Univerzita Karlova v Praze

Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Michal Roskot

Řešené úlohy z teoretické mechaniky

Katedra didaktiky fyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Zdeňka Koupilová, Ph.D.

Konzultant: RNDr. Zdeněk Šabatka

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Fyzika zaměřená na vzdělávání

Praha 2013

Na tomto místě bych chtěl velmi poděkovat vedoucí mé bakalářské práce RNDr. Zdeňce Koupilové, Ph.D. za její výjimečnou trpělivost, množství odborných rad a laskavost při tvorbě úloh a psaní textu bakalářské práce. Také bych rád poděkoval RNDr. Zdeňku Šabatkovi za odbornou pomoc a inspiraci k mnoha úlohám.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 17. 5. 2013 podpis

Název práce: Řešené úlohy z teoretické mechaniky

Autor: Michal Roskot

Katedra / Ústav: Katedra didaktiky fyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Zdeňka Koupilová, Ph.D., Katedra didaktiky fyziky

Konzultant: RNDr. Zdeněk Šabatka

Abstrakt: Cílem bakalářské práce bylo vytvoření řešených úloh z fyziky do elektronické sbírky, která vzniká na Katedře didaktiky fyziky. Vytvořil jsem 20 strukturovaných úloh, převážně vysokoškolské úrovně, zařazených do předmětu teoretická mechanika. Uspokojivě jsem tak zaplnil kapitoly Princip virtuální práce a Hamiltonův formalismus a doplnil další kapitoly zmíněného předmětu.
K vypracování bakalářské práce bylo zapotřebí seznámit se s webovým rozhraním sbírky a formátem, ve kterém se úlohy zadávají. Zároveň jsem musel pro vytváření obrázků zvládnout práci v grafickém editoru. V samotném textu bakalářské práce jsem stručně popsal technické řešení sbírky, vyzdvihl výhody použité struktury úloh a krátce shrnul obsah jednotlivých úloh.

Klíčová slova: řešené úlohy, teoretická mechanika, Hamiltonův formalismus, princip virtuální práce

Title: Solved Problems in Theoretical Mechanics

Author: Michal Roskot

Department: Department of Physics Education

Supervisor: RNDr. Zdeňka Koupilová, Ph.D., Department of Physics Education

Consultant: RNDr. Zdeněk Šabatka

Abstract: The object of the bachelor´s thesis was the creation of tasks for “Collection of Solved Problems in Physics”. I have created 20 structured tasks on the subject of theoretical mechanics. These are mostly on a university level. I have successfully filled the chapters “The Principle of virtual work” and “Hamiltonian mechanics”, which are included in the subject of theoretical mechanics. In order to create the bachelor´s thesis it was necessary to get familiar with the web interface of the “Collection”. At the same time to create pictures I had to learn to work with a graphical editor. In the text of the bachelor´s thesis I characterize the technical solution of “Collection of Solved Problems in Physics”, describe advantages of the used structure of the solved tasks and I briefly summarize content of the individual tasks.

Keywords: solved problems, theoretical mechanics, Hamiltonian mechanics, principle of virtual work

Obsah

1. Úvod

Cílem této bakalářské práce bylo vytvořit strukturované úlohy do Elektronické sbírky řešených úloh z fyziky, která vzniká na Katedře didaktiky fyziky MFF UK. Sbírku naleznete v elektronické podobě na adrese: http://fyzikalniulohy.cz.

Sbírka úloh z fyziky mi již v minulosti několikrát pomohla při mém vlastním studiu, což bylo jedním z hlavních důvodů, proč jsem si vybral právě tuto práci. Mým úkolem bylo zaplnit část sbírky, jež je věnována teoretické mechanice. To mi poskytlo možnost hlouběji proniknout do tématu teoretické mechaniky, což jak doufám zužitkuji v příštím studiu. Vzhledem k pedagogickému zaměření mého studia je tvorba řešených příkladů jedinečnou možností jak rozvíjet své schopnosti formulovat nápovědy a rady svým studentům, vžít se do jejich myšlení, a vést je tak úlohami od začátku až do konce.

