Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Ondřej Kudler

Rizikový kapitál pro připojištění k životnímu pojištění

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Nina Klečková
Studijní program: Matematika
Studijní obor: Finanční a pojistná matematika

Praha 2013

Chtěl bych poděkovat Mgr. Nině Klečkové za ochotné vedení mé diplomové práce. Také děkuji svým bližním, kteří mě při psaní této práce podporovali.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 6. 12. 2013 Podpis autora

Název práce: Rizikový kapitál pro připojištění k životnímu pojištění

Autor: Ondřej Kudler

Katedra: Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Nina Klečková, Allianz pojišťovna, a. s.

Abstrakt: Rizikový kapitál musí pojišťovna držet pro případ neočekávaných ztrát. V naší práci se věnujeme různým přístupům k výpočtu rizikového kapitálu. Část práce je věnována odvození režimu Solventnost I, a to jak pro životní, tak pro neživotní pojištění. Pojednáváme také o jednotlivých typech připojištění k životnímu pojištění, které jsou dostupné na českém trhu. V další části práce se věnujeme výstavbě vlastního modelu pro výpočet rizikového kapitálu. Zohledňujeme zde riziko úmrtnosti, nákladů, storen a úrokové riziko. Pro numerické výpočty jsme vybrali připojištění smrti úrazem, toto riziko tedy také zahrnujeme do našeho modelu.

Klíčová slova: Rizikový kapitál, připojištění, životní pojištění

Title: Risk Capital for Riders of Life Insurance

Author: Ondřej Kudler

Department: Department of Probability and Mathematical Statistics

Supervisor: Mgr. Nina Klečková, Allianz pojišťovna, a. s.

Abstract: The risk capital has to be kept by insurance company to cover unexpected looses. In our thesis we focus on different approaches to calculation of risk capital. One part is concentrated on derivation of Solvency I regime, both for life and nonlife insurance. In addition, we characterize riders of life insurance that are avaliable on the Czech market. In next part of our thesis we set up our own model of risk capital calculation. We consider these risks: mortality, expense, lapse and interest rate risk. For numerical calculations we chose accidental death rider, so we included its risk also into our model.

Keywords: Risk capital, riders, life insurance

Obsah

Kapitola 1

Úvod

Jedním z prvořadých předpokladů fungování pojišťovnictví je schopnost pojišťovny dostát svým závazkům. Právě díky tomu je pojišťovnictví důležitým pilířem moderní ekonomiky a společnosti, neboť jistota pojistného plnění v případě náhodné pojistné události zásadně zvyšuje stabilitu ekonomiky, obecně podporuje investice či pomáhá zmírnit dopad některých nepříznivých událostí na lidské životy.

Pojištění je ve svých základech obchod s rizikem, s nejistotou. Je dohodou, kdy pojistitel na sebe nechá přenést rizika pojistníka oceněná pojistným a garantuje mu pojistné plnění finančního charakteru v případě předem jasně definované pojistné události. Sama pojišťovna je pak při své činnosti vystavena celé škále rizik, která plynou nejen z uzavřených pojistných kontraktů, ale také z toho, že je velkým institucionálním investorem a významným účastníkem finančního trhu. Obecně můžeme říct, že všechna tato rizika mají společný jeden základní rys: plynou jednoduše z nemožnosti s naprostou jistotou odhadnout budoucí stav světa. Jako příklad rizik uveďme neočekávané změny v úmrtnosti či nemocnosti, riziko přírodních katastrof, vývoje cen finančních instrumentů na finančních trzích, riziko selhání protistrany či změn právních předpisů.

Je zřejmé, že hospodaření pojišťovny může skončit ztrátou. Tomu se pojišťovna snaží předcházet už volbou sazeb pojistného – to stanoveno tak, aby s dostatečnou jistotou pokrylo nejen předpokládaná rizika a další výdaje (např. náklady potřebné k samotnému provozu společnosti), ale i tak, aby pojišťovna dokázala generovat svému vlastníkovi přiměřený zisk. Mezi další zásady patří odpovídající tvorba rezerv, obezřetné investování, sjednávání vhodného zajištění či třeba kontrola správních nákladů.

Pro případ neočekávaných ztrát je pojišťovna nucena držet dostatek tzv. rizikového kapitálu[1] – volného vlastního kapitálu, kterým by v případě potřeby byla schopna tyto ztráty uhradit. V naší práci se budeme zabývat metodami, jak určit výši rizikového kapitálu pro jeden typ pojistných kontraktů – pro připojištění k životnímu pojištění. Tato připojištění jsou nabízena jako doplněk k hlavnímu pojištění jako volitelná možnost rozšíření pojistného krytí, neboť hlavní pojištění kryje většinou pouze riziko smrti nebo dožití. Mezi nejčastější připojištění patří pojištění úrazové či nemoci.

Struktura práce je následující. V kapitole 2 krátce charakterizujeme životní pojištění, především zde uvedeme přehled různých typů připojištění, která jsou

[1] Tohoto termínu se užívá i v jiné souvislosti – viz kapitola 3.

bežně dostupná na českém trhu. V kapitole 3 pojednáme obecně o rizikovém kapitálu a o různých přístupech k jeho výpočtu, dále popíšeme užívané míry rizika. Část této kapitoly je věnována odvození regulatorního režimu Solventnost I, a to pro životní i neživotní pojištění. V následující kapitole se věnujeme popisu našeho vlastního modelu pro výpočet rizikového kapitálu pro připojištění. Výpočet rizikového kapitálu pak budeme provádět pro připojištění smrti úrazem. V našem modelu tak zohledňujeme riziko úmrtnosti, nákladů, storen, úrokové riziko a riziko úmrtnosti na úraz. V kapitole 5 jsou numerické výsledky z našeho modelu, které porovnáváme s dalšími dvěma přístupy.

Kapitola 2

Připojištění k životnímu pojištění

2.1 Životní pojištění

Životní pojištění je pojištění osob. Prvotním důvodem pro vznik životního pojištění byl zájem pojištěného alespoň po nějakou dobu finančně zajistit svou rodinu v případě jeho smrti. Od té doby se vyvinula celá řada dalších druhů pojistných kontraktů – uveďme základní typy[1]:

– pojištění pro případ smrti;

– pojištění pro případ dožití se stanoveného věku;

– smíšené pojištění (je kombinací předchozích);

– důchodové pojištění;

– svatební či studijní pojištění.

