

Název práce: Hausdorffova dimenze a podmnožiny eukleidovského prostoru

Autor: Tomáš Salač

Katedra (ústav): Katedra matematické analýzy

Vedoucí bakalářské práce: Prof. RNDr. Miroslav Hušek, DrSc.

e-mail vedoucího: miroslav.husek@mff.cuni.cz

Abstrakt: Felix Hausdorff svou prací datovanou do roku 1919 o míře a dimenzi navazoval na práce svých současníků jako byli Borel, Lebesgue, Carathéodory a další. Jeho definice pojmu dimenze umožňovala množinám přiřadit i neceločíselnou hodnotu. To ilustroval na Cantorově diskontinuu, jehož dimenzi vyčíslil na $\log 2 / \log 3$.

Nicméně pojem Hausdorffovy dimenze zapadl. Uplatnění našel znovu se studiem fraktálů, jehož rozmach můžeme zařadit do doby poměrně nedávné, dejme tomu 70. léta 20. století. Za fraktál se považuje množina s jemnou a nepravidel-nou strukturou. To samozřejmě není žádná korektní definice, podle které bychom mohli rozhodnout, zda taková studovaná množina je nebo není. Benoit Mandelbrot charakterizoval fraktál jako množinu, jejíž topologická dimenze je ostře menší než Hausdorffova dimenze. Tato definice na druhou stranu nepokrývá celou řadu objektů, které bychom jinak jako fraktál označili. I přesto toto drobné úskalí se s tímto pojmem setkáváme v mnoha technických nebo přírodovědeckých oborech.

V této práci bych chtěl především ukázat na některé vlastnosti fraktálů, které mohou člověka, který se s nimi dříve neseťkal, překvapit. To bych chtěl ilustrovat na dvou příkladech. Oba souvisí s reprezentací komplexních čísel a v obou hraje důležitou roli pojem stejnorodosti.

V první kapitole jsou uvedeny definice a věty, které budu později v textu používat. Jedná se vesměs o základní pojmy, které jsou k nalezení v každé učebnici o míře a integrálu. Já jsem čerpal z knihy THE GEOMETRY OF FRACTAL SETS od K.J. Falconera. Všechny věty, které jsou zde bez důkazu uvedeny, byly převzaty právě z této knihy. Ve druhé a třetí kapitole jsou pak uvedeny oba příklady fraktálních množin, které jsem našel v knize MEASURE, TOPOLOGY, AND FRACTAL GEOMETRY od Edgara. Mnohé užitečné postřehy a poznámky jsem našel v knihách FRACTALS EVERYWHERE, THE FRACTALS FOR THE CLASSROOM.

Klíčová slova: Stejnopodobnost