Teoretická mechanika je fyzikální disciplína, která začala vznikat již v 18. století, kdy Joseph Louis Lagrange (25. 1. 1736 – 10. 4. 1813) přeformuloval Newtonovy pohybové zákony (Mécanique Analitique, 1788) [2]. Tento počin neznamenal posun, pokud jde o nové fyzikální principy, ale dal fyzikům té doby mnohem účinnější a elegantnější nástroj k matematické formulaci a řešení různých problémů. Ve svém vývoji pak teoretická mechanika pokračovala přibližně dalších 200 let. Své jméno s ní spojilo mnoho význačných fyziků, ať už je to zmiňovaný Lagrange, nebo třeba Leonhard Euler (15. 4. 1707 – 18. 9. 1783), či William Rowan Hamilton (4. 8. 1805 – 2. 9. 1865). Teoretická mechanika dává nejen alternativní popis jevů, které popisuje klasická Newtonovská mechanika, ale její prostředky mají velký přesah i do ostatních fyzikálních disciplín, jakou je například kvantová mechanika [3].

2. Charakteristika sbírky

Elektronická sbírka řešených úloh z fyziky je v době vypracování této práce rozdělena do sedmi předmětů, které pokrývají různé obory fyziky. Také zde můžete najít úlohy týkající se matematických disciplín, kterých je pro studium fyziky zapotřebí. Teoretická mechanika, jakožto jeden ze zmiňovaných předmětů, je pak rozdělena do osmi kapitol.

Texty úloh jsou do elektronické sbírky vkládány ve formátu modifikovaného XHTML kódu, vzorce využívají jazyka LaTeX. Obrázky, které jsou neodmyslitelnou součástí většiny úloh, jsem kreslil v programu CorelDRAW X3.

Sbírka obsahuje dvě rozhraní. Uživatelské rozhraní umožňuje procházet jednotlivé předměty a kapitoly a nahlížet do úloh, které jsou již zveřejněny. Nejprve se objeví zadání úlohy společně s lištami, které patří k neskrytým oddílům (např. nápovědy, řešení, odpověď, komentáře). Čtenář může řešit zadanou úlohu samostatně a v případě nesnází či pro kontrolu si rozbalit například některou z nápověd. Po kliknutí na lištu, např. nápovědy se objeví vlastní text daného oddílu, (např. nápověda samotná) a spolu s textem oddílu i skryté oddíly, v případě nápovědy se většinou jedná o její řešení. Druhé, tzv. administrátorské rozhraní slouží pro samotnou tvorbu úloh – ukládání textu úloh do databáze, nahrávání obrázků na server. Tvůrce zde v úvodní stránce vidí všechny své vytvořené úlohy, které může dále editovat, případně může vytvářet úlohy nové. Zajištění chodu sbírky po technické stránce nebylo náplní této bakalářské práce.

Jak již vyplývá z předchozího textu, řešení úloh jsou rozdělená do jednotlivých oddílů. Prvními oddíly jsou typicky nápovědy a jejich řešení. Student vidí v základním náhledu pouze názvy nápověd (a samozřejmě ostatních veřejných oddílů). Pokud nápovědu otevře, objeví se mu její text a názvy skrytých oddílů (většinou se jedná právě o řešení dané nápovědy). Úlohy jsou takto vyřešeny krok po kroku. V každé úloze je cílem provést studenta co nejpřehledněji celým řešením. Napomáhá tomu nejenom struktura úloh, tj. užití nápověd a jejich řešení, ale i technické řešení jejich zobrazování. Vhodně zvolené nápovědy podporují u studenta aktivní myšlení, a on tak de facto sám objevuje cesty vedoucí příkladem. Nápovědy se vztahují vždy jen k části řešení a neodhalují tak zbytečně velký kus úlohy, aby řešitel mohl pokračovat v dalších částech samostatně a nebyl tak připraven o možnost objevení alespoň části řešení vlastními silami. Řešení nápověd pomáhá řešiteli, aby se v úloze neztratil, umožňuje mu zkontrolovat si správnost svého postupu, případně mu pomůže při překonání obtížnější části úlohy. Na konci každé úlohy je celkové řešení, kde je shrnut postup, kterého bylo užito v nápovědách. Celkové řešení tak může stát naprosto samostatně a pro čtenáře, který chce znát rovnou kompletní řešení, je tak jednoduše a rychle k dispozici. Každá úloha obsahuje odpověď, kde jsou přehledně shrnuty všechny výsledky. Většina úloh obsahuje komentáře a poznámky, kde jsou řešeny různé speciální případy řešení úloh a uvedeny zajímavosti.