Pro životní pojištění jsou typické především dlouhodobé kontrakty s běžně placeným pojistným v konstatní výši. Zpravidla pak dochází v prvních letech pojištění k tomu, že pojistné je vyšší, než by odpovídalo riziku, kterému je vystavena pojišťovna v souvislosti s pravděpodobností úmrtí pojištěného, a část pojistného je tedy nutné rezervovat na budoucí závazky. Právě nesoulad mezi přijatým pojistným a podstoupeným rizikem za určité období vede k potřebě tvorby (či čerpání) rezervy pojistného (též zvané matematickou rezervou). Pojištění pak nazveme rezervotvorným, jestliže jeho vlastnosti zakládají potřebu tvorby rezervy pojistného (v opačném případě ho nazveme nerezervotvorným).

Rezerva pojistného je nejdůležitější rezervou životního pojištění.[2] Pro její výpočet se užívá nejčastěji tzv. prospektivního výpočtu:

$$\begin{aligned}\text{rezerva v čase } t = {} & \text{současná hodnota budoucích výdajů v čase } t - \\ & - \text{ současná hodnota budoucích příjmů v čase } t.\end{aligned}$$

[1] Pro širší výčet druhů životního pojištění a jejich podrobný popis, případně dále odkazujeme např. na [61], [31] či [6].

[2] V rozvaze tuzemských životních pojišťoven k 31. 12. 2011 tvořily 166 mld. Kč z celkových pasiv 428 mld. Kč [8].

V kapitálovém životním pojištění jsou prostředky odpovídající rezervě investovány pojišťovnou do finačního umístění, částí pojistného je hrazeno rizikové pojistné a náklady. O skladbě finančního umístění rozhoduje pojišťovna sama[3], ovšem sama také nese riziko budoucího vývoje jejich hodnoty. Přitom pojišťovna garantuje zhodnocení rezervy pojistného o tzv. technickou úrokovou míru (TÚM). Touto garancí se ale vystavuje riziku, že skutečně dosažené výnosy z investic nebudou dosahovat výše TÚM. Proto je její maximální výše s výjimkou několika typů pojištění jako jeden z nástrojů regulace trhu vyhlašována ČNB (k 21. 1. 2013 její výše klesla z 2,5 % na 1,9 % – [51]; metoda jejího výpočtu je popsána v zákoně [56]).

Oproti tomu v investičním životním pojištění nese investiční riziko pojistník sám. Jeho nejběžnější formou je tzv. unit-linked pojištění, navázané na jednotky podílového fondu. Pojistník si vzhledem ke své averzi k riziku volí mezi několika typy nabízených fondů (od konzervativních, investujících do státních dluhopisů, po výnosově volatilní fondy akciové) a část pojistného (očištěná o rizikové pojistné a náklady) se dle jeho investiční strategie investuje do podílových jednotek příslušných fondů. Další formou investičního životního pojištění je tzv. index-linked pojištění, jehož výplata je navázána na vývoj vybraného indexu (např. akciového, dluhopisového, komoditního či měnového). Je zřejmé, že pro takový typ pojištění je nutné držet menší rizikový kapitál než pro srovnatelný produkt kapitálového životního pojištění, neboť investiční riziko zde nese pojistník.

2.2 Rezerva pojistného životního pojištění

V současné době je v České republice předepsán následující způsob výpočtu rezervy pojistného životních pojištění zákonem [61]. Musí se vycházet ze stejných statistických podkladů, kterých bylo použito při výpočtu pojistného. K výpočtu současné hodnoty se užije diskont odpovídající technické úrokové míře, která je dána v okamžiku uzavření pojistné smlouvy. Případné záporné hodnoty této rezervy se nahradí nulou. Dodejme, že při výpočtu rezervy pojistného se vůbec neuvažuje pravděpodobnost storna pojistné smlouvy.

Početní podklady, na základě kterých pojišťovna stanovuje pojistné, a které dle českého zákonodárství slouží i po celou pojistnou dobu k výpočtu rezervy pojistného, musí být stanoveny tak, aby bylo zaručeno, že pojišťovna bude schopna dostát svým závazkům plynoucím z pojistné smlouvy. Jsou tedy stanoveny konzervativně.

Vzhledem k tomu, že početní podklady platné k počátku pojistné smlouvy byly pouze odhadem budoucího vývoje a ve skutečnosti pak v průběhu pojistné doby dochází k realizaci odchylek od tohoto odhadu, se k datu účetní závěrky navíc provádí test postačitelnosti technických rezerv životních pojištění, jejichž část tvoří právě rezerva pojistného životních pojištění. V tomto testu se k diskontování finančních toků užije bezriziková výnosová křivka, přičemž se použije nejlepší odhad početních podkladů upravený o rizikovou přirážku. Právě s poklesem bezrizikových výnosových křivek je spojeno riziko, že pojišťovna nebude schopna zhodnocovat finanční umístění rezervy pojistného životních pojištění o garantovanou technickou úrokovou míru.

[3] V ČR v rámci zákonem [61] předepsaných pravidel a limitů daných vyhláškou ČNB [56].

Je-li výsledkem tohoto testu nepostačitelnost technických rezerv, potom je nutné vytvořit rezervu na splnění závazků z použité technické úrokové míry a ostatních početních parametrů. Tento test ale nijak neupravuje situaci, kdy vytvořené rezervy podle původních předpokladů – jež byly stanoveny konzervativně – jsou vyšší, než by podle tohoto testu bylo potřeba.

Oproti tomu v rámcové směrnici Solvency II [35] – jejíž pravidla by měla být účinná od 1. 1. 2016[4] – je navrhován jiný přístup ke stanovení technických rezerv, a to jako součtu nejlepšího odhadu závazků pojistitele a rizikové přirážky tak, aby převod aktiv ve výši technických rezerv umožnil převod těchto závazků na jinou pojišťovnu – tzv. transfer value. Riziková přirážka pak má zohledňovat také náklady na držení budoucího rizikového kapitálu, který bude potřeba k příslušným pojistným závazkům.

U většiny pojistných produktů povede v ČR tento přístup k nižším technickým rezervám. Navíc byla oproti pravidlům Solvency I odstraněna podmínka na nezápornost rezerv pojistného, kdy případné vypočtené záporné rezervy musely být pro potřeby účetnictví nahrazeny nulovou hodnotou. Nově bude tedy možný výskyt i záporných rezerv.

