

# UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE – PEDAGOGICKÁ FAKULTA

## KATEDRA MATEMATIKY A DIDAKTIKY MATEMATIKY

### POSUDEK **OPONENTA** BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Autor práce	<i>Petr Hanzal</i>
Název práce	<i>Praktické úlohy řešené kvadratickými rovnicemi</i>
Autor posudku	<i>Mgr. Derek Pilous</i>

	Kritérium hodnocení	Hodnocení 1 – 10 bodů *)
1.	<b>Formulace cílů</b> (cíle jsou jasně formulované a adekvátní typu a charakteru práce).	8
2.	<b>Prostředky k dosažení cílů</b> (použité metody jsou vhodné vzhledem k cílům a dalším parametrům práce).	5
3.	<b>Postup řešení</b> (postup zpracování odpovídá zvoleným cílům a metodám práce, text je jasně a logicky strukturován).	6
4.	<b>Splnění cílů</b> (cíle práce byly splněny v přiměřeném rozsahu a na úrovni, která odpovídá charakteru práce).	4
5.	<b>Orientace autora v pojednávané problematice</b> (práce odráží znalost relevantních pramenů a literatury).	10
6.	<b>Originalita zpracování</b> (práce vykazuje prvky, které svědčí o tvůrčím zaujetí autora a o jeho samostatném uvažování o řešené problematice).	5
7.	<b>Obsahová náplň</b> (volba obsahových prvků práce je relevantní, jsou postiženy jejich vzájemné vazby a souvislosti a obsah vytváří logický celek).	5
8.	<b>Úroveň jazykového projevu</b> (pravopisná a stylistická úroveň odpovídá nárokům na závěrečnou práci, terminologie je korektní a jednotná).	8
9.	<b>Práce s informačními zdroji, dodržení formálních pravidel</b> (zdroje v přiměřeném množství jsou vhodně zvoleny a správně citovány a interpretovány; práce má náležitou úpravu a respektuje příslušné normy).	5
10.	<b>Přínos práce</b> (výsledky práce mohou nalézt konkrétní smysluplné uplatnění v teorii či praxi daného oboru).	3

\*) 1 bod vyjadřuje nejnižší možnou úroveň splnění daného kritéria, 10 bodů nejvyšší možnou úroveň

Otázky k obhajobě	
1.	Komu je práce určena a proč?
2.	Zná autor odvození elementárních Viětových vzorců bez použití hlubších výsledků z algebry?
3.	Jak autor chápe „praktičnost“ uvedených úloh?
Poznámky	

Cílem předložené práce, jak jej autor formuluje (bohužel na nevhodném místě, v Abstraktu), je shromáždění existujících a vytvoření nových reálných úloh vedoucích k řešení kvadratickou rovnicí se záměrem jejich využití ve výuce (a případně matematických soutěžích). Takový cíl je zcela korektní, avšak koncepce, kterou autor k jeho naplnění zvolil, je pochybná. Převážná část autorova úsilí byla totiž věnována zkoumání základo-, středo- a vysokoškolských učebnic, ve kterých vyhledával úlohy, v jejichž řešení se kvadratické rovnice využívají. U středo- a zvláště vysokoškolských učebnic se projevuje fakt, který si autor mohl uvědomit již při plánování svého výzkumu, totiž že kvadratická rovnice je jednoduchou látkou z přelomu základní a střední školy, a většina pozdějších úloh je formulována v kontextu, který svou obtížností kvadratické rovnice zdaleka přesahuje, takže takové úlohy pak k výuce kvadratických rovnic pochopitelně nelze použít. Zvláště u vysokoškolských úloh je jejich kontext tak specifický a oborově závislý, že oponent podstatě většiny z nich neporozuměl (viz např. str. 58, Př. 3). Autor se pak zcela nepochopitelně vysvětlení kontextu vůbec nevěnuje a většinou ani nedává odkaz na literaturu, ze které by jej bylo možno nastudovat; to zvláště vyniká ve srovnání s podrobným teoretickým rozbohem řešení kvadratické rovnice, které je v porovnání se znalostmi potřebnými k porozumění kontextům úloh triviální. Přirozeně tedy vzniká otázka, jaký smysl shromáždění takových úloh má, resp. komu je vlastně práce určena.