3. Přehled úloh

Celkem jsem vytvořil 20 úloh. Úlohy, které jsem vytvořil, jsou zařazeny do kapitol:

- Úvodní problémy (3 úlohy)
- Princip virtuální práce (5 úloh)
- D'Alembertův princip a Lagrangeovy rovnice I. druhu (2 úlohy)
- Lagrangeův formalismus (5 úloh)
- Hamiltonův formalismus (7 úloh)
- Různé problémy (1 úloha)

Některé úlohy jsou zařazeny ve více kapitolách. Díky provázanosti s klasickou mechanikou je jedna úloha zařazena i do předmětu Mechanika.

Předmět teoretická mechanika je určen převážně vysokoškolským studentům, kteří zvládají základy diferenciálního a integrálního počtu, a proto jsou všechny úlohy s výjimkou jedné vysokoškolské. Úloha *Kyvadlo ve vlaku – rovnovážná poloha* (937) je zařazena jako středoškolská úloha.

Velkou inspirací k vytvoření mnoha úloh byla vedoucí bakalářské práce RNDr. Zdeňka Koupilová, Ph.D. Mnohé úlohy byly inspirovány cvičením teoretické mechaniky mého konzultanta RNDr. Zdeňka Šabatky. Dalším zdrojem úloh a námětů byla přednáška teoretické mechaniky doc. RNDr. Leoše Dvořáka, CSc. Knihy a studijní materiály, které jsou uvedeny v části Literatura, také poskytly řadu námětů k vytvoření úloh.

Úlohy jsou řazeny podle jejich pořadí v jednotlivých kapitolách. Čísla, která jsou v následujícím přehledu uvedena v kulatých závorkách za názvem úlohy, značí její kód v elektronické sbírce úloh, a slouží tak k jednoznačné identifikaci úlohy v rámci sbírky. Čísla v hranatých závorkách představují odkazy na literaturu, ze které jsem čerpal inspiraci, případně přímo zadání pro danou úlohu.

3.1. Úlohy z předmětu Mechanika

Kyvadlo ve vlaku – rovnovážná poloha (937) [6]:

Toto je základní úloha mechaniky, která se užívá při výkladu vztažných soustav. Úkolem je nalézt rovnovážnou polohu kyvadla ve vlaku, který se pohybuje s konstantním zrychlením. Řešitel má za úkol řešit úlohu jak v inerciální, tak v neinerciální vztažné soustavě. Je vhodné, pokud tak učiní oběma způsoby. Ujasní si rozdíl v obou přístupech a ověří si, že oba dávají totožné výsledky.

Úloha je zařazena do předmětu mechanika, jelikož používá pouze prostředků klasické mechaniky. Slouží jako dobrá průprava k náročnějším úlohám a navozuje problematiku hledání rovnovážné polohy, která se hojně vyskytuje v kapitole věnované principu virtuální práce.

Úloha je také zařazena v kapitole Úvodní problémy předmětu Teoretická mechanika.

3.2. Úlohy z kapitoly Úvodní problémy

Různé derivace potenciálu (949):

Tato úloha bývá zpravidla zařazena na začátku cvičení z teoretické mechaniky. Slouží k procvičení techniky derivování, kterou studenti využijí v náročnějších úlohách. Kromě samotného derivování zde pracují i s parametricky zadanou křivkou, po které se v daném potenciálním poli pohybuje hmotný bod.

Výpočet síly z potenciální energie (946):

V této úloze si student zopakuje vztah mezi silou a potenciální energií a procvičí si derivování vektoru v kartézských souřadnicích. Výsledek je třeba na konci výpočtu opět zapsat jako vektor.

