závislé na l veličinách x_1, x_2, \dots, x_l počítáme pomocí vztahu:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial x_1} \sigma_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial x_2} \sigma_{x_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial x}{\partial x_l} \sigma_{x_l}\right)^2}. \quad (4)$$

Tabulka 3: Charakteristiky propustnosti filtrů, λ_{eff}^f označuje efektivní vlnovou délku filtru, která byla vypočtena ze vztahu (3) a $\Delta\lambda^f$ označuje ekvivalentní šířku filtru, která byla vypočtena ze vztahu (2). $\sigma_{\lambda_{\text{eff}}^f}$ a $\sigma_{\Delta\lambda^f}$ jsou příslušné nejistoty.

filtr	u	g	r	i	z	y
λ_{eff}^f [nm]	356,26	476,04	620,44	753,93	872,53	1061,72
$\sigma_{\lambda_{\text{eff}}^f}$ [nm]	0,04	0,07	0,06	0,06	0,05	0,09
$\Delta\lambda^f$ [nm]	70,9	148,3	139,9	129,2	106,6	272,2
$\sigma_{\Delta\lambda^f}$ [nm]	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,5



Obrázek 4: Grafy propustnosti v závislosti na vlnové délce. Graf vlevo ukazuje propustnost filtrů samotných. Graf vpravo ukazuje celkovou propustnost se započtením propustnosti atmosféry v zenitu, optické soustavy (soustavy zrcadel, čoček a filtrů) a kvantové účinnosti čipu. Grafy byly vytvořeny na základě dat z LSST Docushare Collection-1777 [11].

3. Jak slabé objekty bude dalekohled LSST schopen zjistit?

3.1. Teorie signálu a šumu

Dalekohled LSST bude k měření množství zářivé energie od hvězd a dalších těles využívat zařízení vázající náboj CCD (Charge Coupled Device). CCD se skládá z polovodičových součástek (PN přechodů); je založeno na vnitřním fotoelektrickém jevu. Jde o jev, při němž se elektron v elektronovém obalu atomu dostane ze základního do excitovaného stavu v důsledku absorpce elektromagnetického záření. Náboj vytvořený v jednotlivých pixelech je pak pomocí elektrod s rozdílným napětím směřován k výstupnímu zesilovači a na analogově–digitální převodník, což je zařízení převádějící analogový (spojitý) signál na digitální (diskrétní).

Na výstupu A/D převodníku je pak matice čísel úměrných počtu elektronů excitovaných v jednotlivých pixelech. Tento počet určitým způsobem odpovídá zářivé energii fotonů dopadajících na jednotlivé části čipu.

Hodnota každého prvku matice reprezentuje informaci, která je složena ze signálu S a šumu N . Zatímco signál je informace, kterou chceme zjistit, za šum se považuje informace zcela nahodilá, o kterou nestojíme. Podstatné jsou především následující zdroje šumu:

1. fotonový poissonovský šum (od hvězdy N_{star} , od oblohy N_{sky});
2. temný proud (poissonovský tepelný šum N_{dark});
3. čtecí šum (N_{readout} , není poissonovský);
4. kvantizace hodnot při A/D převodu.

Snímky zkoumané oblasti je vždy třeba opravit pomocí tří snímků o tři efekty nesouvisící se zářením od zkoumaného tělesa:

1. temný proud (anglicky dark frame, matice D);
2. nulový proud (anglicky offset, matice O);
3. rovnoměrnost pole (anglicky flat field, matice F).

Temný snímek získáme provedením stejně dlouhé expozice, jako u běžného snímku, ale se zakrytým čipem. Tento snímek bude obsahovat už jen signál vytvořený temným proudem. Ten závisí především na teplotě čipu.

Nulový proud je přidán kvůli zápornému šumu a lze jej získat co nejkratší expozicí se zakrytým objektivem.

Třetí opravu lze provést pořizováním snímku rovnoměrně osvětlené plochy s vhodnou délkou expozice. Od tohoto snímku musíme ještě odečíst jemu příslušný dark D_F a offset O_F . Poté se už zřetelně projeví jen nestejná citlivost pixelů, prachová zrníčka a vinětace objektivu.

Výsledný snímek B získáme z původního snímku A provedením výpočtu (prvek po prvku):

$$B = \frac{A - D - O}{F - D_F - O_F}. \quad (5)$$

Poissonovský šum N lze vypočítat ze signálu S pomocí vztahu [12]:

$$N \simeq \sqrt{S}. \quad (6)$$

Sečtením všech šumů v kvadrátech pod odmocninou dostaneme výsledný šum. Při pořizování snímku rovnoměrně osvětlené plochy bývá poměr signál/šum větší než při pořizování temného snímku, proto na hodnotu šumu výsledného snímku bude mít mnohem větší vliv šum od temného proudu než šum od rovného pole. Šum od nulového proudu lze též vůči šumu od temného proudu zanedbat, protože offset bývá pořízený s mnohem kratší expozicí než temný snímek a při tak krátké expozici je šum od nulového proudu zanedbatelný vůči šumu od temného proudu⁴.

Po zanedbání šumu od nulového proudu a od rovného pole pro výsledný poměr signál/šum platí vztah:

$$\frac{S}{N} = \frac{S_{\text{star}}}{\sqrt{N_{\text{star}}^2 + N_{\text{sky}}^2 + N_{\text{dark}}^2 + N_{\text{readout}}^2}} = \frac{S_{\text{star}}}{\sqrt{S_{\text{star}} + S_{\text{sky}} + S_{\text{dark}} + N_{\text{readout}}^2}}. \quad (7)$$

Chceme-li vypočítat signál od hvězdy, vztah (7) vede na kvadratickou rovnici:

$$S_{\text{star}}^2 - \left(\frac{S}{N}\right)^2 S_{\text{star}} - \left(\frac{S}{N}\right)^2 (N_{\text{sky}}^2 + N_{\text{dark}}^2 + N_{\text{readout}}^2) = 0. \quad (8)$$

Rovnice (8) má dva kořeny, z nichž jeden je kladný a druhý záporný. Vzhledem k tomu, že signál je vždy kladný, vypočteme signál od hvězdy ze vztahu:

$$S_{\text{star}} = \frac{1}{2} \left(\frac{S}{N}\right)^2 + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{S}{N}\right)^4 + (N_{\text{sky}}^2 + N_{\text{dark}}^2 + N_{\text{readout}}^2)}. \quad (9)$$

V kapitole 3.2 je na základě plánované expoziční doby a zvoleného poměru S/N , vypočten odhad mezní hvězdné velikosti planetky, jakou bude dalekohled LSST schopen zjistit.

3.2. Mezní hvězdná velikost LSST

Jas oblohy, seeing a koeficient atmosférické extinkce při vzdušné hmotě X na stanovišti, kde bude dalekohled LSST umístěn, jsou pro jednotlivé spektrální obory uvedeny v tabulce 4.

⁴ Pro upřesnění zanedbat jej lze pouze v případě, že tepelné jevy převládají nad kvantovými, což bývá při standardních rozměrech čipu splněno.

Tabulka 4: Šum od oblohy N_{sky} , čtecí šum N_{readout} , šum od temného proudu N_{dark} , seeing θ_s a koeficient atmosférické extinkce k_e při vzdušné hmotě $X = 1$ ve spektrálních oborech u, g, r, i, z, y dalekohledu LSST. Symbol σ s indexem příslušné veličiny označuje celkovou střední chybu. Hodnoty pro šum od oblohy byly převzaty z [7]. Hodnoty pro čtecí šum N_{readout} a temný proud N_{dark} byly vypočteny s využitím vztahu (17). Koeficient atmosférické extinkce byl vypočten z rovnice (12).

Spektrální obor	u	g	r	i	z	y
N_{sky} [ADU]	55,4	123,2	180,0	221,8	267,2	295,6
$\sigma_{N_{\text{sky}}}$ [ADU]	0,3	0,6	0,9	1,1	1,3	1,5
θ_s ["]	0,77	0,73	0,70	0,67	0,65	0,63
k_e [mag]	0,50	0,16	0,09	0,07	0,04	0,15
σ_{k_e} [mag]	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
N_{readout} [ADU]	15,0	14,2	13,7	13,1	12,7	12,3
N_{dark} [ADU]	6,0	5,7	5,5	5,2	5,1	4,9

Pro výpočet koeficientu atmosférické extinkce k_e definujeme nejprve integrál propustnosti:

$$T_p = \int_0^{\infty} P(\lambda) \lambda^{-1} d\lambda, \quad (10)$$

kde $P(\lambda)$ označuje celkovou propustnost při dané vlnové délce λ (zahrnující kvantovou účinnost čipu, propustnost optické soustavy a atmosféry při vzdušné hmotě X). Poté vypočteme ještě integrál:

$$\Sigma_s = \int_0^{\infty} P_s(\lambda) \lambda^{-1} d\lambda, \quad (11)$$

kde P_s je propustnost soustavy (zahrnující pouze propustnost optické soustavy a kvantovou účinnost čipu). Za závislosti propustnosti $P(\lambda)$ a $P_s(\lambda)$ byly dosazeny hodnoty z LSST Docushare Collection-1777 [11]. Koeficient atmosférické extinkce k_e lze dle [7] definovat vztahem:

$$k_e = -2,5 \log \frac{T_p}{\Sigma_s}. \quad (12)$$

Pro LSST je při plánované expoziční době $t = 15$ s a teplotě čipu $T = -100^\circ\text{C}$ dle [9] čtecí šum $N_{\text{readout}_1} \leq 5$ ADU na pixel a temný proud $N_{\text{dark}_1} \leq 2$ ADU na pixel. Vzhledem k tomu, že jsou známy pouze horní limity pro čtecí šum a temný proud, dosadíme do výpočtu hodnoty pro čtecí šum $N_{\text{readout}_1} = (2,5 \pm 2,5)$ ADU a temný proud $N_{\text{dark}_1} = (1 \pm 1)$ ADU.

Difrakce a aberace lze dle [8] zanedbat, protože seeing má na výslednou velikost obrazu hvězdy, která je na snímku, mnohem větší vliv. Seeing, resp.

úhlová velikost FWHM⁵, v oblasti Cerro Pachón je uveden v tabulce 4. Pro popis difrakce se využívá Besselova funkce prvního druhu řádu 1:

$$J_1(br) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(br \sin \theta - \theta) d\theta, \quad (13)$$

kde parametr b je závislý na průměru vstupního otvoru, vlnové délce a ohniskové vzdálenosti a r označuje vzdálenost od optické osy.