Na začátku práce shrnuje autor poznatky z prostudované literatury, konkrétně srovnává učebnice a učební texty (jak tištěné, tak elektronické) z hlediska výtěžnosti pro zvolené téma. Tato část je zpracována dobře a vzhledem k tomu, že právě studiu zdrojů věnoval autor zdaleka největší úsilí, mohla by být i obsáhlejší a podrobnější.

V další části se autor věnuje obecné teorii řešení rovnic. Ta je bohužel velmi stručná, povrchní a nepřesná. Např. při rozboru úprav rovnic (str. 12) autor automaticky předpokládá, že jde o rovnice v číselných oborech (což z jeho předchozí definice rovnice neplyne), nerozlišuje lokální a univerzální ekvivalenci úprav, seznam úprav je redukován na ty, které jsou probírány již na základní škole, nepochopitelně požaduje, aby při přičítání k oběma stranám rovnice obsahoval přičítaný výraz neznámou, a naopak násobení povoluje pouze konstantou, a především vůbec nezmiňuje úpravy nezbytné pro řešení kvadratických rovnic (odmocnění a/nebo rozdělení na případy; místo nich mylně tvrdí, že je pro jejich řešení nutné umocnění na druhou). Tyto nedostatky překvapují o to více, že i během studia na PedF autor absolvoval předměty, kde byla teorie rovnic probírána podstatně hlouběji a korektně.

Dále se autor věnuje už speciálně kvadratickým rovnicím a jejich řešení. Odvozuje zde řešení postupně složitějších a složitějších typů, od rovnic bez absolutního členu až po obecné kvadratické rovnice v komplexním oboru. Ač je tato část zpracována podstatně lépe než část předchozí, i zde lze vznést řadu námitek: autor nemá sjednocenu terminologii (ve stejném smyslu užívá singulár i plurál kvadratické rovnice), tvar obecné kvadratické rovnice uvádí z neznámých důvodů třikrát a při definici jednodušších případů na něj nenavazuje (oboje str. 13), značně odbývá řešení pomocí Viětových vzorců (str. 16: odvození nemá smysl; co znamená „musí platit  $(x-x_1)(x-x_2)=0$ “?; chybí zdůraznění, že jde o odhad, i jeho omezení na celé, nejvýše racionální kořeny) a obecnou kvadratickou rovnici v  $\mathbb{C}$  řeší pomocí binomické rovnice, jejíž obecné řešení není uvedeno ani na něj odkázáno (čímž tiše pomíjí problém nalezení úhlu v goniometrickém tvaru komplexního čísla, na který je obecně třeba použít cyklometrické funkce; ukázkový příklad volí tak, by bylo možno úhel vyjádřit jako zlomek  $\pi$ ). Metodu nalezení kořenů kvadratické rovnice v  $\mathbb{C}$  v algebraickém tvaru, se kterou se při studiu též seznámil, pomíjí úplně.

Následující kapitoly obsahují jádro práce, tedy převzaté i původní úlohy řešitelné pomocí kvadratické rovnice. Tato část je zpracována kvalitně, matematické chyby se zde prakticky nevyskytují (s výjimkou zjevně chybných rovností vyjadřujících  $h_1$  a  $h_2$  na str. 40), nekoncepční je zařazení příkladů 1 a 2 na str. 33-35, které se týkají parabol, nikoli však kvadratické rovnice. Nejpodstatnější námitkou – kromě koncepčního problému uvedeného v úvodu posudku – je, že úlohy většinou nejsou praktické ani reálné, jak je autor prezentuje, nýbrž jde o násilné zasazování matematických problémů do velmi idealizované „reality“, které je ve výuce matematiky běžné, a které stěží může žákům demonstrovat praktický význam kvadratických rovnic, což si autor stanovuje v Úvodu za cíl.

Formální stránka práce je vyhovující. Práce obsahuje malé množství gramatických a typografických chyb („hráli si opice“, str. 28, „naplil“ místo „naplnil“, str. 31, „z těch se kterými“, str. 54), stylisticky je mírně nadprůměrná. Práce s literaturou a citace (s uvedenou výtka neuvedení zdrojů ke kontextům úloh) jsou v pořádku.

Přes výše uvedené námitky konstatuji, že předložený text naplňuje základní charakteristiky odborné práce na úrovni požadované od práce bakalářské a proto doporučuji, aby byla jako taková obhájena.

**Celkové hodnocení**

***Práci doporučuji k obhajobě.***

Datum a podpis autora posudku bakalářské práce:  
6.6.2013