3.3. Úlohy z kapitoly Princip virtuální práce

Rovnovážná poloha – různá řešení (1187):

Tato úloha nabízí srovnání postupů při určování rovnovážné polohy. Srovnává výhody a nevýhody řešení pomocí silového diagramu, principu virtuální práce, zobecněného principu virtuální práce a zobecněného principu virtuální práce při vhodné parametrizaci. Úloha je řešena postupně všemi těmito způsoby, a tak čtenáře vede k uvědomění si rozdílů mezi jednotlivými postupy. Jelikož se jedná o poměrně snadnou úlohu, některé z rozdílů nevyniknou. To je rozebráno v diskuzi na konci úlohy, kde jsou naznačeny rozdíly, které se projeví ve složitějších příkladech.

Dvojzvratná páka (1140) [1]:

Řešitel má za úkol nalézt rovnovážnou polohu dvojzvratné lomené páky, jejíž hmotnost se neuvažuje a na jejíchž koncích působí dvě síly. Základem této úlohy je nalézt vhodný parametr, který umožní vyjádření souřadnic bodů, kde působí síly, a dosadit toto vyjádření do zobecněného principu virtuální práce. Výpočet je pak již velmi přímočarý.

Tyč mezi dvěma šikmými stěnami (1042) [1]:

Zadáním této úlohy je zjistit rovnovážnou polohu tyče mezi dvěma šikmými stěnami. K tomu je užito zobecněného principu virtuální práce, který je v tomto případě vhodnější než princip virtuální práce (nezobecněný), aby nebylo nutné vyjadřovat velikosti reakčních sil v místech dotyku tyče a nakloněných rovin.

Obtížným krokem této úlohy je vyjádření souřadnic y těžiště tyče. Způsob uvedený v řešení hledá souřadnici jako součet dvou vzdáleností, které je možné vyjádřit z pravoúhlých trojúhelníků a pomocí sinové věty.

Na konci úlohy jsou uvedeny dva komentáře pro speciální případy vzájemné polohy nakloněných rovin.

Tyč v dolíku (1145):

Úkolem je nalézt rovnovážnou polohu tyče, která je umístěna do dolíku tvaru poloviny sféry. Řešení je provedeno pouze v rovině (ve svislé rovině, ve které leží tyč), ač se v zadání jedná o úlohu v trojrozměrném prostoru. Obtížná část úlohy je obdobně jako v předchozí úloze vyjádření souřadnice těžiště tyče z geometrie úlohy. Na konci je diskutováno, kdy rovnovážná poloha existuje.

Špageta na nakloněných rovinách (1055):

Úkolem je nalézt rovnovážnou polohu špagety na rozhraní dvou nakloněných rovin. Špagetu je možno myšlenkově rozdělit podle rozhraní rovin na dvě části a uvažovat tíhové síly na každou část zvlášť. Poté již stačí vyjádřit souřadnice těžišť obou částí a dosadit do zobecněného principu virtuální práce.

3.4. Úlohy z kapitoly D'Alembertův princip a Lagrangeovy rovnice I. druhu

Hmotný bod na kouli (948):

Úkolem je zjistit, v jakém místě se od koule odpojí hmotný bod, který po ní bez tření klouže dolů. Řešitel je v této úloze veden k tomu, aby si rozmyslel podmínku odtržení hmotného bodu a tu pak využil spolu s Lagrangeovými rovnicemi I. druhu a podmínkou setrvání hmotného bodu na kouli (ve chvíli odtržení ji ještě musí splňovat) k řešení úlohy. Ve výpočtech je také zapotřebí využít zákon zachování mechanické energie.

V řešení se nejprve předpokládá, že se hmotný bod, který se nachází na kouli, rozjíždí z klidu. V poznámce na konci úlohy je uvedeno, jak by se situace změnila v případě, že by měl hmotný bod nenulovou počáteční rychlost.

Problém je možné řešit i pomocí klasické mechaniky. Je zde proto uveden odkaz na podobnou úlohu z Mechaniky.