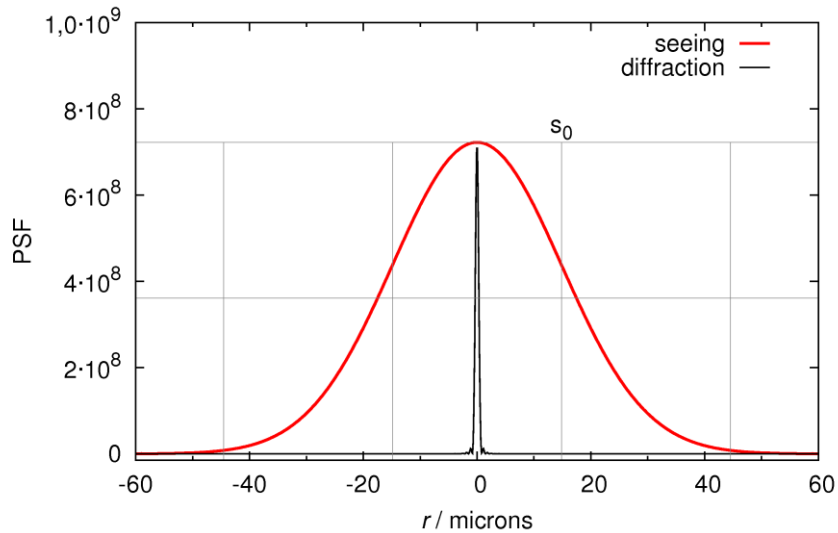
Funkce rozptylu pro difrakci na kruhovém otvoru PSF_D je rovna:

$$PSF_D = \frac{1}{\pi} \left[\frac{J_1(br)}{r^2} \right]^2. \quad (14)$$

Funkce rozptylu pro seeing (při dlouhé expozici):

$$PSF_S = \frac{1}{2\pi s_0^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2s_0^2}\right), \quad (15)$$

kde s_0 je parametr gaussovské funkce popisující seeing v ohniskové rovině. Funkce PSF_S a PSF_D jsou společně znázorněny na obr. 5. Ze zmíněného obrázku je patrné, že vliv difrakce na výslednou kvalitu snímku je zanedbatelný oproti vlivu seeingu.



Obrázek 5: Funkce rozptylu pro seeing a difrakci dalekohledu LSST.

Úhlová velikost každého pixelu je $\varphi_p = 0,20''$. Poměr seeingu a úhlové velikosti pixelu odpovídá tomu, že obraz nejmenšího pozorovatelného tělesa se v zorném poli kamery rozloží přibližně na C pixelů [7]:

$$C \doteq 2,436 \left(\frac{\varphi_s}{\varphi_p} \right)^2, \quad (16)$$

⁵ FWHM je zkratka vzniklá z anglického sousloví full width at half maximum, vyjadřuje rozsah daný rozdílem dvou hodnot nezávislé proměnné, pro které se závislá proměnná rovná polovině svého maxima.

kde φ_s označuje medián seeingu (hodnoty jsou v tabulce 4) a konstanta 2,436 souvisí s Gaussovým rozdělením popisujícím seeing, o kterém je podrobněji pojednáno v [7]. Známe-li hodnoty pro šum N_1 v ADU na jeden pixel, poté pro šum N v ADU na C pixelů platí vztah (neboť šumy se jakožto náhodné veličiny sčítají v kvadrátech):

$$N = N_1\sqrt{C}. \quad (17)$$

Dosadíme-li do vztahu (17) popořadě hodnoty pro čtecí šum N_{readout_1} a temný proud N_{dark_1} vztažené na jeden pixel, dostaneme hodnoty pro čtecí šum N_{readout} a temný proud N_{dark} vztažené na C pixelů, které uvádíme v tabulce 4.

K výpočtu mezní hvězdné velikosti zvolíme poměr signál šum $S/N = 5$, přičemž jej vztahujeme k situaci, kdy se v zorném poli kamery zkoumaný signál od pozorovaného tělesa rozloží na C pixelů. Poté dosadíme do vztahu (9) zvolený poměr signál/šum, hodnoty jednotlivých šumů a vypočteme signál od hvězdy S_{star} . Hodnoty pro signál od hvězdy S_{star} při zvoleném poměru S/N jsou uvedeny v tabulce 5.

Tabulka 5: Signál od hvězdy S_{star} při zvoleném poměru signál šum $S/N = 5$ a expoziční době $t = 15$ s. Nejistoty v určení signálu S_{star} jsou zde označeny symbolem $\sigma_{S_{\text{star}}}$.

Spektrální obor	u	g	r	i	z	y
S_{star} [ADU]	301	633	916	1124	1350	1492
$\sigma_{S_{\text{star}}}$ [ADU]	20	9	7	7	7	8

Chceme-li vypočítat počet fotonů n_γ přicházejících od zářícího zdroje a dopadajících na čip za expoziční dobu t , je nutné znát celkovou propustnost P (zahrnující propustnost atmosféry, zrcadel, čoček, filtrů a kvantovou účinnost čipu) v daném spektrálním oboru. Vzhledem k tomu, že známe pouze celkovou propustnost $P(\lambda)$ při dané vlnové délce, je pro potřeby výpočtu n_γ užitečné zavést efektivní propustnost P_{eff} v daném spektrálním oboru pomocí vztahu:

$$P_{\text{eff}} = \frac{1}{\Delta\lambda} \int_{\lambda=\lambda_{\text{eff}}-\frac{\Delta\lambda}{2}}^{\lambda_{\text{eff}}+\frac{\Delta\lambda}{2}} P(\lambda)d\lambda, \quad (18)$$

kde $\Delta\lambda$ označuje ekvivalentní šířku spektrálního oboru a λ_{eff} označuje efektivní vlnovou délku spektrálního oboru, přičemž obě tyto veličiny jsou definovány analogicky jako veličiny $\Delta\lambda^f$ a λ_{eff}^f v rovnicích (2) a (3). Hodnoty P_{eff} , λ_{eff} , $\Delta\lambda$ vypočtené ze zmiňovaných vztahů jsou uvedeny v tabulce 6.

Tabulka 6: Charakteristiky celkové propustnosti pro dalekohled LSST, efektivní propustnost P_{eff} , ekvivalentní šířka $\Delta\lambda$ spektrálního oboru a efektivní vlnová délka λ_{eff} pro spektrální obory u, g, r, i, z, y. Symboly $\sigma_{P_{\text{eff}}}$, $\sigma_{\Delta\lambda}$ a $\sigma_{\lambda_{\text{eff}}}$ zde označují celkové střední chyby příslušných veličin.

Spektrální obor	u	g	r	i	z	y
P_{eff} [%]	29,3	52,6	54,4	51,4	53,4	32,6
$\sigma_{P_{\text{eff}}}$ [%]	0,5	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
$\Delta\lambda$ [nm]	20,7	75,4	76,6	68,7	54,7	32,2
$\sigma_{\Delta\lambda}$ [nm]	0,3	0,5	0,5	0,4	0,4	0,2
λ_{eff} [nm]	358,7	478,6	619,8	752,8	869,1	967,0
$\sigma_{\lambda_{\text{eff}}}$ [nm]	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1

Počet fotonů n_γ dopadajících na čip za expoziční dobu t vypočteme ze vztahu:

$$n_\gamma = \frac{S_{\text{star}}}{P_{\text{eff}} z_{\text{AD}}} 10^{-\frac{(1-X)k_e}{2,5}}, \quad (19)$$

kde z_{AD} označuje zisk A/D převodníku, X vzdušnou hmotu a k_e koeficient atmosférické extinkce (viz tabulku 4). Pro LSST je zisk A/D převodníku, při provozní teplotě čipu $T = -100^\circ\text{C}$, přibližně roven $z_{\text{AD}} = 1$ ADU na elektron [9].

Mezní hvězdná velikost dalekohledu je definována jako zjevná hvězdná velikost příslušející nejslabšímu objektu, který ještě lze pomocí něj pozorovat, tedy Pogsonovou rovnicí:

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log \frac{E_2}{E_1}, \quad (20)$$

kde m_1 a m_2 jsou zjevné hvězdné velikosti dvou objektů a E_2/E_1 je poměr jejich energií nebo veličin úměrných energií.

Pro výpočet mezní hvězdné velikosti LSST je zapotřebí použít určitou kalibrační hvězdu, pro kterou známe zdánlivou hvězdnou velikost a zářivý výkon. Jednou z takových hvězd je Vega, proto dosadíme do vztahu (20) za m_1 zjevnou hvězdnou velikost m_{Vega} hvězdy Vega a za E_1 počet fotonů dopadajících od Vegy na C pixelů za 1 sekundu n_{Vega} . Zjevné hvězdné velikosti m_{Vega} hvězdy Vega ve spektrálních oborech U, B, V, R, I (Johnsonova–Morganova fotometrického systému) jsou uvedeny v tabulce 7.

Máme tedy veličinu n_γ definovanou pro fotometrický systém u, g, r, i, z, y a zjevnou hvězdnou velikost hvězdy Vega definovanou pro fotometrický systém U, B, V, R, I. Oba fotometrické systémy se liší propustnostmi v závislosti na vlnové délce. Vzhledem k tomu, že zjevné hvězdné velikosti ve spektrálních oborech u, g, r, i, z, y nejsou pro hvězdu Vega změřeny, bude nutné převést standardní hvězdné velikosti m_U, m_B, m_V, m_R a m_I na instrumentální hvězdné

velikosti m_u, m_g, m_r, m_i a m_z pomocí převodních rovnic⁶ z [13], pro hvězdy splňující $m_B - m_V \leq 1,5$ mag:

$$m_g = m_V + 0,56(m_B - m_V) - 0,12 \text{ mag}, \quad (21)$$

$$m_r = m_V - 0,84(m_V - m_R) + 0,13 \text{ mag}, \quad (22)$$

$$m_u - m_g = 1,38(m_U - m_B) + 1,14 \text{ mag}, \quad (23)$$

$$m_r - m_i = 0,98(m_R - m_I) - 0,23 \text{ mag pro } m_R - m_I < 1,15 \text{ mag}, \quad (24)$$

$$m_r - m_z = 1,59(m_R - m_I) - 0,40 \text{ mag pro } m_R - m_I < 1,65 \text{ mag}. \quad (25)$$

Zjevné hvězdné velikosti hvězdy Vega ve spektrálních oborech u, g, r, i, z jsou uvedeny v tabulce 8.

Tabulka 7: Zjevné hvězdné velikosti m_{Vega} hvězdy Vega ve spektrálních oborech Johnsonova–Morganova fotometrického systému a jejich nejistoty $\sigma_{m_{\text{Vega}}}$. Hodnoty uvedené v této tabulce byly převzaty z [14].

Spektrální obor	U	B	V	R	I
m_{Vega} [mag]	0,03	0,03	0,03	0,07	0,1
$\sigma_{m_{\text{Vega}}}$ [mag]	0,09	0,09	0,09	0,05	0,05

Tabulka 8: Zjevné hvězdné velikosti m_{Vega} hvězdy Vega ve spektrálních oborech u, g, r, i, z a jejich střední nejistoty $\sigma_{m_{\text{Vega}}}$. Hodnoty uvedené v této tabulce byly vypočteny po dosazení hodnot v tabulce 7 do převodních rovnic (21), (22), (23), (24) a (25).