2.3 Připojištění k životnímu pojištění

V hlavním krytí životního pojištění je většinou zahrnuto pouze riziko smrti nebo riziko dožití. Je k němu tedy často nabízena celá řada doplňkových pojištění, která si pojistník může libovolně sjednat a rozšířit tak krytí pojistných rizik. Tato připojištění mohou být životního i neživotního typu a tvoří důležitou součást obchodu pojišťoven. Jedná se zejména o různé typy úrazového pojištění a pojištění nemoci. Hlavní krytí a příslušná připojištění pak bývají spravována pod jednou pojistnou smlouvou z důvodu zjednodušení administrace a tím i zmenšení správních nákladů.

Hranice mezi zařazením pojištění jako životního nebo neživotního je u některých kontraktů velmi tenká. Například v české legislativě je v zákoně o pojišťovnictví ([61]) samostatné úrazové pojištění a pojištění nemoci klasifikováno jako neživotní pojištění. Ovšem pokud je sjednáno jako připojištění k životnímu pojištění, potom spadá do kategorie životního pojištění. Pojištění úrazu a nemoci jsou též specifická tím, že je pojišťovna může provozovat bez ohledu na to, kterou z licencí k činnosti má. Tato dvě pojištění jsou velmi blízká životnímu pojištění, neboť k pojistným výpočtům se užívá podobných metod jako v životním pojištění a pojistné plnění nemusí mít nutně povahu náhrady škody, což je typické pro pojištění neživotní.

V následujícím oddíle uvedeme a charakterizujeme běžné i méně časté typy připojištění, které jsme rozdělili do čtyř kategorií: připojištění úrazu, připojištění nemoci, připojištění pro případ invalidity a ostatní připojištění.

2.3.1 Úrazové připojištění

Citujme definici úrazu v zákoně o pojistné smlouvě ([59]): „*Úrazem se pro účely tohoto zákona rozumí neočekávané a náhlé působení zevních sil nebo vlastní*

[4] Původní termín účinnosti byl 31. 12. 2012.

tělesné síly nezávisle na vůli pojištěného, ke kterému došlo během trvání soukromého pojištění a kterým bylo pojištěnému způsobeno poškození zdraví nebo smrt." Z této definice je tedy vyjmuto poškození vzniklé úmyslně ze strany poškozeného. Jednotlivé pojišťovny mohou tuto definici dále samozřejmě dále specifikovat a případně stanovovat výluky z pojištění.

Charakterizujme úrazovost v ČR pomocí několika hodnot z veřejně dostupných statistik za rok 2011. V tomto roce bylo v chirurgických ambulancích celkem ošetřeno 1 696 419 případů úrazu (viz [53]). Dále, z celkového počtu úmrtí v roce 2011 bylo 4,1 % z důvodu neúmyslného úrazu, ovšem např. pro věkovou kategorii 20–44 let byl tento důvod s 25,5 % nejčastější příčinou úmrtí (viz [28]). Konečně v roce 2011 bylo celkem 167 614 případů pracovní neschopnosti z důvodu úrazu s průměrným trváním 53,8 dne (viz [52], zde je z nedostatku podrobnějších dat zahrnuto i úmyslné sebepoškození). Na nově přiznaných invalidních důchodech všech stupňů se pak úrazy podílely ze 4,1 % – pro věkovou kategorii 20–44 let potom z 5,7 % ([10], zde je též zahrnuto i úmyslné sebepoškození).

Základní typy úrazového pojištění jsou:

(i) *Smrt následkem úrazu* – pojistné plnění se poskytuje v případě smrti následkem úrazu, může být omezeno např. pouze na úrazy v motorovém vozidle.

(ii) *Trvalé následky úrazu* – pojistné plnění je vypláceno na základě závažnosti trvalých následků úrazu. Běžným postupem pojišťovny je ohodnocení jednotlivých druhů úrazů dle závažnosti v oceňovacích tabulkách jako procento z pojistné částky. Tyto tabulky si pojišťovny sestavují samy a pojistník by s nimi měl být při podpisu pojistné smlouvy obeznámen. V případě pojistné události je pak vyplaceno pojistné plnění ve výši součinu příslušného oceňovacího koeficientu a pojistné částky. Dále lze často sjednat progresivní plnění, kde se pojistná částka zvyšuje úměrně závažnosti úrazu: to je vhodné pro pojistníka, který se chce pojistit na vysokou pojistnou částku u velmi závažných úrazů. Do této kategorie můžeme řadit i připojištění trvalé invalidity následkem úrazu. Na českém trhu je dostupné i pojištění horních končetin, určené pro osoby, u nichž je výkon profese je silně závislý na správné funkčnosti horních končetin.

(iii) *Doba nezbytného léčení úrazu* – pojistné plnění je závislé na celkové době léčení úrazu a závažnosti úrazu. Výše pojistného plnění se odvíjí buď od průměrné doby potřebné k léčbě (potom je stanoveno dle oceňovacích tabulek jako procento z pojistné částky) či od skutečné doby léčby pojištěného, kdy je plnění stanoveno jako součin denního odškodného a počtu dní. Můžeme sem dále řadit např. pojištění denního odškodného za hospitalizaci následkem úrazu či pojištění denní dávky při pracovní neschopnosti následkem úrazu.

2.3.2 Nemocenské připojištění

Nemoci jsou spojeny s omezením pracovní schopnosti a mají za následek výpadek příjmů a zvýšené výdaje. Pojistné plnění je vypláceno za dobu nezbytného léčení (kdy je třeba nahradit dočasný výpadek příjmů), v případě nevyléčitelných onemocnění je potom vyplacena pojistná částka (zohledňující trvale sníženou pracovní schopnost). Řadíme sem:

(i) *pojištění denního odškodného pro případ pracovní neschopnosti z důvodu nemoci*;

(ii) *pojištění denního odškodného za hospitalizaci z důvodu nemoci*;

(iii) *pojištění vážných onemocnění* – pojistnou událostí je onemocnění některou z chorob z předem definovaného seznamu vážných onemocnění, některé pojišťovny nabízí např. i speciální pojištění vážných onemocnění pro ženy;

(iv) *pojištění trvalé invalidity následkem nemoci.*

2.3.3 Připojištění pro případ invalidity

Jestliže nerozlišujeme příčinu invalidity, pak toto připojištění samozřejmě spadá do obou předchozích kategorií. Invalidita je ale natolik závažným jevem, že tomuto připojištění vyhrazujeme vlastní kategorii. Invaliditu lze charakterizovat jako částečnou či úplnou ztrátu pracovní schopnosti, jenž trvá dočasně či trvale. Stane-li se osoba, na jejíž příjmu jsou závislé další osoby, invalidní, je třeba pokrýt nejen její výdaje na životní potřeby (které se mohou i výrazně zvýšit), ale navíc je nutno pokrýt výdaje ostatních osob. Připojištění pro případ invalidity je tedy jedním z nejdůležitějších připojištění.