Matematické kyvadlo – síla závěsu (947):

Druhá mnou vytvořená úloha na použití Lagrangeových rovnic I. druhu si klade za cíl zjistit, jakou vazbovou silou působí závěs matematického kyvadla na hmotný bod během jeho pohybu. To nutí řešitele nejprve rozdělit působící síly na vazbové a vtištěné a s pomocí vazbové podmínky sestavit příslušné diferenciální rovnice. V jejich řešení pomohou čtenáři nápovědy, které poradí s nepříliš zřejmými matematickými úpravami. K vyjádření vazbové síly je stejně jako v úloze *Hmotný bod na kouli* (948) zapotřebí vyjádřit veličinu, která se v průběhu pohybu zachovává – celkovou mechanickou energii.

Na konci úlohy je diskutován případ průchodu kyvadla dolní polohou a je ukázáno, že výsledek dobře odpovídá naší představě, totiž že velikost síly závěsu kyvadla odpovídá součtu velikosti dostředivé síly při pohybu po kružnici a tíhové síly.

3.5. Úlohy z kapitoly Lagrangeův formalismus

Jedinými dvěma úlohami, které jsou zaměřeny výhradně na Lagrangeovy rovnice II. druhu (v některých dalších úlohách se objevují jako součást řešení), jsou úlohy *Kladka na pružině* a *Hmotný bod v centrálním gravitačním poli*. Je to z toho důvodu, že je již tato kapitola ve sbírce dobře pokryta. Tyto úlohy zpracoval Bc. BcA. Viktor Hruška ve své bakalářské práci, na kterou tato práce navazuje [7].

Kladka na pružině (1188):

Sama o sobě je úloha klasickým případem problému s jedním stupněm volnosti. Rozvíjí hlavně schopnost řešitele správně sestavit vyjádření potenciální a kinetické energie vzhledem ke zvolené soustavě souřadnic.

Význam této úlohy je i v komentáři – řešení pohybové rovnice, kde je podrobně řešena rovnice pro harmonický oscilátor. Na toto řešení se potom odkazuje několik dalších úloh.

Hmotný bod v centrálním gravitačním poli (1244):

Úkolem je nalézt pomocí Lagrangeových rovnic II. druhu trajektorii pohybu hmotného bodu v centrálním gravitačním poli. Jedná se o klasické odvození, které lze nalézt v mnoha učebnicích. Odvození je však rozfázováno po jednotlivých krocích a umožňuje čtenáři dospět k mnoha závěrům samostatně. Tento přístup má vést k lepšímu pochopení celé problematiky.

V řešení je využito výsledků úlohy *Hmotný bod v různých souřadnicích* (1236). Obtížným krokem této úlohy je převedení získané pohybové rovnice na „příjemnější" tvar. K tomu je využito Binetova vzorce.

3.6. Úlohy z kapitoly Hamiltonův formalismus

Jednorozměrný harmonický oscilátor (1232) [4]:

Úloha o jednorozměrném harmonickém oscilátoru je základní úlohou na použití Hamiltonových kanonických rovnic. Řešitel snadno dospěje k diferenciální rovnici pro harmonický oscilátor, kterou již umí řešit. Jelikož je pohyb harmonického oscilátoru popsán pouze pomocí jedné zobecněné souřadnice a jedné zobecněné hybnosti, má fázový prostor pouze dvě dimenze. Je tedy možné nakreslit trajektorii pohybu hmotného bodu ve fázovém prostoru. Tou je v tomto případě elipsa.

Matematické kyvadlo (1233):

Matematické kyvadlo je další základní úlohou, která je často probírána na přednáškách. Pomocí Hamiltonových kanonických rovnic opět vede k řešení rovnice pro harmonický oscilátor (pouze v aproximaci pro malé kmity).

Hmotná kladka (1237) [5]:

Úkolem je řešit pohyb nejprve nehmotné a poté hmotné pevné kladky. Řešení je v nápovědách provedeno pro nehmotnou kladku. Celkové řešení se zabývá hmotnou kladkou, kde výsledek pro nehmotnou kladku získáme tak, že položíme její hmotnost rovnou nule. V obou postupech jsou použity jak Hamiltonovy kanonické rovnice, tak Lagrangeovy rovnice II. druhu. Zrychlení závaží pověšeného na hmotné kladce vyjde stejné v obou postupech.

Závaží na dvou nakloněných rovinách (1248) [4] [8]:

Úkolem je nalézt zrychlení závaží, které klouže po stěně nepohyblivého hranolu a je přes kladku spojeno s druhým závažím, které klouže po druhé stěně hranolu. Hmotnost kladky není uvažována.