Spektrální obor	u	g	r	i	z
m_{Vega} [mag]	1,05	-0,09	0,19	0,45	0,64
$\sigma_{m_{\text{Vega}}}$ [mag]	0,19	0,06	0,04	0,08	0,12

Pro jednoduchost budeme předpokládat, že hvězda Vega emituje fotony izotropně. Vzhledem k tomu, že fotony, které Vega emituje, nemají totožnou vlnovou délku ani energii, je potřeba vypočítat charakteristickou energii $\varepsilon_{\text{Vega}}$ fotonu. Energie jednoho fotonu závisí na jeho vlnové délce:

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda) = h \frac{c}{\lambda}, \quad (26)$$

kde $h = (6,6256 \pm 0,0005) \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ označuje Planckovu konstantu a $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ rychlost světla ve vakuu.

⁶ Filtr y propouští záření spíše delších vlnových délek než standardní fotometrické filtry U, B, V, R, I, a proto zmiňované standardní hvězdné velikosti nepřevádíme na instrumentální hvězdnou velikost v oboru y.

Monochromatická intenzita vyzařování I_λ pro hvězdu Vega je blízká monochromatické intenzitě vyzařování absolutně černého tělesa o efektivní teplotě hvězdy Vega, proto k výpočtu charakteristické energie $\varepsilon_{\text{Vega}}$ fotonu přicházejícího od Vegy využijeme Planckova zákona:

$$I_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\lambda k_B T} - 1}, \quad (27)$$

kde $k_B = (1,3805 \pm 0,0002) \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ označuje Boltzmannovu konstantu. Za T v rovnici (27) tedy dosadíme $T_{\text{Vega}} = (9522 \pm 170) \text{ K}$, přičemž střední hodnota je aritmetický průměr z teplot uvedených v [15], [16], [17], [18] a [19] a uvedená nejistota je dána maximálním rozdílem z převzatých středních hodnot pro teplotu hvězdy Vega. Ze zmiňovaných hodnot je relativně malý počet těch, které se v rámci své chyby shodují, a to je důvodem, proč bereme aritmetický průměr a maximální rozdíl z převzatých teplot.

Pro celkovou intenzitu záření ve zvoleném spektrálním oboru platí:

$$I = \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{P(\lambda)}{e^{\lambda k_B T} - 1} d\lambda. \quad (28)$$

Charakteristickou energii fotonu přicházejícího od kalibrační hvězdy vypočteme z rovnice:

$$\varepsilon_{\text{Vega}} = \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{I_\lambda(\lambda) \varepsilon_\lambda(\lambda) P(\lambda)}{I} d\lambda. \quad (29)$$

Hodnotu n_{Vega} vypočteme pomocí vztahu:

$$n_{\text{Vega}} = \frac{\pi D^2 L_r^{\text{Vega}} t}{4 \varepsilon_{\text{Vega}}}, \quad (30)$$

kde $L_r^{\text{Vega}} \doteq (2,786 \pm 0,058) \cdot 10^{-9} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ označuje zářivý tok hvězdy Vega [20], $D = 8,4 \text{ m}$ označuje průměr zrcadla dalekohledu LSST a t označuje expoziční dobu.

Mezní hvězdnou velikost LSST vypočteme s využitím výše uvedených vztahů (19), (20) a (30):

$$m_{\text{LSST}} = m_{\text{Vega}} - 2,5 \log \frac{n_\gamma}{n_{\text{Vega}}}, \quad (31)$$

Vypočtená mezní hvězdná velikost LSST v závislosti na vlnové délce světla přicházejícího od pozorovaného objektu je pro instrumentální obory u, g, r, i, z uvedena v tabulce 9 a pro standardní obory U, B, V, R, I v tabulce 10. Hodnoty v tabulce 9 pro obor u, g, r, i se v rámci chyby $2\sigma_{m_{\text{LSST}}}$ shodují s hodnotami mezních hvězdných velikostí uvedených v [7]. V oboru z se hodnota m_{LSST} shoduje až v rámci chyby $3\sigma_{m_{\text{LSST}}}$, to může být způsobeno zejména tím, že spektrum hvězdy Vega se může lišit od spektra absolutně černého tělesa, a to zejména v oblastech výrazných absorpčních čar.

Tabulka 9: Vypočtená mezní hvězdná velikost LSST ve spektrálních oborech u, g, r, i, z při zvoleném poměru signál šum $S/N = 5$ a při dvou 15 sekundových expozicích a vzdušné hmotě $X = 1$.

Spektrální obor	u	g	r	i	z
m_{LSST} [mag]	24,41	24,81	25,03	25,10	25,04
$\sigma_{m_{\text{LSST}}}$ [mag]	0,48	0,35	0,35	0,36	0,37

Tabulka 10: Vypočtená mezní hvězdná velikost LSST ve standardních spektrálních oborech U, B, V, R, I při zvoleném poměru signál šum $S/N = 5$ a při dvou 15 sekundových expozicích a vzdušné hmotě $X = 1$.

Spektrální obor	U	B	V	R	I
m_{LSST} [mag]	23,82	24,94	24,92	24,89	24,73
$\sigma_{m_{\text{LSST}}}$ [mag]	0,77	0,64	0,44	0,80	0,95

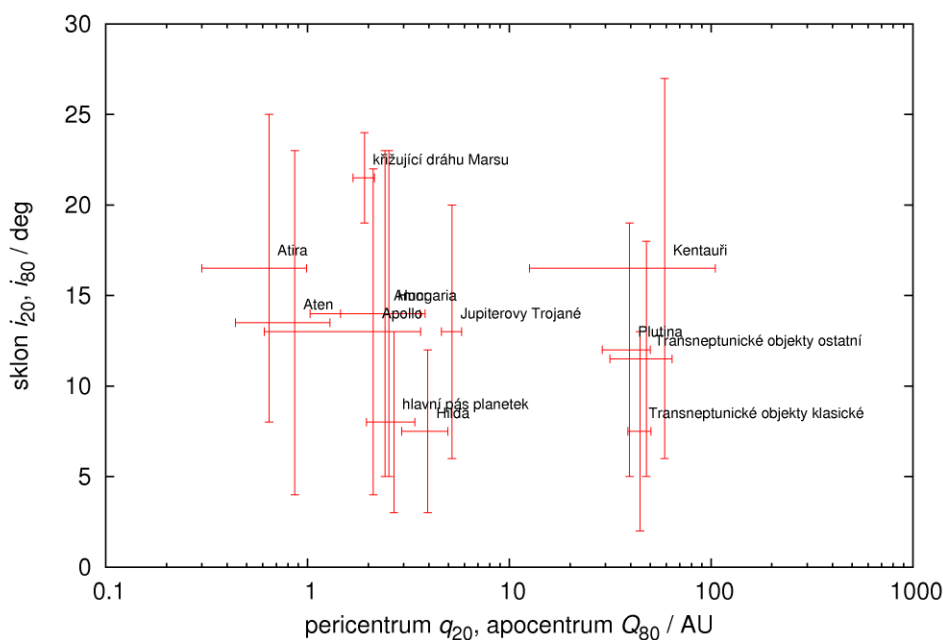
4. Pozorování malých těles sluneční soustavy

4.1. Rozdělení drah planetek ve sluneční soustavě

Podle charakteristických elementů dráhy (velká poloosa dráhy a , excentricita e a sklon i) rozdělujeme planetky do základních skupin, které se dále mohou dělit na jednotlivé rodiny planetek (případně pozad'ovou populaci). Rozdělení drah planetek ve sluneční soustavě pro známé skupiny planetek jsou uvedena v tabulce 11 a graficky znázorněna na obr. 6.

Tabulka 11: Rozdělení drah planetek ve sluneční soustavě, kde i označuje sklon dráhy, q označuje vzdálenost planetky od Slunce v perihelu, Q označuje vzdálenost planetky od Slunce v afelu a N_o je počet objevených planetek v dané skupině ke dni 14. 7. 2013, index u veličin i, q, Q označuje percentil, kterému hodnota dané veličiny odpovídá v rámci dané skupiny planetek. Tabulka byla vytvořena na základě databáze Minor Planet Center [4].

Skupina planetek	i_{20} [°]	i_{80} [°]	q_{20} [AU]	q_{80} [AU]	Q_{20} [AU]	Q_{80} [AU]	N_o
Atira	8	25	0,30	0,52	0,94	0,99	19
Aten	4	23	0,44	0,75	1,06	1,29	770
Apollo	4	22	0,61	0,95	1,69	3,63	4966
Amor	5	23	1,03	1,22	1,95	3,82	4186
Křížující dráhu Marsu	19	24	1,68	1,81	2,02	2,15	12259
Hungaria	5	23	1,46	1,64	2,71	3,61	9899
hlavní pás planetek	3	13	1,96	2,63	2,73	3,40	574953
Hilda	3	12	2,93	3,38	4,51	4,96	3728
Jupiterovy Trojané	6	20	4,60	4,99	5,41	5,80	6050
Kentauroi	6	27	12,6	36,5	31,3	105,0	462
Plutina	5	19	28,9	34,3	44,7	50,0	245
trans-neptunické objekty klasické	2	13	38,7	42,7	44,8	50,4	904
trans-neptunické objekty ostatní	5	18	31,5	35,5	49,7	64,0	26



Obrázek 6: Rozdělení drah planetek ve sluneční soustavě. Sklon dráhy v závislosti na vzdálenosti od slunce, přičemž meze sklonu dráhy, perihelových a afelových vzdáleností jsou dány příslušnými percentily. Je zde patrné, které populace planetek se mohou vzdáleně srážet.

4.2. Rozdělení velikostí planetek

Danou skupinu planetek lze charakterizovat rozdělením velikostí jejich členů. Údaj o velikosti planetky je možné získat na základě znalosti jejího přesného tvaru. Jednou z možností, jak lze získat představu o tvaru planetky, je změřit její světelnou křivku (závislost změřené zdánlivé hvězdné velikosti na čase). Neznáme-li přesný tvar planetky, je možné ji v prvním přiblížení považovat za kouli. Na základě známého geometrického albeda p_V a známé absolutní hvězdné velikosti H planetky lze vypočítat její průměr z rovnice [21]⁷:

$$0,4[H]_{\text{mag}} + 2 \log[D]_{\text{km}} + \log p_V = 6,259, \quad (32)$$

kde index u hranaté závorky označuje jednotky, v jakých má být hodnota dosazované veličiny ve hranaté závorce.

V rámci dané skupiny je možné sestavit kumulativní nebo diferenciální histogram četnosti planetek pro veličinu, jejíž hodnoty známe pro každou

⁷ Geometrické albedo je poměr mezi jasností tělesa, pozorovaného ze Slunce při nulovém fázovém úhlu α , a bílou lambertovskými odrážející sférou stejných rozměrů ve stejné vzdálenosti. Ze statistiky vychází, že planetka s geometrickým albedem $p_V = 1$ a průměrem $D = 1$ km má absolutní hvězdnou velikost $H_2 = 15,648$ mag [21]. Do Pogsonovy rovnice (20) dosadíme $\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{D}{1 \text{ km}}\right)^2 \frac{p_V}{1}$ a místo m_1 a m_2 dosadíme popořadě H a $H_2 = 15,648$ mag a po úpravě dostaneme vztah (32).

objevenou planetku v rámci dané skupiny. Počet planetek s průměrem větším než D označíme $n(> D)$ a počet planetek s průměrem v intervalu $(D, D + dD)$ označíme $n(D, D + dD)$. Například pro průměr D je kumulativní histogram četnosti znázorněním závislosti $n(> D)$ na D , kdežto diferenciální je znázorněním závislosti $n(D + dD)$ na D . Kumulativní histogram četností pro průměr D je pro hlavní pás planetek znázorněn v na obrázku 9.

