

Posudek vedoucího bakalářské práce

Martina Vaváčková: Souvislé kompaktifikace

Konektifikace topologického prostoru X je souvislý topologický prostor Y , obsahující daný prostor jako hustý podprostor. Požadujeme-li, aby prostor Y splňoval dodatečný požadavek navíc, ukazuje se, že zesílení požadavku výrazně omezuje naše možnosti. Každý T_0 -prostor má T_0 -konektifikaci. Avšak T_1 -prostor má T_1 -konektifikaci tehdy a jen tehdy, nemá-li výchozí prostor izolované body. Sorgenfreyova přímka má Hausdorffovu konektifikaci, avšak nemá žádnou souvislou kompaktifikaci (A. Emeryk, W. Kułpa, 1977). Tato nejobtížnější úloha, souvislé kompaktifikace, je předmětem předkládané práce.

Práce obsahuje tři hlavní výsledky: Prvním je autorčin výklad věty Jana Pelanta, která říká, že žádný nespočetný podprostor Sorgenfreyovy přímky nemá souvislou kompaktifikaci, avšak ve verzi, kdy se uvažuje “Sorgenfreyizace” libovolného lineárně uspořádaného prostoru, tedy ne nutně reálné přímky. Druhý výsledek se týká Tichonovských prostorů s konečným počtem komponent. Jednoduché pozorování říká, že k existenci souvislé kompaktifikace je nutné, aby žádná komponenta nebyla kompaktní. Následuje charakterizace maximálních souvislých prostorů, majících pouze konečný počet komponent, z nichž žádná není kompaktní. Maximální znamená, že množina spojitých reálných funkcí, které lze na kompaktifikaci spojitě rozšířit, je maximální při uspořádání daném inkluzí. Toto je nový, dosud nepublikovaný výsledek, stejně jako třetí hlavní výsledek práce, hovořící o maximální souvislé kompaktifikaci prostoru racionálních čísel. Souvislá kompaktifikace prostoru racionálních čísel je maximální právě když množina všech spojitých reálných funkcí, které lze na kompaktifikaci rozšířit, je maximální podmnožinou množiny všech spojitých reálných funkcí takovou, že v ní každá konečná podmnožina \mathcal{F} má souvislý uzávěr diagonálního součinu v prostoru $[0, 1]^{\mathcal{F}}$. Současně autorka uvádí příklady, ukazující, že existují n -tice spojitých funkcí $\mathbb{Q} \rightarrow [0, 1]$, nemající souvislý uzávěr diagonálního součinu, přestože všechny $(n - 1)$ -tice ano.

Práce je sepsána velice pečlivě, prakticky bez překlepů a bez nejasností. Autorka ve stručnosti cituje klasické věty z topologie, které bude v dalším výkladu potřebovat, čímž čtenáři čtení práce značně usnadňuje.

Závěr. Předložená bakalářská práce svědčí o tom, že slečna Martina Vaváčková kvalitně zvládla zvolenou problematiku, prokázala jak schopnost samostatné práce s literaturou, tak schopnost podat srozumitelný a logicky bezchybný výklad. Doporučuji tuto diplomovou práci klasifikovat stupněm

V Praze, 20. srpna 2013

Prof. RNDr Petr Simon, DrSc.