Řešitel veden k tomu, aby nejprve vyjádřil kinetickou a potenciální energii pomocí zvolené zobecněné souřadnice. Pomocí Hamiltonových kanonických rovnic pak dospěje k hledanému zrychlení. Toto zrychlení je konstantní, a proto následné vyjádření časové závislosti zobecněné souřadnice probíhá obdobně jako při řešení volného pádu.

Další část úlohy se věnuje grafu trajektorie pohybu ve fázovém diagramu. Grafem je zde parabola, což není uzavřená křivka (ta nastává pouze pro periodické pohyby) jako v případě úlohy *Jednorozměrný harmonický oscilátor* (1232) nebo úlohy *Matematické kyvadlo* (1233). Zde si čtenář může uvědomit, že pohybové rovnice mají v teoretické mechanice řešení i v čase zpět, a tedy musí nakreslit i část paraboly, která odpovídá záporným hodnotám času.

V úloze jsou řešeny speciální případy volby sklonu stěn hranolu a vliv případné hmotnosti kladky. Tyto výsledky odpovídají řešení úlohy *Hmotná kladka* (1237).

Hmotná pružina (1250) [9]:

Tato úloha řeší pohyb závaží na hmotné pružině jak pomocí Lagrangeových rovnic II. druhu, tak pomocí Hamiltonových kanonických rovnic. Oba dva tyto přístupy dávají ekvivalentní pohybové rovnice, což je ukázáno v oddílu *Ekvivalence Lagrangeových a Hamiltonových rovnic*.

Obtížným krokem této úlohy je zjištění kinetické energie posuvného pohybu pružiny. K jejímu vyjádření je zapotřebí vyjádřit příspěvky ke kinetické energii od elementů pružiny a tyto příspěvky pak integrovat přes celou délku pružiny.

Hmotný bod v různých souřadnicích (1236) [4]:

Úloha využívá jak Hamiltonova, tak Lagrangeova formalismu, proto je zařazena v obou těchto kapitolách. Cílem je nalézt Lagrangeovy rovnice II. druhu a Hamiltonovy kanonické rovnice pro hmotný bod pohybující se v časově neproměnném silovém poli. Řešitel tedy musí umět vyjádřit kinetickou a potenciální energii pomocí různých souřadnic (kartézských válcových a sférických) a dospět k pohybovým rovnicím. Zjistí, že rovnice získané oběma způsoby, jsou ekvivalentní a odpovídají Newtonovým pohybovým rovnicím. V oddíle Shrnutí – ekvivalence rovnic je diskutováno, kdy je vhodné volit kterou soustavu souřadnic v závislosti na tvaru potenciální energie. Na konci úlohy je zařazen oddíl, který je věnován určení kinetické energie v křivočarých souřadnicích. Předkládá odlišný způsob odvození (intuitivnější, ale méně rigorózní), než se nachází v řešení úlohy, a pomáhá tak pochopit tento obtížný krok.

Pohyb v tíhovém poli (1242) [5]:

Student má za úkol řešit Hamiltonovy kanonické rovnice pro pohyb hmotného bodu v homogenním tíhovém poli nejprve obecně, v případě jednorozměrného pohybu ve svislém směru a v případě pohybu ve svislé rovině. Tato úloha vychází z výsledků úlohy *Hmotný bod v různých souřadnicích* (1236), kde jsou Hamiltonovy kanonické rovnice sestaveny. V úloze je ukázáno, že i v nejobecnějším případě se jedná o pohyb v rovině a po parabole. Případ pohybu ve svislé rovině je tak ve skutečnosti obecným řešením. Integrací Hamiltonových kanonických rovnic tak čtenář získá rovnice pro vrhy v tíhovém poli, které zná ze střední školy. V případě jednorozměrného pohybu ve svislém směru je možné získat řešením Hamiltonových kanonických rovnic rovnici pohybu při svislém vrhu.

3.7. Úlohy z kapitoly Různé problémy

Řetězovka (1056):

Jedna ze základních úloh variačního počtu.