Z databáze WISE [22] byly čerpány informace o průměru a albedu 129 751 planetek hlavního pásu. Tyto planetky byly doplněny planetkami hlavního pásu z databáze Minor Planet Center [4]. Doplnění bylo provedeno tak, že planetky z databáze [22] nevyskytující se v databázi [4] byly odebrány ze seznamu planetek⁸.

V databázi WISE je pro některé planetky uvedena hodnota albeda $-9,99$ označující, že planetka nebyla pozorována ve viditelném spektrálním oboru. Podobně v databázi Minor Planet Center je pro některé planetky uvedena hodnota absolutní hvězdné velikosti 0 mag, označující, že absolutní hvězdná velikost planetky nebyla dosud změřena. Vzhledem k těmto faktům bylo ze vzniklého seznamu planetek (databáze WISE doplněná o planetky z databáze Minor Planet Center) odebráno 1112 planetek s albedem $-9,99$ a 2474 planetek s absolutní hvězdnou velikostí 0 mag. Pro sestavení histogramu četnosti planetek máme po výše uvedených úpravách k dispozici informace o 570 752 planetkách, avšak z toho jen pro 116 189 planetek známe průměr a albedo.

Průměry ostatních planetek je třeba nějakým způsobem přiřadit, protože v databázi [4] je uvedena pouze jejich absolutní hvězdná velikost a oskulační elementy dráhy. Abychom mohli dopočítat průměry planetek, které nejsou v databázi [22], pomocí vztahu (32) je nutné jim nejprve přiřadit albedo. Přiřazení albeda lze provést vícero způsoby; například:

1. Přiřadíme všem planetkám aritmetický průměr albed všech planetek v [22].
2. Provedeme totéž jako v 1. metodě, s tím rozdílem, že místo aritmetického průměru planetkám přiřadíme medián.
3. Vypočteme aritmetický průměr albed pro planetky mající absolutní hvězdnou velikost v určitém intervalu.
4. Vypočteme aritmetický průměr albed pro planetky mající velkou poloosu dráhy v určitém intervalu.
5. Každé planetce náhodně přiřadíme jedno albedo z množiny známých albed v [22].

Metoda 1., 2. a 5. nepotřebuje podrobnějšího vysvětlení. Co se týká 3. metody, byl použit následující postup: pro všechny planetky, mající hvězdnou velikost v intervalu $(H, H + 1$ mag), byl vypočten aritmetický průměr z jejich albed. Pro intervaly hvězdných velikostí byla tedy přiřazena albeda. Například planetce s hvězdnou velikostí mezi 5 a 6 mag bylo přiřazeno albedo $p_V = 0,16$. U čtvrté z výše uvedených metod byl použit obdobný postup jako u třetí, ovšem

⁸ Odebrání planetek vyskytujících se jen v [22] bylo provedeno v Excelu s využitím funkcí vlookup a remove duplicates a následně byla použita funkce remove duplicates na celý seznam planetek za účelem, aby se každá planetka v seznamu vyskytovala pouze jednou.

s rozdílem, že počítáme aritmetické průměry albed pro planetky mající velkou poloosu dráhy v intervalu $(a, a + 0,1 \text{ AU})$.

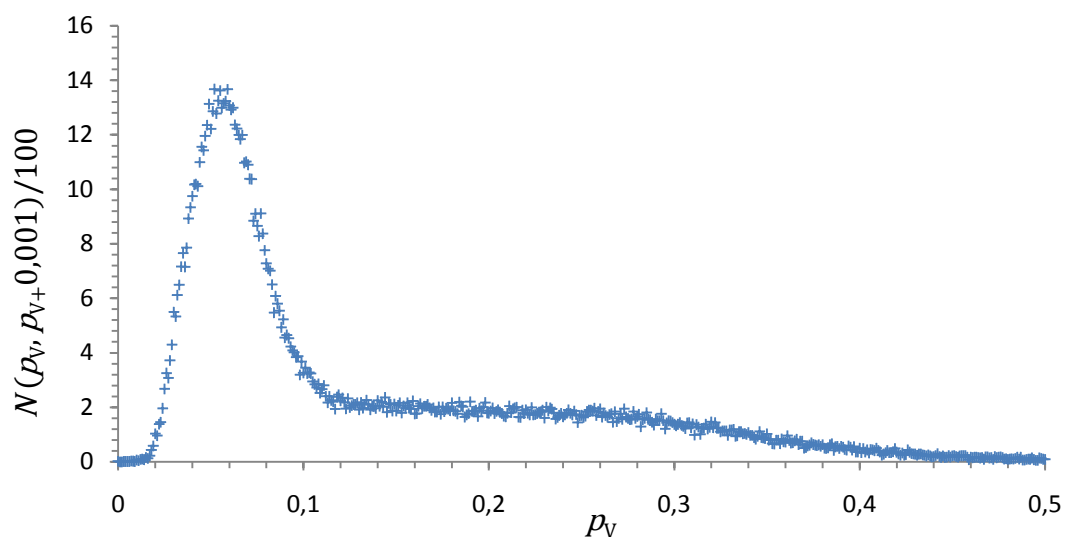
Na obr. 7 a 8 jsou postupně znázorněny diferenciální histogramy četnosti albed pro planetky uvedené jen v [22] a pro všechny planetky hlavního pásu s albedy doplněnými pomocí třetí metody. Podíváme-li se na zmíněný histogram na obr. 7, je na první pohled zřejmé, že medián albeda $\widetilde{p}_V \doteq 0,08$ je podstatně menší než aritmetický průměr $\overline{p}_V \doteq 0,14$; to je způsobeno skutečností, že rozdělení není symetrické (natož gaussovské). Existuje totiž velmi početná skupina planetek s albedem přibližně 0,06 a relativně málo planetek (méně než 20 %) s albedem větším než 0,24.

Vzhledem k charakterům obou histogramů na obr. 7 a 8 lze s jistotou říci, že výsledek výpočtu průměru na základě albed přiřazených pomocí třetí metody, bude zatížen systematickou chybou, způsobenou zmiňovanou metodou, respektive postupem. Pokud bychom znázornili diferenciální histogram četnosti albed přiřazených pomocí čtvrté ze zmíněných metod, zjistili bychom, že je naprosto odlišný od histogramu na obr. 7. Vzhledem k této skutečnosti lze konstatovat, že výsledné průměry vypočtené na základě čtvrté metody by byly též zatíženy systematickou chybou.

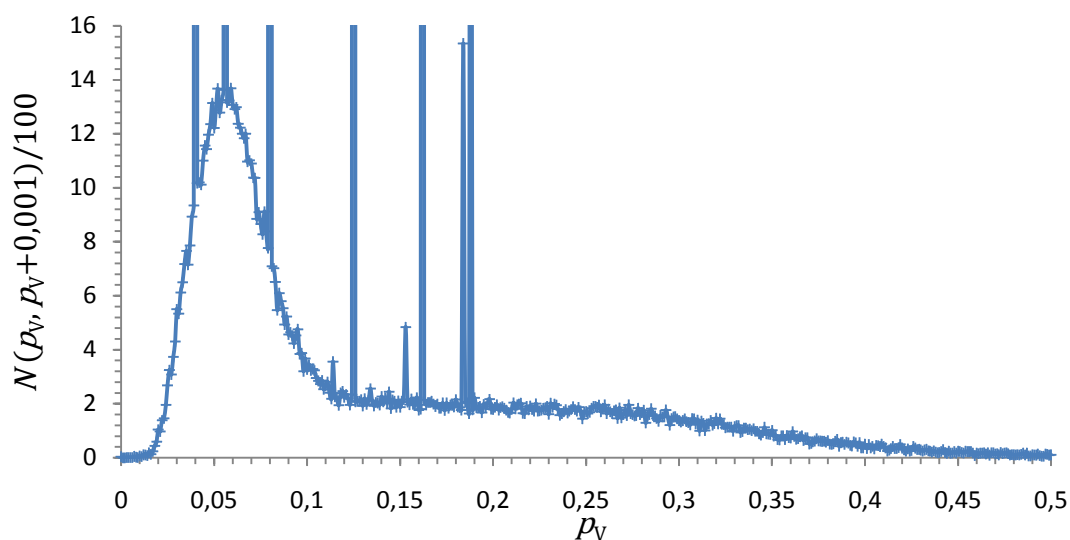
Kumulativní histogramy četnosti průměrů planetek v hlavním pásu, vytvořené na základě výše uvedených způsobů přiřazení albeda, jsou znázorněny na obr. 9. Směrem k menším průměrům D se počty planetek příliš nezvyšují, protože malé planetky dosud nebyly objeveny (tj. důsledek observační nedostatečnosti).

Při porovnávání planetek v [22] si lze všimnout, že planetky později objevené mívají menší průměr a nižší albedo. V databázi na Minor Planet Center [4] jsou oproti databázi [22] i planetky objevené po roce 2011. Tyto později objevené planetky mají tedy převážně menší průměry než planetky v [22].

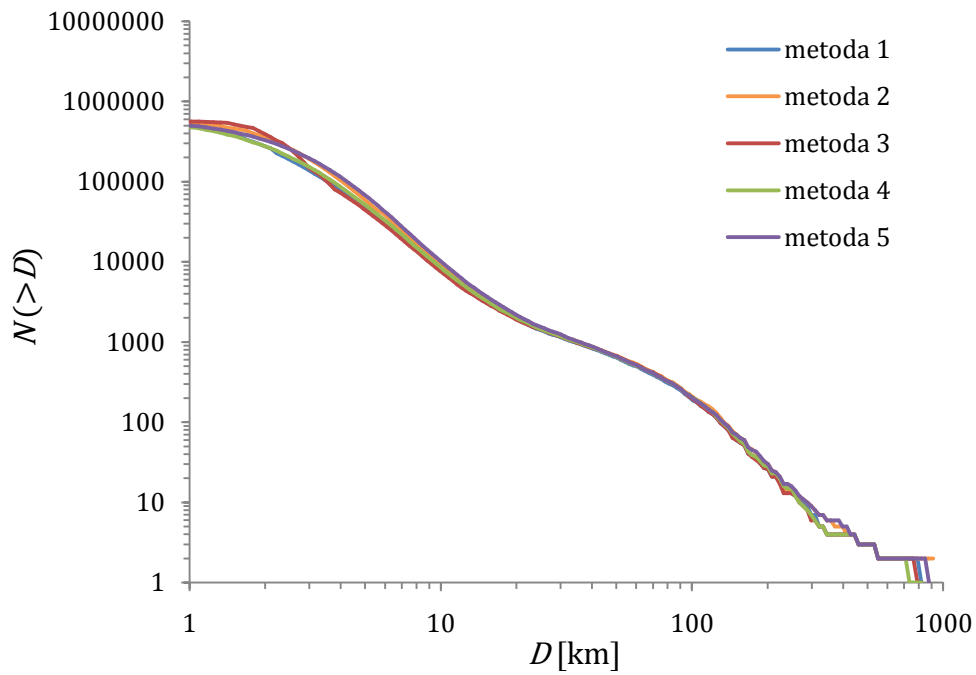
Jednotlivé závislosti na obr. 9 se liší zejména pro průměry menší než 10 km. Planetek, které mají průměr jen o málo větší než je limit observační nedostatečnosti, je při použití prvních čtyřech metod méně, než při použití páté metody. Pro provedení extrapolace (viz kap. 6) lze metodu 5 považovat za nejvhodnější. Její použití sice může způsobit, že jasným planetkám je přiřazen větší průměr než je jejich skutečný, ale to se pro provedení zmíněné extrapolace nezdá příliš podstatné.



