

# POSUDEK VEDOUCÍHO

NÁZEV BAKALÁŘSKÉ PRÁCE: Frakcionální Brownův pohyb

AUTOR: Tomáš Rubín

Práce se zabývá vlastnostmi frakcionálního Brownova pohybu  $\{B_t^H, t \geq 0\}$ , centrovaného gaussovského procesu indexovaného Hurstovým parametrem  $H \in (0, 1)$ . Dále pak jeho simulacemi, které mají rozsáhlejší využití pro obecnější gaussovské procesy, a bodovým odhadem Hurstova parametru.

Frakcionální Brownův pohyb je zobecněním standardního Wienerova procesu (pro  $H = 1/2$  je to Wienerův proces). Toto zobecnění není triviální, neboť ztrácíme dvě podstatné vlastnosti — nezávislost přírůstků a markovskou vlastnost. Zůstávají nám však některé jiné důležité vlastnosti — soběpodobnost, hölderovskost trajektorií na uzavřeném intervalu a jejich nediferencovatelnost. Autor výše zmíněné (a některé další) vlastnosti postupně ukazuje, přičemž doplňuje již publikované důkazy, které nejsou dostatečně pořádně sepsány. Nadto autor podává vlastní důkaz nediferencovatelnosti trajektorií skoro jistě v silnější verzi, než v jaké je tvrzení běžně dostupné v literatuře. Ukazuje, že frakcionální Brownův pohyb nemá  $\mathbb{P}$ -skoro jistě derivaci v žádném bodě. Dále při důkazu hölderovskosti trajektorií využívá věty dávající pouze lokální hölderovskost, tvrzení o globální hölderovskosti musí proto dodělat.

Druhá část je věnována simulacím gaussovských procesů, speciálně frakcionálního Brownova pohybu, jejichž konečně rozměrná rozdělení mají (pro zjednodušení) regulární varianční matici. Jde o Hoskingovu a Choleského metodu. I zde se vyskytl problém, jak ukázat, že varianční matice konečně rozměrných rozdělení frakcionálního Brownova pohybu jsou regulární. Byl vyřešen aplikací zobecněné Bochnerovy věty. Z historických důvodů je zmíněna i metoda založená na numerické integraci stochastické reprezentace frakcionálního Brownova pohybu. Všechny metody autor naprogramoval a obrázkové výstupy umístil do práce.

Poslední část se zabývá bodovým odhadem Hurstova parametru. Autor uvádí metodu agregovaného rozptylu a přeškálovaného rozpětí, kterou využil H.E. Hurst, když analyzoval naměřené průtoky Nilu a poprvé pozoroval frakcionální Brownův pohyb. Obě metody autor naprogramoval a porovnal je na nasimulovaných datech.

Během studia materiálů se autor musel seznámit s pojmy z teorie náhodných procesů, stochastické analýzy a numerické matematiky, včetně práce se software *Mathematica* a *R*. Za zmínku také stojí naprostá samostatnost autora, jeho nadšení pro matematiku a schopnost vyhledávat další souvislosti a problémy náležející k tématu. Práce je stylisticky a graficky na vynikající úrovni.

Doporučuji uznat práci za bakalářskou práci. Návrh klasifikace je přiložen na zvláštním listu.

Bohdan Maslowski  
V Praze, dne 15. května 2013