Základem úlohy je otázka: Jaký tvar zaujme dokonale ohebný, neprotažitelný a homogenní provaz, ukotvený ve dvou bodech?

Čtenář je veden k sestavení funkcionálu a jeho variace pomocí požadavku na minimum potenciální energie a neměnnost délky provazu. Poté nalezne a řeší Eulerovu - Lagrangeovu rovnici pro případ, kdy není funkcionál explicitně závislý na čase.

Na konci úlohy je uveden komentář se zajímavostmi, k čemu lze řetězovku využít a na kterých, někdy i nečekaných místech ji můžeme nalézt.

4. Závěr

Psaní bakalářské práce i tvorba řešených úloh do elektronické sbírky pro mne byla velkou zkušeností. Pro samotnou tvorbu úloh bylo nezbytností zvládnout technické řešení sbírky, a tedy se naučit pracovat jak s modifikovaným XHTML kódem, tak zvládnout základy jazyka LaTeX. Stejně tak jsem musel ovládnout práci v grafickém editoru, kterého bylo třeba pro tvorbu obrázků. Již tyto samotné dovednosti považuji za velmi přínosné. Za hlavní přínos však považuji průpravu ve formulování nápověd a jejich řešení tak, aby byly čtenáři co nejvíce srozumitelné. Zároveň mi práce na sbírce umožnila hlubší vhled do problematiky teoretické mechaniky. Vystoupil jsem také na semináři Problémy fyzikálního vzdělávání (DFY029), kde jsem prezentoval výsledky své bakalářské práce. Tato příležitost mi pomohla k rozvinutí prezentačních schopností.

Tato bakalářská práce dobře pokryla kapitoly Princip virtuální práce a Hamiltonův formalismus předmětu Teoretická mechanika. Další kapitoly však ještě čekají na své zaplnění. Jedná se především o kapitoly Kontinuum a Tuhé těleso, kde zatím nejsou žádné zpracované úlohy. Stejně tak v kapitole Různé problémy je místo pro další úlohy, zejména týkající se variačního počtu (např. úloha o brachistochronně). Zaplnění těchto kapitol by mohlo být námětem pro další bakalářskou práci.

Pevně doufám, že se najdou studentky a studenti, kteří budou mít užitek z úloh, které jsem zpracoval a třeba je to i motivuje k tomu, aby se aktivně zapojili do tvorby sbírky.

5. Literatura

[1] Brdička, M., Hladík, A.: *Teoretická mechanika*, Academia, Praha 1987

[2] Hand, L. N., Finch, J. D.: *Analytical Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge 1998

[3] Reichl, J.: *Multimediální encyklopedie fyziky*, http://fyzika.jreichl.com/, (cit. 8.5.2013)

[4] Záškodný. P.: *Teoretická mechanika v příkladech I*, Pedagogická fakulta v Ostravě, 1984

[5] Taylor, J. R.: Classical Mechanics, University Science Book, University of Colorado 2005

[6] Mandíková, D., Rojko, M.: *Soubor úloh z mechaniky pro studium učitelství. I. část.* Interní materiál, MFF UK, Praha 1994

[7] Hruška, V.: *Řešené úlohy z teoretické mechaniky do elektronické sbírky úloh*, Bakalářská

práce, vedoucí: Dvořák, L., KDF MFF UK 2011

[8] Podolský, J.: *Teoretická mechanika v jazyce diferenciální geometrie,* http://utf.mff.cuni.cz/vyuka/TMF069/tmf069.pdf, (cit. 14.5.2013)

[9] Hlaváč, Z.: *Modelování kmitavých soustav s jedním stupněm volnosti*, http://www.kme.zcu.cz/download/predmety/291-fst6.pdf, (cit. 14.5.2013)

6. Přílohy

Na dalších stránkách se nachází jako ukázka 5 zpracovaných úloh. Všechny vypracované úlohy naleznete v elektronické podobě na adrese http://fyzikalniulohy.cz, nebo na přiloženém CD.

Úlohy jsou prioritně určeny pro webové stránky, jejich vzhled je přizpůsoben rozlišení monitoru a tištěná podoba tedy není tak kvalitní. Stránky v příloze nejsou číslovány.