Obrázek 7: Diferenciální histogram četnosti albed p_V pro planetky hlavního pásu vyskytující se v databázi [22].



Obrázek 8: Diferenciální histogram četnosti albed p_V pro planetky hlavního pásu; planetky z databáze [22] byly doplněny o planetky s absolutní hvězdnou velikostí v intervalu $(H, H + 1 \text{ mag})$ a s albedem rovným aritmetickému průměru albed planetek z databáze [22], mající absolutní hvězdnou velikost ve zmiňovaném intervalu $(H, H + 1 \text{ mag})$.



Obrázek 9: Kumulativní histogramy četnosti planetek s průměrem větším než D , vytvořené pro planetky hlavního pásu. Neznámé průměry planetek byly vypočteny z rovnice (32) po dosazení albed z databáze [22], popřípadě albed přiřazených jednou z metod popsaných v textu. Znáznorňeny jsou zde histogramy četnosti planetek, kterým bylo přiřazeno albedo popořadě na základě aritmetického průměru albed planetek v [22] (modrá barva, metoda 1), mediánu (oranžová, metoda 2), absolutních hvězdných velikostí (červená, metoda 3), velkých poloos dráhy (zelená, metoda 4) a náhodně vybraných albed (fialová, metoda 5).

5. Kolikrát bude LSST planetky schopen pozorovat?

5.1. Plánovaná observační strategie a kadence

Předpokládá se, že dalekohled LSST začne dle aktuálního plánu projektu, který nalezneme v [23], pořizovat expozice v roce 2022 a bude v provozu po dobu nejméně deseti let. Na hlavní průřez oblohy (s mezní hvězdnou velikostí $m \doteq 24,5$ mag) bude využito přibližně 90 % pozorovacího času. Zbývajících 10 % budou pozorování slabších objektů (s mezní hvězdnou velikostí $m \doteq 26,0$ mag). Při vhodných atmosférických podmínkách bude každé pole snímáno dvakrát za noc, přičemž doba mezi jednotlivými expozicemi bude 15 až 60 minut. Expoziční doba každého snímku bude $t_s = 15$ s [8]. Průměrná prodleva mezi dvěma expozicemi bude $t_p = 10$ s, přičemž tato prodleva zahrnuje dobu $t_z = 5$ s přesunu dalekohledu na vedlejší zorné pole. Předpokládaná doba otevření nebo uzavření závěrky je $t_{\text{open}} = t_{\text{close}} = 1$ s a doba vyčítání čipu je $t_{\text{readout}} = 2$ s.

5.2. Pozorovatelnost planetek během doby fungování dalekohledu

Zpravidla platí, že čím více snímků dané planetky máme, tím přesnější lze informace o planetce získat. Máme-li pro danou planetku astrometrická data ze dvou nebo více snímků, pak je možné posoudit, zda jde o nově objevenou planetku nebo o planetku, která už v databázi drah je uvedena. Pro mnoho planetek, pro které jsou k dispozici astrometrická data z více snímků, je možné vypočítat jejich budoucí pozice na obloze. Můžeme tedy na základě známé observační strategie dalekohledu LSST vypočítat, kolikrát bude dalekohled LSST danou planetku pozorovat. Parametry udávající, kde se planetka bude ve který den nacházet, nalezneme po zadání názvu planetky, místa pozorování a dalších níže specifikovaných parametrů v [24].

Jako místo pozorování zadáme geografické souřadnice a nadmořskou výšku dalekohledu LSST (uvedené v kap. 2.2.). Jedním z dalších parametrů je minimální předpokládané období provozu dalekohledu LSST, od 1. 1. 2022 do 31. 12. 2031. Ostatní parametry nastavíme tak, aby výsledné parametry (azimut a výška nad obzorem) odpovídaly času, kdy bude v místě pozorování noc. Časový krok byl zvolen $\Delta t = 10$ min.

Z dat vybereme (pomocí funkce filter v Excelu) takové údaje, aby výška nad obzorem byla v rozmezí $h_{\text{min}} = 20^\circ$ až $h_{\text{max}} = 86,5^\circ$ [25]. Počet řádků, na kterých jsou jednotlivé efemeridy, udává, po jakou dobu t_f je planetka pozorovatelná pomocí dalekohledu LSST za minimální předpokládané období jeho provozu. Vzhledem k tomu, že pro každý z řádků máme přesné datum,

můžeme spočítat přibližný počet n_d dnů⁹, ve kterých bude během zmíněného období planetka pozorovatelná. Nejistotu počtu n_d ve výpočtech nezohledňujeme. Nejistotu doby t_f označíme σ_{t_f} a vypočteme ji ze vztahu¹⁰:

$$\sigma_{t_f} = n_d \Delta t . \quad (33)$$

Během deseti nočních hodin na stanovišti, kde se bude dalekohled LSST nacházet, by bylo možné na obloze pozorovat až 21797 čtverečních stupňů, čemuž odpovídá prostorový úhel $\Omega_{\text{night}} = 6,64$ sr na jednotkové sféře.

Pravděpodobnost p výběru určitého pole, zaujímajícího 9,6 čtverečních stupňů oblohy, což odpovídá prostorovému úhlu $\Omega_1 = 2,9 \cdot 10^{-3}$ sr na jednotkové sféře, během jedné noci je přibližně rovna:

$$p = \frac{\Omega_1}{\Omega_{\text{night}}} \doteq 0,044 \% . \quad (34)$$

Počet n_e snímků pořízených dalekohledem LSST během doby t_f je dán rovnicí:

$$n_e = \frac{(t_f + n_d \Delta t) p_{\text{clear}}}{t_s + t_p} , \quad (35)$$

kde $p_{\text{clear}} = 53$ % označuje pravděpodobnost, že v místě pozorování bude jasno, tuto hodnotu lze nalézt v [26], t_f dobu po kterou je možné planetku pozorovat během minimálního předpokládaného období provozu dalekohledu, t_s expoziční dobu snímku a t_p předpokládanou průměrnou pauzu mezi dvěma expozicemi.

Předpokládaný počet n pořízených snímků dané planetky dalekohledem LSST ve všech fotometrických oborech vypočteme ze vztahu:

$$n = n_e p . \quad (36)$$

Hodnoty n_d , t_f , n_e a n jsou pro vybrané velké planetky hlavního pásu uvedeny v tabulce 12. Vypočtené nejistoty pro počty n_e a n jsou vypočteny pouze z nejistoty σ_{t_f} pomocí rovnice (4). Při výpočtu n_d , t_f , n_e a n neuvažujeme vliv svitu Měsíce a jasů oblohy, protože výpočet provádíme pro dostatečně jasné planetky. Též neuvažujeme zákryt planetky Měsícem, protože je málo pravděpodobný.

Pokud bychom hodnoty n počítali pro malou planetku s průměrem blízko mezního průměru D_{min} , vypočteného v kap. 6, pak by zřejmě počet n pozorování takové planetky dalekohledem LSST byl menší než u velké planetky, protože by příliš malý poměr signál/šum mohl způsobit, že by malá planetka nebyla pozorovatelná.

⁹ Přesný počet dnů bychom mohli získat volbou kratšího časového kroku, neboť časový interval, kdy lze planetku pozorovat v určitých dnech, může být kratší než zvolený časový krok $\Delta t = 10$ min.

¹⁰ Hodnota σ_{t_f} je pouze přibližná nejistota doby t_f . Uvažujeme přitom totiž, že v jednom dnu, kdy je planetka pozorovatelná, lze planetku pozorovat až o $2\Delta t$ déle.

Tabulka 12: Předpokládaný počet n pořízených snímků dané planetky dalekohledem LSST, doba t_f , kdy je planetka pozorovatelná, a počet n_e snímků za dobu t_f . σ s indexem příslušné veličiny označuje střední nejistotu.

Planetka	(1) Ceres	(2) Pallas	(3) Juno	(4) Vesta	(5) Astraea
n_d	2003	2366	2308	1999	2191
t_f [d]	338	378	416	324	390
σ_{t_f} [d]	14	16	16	14	15
n_e	$773 \cdot 10^3$	$873 \cdot 10^3$	$938 \cdot 10^3$	$746 \cdot 10^3$	$882 \cdot 10^3$
σ_{n_e}	$25 \cdot 10^3$	$30 \cdot 10^3$	$29 \cdot 10^3$	$25 \cdot 10^3$	$28 \cdot 10^3$
n	341	385	414	329	389
σ_n	11	13	13	11	12

6. Odhad populace malých planetek hlavního pásu

6.1. Extrapolace počtu planetek hlavního pásu

Známe-li průměr každé planetky v dané skupině planetek, lze sestavit histogram znázorňující rozdělení velikostí členů dané skupiny. V případě planetek hlavního pásu neznáme albedo ani průměry všech objevených planetek, proto pro ně byly průměry dopočítány ze vztahu (32), po dosažení albed přiřazených pomocí jednoho z možných způsobů (viz kapitola 4.2). Pro planetky hlavního pásu máme proto hned několik rozdělení velikostí znázorněných na obr. 9, avšak jen pro planetky větší než určitý mezní průměr (observační limit), protože menší planetky ještě nebyly pozorovány.