Invalidní osoby mají dle zákona o důchodovém pojištění [58] za určitých podmínek nárok na sociální dávku – invalidní důchod, jehož výše je odstupňovaná dle míry poklesu pracovní schopnosti určenou dle oceňovacích tabulek. Poklesla-li tato o 35 % až 49 %, pak se jedná o invaliditu prvního stupně, v případě snížení o 50 % až 69 % jde o invaliditu druhého stupně a pokud pracovní schopnost poklesla alespoň o 70 %, jedná se o invaliditu třetího stupně. Tato úprava je zavedena s účinností od 1. 1. 2010. Před tímto datem se rozlišovalo mezi dvěma typy dávek: částečným invalidním důchodem (při poklesu pracovní schopnosti o 33 % až 65 %) a plným invalidním důchodem (při snížení pracovní schopnosti alespoň o 66 %). Dále k tomuto datu došlo také k zpřísnění některých parametrů, podle nichž se o nároku a výši důchodu – např. byla upravena tzv. potřebná doba pro získání invalidního důchodu nebo byly změněny oceňovací tabulky (což mělo mj. zohlednit vývoj lékařské vědy). Dodejme, že při dosažení věku 65 let invalidní důchod přechází ve starobní. Pro ilustraci, jak je invalidita závažným jevem, uvádíme v tabulce 2.1 pro jednotlivé stupně invalidních důchodů[5] počet osob, které je pobírají k 31. 12. 2011 (zdroj [10]).

Stupeň důchodu	Muži	Ženy	Celkem
První	83 605	75 754	159 359
Druhý	31 201	26 833	58 034
Třetí	120 308	107 332	227 640
Celkem	235 114	209 919	445 033

Tabulka 2.1: Vyplácené invalidní důchody dle stupňů a pohlaví k 31. 12. 2011

[5] Včetně případného souběhu s vdovským či vdoveckým důchodem.

2.3.4 Ostatní připojištění

Dalším dostupným typem připojištění je soukromé zdravotní pojištění. Jde zejména o nabídku různých asistenčních služeb typu konzultace zdravotního stavu po telefonu, asistence při získání druhého odborného posudku zdravotního stavu či zajištění přednostního vyšetření na specializovaném pracovišti.

Na českém pojistném trhu lze dále sjednat tato připojištění:

(i) *pro případ nesoběstačnosti* – pojistnou událostí je taková změna zdravotního stavu pojištěného, která vede k závislosti na péči jiné osoby;

(ii) *splátek úvěru při změně příjmu při nedobrovolné ztrátě zaměstnání*;

(iii) *připojištění pravidelných investic pro případ invalidity*;

(iv) *zproštění od placení pojistného* (z důvodu invalidity, pracovní neschopnosti či nedobrovolné ztráty zaměstnání) – po určitou dobu se pojišťovna zavazuje hradit pojistné hlavního pojištění za pojistníka;

(v) *pro případ zrušení svatby* – dojde-li v případě smrti, úrazu či nemoci ke zrušení svatby, jsou vyplaceny náklady s ní spojené;

(vi) *asistenčních služeb* – např. pro případ hospitalizace: pojišťovna zajistí zprostředkování a uhrazení odvozu z/do nemocnice, nutné zaopatření domácnosti, převoz dětí k opatrovníkovi, venčení domácích zvířat a další obdobné služby;

(vii) *právní ochrany*;

(viii) *odpovědnosti za škodu v běžném občanském životě*;

(ix) *odpovědnosti za škodu zaměstnance způsobenou zaměstnavateli při výkonu povolání*;

(x) *cestovní připojištění.*

Nabídka připojištění je tedy rozsáhlá. Pojišťovny se tak snaží získat konkurenční výhodu. Je ovšem otázkou, zda jsou pro pojištěného některá připojištění opravdu nezbytná. Jeho přednostním zájmem by totiž mělo být zajištění dostatečných finančních prostředků hlavně v případě dlouhodobějšího či trvalého výpadku příjmů, tj. v případě úmrtí, dlouhodobých následků úrazu, invalidity či vážných nemocí.

Kapitola 3

Rizikový kapitál a metody jeho výpočtu

Pojišťovny jsou vedle bank jedním ze základních pilířů moderní ekonomiky a určitá regulace zajišťující stabilitu finančního trhu vůči nim je ze strany státu nutná, a to především kvůli ochraně pojistníků a oprávněných osob.[1] Jako každý podnikatelský subjekt je totiž pojišťovna při své obchodní činnosti vystavena riziku, že její hospodaření skončí ve ztrátě, nebude schopna dostát svým závazkům a dostane se do úpadku. Vhodný přístup k regulaci je nasnadě: předepsat pojišťovnám držet dostatek volného kapitálu pro případ neočekávaných ztrát. Nároky na výši tohoto kapitálu však nemohou být nerealisticky vysoké.

Rozvaha společnosti zachycuje k určitému datu na straně aktiv její majetek a na straně pasiv zdroje jeho financování. Pasiva se skládají z vlastního kapitálu a závazků.

Definujme *rizikový kapitál* jako takovou hodnotu vlastního kapitálu, při které jsou pojistníci a oprávněné osoby dostatečně chráněni před neschopností pojišťovny dostát svým závazkům plynoucím z uzavřených pojistných smluv. Rizikový kapitál musí být spolu se závazky společnosti kryt aktivy dobré kvality.

Nástroji regulace pojistného trhu – v kontextu problematiky rizikového kapitálu – pak mohou být: vymezení přípustných metod pro jeho výpočet, stanovení jeho vhodné výše, určení jeho nejmenší přípustné hodnoty, popis nápravných opatření v případě jeho nedostatečné hodnoty nebo nároky na složení a kvalitu aktiv, která mohou posloužit k jeho krytí.

Výše uvedená definice je velmi obecná. Především je třeba podrobněji vymezit, co znamená „dostatečně chráněni“. Dodejme, že za aktiva dobré kvality považujeme ta, jež jsou v případě potřeby k dispozici k absorbování ztrát. Je nutné uvážit i další základní předpoklady výpočtu rizikového kapitálu.

