

Posudek doktorské disertační práce P. Frankoka, Several Dirac operators in Parabolic Geometry

October 6, 2006

Preloženaá disertační práce je rozdělena do několika kapitol.

První čtyři kapitoly jsou úvodem do struktury teorie Lieových algeber, teorie reprezentací a konstrukce invariantních diferenciálních operátorů. Speciálně jsou diskutovány základní vlastnosti Verma modulu jakožto univerzálních modulu s nejvyšší vahou a kritéria existence homomorfismu mezi nimi.

Ve čtvrté kapitole je zopakována konstrukce homomorfismu zobrazených Verma modulu, druhé odpovídající Dirakovi operátoru v konformní geometrii. Tento případ je zobrazen na příklad dikazi existence standardních homomorfismu zobrazených Verma modulu pro operátor studovaný v Cliffordově analýze a nazývaný "více Dirakových operátorů".

V páté kapitole jsou zkonstruovány pro speciální singulární váhu a vhodnou parabolickou podalgebru speciální ortogonální Lieovy algebry: singulární Hasseho diagramy. Zde autor popisuje, užitím vhodné indukční metody, matematickou kompozitní strukturu těchto singulárních Hasseových diagramů.

V poslední, šesté kapitole jsou analyzovány tzv. extrémální vektory Verma modulu, tj. vektory, které umožňují definovat homomorfismy Verma modulu v případě výše zmíněných "více Dirakových operátorů". Tyto extrémální vektory obsahují v první gradované části právě akci "více Dirakových operátorů" (vyjádřenou pomocí koronových prvků). Některé z jiných odpovědíajících homomorfismu jsou nestandardní.

Preloženaá práce je kvalitní a obsahuje nové výsledky. Jak již bylo zmíněno v předchozím přehledu, mezi hlavními patří, v páté kapitole, struktura Hasseových diagramů ve stabilních případech sudých ortogonálních parabolických geometrií (navíc je diskutován i nestabilní případ) a všechny případy lhbých ortogonálních parabolických geometrií. V šesté kapitole je spočten extrémální vektor, pro BGG posloupnost v singulárním charakteru, nestandardního operátoru druhého řádu. Tyto výsledky tak zavazují realizaci třídy operátorů, studovaných v Cliffordově analýze, prostřednictvým parabolických geometrií a tím mj. umožňují dáležt jejich konanickou invarianti.

Co se týče jazykové a stylistické úrovně disertační práce, v práci lze narazit na překlepy či špatné formátace, které ztěžují její četění, např.

- str. 2, předposlední paragraf s formulací "Hilbert syzygy Groebner bases".
- str. 12, poslední veta by nemela začít slovem Simplex.
- str. 13, první veta by nemela obsahovat slovo maximal, ale universal.
- str. 13, za rovnicí (2.2) má být plurál a ne singular.
- str. 17, ke konci dikazi chybí index i u e_i .
- str. 18, v prvníu paragrafu chybí závorka u X .
- str. 20, mírně matoucím dojmem působí používání výrazů Generalized Verma modules, True Verma modules a Verma modules.
- str. 22, v prvníu paragrafu má být subalgebra místo subgroup.
- str. 37, v posledním paragrafu má být preserves místo fixes.

- str. 38, ve větě začínající The reductive part... chybí is,
- str. 48, v příkladu 5.2.1. má být the místo to,

atd. Podobně lze najít nepřesné nebo špatné odborné formulace, např.

- str. 3, v prostředním paragrafu se mluví o centru P , to je však triviální,
- str. 15, akce p na elementu Verma modulu je špatně zapsaná,
- str. 37, tvrzení o jednoduché souvislosti spinových grup v dolním paragrafu není správně,
- str. 38, v prostředním paragrafu je jakési l , které by mělo být určeno,
- str. 79, v prostřední neočíslované rovnici by měly být na obou stranách tytéž funkce, tj. h_1, h_2 nebo g_1, g_2 .

atd. Všechny tyto zmíněné nedostatky však lze poměrně jednoduše odstranit.

Závěrem bych rád zformuloval několik otázek, které mě napadly při studiu práce:

- Je autorovi zřejmé, jak souvisí nestandardní homomorfismy popisované v práci s jejich realizací prostřednictvím techniky nazývané dvojnásobná fibrace ev. Penroseova transformace?
- Výpočty v závěrečné sekci představují zdoluhavé ověřování akcí všech relevantních kořenových prostorů a jde spíš o algoritmický problém. Nebylo by možné studovat tento typ problémů, mj. extrémálních vektorů, pomocí vhodných softwarových balíčků?
- Nebylo by možné generovat mnohé další "zajímavé" operátory ev. celé komplexy operátorů pomocí translace (translačního principu) ve směru singulárních vah se stabilizátorem ve Weylově grupě isomorfním stabilizátoru výchozí singulární váhy (např. té, studované v práci autora)?

Domnívám se, že předložená práce splňuje všechny předpoklady k tomu, aby byla uznána jako doktorská disertační práce.

Petr Somberg, MÚ MFF UK