Pokud bychom chtěli zjistit, kolik takových dosud nepozorovaných planetek v hlavním pásu by bylo možno pozorovat určitým dalekohledem, bude nutné závislost četnosti planetek $n(> D)$ na průměru D určitým způsobem aproximovat. Vzhledem k tvaru závislostí znázorněných na obr. 9 je možné plochou šikmou část kumulativního histogramu aproximovat přímkou (na logaritmickém grafu):

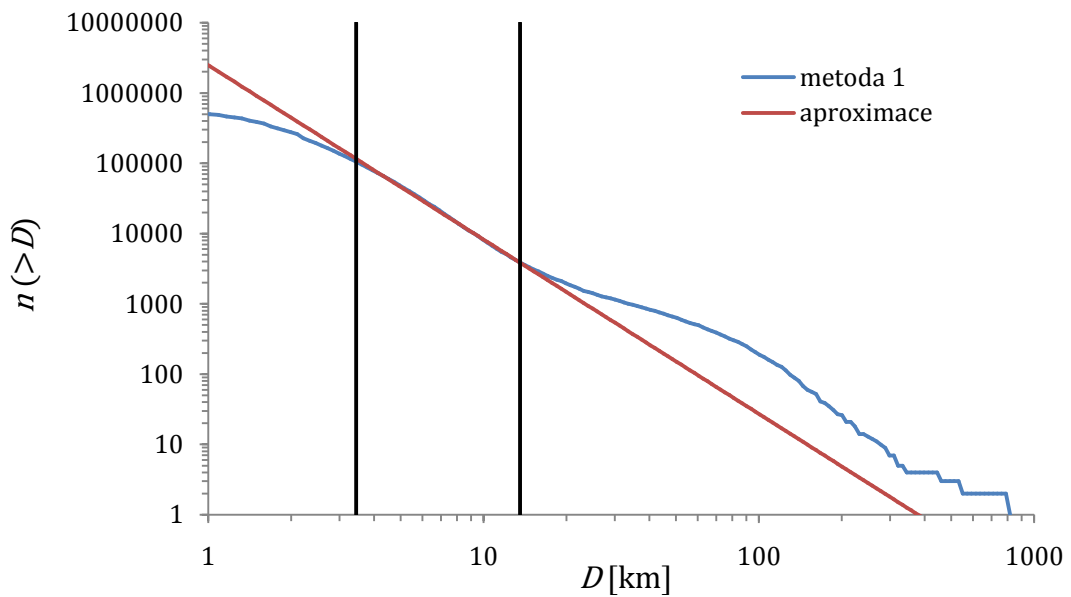
$$\log n(> D) = k_1 \log[D]_{\text{km}} + k_2, \quad (37)$$

kde k_1 a k_2 jsou parametry přímky, $n(> D)$ označuje počet planetek s průměrem větším než D .

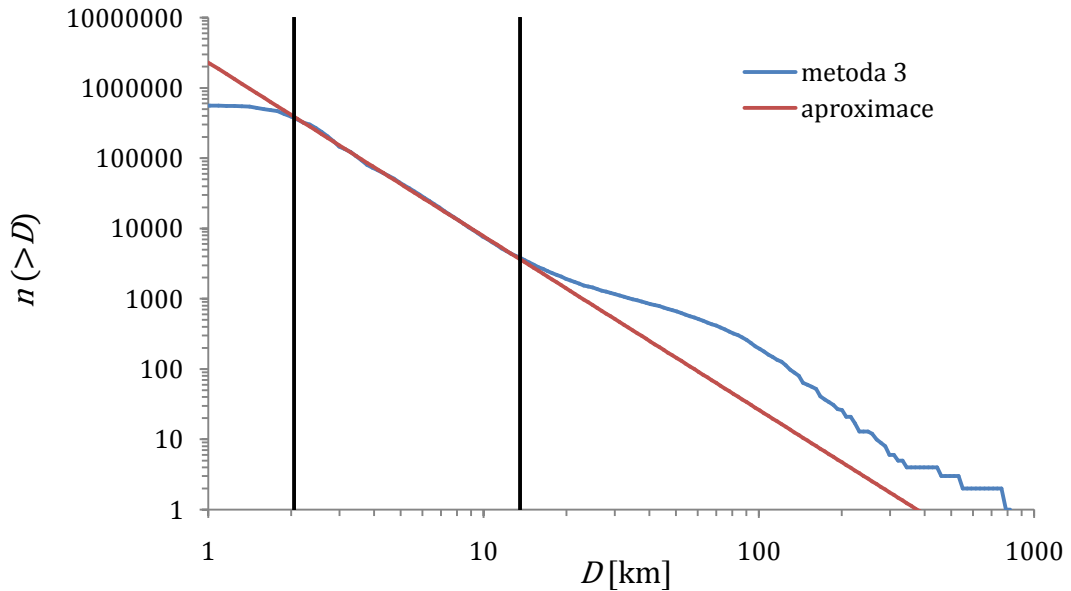
Neznámé koeficienty k_1 a k_2 byly vypočteny ze vztahu (37) aplikací metody nejmenších čtverců. Aproximované histogramy četnosti planetek $n(> D)$ jsou pro vybrané metody přiřazení albed znázorněny na obr. 10, 11 a 12. Kdybychom je znázornili pro zbylé dvě metody, vypadaly by obdobně, a proto je zde neuvádíme. Pro úplnost zde však uvedme koeficienty aproximací příslušejících zmíněným zbylým metodám. Použijeme-li interval (3,37 km; 13,84 km), potom pro zmíněnou aproximaci kumulativního histogramu znázorňujícího metodu 2 (na obr. 7) dostaneme koeficienty $k_1 = -2,608 \pm 0,003$ a $k_2 = 6,590 \pm 0,002$. Pro metodu 3 použijeme interval (3,95 km; 15,24 km), a poté obdržíme koeficienty $k_1 = -2,533 \pm 0,002$ a $k_2 = 6,475 \pm 0,002$.

Extrapolace počtu planetek se provede tak, že do vztahu (37) se dosadí průměr nejmenší planetky, kterou je daným dalekohledem ještě možné pozorovat. Ze zmíněných histogramů na obr. 10 až 12 je patrné, že se výsledný počet planetek pozorovatelných daným dalekohledem pro jednotlivé metody přiřazení albed liší. Ovlivňuje jej zejména sklon znázorněných přímek.

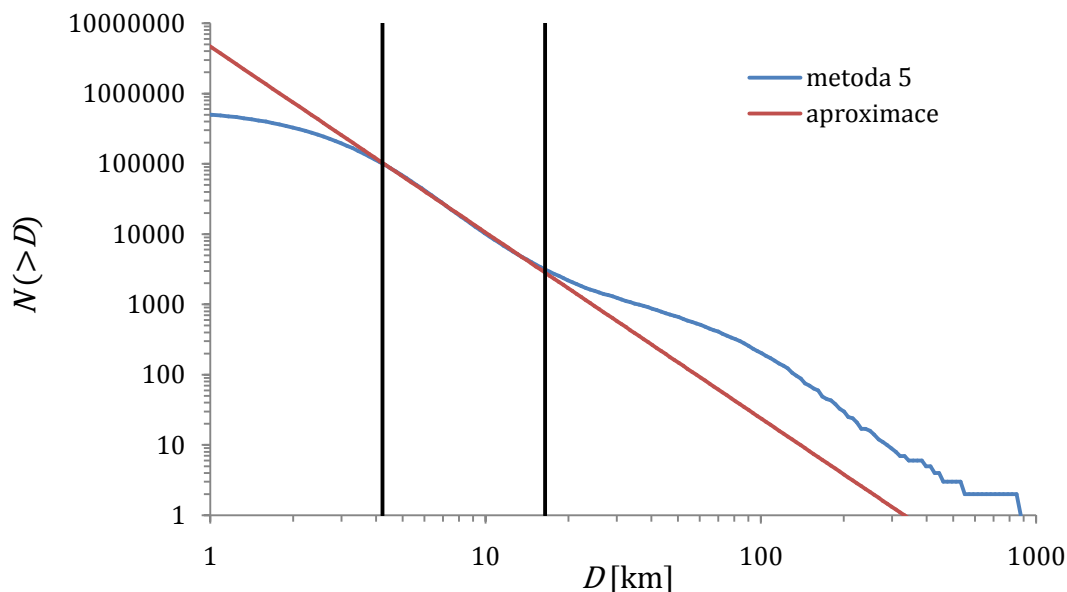
Za povšimnutí také stojí, že pro velké průměry $D > 20$ km se v každém grafu na zmíněných histogramech vyskytuje vlna. Nelze proto vyloučit výskyt obdobných vln pro planetky s průměrem menším než je limit observační nedostatečnosti, a tedy ani odlišnost vypočteného výsledku od skutečného počtu planetek. Jak již bylo zmíněno v kapitole 4.2, metodu 5 považujeme za nejvhodnější, a proto k výpočtu počtu planetek pozorovatelných pomocí LSST v kapitole 6.2 ostatní metody přímo nepoužijeme, ale zohledníme je v intervalu nejistoty.



Obrázek 10: Kumulativní histogram četnosti $n(>D)$ planetek s průměrem větším než D . Neznámé průměry u planetek byly vypočteny ze vztahu (32) po dosažení albed přiřazených pomocí metody 1 (popsané v kap. 4). Graf byl aproximován přímkou danou rovnicí (37), přičemž svislé čáry označují příslušný interval (3,45 km; 13,58 km). Koeficienty aproximace jsou $k_1 = -2,481 \pm 0,004$ a $k_2 = 6,397 \pm 0,003$.



Obrázek 11: Kumulativní histogram četnosti $n(>D)$ planetek jako na obr. 10, ovšem s tím rozdílem, že albeda byla přiřazena pomocí 3. metody (popsané v kap. 4) a graf byl aproximován v intervalu (2,04 km; 13,58 km), přičemž koeficienty příslušné aproximace jsou $k_1 = -2,471 \pm 0,002$ a $k_2 = 6,362 \pm 0,002$.



Obrázek 12: Kumulativní histogram četnosti $n(> D)$ planetek jako na obr. 10, ovšem s tím rozdílem, že albedo byla přiřazena pomocí 5. metody (popsané v kap. 4) a graf byl aproximován v intervalu (4,23 km; 16,45 km), přičemž koeficienty příslušné aproximace jsou $k_1 = -2,646 \pm 0,003$ a $k_2 = 6,671 \pm 0,003$.

6.2. Odhad počtu planetek hlavního pásu pozorovatelných pomocí LSST

Planetky hlavního pásu tvoří více než 90 % doposud objevených planetek. Pro tuto skupinu planetek je možné odhadovat počet planetek pozorovatelných pomocí dalekohledu LSST. Redukovanou hvězdnou velikost planetky $H(\alpha)$ lze vypočítat ze zjevné hvězdné velikosti V s využitím vztahu:

$$H(\alpha) = V - 5 \log r\Delta, \quad (38)$$

kde r označuje vzdálenost planetky od Slunce, Δ vzdálenost planetky od Země a α fázový úhel (tj. úhel, který svírají Slunce a Země při pohledu z planetky). V odstavci 3.2 byla vypočtena mezní hvězdná velikost m_{LSST} dalekohledu LSST. Abychom vypočetli střední odhad, jaká bude redukovaná hvězdná velikost planetky, kterou bude dalekohled LSST v dané vzdálenosti r a při daném fázovém úhlu α ještě schopen pozorovat, dosadíme do vztahu (38) za V mezní hvězdnou velikost m_{LSST} v oboru V z tabulky 9 a za r a Δ níže specifikované charakteristické hodnoty pro hlavní pás. Fázový úhel planetky souvisí se vzdáleností planetky od Země podle kosínové věty:

$$(1 \text{ AU})^2 = \Delta^2 + r^2 - 2r\Delta \cos \alpha. \quad (39)$$

Vyřešením rovnice (39) pro Δ dostaneme (uvažujeme-li, že planetky jsou pozorovatelné okolo opozice se Sluncem):

$$\Delta = r \cos \alpha - \sqrt{(1 \text{ AU})^2 - r^2 \sin^2 \alpha}. \quad (40)$$

Absolutní hvězdnou velikost planety H lze vypočítat z redukované hvězdné velikosti H_α s využitím standardního vztahu [28]:

$$H = H_\alpha + 2,5 \log[(1 - G)\psi_1(\alpha) + G\psi_2(\alpha)], \quad (41)$$

kde $\psi_i = e^{-A_i(\tan\frac{\alpha}{2})^{B_i}}$, $i=1$ nebo 2 , $A_1 = 3,33$, $A_2 = 1,87$, $B_1 = 0,63$, $B_2 = 1,22$, parametr G souvisí s opozičním jevem (vzrůstem jasnosti planety v opozici).