Pojmu rizikový kapitál se užívá ještě v jiné souvislosti, v [60] je definován jako „částka splatná v případě smrti, od které se odečte matematická rezerva“ – v dalším textu budeme v tomto významu užívat výrazu *kapitál v riziku*[2], a to z důvodu zřetelného odlišení obou termínů.

Mírou solventnosti rozumějme rozdíl mezi aktivy a závazky, *dostupným rizikovým kapitálem* potom rozdíl mezi aktivy dobré kvality a závazky.

Častým regulatorním přístupem je předepsání výpočtu dvou hodnot: *cílového*

[1] Oprávněnou osobou je osoba, jež má v případě pojistné události nárok na pojistné plnění.
[2] Capital at risk.

rizikového kapitálu a *minimálního rizikového kapitálu.* První hodnota má vyjadřovat takovou výši rizikového kapitálu, o které je regulátor přesvědčen, že dostatečně ochraňuje práva pojistníků a oprávněných osoby. Pokud by dostupný rizikový kapitál klesl pod tuto hodnotu, přikročilo by se k nápravným opatřením majícím za cíl tuto skutečnost napravit. Ovšem klesla-li by výše dostupného rizikového kapitálu pod hodnotu minimálního rizikového kapitálu, potom se má za to, že pojistníci a oprávněné osoby jsou vystaveny nepřijatelnému riziku, že pojišťovna nebude schopna dostát svým závazkům. Regulatorní opatření pak nabývají velmi tvrdého charakteru – od převzetí kontroly nad řízením společnosti, pozastavení upisování nového obchodu až k nucenému odprodeji pojistného kmene a odebrání povolení k provozování pojišťovací činnosti.

Označme RK_t^D jako dostupný rizikový kapitál v čase t, RK_t^C jako cílový rizikový kapitál v čase t a RK_t^M jako minimální rizikový kapitál v čase t.

Metoda pro výpočet cílového rizikového kapitálu a minimálního rizikového kapitálu je potom stanovena tak, aby platilo:

$$\mathsf{P}\left(RK_{t+T}^D < 0 \mid RK_t^D = RK_t^C\right) \leq \varepsilon_1,$$

$$\mathsf{P}\left(RK_{t+T}^D < 0 \mid RK_t^D = RK_t^M\right) \leq \varepsilon_2,$$

kde $\varepsilon_2 > \varepsilon_1 > 0$.

Jedním z nejdůležitějších předpokladů pro určení výše rizikového kapitálu je, jakým způsobem bude pojišťovna nadále provozovat svou činnost. Popišme tři základní přístupy:

(i) *Going concern* – předpokládá se, že společnost je schopna beze změn pokračovat ve své činnosti, zejména, že bude upisovat nové pojistné obchody.

(ii) *Run-off* – popisuje situaci, kdy pojišťovna přestane upisovat nové pojistné obchody. Přesto se předpokládá, že bude schopna dostát všem svým závazkům, a to až do konce pojistné doby všech stávajících pojistných kontraktů. Pojistný kmen se tedy bude jen zmenšovat, administrativní náklady budou tvořit stále významější část finančních toků. Oproti přístupu going concern je tedy potřeba vyšších hodnot rizikového kapitálu.

(iii) *Break-up* (též *wind-up*) – tato metoda je založena na předpokladu, že společnost zcela ukončí svou činnost a pokusí se vyrovnat veškeré svoje závazky, k čemuž použije veškerý svůj majetek, je-li to potřeba. S tím je spojen i nevýhodný okamžitý prodej aktiv – viz [5].

Časový horizont spojený s předchozím předpokladem je dalším důležitým faktorem. Nejběžnější kombinací je režim going concern s časovým obdobím jeden rok, tj. rizikový kapitál na počátku ročního období se stanoví tak, že se předpokládá, že pojišťovna bude schopna po celý další rok normálně provozovat svou činnost.

3.1 Měření rizika

Přirozeně vyvstává potřeba nalézt metodu stanovení rizika spojeného s výší možných budoucích ztrát pojišťovny. Nechť X je reálná náhodná veličina označující ztrátu za určité časové období (zápornou ztrátou rozumějme zisk) a nechť $\mathcal{X}$ je množina těchto náhodných veličin. Mírou rizika rozumíme zobrazení $\rho : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$. Je vhodné po ρ požadovat splnění určitých obecných vlastnosti – důležité jsou např. tzv. koherentní míry rizika (viz např. [2]), to jest ty, které splňují následující čtyři axiomy:

(i) translační invariance: $\forall X \in \mathcal{X}, \forall \alpha \in \mathbb{R} : \rho(X + \alpha) = \rho(X) + \alpha$;

(ii) subaditivita: $\forall X, Y \in \mathcal{X} : \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$;

(iii) pozitivní homogenita: $\forall X \in \mathcal{X}, \forall \lambda \geq 0 : \rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$;

(iv) monotonie: $\forall X, Y \in \mathcal{X}, X \leq Y : \rho(X) \leq \rho(Y)$.

V tomto oddíle popíšeme často užívané míry rizika, které jsou ovšem – až na jednu výjimku – obecně nekoherentní.

Tradičně užívanou mírou rizika je *princip směrodatné odchylky* – SDP (Standard Deviation Principle), který definujeme vztahem:

$$\mathrm{SDP}(X) = \mathsf{E}(X) + k\,\sigma_X,$$

kde σ_X je směrodatná odchylka X a $k > 0$ je vhodně zvolený parametr. SDP není koherentní mírou rizika, neboť není obecně monotónní.

V praxi nejpoužívanější mírou rizika je v poslední době bezesporu *hodnota v riziku* – VaR (Value at Risk). Nechť $\alpha \in (0, 1)$, potom hodnotu v riziku na hladině $1 - \alpha$ definujeme jako:

$$\mathrm{VaR}_\alpha(X) = \inf \{x \in \mathbb{R} : \mathsf{P}(X \leq x) \geq \alpha\},$$

neboli $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$ je α-kvantil pravděpodobnostního rozdělení ztráty za určité období. Největší výhodou tohoto přístupu je snadná interpretace – s pravděpodobností $1 - \alpha$ nebude ztráta za dané období vyšší než $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$. Bohužel tato míra rizika má podstatné slabiny. Nedostatečně totiž vypovídá o ztrátách vyšších než $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$, což je u pojistných rizik velmi důležité. Také obecně není subaditivní, a tedy není koherentní mírou rizika.

