

Posudek disertační práce

Mgr. Ondřej Honzl: On selected geometric properties of Brownian motion paths.

Brownův pohyb je velmi rozšířený a hojně studovaný model v matematice i aplikacích. Přesto je řada geometrických vlastností dosud neznámá a četné problémy jsou otevřené. Cílem práce bylo studovat některé s takovýchto problémů pro Brownovu trajektorii zejména v rovině. Výsledná práce zachycuje bádání doktoranda ve třech oblastech.

V kapitole 2 je sledována velikost množiny kritických hodnot vzdálenosti k trajektorii rovinného Brownova pohybu. Z obecných výsledků vyplývá, že množina kritických hodnot má Hausdorffovu dimenzi nejvýše $1/2$. Pan Mgr. Honzl se pokoušel dokázat, že pro Brownův pohyb je množina kritických hodnot dokonce spočetná, a to zejména díky vlastnosti nezávislosti přírůstků Wienerova procesu. Hypotézu se bohužel dokázat nepodařilo a zůstává otevřeným problémem, v práci je ukázán související, ale slabší výsledek o velikosti množiny dvojic bodů trajektorie s tečnými směry obsaženými v polorovině. Výsledek byl publikován ve sborníku WDS.

Kapitola 3 je věnována studiu velikosti povrchu tzv. "Wiener sausage", tedy množiny bodů ležící ve vzdálenosti nejvýše r od trajektorie, konkrétně asymptotickému chování této velikosti při parametru vzdálenosti limitně jdoucím k nule. Je zde odvozeno asymptotické chování skoro jistě v dimenzi 3 a vyšší. Jedná se o nový výsledek, jeho důkaz však není založen na speciálních vlastnostech Brownova pohybu, nýbrž plyne z obecných geometrických vlastností funkce vzdálenosti. Výsledek byl publikován v našem společném článku v Czechoslovak Math. J., podíl pana Honza je minimálně 50%. Asymptotické chodání délky hranice v dimenzi 2 z obecné teorie neplyne a zůstává otevřeným problémem.

Motivací ke čtvrté kapitole je otázka, jak se chová asymptoticky počet souvislých komponent doplňku paralelního okolí Brownovy trajektorie ("Wiener sausage") v dimenzi 2, při poloměru vzdálenosti jdoucím k nule. Východiskem jsou výsledky o asymptotice počtu souvislých komponent Brownovy trajektorie od T.S. Mountforda a J.-F. Le Gall. Pan Honzl adaptoval Le Gallovu metodu pro paralelní okolí a odvodil výsledek, který však bohužel nestačí k plné znalosti asymptotiky. Nicméně jedná se o postupný krok k řešení těžkého problému. Uvedený postup je technicky náročný a využívá stochastických vlastností trajektorie.

Pan Honzl odvedl při přípravě dizertace náročnou práci. Ačkoliv finální výsledky nejsou příliš silné a definitivní, dizertace je cenným studijním materiálem a inspirací pro další výzkum. Práce je slušně a srozumitelně napsána, byť angličtina není dokonalá.

Doporučuji práci uznat jako disertační k udělení titulu PhD.

Praha, 5.11.2012

prof. RNDr. Jan Rataj, CSc.
Matematický ústav MFF UK
Sokolovská 83, 186 75 Praha 8
rataj@karlin.mff.cuni.cz