Do rovnice (40) dosadíme za r aritmetický průměr velkých poloos drah $\bar{a} = 2,68 \text{ AU}$ pro planety uvedené v [4] a za α aritmetický průměr fázových úhlů $\bar{\alpha} = 13,2^\circ$ planetek s velkou poloosou v intervalu $(\bar{a} - 0,1; \bar{a} + 0,1)$ uvedených v databázi [27], která byla vytvořena na základě dat získaných z pozemského dalekohledu CASLEO. Do vztahu (41) dosadíme za α též úhel $\bar{\alpha} = 13,2^\circ$ a za hodnotu parametru G dosadíme předpokládanou střední hodnotu $\bar{G} \doteq 0,15$. Předpokládaný průměr D_{LSST} planety, kterou bude dalekohled LSST v dané vzdálenosti r a při daném fázovém úhlu α ještě schopen pozorovat, poté vypočteme z rovnice (32), kam dosadíme aritmetický průměr albed $\bar{p}_V \doteq 0,14$ a absolutní hvězdnou velikost H vypočtenou ze vztahu (41). Výsledný mezní průměr je tedy $D_{\text{LSST}} = (263 \pm 53) \text{ m}$.

Předpokládaný počet $n(> D_{\text{LSST}})$ planetek hlavního pásu pozorovatelných dalekohledem LSST vypočteme z upravené rovnice (37):

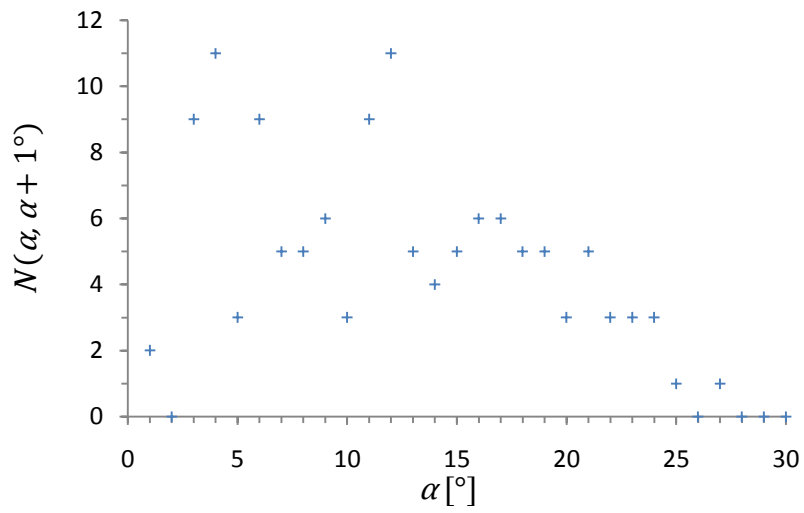
$$n(> D_{\text{LSST}}) = 10^{k_1 \log[D_{\text{LSST}}]_{\text{km}} + k_2}. \quad (42)$$

Dostaneme výsledek $n(> D_{\text{LSST}}) = (160 \pm 118) \cdot 10^6$. Při výpočtu nejistoty počtu planetek $n(> D_{\text{LSST}})$ jsme zohlednili pět různých metod přiřazení albeda, o kterých je podrobně pojednáno v kap. 4. Nejistotu jsme přitom určili jako maximální rozdíl mezi středními hodnotami zmíněného počtu $n(> D_{\text{LSST}})$.

Vypočtený mezní průměr D_{LSST} planety hlavního pásu můžeme nyní prostřednictvím tabulky 10 v kap. 4 porovnat s mezními průměry pro jiné skupiny planetek. Jupiterovy Trojané jsou přibližně 2 krát vzdálenější od Slunce než planety hlavního pásu, což odpovídá tomu, že by pomocí LSST bylo možno pozorovat až pět krát menší planetku z hlavního pásu než ze skupiny Jupiterovy Trojané. Trans-neptunické planety jsou od Slunce přibližně 17 krát vzdálenější než planety hlavního pásu. Pro trans-neptunické planety je mezní průměr přibližně 430 krát větší než pro planetku hlavního pásu. Vypočtený mezní průměr D_{LSST} planety tedy podstatně závisí na dosazované vzdálenosti.

Stejným způsobem jakým jsme vypočetli D_{LSST} , vypočteme průměr $D_{\text{LSST}}^{\text{min}}$ nejmenší pozorovatelné planety, která bude pro pozorování v příhodné pozici, ovšem s tím rozdílem, že dosadíme do vztahu (40) $\alpha = 0^\circ$ a za r aritmetický průměr perihelových vzdáleností $\bar{q} = 2,29 \text{ AU}$. Poté dostaneme hodnotu $D_{\text{LSST}}^{\text{min}} = (111 \pm 23) \text{ m}$.

Z diferenciálního histogramu četností převzatých fázových úhlů znázorněného na obr. 13 je patrné, že rozdělení četností fázových úhlů není symetrické natož gaussovské, a tedy lze říci, že výsledný počet $n(> D_{\text{LSST}})$ může být zatížen systematickou nejistotou způsobenou použitím aritmetického průměru $\bar{\alpha}$ ve výpočtu vzdálenosti Δ planety od Země.



Obrázek 13: Diferenciální histogram četností fázových úhlů planetek v databázi [27] pro hlavní pás.

7. Závěr

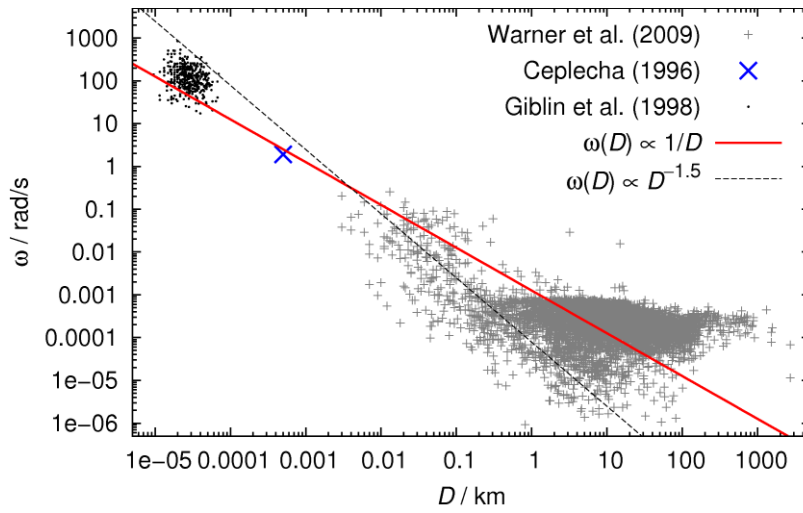
V této práci jsme popsali velký přehlídkový dalekohled LSST, který bude v dohledné budoucnosti uveden do provozu. V kapitole 2 podáváme přehled zejména o optické konstrukci, kameře CCD a fotometrických filtrech, protože tyto vlastnosti jsou určující pro následující výpočty.

V kapitole 3 jsme ukázali metodu, kterou lze výpočítat mezní hvězdnou velikost $m_{\text{LSST}} = (24,9 \pm 0,4)$ mag v oboru V dalekohledu na základě teorie signálu a šumu. Použili jsme přitom nezávislou kalibraci hvězdných velikostí v jednotlivých oborech U, B, V, R, I, respektive v instrumentálních oborech u, g, r, i, z.

Na základě efemerid několika známých planetek a známé observační strategie a kadence pozorování LSST jsme vypočítali, že jedna planetka bude za předpokládanou dobu fungování LSST pozorována přibližně 370 krát. Ukázali jsme, že dalekohled poskytne mnoho astrometrických dat, které budou sloužit k přesnému výpočtu elementů drah planetek.

Pro posouzení možných aplikací ve fyzice malých těles potřebujeme znát příslušné počty těles daných rozměrů. Jako vstupní data nám posloužila informace o 570 752 planetkách hlavního pásu ze stávajících databází MPC a WISE. Albedo a průměr planetky známe jen pro některé planetky, a proto jsme „zbytku“ planetek několika různými metodami přiřadili albeda. Sestrojili jsme pak histogram rozdělení velikostí planetek hlavního pásu a aproximovali jej mocninnou závislostí. Extrapolací počtu planetek směrem k menším rozměrům jsme odhadli počet planetek, které budou pozorovatelné dalekohledem LSST. Využili jsme přitom vypočtenou mezní hvězdnou velikost LSST v oboru V. Vypočetli jsme mezní průměr $D_{\text{LSST}} = (263 \pm 53)$ m planetky hlavního pásu, kterou bude dalekohled LSST ještě schopen pozorovat. S vysokou pravděpodobností bude objeveno $n(> D_{\text{LSST}}) = (160 \pm 118) \cdot 10^6$ planetek, což je přibližně 280 krát více planetek, než jich je doposud známo. Výše uvedené parametry dalekohledu bezpochyby otevírají nové aplikace ve fyzice malých těles sluneční soustavy, například:

1. orbitální dynamika sub–kilometrových těles (určovaná mj. Jarkovského jevem o kterém je pojednáno v [32]);
2. rotační dynamika týchž těles, určovaná zejména tepelnými momenty (YORP jevem) a vzájemnými srážkami [33];
3. rozvoj kolizních modelů se zohledněním malých projektilů a úplnější kolizní kaskádou [34];
4. upřesnění závislosti rotačních frekvencí na průměru (viz obr. 14);
5. objevy malých mladých rodin planetek [35];
6. řídká fotometrie [36], umožňující dřívější jednoznačné řešení periody a nalezení tvaru (resp. konvexní obálky)



Obrázek 14: Závislost rotační frekvence ω na průměru D planety dle dat z práce Warner et al. (2009). Data pro objekty menší než 0,001 km jsou pro bolid Lost City (Ceplecha 1996) respektive pro laboratorní experimenty (Giblin et al. 1998).

8. Reference

Reference jsou řazeny podle pořadí citací v textu.