Postačující podmínkou ke koherenci $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$ (viz např. [30]) je předpoklad, že X má eliptické rozdělení, to jest jeho hustotu lze vyjádřit předpisem:

$$f_X(x) = \frac{C}{\sigma}\, g\left[\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right],$$

kde $g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ je nerostoucí, $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$ a C je normalizační konstanta. Do rodiny eliptických rozdělení patří např. normální rozdělení (získáme ho volbou $g(z) = e^{-z/2}$ a $C = 1/\sqrt{2\pi}$), Studentovo t-rozdělení o k stupních volnosti (pro $g(z) = (1 + z/k)^{-\frac{k+1}{2}}$, $\mu = 0$, $\sigma = 1$ a $C = \frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\Gamma(\frac{k}{2})\sqrt{k\pi}}$, $k \in \mathbb{N}$), dále do ní patří Cauchyho, Laplaceovo či logistické rozdělení.

Další užívanou mírou rizika je *zbytková hodnota v riziku* – TVaR (Tail Value at Risk), kterou definujeme na hladině $1 - \alpha \in (0, 1)$ za předpokladu $\mathsf{E}(X^+) < \infty$ jako:

$$\mathrm{TVaR}_\alpha(X) = \mathsf{E}(X | X \geq \mathrm{VaR}_\alpha(X)),$$

jde o střední hodnotu ze ztrát převyšujících $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$. Tato míra rizika ovšem také není v obecném případě koherentní – postačující podmínkou je zde předpoklad spojitosti rozdělení X (viz níže).

Prakticky použitelnou obecně koherentní mírou rizika je *podmíněná hodnota v riziku* – CVaR (Conditional Value at Risk), jež definujeme na hladině $1-\alpha \in (0,1)$ pro $\mathsf{E}(X^+) < \infty$ následovně:

$$\mathrm{CVaR}_\alpha = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 \mathrm{VaR}_u(X)\,du.$$

Důkaz koherence CVaR je předložen v [1]. Poznamenejme, že má-li X spojité rozdělení, potom platí $\mathrm{TVaR}_\alpha(X) = \mathrm{CVaR}_\alpha$ (viz [1]).

3.2 Metody výpočtu rizikového kapitálu

Různých přístupů k výpočtu rizikového kapitálu je velké množství. V tomto oddíle pojednáme o jejich základních typech.

Nejjednodušší jsou tzv. faktorové metody, kde se rizikový kapitál určí jako vhodný násobek podstatné pojistné veličiny: např. pojistného (ať už předepsaného, zaslouženého nebo rizikového), technických rezerv, pojistné částky nebo průměrného pojistného plnění za určité období v minulosti. Příslušné koeficienty se určí většinou na základě historických pozorování pojistného trhu. Jejich největší výhodou je nenáročnost výpočtu. Na druhou stranu tyto metody málo zohledňují rozdílnost rizik podstupovaných jednotlivými pojišťovnami. Dále, pokud jsou shodné koeficienty užívány pro celou řadu států, pak není zohledněna možná odlišnost pojistných trhů v jednotlivých státech. Jako další nevýhodu uveďme nekonzistentní přístup v životním pojištění, kde se rezerva pojistného často stanovuje na základě konzervativně stanovených předpokladů. Je-li rizikový kapitál stanoven právě jako násobek rezervy pojistného, potom pojišťovna, která použije konzervativnější předpoklady, než je obvyklé na trhu, bude nucena mít k dispozici vyšší rizikový kapitál (vzhledem ke skutečně podstupovanému riziku), než je na trhu běžné. Za použití obezřetnějších předpokladů je tedy pojišťovna vlastně sankcionována. Naopak pojišťovna, jež užívá málo konzervativní předpoklady, je v tomto ohledu zvýhodněna, přestože právě ona by měla držet více rizikového kapitálu.

Další metody jsou založené na teorii ruinování. V její klasické verzi – Cramérově-Lundbergově modelu – jsou jedinými zahrnutými riziky náhodné chování počtu a výše škod. Definujme náhodný proces

$$U_t = u + c\,t - S_t,$$

kde U_t je výše rizikového kapitálu v čase t, $u \geq 0$ je počáteční výše rizikového kapitálu, $c > 0$ je intenzita spojitě placeného pojistného za jednotku času a S_t úhrn škod nastalých do času t. Dále $S_t = \sum_{k=1}^{N_t} X_k$, kde $\{N_t, t \geq 0\}$ je načítací proces počtu událostí ($N_t = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{1}_{\{\sigma_i \leq t\}}$, kde $\{\sigma_i, i \in \mathbb{N}\}$ je bodový proces okamžiků, ve kterých dochází ke škodám) a X_k je výše k-té škody, $p_1 = \mathsf{E}(X_1)$, $p_2 = \mathrm{var}(X_1)$. Předpokládáme, že $\{N_t, t \geq 0\}$ je Poissonův proces s intenzitou $\lambda > 0$ (tj. je procesem s nezávislými přírůstky, pro jehož přírůstek platí $N_{t+h} - N_t \sim \mathrm{Po}(\lambda h)\ \forall t > 0, h > 0$). Dále předpokládáme, že $\{X_k, k \in \mathbb{N}\}$

je posloupnost nezávislých stejně rozdělených náhodných veličin a posloupnosti $\{X_k, k \in \mathbb{N}\}$ a $\{\sigma_i, i \in \mathbb{N}\}$ jsou nezávislé. Navíc nechť pojistné je stanoveno dle principu střední hodnoty s bezpečnostní přirážkou θ, platí tedy $c = (1 + \theta)\lambda p_1$. Zajímá nás *pravděpodobnost ruinování*, která je definována následujícím vztahem:

$$\psi(u) := \mathsf{P}(\inf_{t>0} \{t \mid U_t < 0\} < \infty).$$

Je-li R (tzv. *adjustační koeficient*) kladné řešení rovnice

$$M_X(R) = 1 + (1 + \theta)\, p_1\, R,$$

kde $M_X(r) = \mathsf{E}(e^{rX})$ je momentová vytvořující funkce výší škod X, potom horní hranici pro $\psi(u)$ určuje Cramérova-Lundbergova nerovnost

$$\psi(u) \leq e^{-Ru}. \tag{3.1}$$

Explicitní řešení rovnice pro adjustační koeficient je k dispozici, má-li X exponenciální rozdělení ($X \sim \mathrm{Exp}(\beta) => R = \frac{\beta\theta}{1+\theta}$), u jiných pravděpodobnostních rozdělení škod můžeme užít jeho aproximací, čímž po dosazení do nerovnosti (3.1) získáváme horní odhad $\psi(u)$. Jiným možným přístupem je aproximovat přímo $\psi(u)$ – například jako:

$$\psi(u) \doteq \frac{1}{1+\theta}\, e^{(-\frac{\theta}{1+\theta}\frac{2p_1}{p_2}u)}.$$

Můžeme tedy posoudit, jaká výše počátečního rizikového kapitálu u je potřeba k poklesu $\psi(u)$ pod přijatelnou mez, či upravit θ (pokud to situace na trhu dovolí). Výše popsaný model lze dále rozšířit např. o vliv investičních výnosů, správních nákladů a inflace, nebo sledovat pravděpodobnost ruinování pouze v konečném čase či diskrétních časových okamžicích.

Mezi další modely patří modely tzv. rizikově váženého kapitálu (Risk-based Capital). V nich se stanovuje výše cílového rizikového kapitálu nejprve zvlášť pro každý druh rizika (např. tržní, upisovací, kreditní či likviditní) či jejich podsložky (např. u tržního rizika pro měnové, akciové, úrokové či nemovitostní). K výpočtu cílového rizikového kapitálu se pak užije korelační matice zohledňující možný diverzifikační efekt mezi jednotlivými riziky – k tomu je ale nutné odhadnout závislosti mezi jednotlivými riziky. Do této kategorie spadá režim Solventnost II i model, který vybudujeme v další části naší práce.

3.3 Solventnost I

Výpočet rizikového kapitálu pro pojišťovny provozující činnost v Evropském hospodářském prostoru[3] podléhá od roku 2002 legislativnímu režimu, který se vžil pod názvem Solventnost I. Tento režim byl pro životní pojištění zaveden směrnicí Evropského parlamentu a Rady 2002/12/ES[4] ([32]) a pro neživotní pojištění směrnicí 2002/13/ES ([33]). Vzhledem k tomu, že se jedná o směrnice, u kterých je závazný pouze stanovený cíl, a ne o nařízení, která jsou přímo závazná, měly

[3]Zahrnujícím k 31. 12. 2012 státy Evropské unie, Norsko, Island a Lichtenštejnsko.

[4]Jež byla nahrazena ještě téhož roku konsolidační směrnicí 2002/83/ES ([34]).

jednotlivé státy prostor pro vlastní úpravu při začleňování tohoto práva do národních legislativ. Tento fakt vedl vedl k tomu, že mezi jednotlivými státy docházelo v jeho implementaci k různým odchylkám. Režim Solventnost I lze charakterizovat jako jednoduchý faktorový model na bázi going concern pro jednoroční časový horizont.

Metody výpočtu rizikového kapitálu použité v Solventnosti I vycházejí podstatným způsobem z přístupů zavedených již dříve směrnicemi Rady Evropských společenství 73/239/EHS ([46], tzv. první směrnice o neživotním pojištění) a 79/267/EHS ([47], tzv. první směrnice o životním pojištění). V následujících pododdílech tyto metody přiblížíme, zmíníme jejich výhody i nevýhody a především popíšeme matematické modely sloužící k jejich odvození.

3.3.1 Solventnost I a životní pojištění

Hlavní přístup k výpočtu rizikového kapitálu životního pojištění v režimu Solventnost I je založen především na závěrech z tzv. Campagnovy zprávy ([45]), jež byla určena pro Organizaci pro evropskou hospodářskou spolupráci (OEEC)[5]. V této studii vychází pracovní skupina pod vedením prof. Campagne v části věnované životnímu pojištění téměř zcela z jeho dřívější práce [3], kde je předložena následující metoda stanovení cílového rizikového kapitálu jako procentní části matematické rezervy.

Campagnova metoda

Nechť V_T je náhodná veličina označující hodnotu rezervy pojistného na počátku ročního období, nechť Z je náhodná veličina označující ztrátu za toto roční období (zápornou Z tedy rozumějme zisk)[6]. Položme $X = Z/V_T$. Označme $f_X(x)$ jako hustotu náhodné veličiny X, předpokládejme, že je absolutně spojitá. Známe-li $f_X(x)$, potom lze stanovit $\alpha > 0$ tak, aby platilo:

$$\int_{\alpha}^{\infty} f_X(x)\,dx = \varepsilon, \tag{3.2}$$

a tedy:

$$\mathsf{P}\left(Z > \alpha\, V_T\right) = \varepsilon$$

pro vhodně zvolené $\varepsilon > 0$.

Podkladem pro Campagnovu práci byly údaje o hospodářských výsledcích deseti největších nizozemských pojišťoven z let 1926–1945. Měl tedy k dispozici celkem 200 pozorování Z_i/V_{T_i}, která považoval za nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny s Pearsonovým rozdělením IV. typu. To je obecně pro náhodnou veličinu Y definováno hustotou:

$$f_Y(y) = \frac{\left|\frac{\Gamma\left(m+\frac{\nu}{2}i\right)}{\Gamma(\mathrm{m})}\right|^2}{a\,\mathrm{B}\left(m-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)}\left[1+\left(\frac{y-\lambda}{a}\right)^2\right]^{-m}\exp\left[-\nu\arctan\left(\frac{y-\lambda}{a}\right)\right],\ y\in\mathbb{R},$$

[5]Tato mezinárodní organizace byla předchůdkyní Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj (OECD).

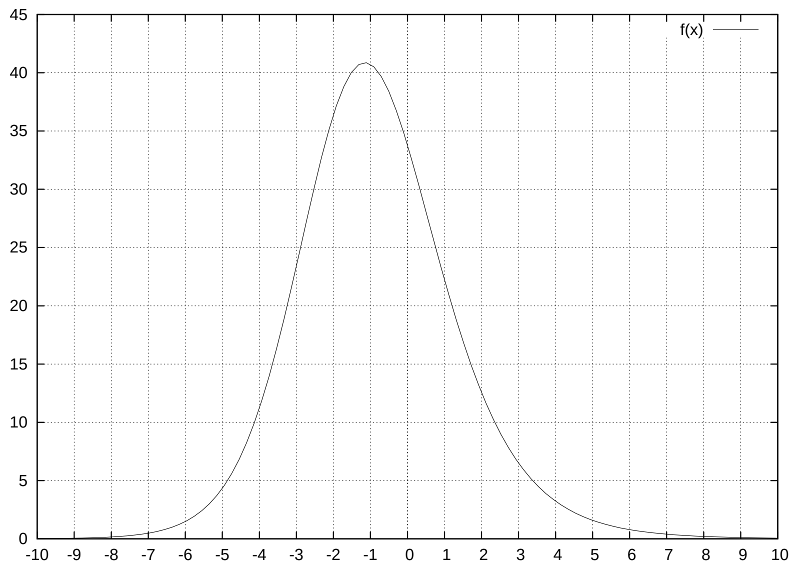
[6]Pro přesnou definici ztráty užitou v [45] odkazujeme přímo na zdroj.

kde $a > 0, \nu \neq 0, m > 1/2$ a $\lambda \in \mathbb{R}$, Γ je gama funkce a B je beta funkce.