- [1] HOCKEY, T., K. BRACHER, M. BOLT, V. TRIMBLE, R. JARRELL, J.A. PALMERI, J.D. MARCHÉ, T. WILLIAMS a F.J. RAGEP. *The biographical encyclopedia of astronomers*. New York: Springer, 2007, s. 60. ISBN 978-0-387-30400-7.
- [2] TICHÝ, M. Objev planety Ceres Ferdinandea. In: *PLANETKY.cz* [online]. České Budějovice: Observatoř Klet', 8. 7. 2008 [cit. 2013-07-30]. ISSN 1214-6196. Dostupné z: <http://www.planetky.cz/article.php3?sid=223&mode=thread&order=0&thold=0>
- [3] LEVERINGTON, D. *Babylon to Voyager and beyond: a history of planetary astronomy*. New York: Cambridge University Press, 2003. ISBN 05-210-0461-6.
- [4] *IAU Minor Planet Center* [online]. 2013 [cit. 2013-07-30]. Dostupné z: <http://www.minorplanetcenter.net/>
- [5] IVEŽIĆ, Z., THE LSST COLLABORATION. *LSST: from Science Drivers to Reference Design and Anticipated Data Products* [arXiv:0805.2366v2]. 2011. Dostupné z: <http://arxiv.org/abs/0805.2366>
- [6] *LSST / The New Sky* [online]. [cit. 2013-09-20]. Dostupné z: <http://www.lsst.org/lsst/gallery>
- [7] IVEŽIĆ, Z., L. JONES a R. LUPTON. *The LSST Photon Rates and SNR Calculations, v1.2*. 1. 5. 2010. Dostupné z: <http://www.astro.washington.edu/users/ivezic/Astr511/>
- [8] LSST SCIENCE COLLABORATIONS. *LSST Science Book*. Version 2.0. LSST Corporation, 2009. Dostupné z: <http://www.lsst.org/lsst/scibook>
- [9] RADEKA, V., J. FRANK, J. C. GEARY, D. K. GILMORE, I. KOTOV, P. O'CONNOR, P. TAKACS a J. A. TYSON. LSST sensor requirements and characterization of the prototype LSST CCDs. *Journal of Instrumentation*. 2009, 4, 3.
- [10] LESSER, M. P., J. A. TYSON, S. WOLFF. Focal Plane Technologies for LSST. *SPIE*. 12/2002, s. 240–246.
- [11] LSST Docushare Collection-1777, V1. March 1, 2010
- [12] BROŽ, M. Teorie signálu a šumu. *Povětroň*. 2008, 16, S1. ISSN 1213-6697.

- [13] FUKUGITA, M., T. ICHIKAWA, J. E. GUNN, M. DOI, K. SHIMASAKU a D. P. SCHNEIDER. The Sloan Digital Sky Survey Photometric System. *The Astronomical Journal*. 1996, 111, s. 1748–1756.
- [14] JOHNSON, H. L., R. I. MITCHELL, B. IRIARTE a W. Z. WISNIEWSKI. UBVRIJKL Photometry of the Bright Stars. Communications of the Lunar and Planetary Laboratory, 1966, 4, 63.
- [15] SMITH, K. C. a M. M. DWORETSKY. Elemental Abundances in Normal Late B-Stars and Hgmn-Stars from Co-Added IUE Spectra – Part One – Iron Peak Elements. *Astronomy and Astrophysics*. 1993, 274, 2.
- [16] HILL, G. M. a J. D. LANDSTREET. Compositional Differences among the A-Type Stars – Part One – Six Narrowlined Stars. *Astronomy and Astrophysics*. 1993, 276, 1, s. 142–160.
- [17] VENN, K. A. a D. L. LAMBERT. The chemical composition of three Lambda Bootis stars. *The Astrophysical Journal*. 1990, 363, s. 234–244.
- [18] ADELMAN, S. J. a A. F. GULLIVER. An elemental abundance analysis of the superficially normal A star VEGA. *The Astrophysical Journal*. 1990, 348, s. 712–717.
- [19] SADAKANE, K., M. NISHIMURA a R. HIRATA. Analysis of the ultraviolet spectrum (2000 Å to 3000 Å) of VEGA. *Publications of Astronomical Society of Japan*, 1986, 38, 2. ISSN 0004-6264.
- [20] OKE, J. B. a R. E. SCHILD. The Absolute Spectral Energy Distribution of Alpha Lyrae. *The Astrophysical Journal*. 1970, 161, s. 1015–1023.
- [21] BOTTKKE, W. F., A. CELLINO, P. PAOLICCHI a R. P. BINZEL. *Asteroids III*. Tucson: University of Arizona Press, 2002. ISBN 08-165-2281-2.
- [22] MASIERO, J. R., A. K. MAINZER, T. GRAV, J. M. BAUER, R. M. CUTRI, J. DAILEY, P. R. M. EISENHARDT, R. S. MCMILLAN, T. B. SPAHR, M. F. SKRUTSKIE, D. THOLEN, R. G. WALKER, E. L. WRIGHT, E. DEBAUN, D. ELSBURY, T. GAUTIER, S. GOMILLION a A. WILKINS. Main Belt Asteroids with WISE/NEOWISE I: Preliminary Albedos and Diameters. *The Astrophysical Journal*. 2011, 741, 2, s. 68–87.
- [23] LSST Timeline | LSST. *LSST / The New Sky* [online]. [cit. 2013-09-23]. Dostupné z: <http://www.lsst.org/lsst/science/timeline>
- [24] HORIZONS Web-Interface. *NASA Jet Propulsion Laboratory* [online]. [cit. 2013-09-23]. Dostupné z: <http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>

- [25] CLAVER, C. F., LSST SYSTEMS ENGINEERING GROUP. Observatory System Specifications, V3.0. 2013.
- [26] JONES, L., Ž. IVEZIĆ, D. BURKE a T. AXELROD. Level 2 Photometric Calibration for the LSST Survey. 7/8/11, Docushare–8123.
- [27] GIL-HUTTON, R. a M. CAÑADA-ASSANDRI. Polarimetric survey of main-belt asteroids. *Astronomy & Astrophysics*. 2012, 539.
- [28] BUCHHEIM, R. K. Methods and Lessons Learned Determining the H-G Parameters of Asteroid Phase Curves. *The Society for Astronomical Sciences 29th Annual Symposium on Telescope Science*. Big Bear Lake: Society for Astronomical Sciences, 2010, s. 101–115.
- [29] WARNER, B. D., A. W. HARRIS a P. PRAVEC. The asteroid lightcurve database. *Icarus*. 2009, 202, 1, s. 134–146.
- [30] CEPLECHA, Z. Luminous efficiency based on photographic observations of the Lost City fireball and implications for the influx of interplanetary bodies onto Earth. *Astronomy and Astrophysics*. 1996, 311, s. 329–332.
- [31] GIBLIN, I. The Properties of Fragments from Catastrophic Disruption Events. *Icarus*. 1998, 134, 1, s. 77–112.
- [32] BOTTKÉ, W. F., D. VOKROUHLICKÝ, D. P. RUBINCAM a D. NESVORNÝ. THE YARKOVSKY AND YORP EFFECTS: Implications for Asteroid Dynamics. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*. 2006, 34, 1, s. 157–191.
- [33] VOKROUHLICKÝ, D., S. BREITER, D. NESVORNÝ a W.F. BOTTKÉ. Generalized YORP evolution: Onset of tumbling and new asymptotic states. *Icarus*. 2007, 191, 2, s. 636–650.
- [34] MORBIDELLI, Alessandro, W. F. BOTTKÉ, D. NESVORNÝ a H. F. LEVISON. Asteroids were born big. *Icarus*. 2009, 204, 2, s. 558–573.
- [35] MASIERO, Joseph R., A. K. MAINZER, J. M. BAUER, T. GRAV, C. R. NUGENT a R. STEVENSON. ASTEROID FAMILY IDENTIFICATION USING THE HIERARCHICAL CLUSTERING METHOD AND WISE /NEOWISE PHYSICAL PROPERTIES. *The Astrophysical Journal*. 2013, 770, 1.
- [36] HANUŠ, J., J. ĎURECH, M. BROŽ, A. MARCINIAK, B. D. WARNER, F. PILCHER, R. STEPHENS, R. BEHREND, B. CARRY, D. ČAPEK, P. ANTONINI, M. AUDEJEAN, K. AUGUSTESEN, E. BARBOTIN, P. BAUDOIN, A. BAYOL, L. BERNASCONI, W. BORCZYK, J.-G. BOSCH, E. BROCHARD, L. BRUNETTO, S. CASULLI, A. CAZENAVE, S. CHARBONNEL, B. CHRISTOPHE, F. COLAS, J. COLOMA, M. CONJAT, W. COONEY, H. CORREIRA, V. COTREZ, A. COUPIER,

R. CRIPPA, M. CRISTOFANELLI, Ch. DALMAS, C. DANAVARO, C. DEMEAUTIS, T. DROEGE, R. DURKEE, N. ESSEIVA, M. ESTEBAN, M. FAGAS, G. FARRONI, M. FAUVAUD, S. FAUVAUD, F. DEL FREO, L. GARCIA, S. GEIER, C. GODON, K. GRANGEON, H. HAMANOWA, H. HAMANOWA, N. HECK, S. HELLMICH, D. HIGGINS, R. HIRSCH, M. HUSARIK, T. ITKONEN, O. JADE, K. KAMIŃSKI, P. KANKIEWICZ, A. KLOTZ, R. A. KOFF, A. KRYSZCZYŃSKA, T. KWIATKOWSKI, A. LAFFONT, A. LEROY, J. LECACHEUX, Y. LEONIE, C. LEYRAT, F. MANZINI, A. MARTIN, G. MASI, D. MATTER, J. MICHAŁOWSKI, M. J. MICHAŁOWSKI, T. MICHAŁOWSKI, J. MICHELET, R. MICHELSEN, E. MORELLE, S. MOTTOLA, R. NAVES, J. NOMEN, J. OEY, W. OGŁOZA, A. OKSANEN, D. OSZKIEWICZ, P. PÄÄKKÖNEN, M. PAIELLA, H. PALLARES, J. PAULO, M. PAVIC, B. PAYET, M. POLIŃSKA, D. POLISHOOK, R. PONCY, Y. REVAZ, C. RINNER, M. ROCCA, A. ROCHE, D. ROMEUF, R. ROY, H. SAGUIN, P. A. SALOM, S. SANCHEZ, G. SANTACANA, T. SANTANA-ROS, J.-P. SAREYAN, K. SOBKOWIAK, S. SPOSETTI, D. STARKEY, R. STOSS, J. STRAJNIC, J.-P. TENG, B. TRÉGON, A. VAGNOZZI, F. P. VELICHKO, N. WAELCHLI, K. WAGREZ a H. WÜCHER. Asteroids' physical models from combined dense and sparse photometry and scaling of the YORP effect by the observed obliquity distribution. *Astronomy & Astrophysics*. 2013, 551.