Výsledný odhad hustoty náhodné veličiny Z_1/V_{T_1}, kterou označíme $\widehat{f}_X(x)$, byl pro $x \in \mathbb{R}$ vyjádřen vztahem:

$$\widehat{f}_X(x) = 31{,}73 \left[1 + \left(\frac{x + 2{,}399}{5{,}442}\right)^2\right]^{-4{,}850} \exp\left[2{,}226 \arctan\left(\frac{x + 2{,}399}{5{,}442}\right)\right], \tag{3.3}$$

(viz obrázek 3.1).



Obrázek 3.1: Odhad $\widehat{f}_X(x)$ dle [45]

S využitím odhadu hustoty $\widehat{f}_X(x)$ byly pak dle rovnice 3.2 stanoveny požadované hodnoty α pro $\varepsilon \in \{\, 0{,}1,\ 0{,}05,\ 0{,}01,\ 0{,}001\}$. Např. pro $\varepsilon = 0{,}05$ došel Campagne k odhadu $\alpha = 0{,}035$, tj. pokud by pojišťovna držela rizikový kapitál ve výši 0,035 násobku hodnoty matematické rezervy, potom pravděpodobnost, že její ztráta za následující jednoleté období bude vyšší než tento rizikový kapitál, je rovna 0,05.

V další části své zprávy se pak Campagne zabýval rizikovým kapitálem pro t-leté období delší než jeden rok (2, 3, 5 a 10 let). Byly použity dvě metody, obě vycházející z předchozího přístupu. V první byla pro daný počet let náhodná veličina X uvažována jako podíl ztráty za celé období a průměrné hodnoty matematických rezerv během tohoto období, poté byla na základě pozorování odhadnuta její hustota $\widetilde{f}_{X,t}(x)$. Druhá metoda zcela vycházela z již odhadnuté $\widehat{f}_X(x)$: t-letá $\check{f}_{X,t}(x)$ z ní byla získána t-násobnou konvolucí.

Jedním ze závěrů práce [3] byly i doporučené hodnoty $\alpha_{\varepsilon,t}$, kde $\alpha_{\varepsilon,t}$ označuje takovou procentní část matematické rezervy, již je nutné držet jako rizikový kapitál, pokud požadujeme, aby pravděpodobnost, že ztráta za t-leté období překročí tento rizikový kapitál, byla rovna ε. Výsledné hodnoty $\alpha_{\varepsilon,t}$ přikládáme v tabulce 3.1.

Přestože v [45], která z [3] vychází, byly k dispozici v té době aktuální data z pěti evropských států (Francie, Itálie, Německa[7], Nizozemska a Švédska) z let

[7] V celé naší práci je Německem míněna Spolková republika Německo.

ε	$\alpha_{\varepsilon,1}$	$\alpha_{\varepsilon,2}$	$\alpha_{\varepsilon,3}$	$\alpha_{\varepsilon,5}$	$\alpha_{\varepsilon,10}$
0,001	9	10	10	12	14
0,01	6	7	7,5	8	9
0,05	3,5	4	4	4	3
0,1	2,5	2,5	2,5	2	1

Tabulka 3.1: Hodnoty $\alpha_{\varepsilon,t}$ dle [3]

1952–1957 (z každého státu bylo vybráno 10 pojišťoven), byly v části [45] věnované životnímu pojištění popsány předchozí metody a znovu publikovány dřívější numerické výsledky ze studie [3]. V závěru práce pak bylo navrženo držet rizikový kapitál ve výši 4 % matematické rezervy.

Největší výhodou Campagnova postupu je zřejmě snadná použitelnost v praxi. Slabých míst je ovšem mnoho: např. pozorovaná data, jež byla k odhadům použita, byla pouze z jednoho státu a v roce vydání Campagnovy zprávy již byla značně zastaralá, nebylo rozlišováno mezi jednotlivými typy životního pojištění a nebyly ustanoveny stejné zásady výpočtu matematické rezervy pro všechny státy. Pro další komentáře k metodě odkazujeme např. na [38].

Solventnost I

V režimu Solventnost I je rizikový kapitál, pro který se užívá termínu *požadovaná míra solventnosti*[8] (required solvency margin), stanoven nejen jako násobek technických rezerv. Označme RK jako rizikový kapitál, buď V^M výše matematické rezervy a CaR buď kapitál v riziku[9]. Použitá formule nabývá tvaru:

$$RK = 0{,}04\, V^M + 0{,}003\, CaR, \tag{3.4}$$

to platí pro základní typy kapitálového životního pojištění s pojistnou dobou alespoň 5 let (pro pojistné smlouvy s pojistnou dobou kratší než 5 let a delší než 3 roky se namísto koeficientu 0,003 užije 0,0015, pro smlouvy s pojistnou dobou nejvýše 3 roky se užije 0,001). Dále pro ta pojištění, kde investiční riziko nese i pojistník, se rizikový kapitál vypočítá následujícím způsobem: pro tu část kontraktu, kde pojišťovna nese nějaké investiční riziko, jsou jako v předchozím požadována 4 % z odpovídající části V^M, a pro zbylou část kontraktu – tj. pro niž pojišťovna nenese žádné investiční riziko – se užije 1 % odpovídající zbylé části V^M (to platí pro ty smlouvy, které mají poplatky na správní náklady pevně stanovené na dobu delší než pět let; v opačném případě je tento sčítanec nahrazen 25 % čistých správních výdajů na tyto kontrakty za poslední účetní období), a posledním sčítancem je 0,003 CaR pro smlouvy, kde pojišťovna kryje riziko smrti. Zajištěním lze navíc pro účely výpočtu rizikového kapitálu částečně snížit základní vstupní hodnoty předchozích výpočtů: základ V_M lze redukovat až na 85 % původní výše a CaR až na 50 %. Důležité je, že pro připojištění k životnímu pojištění se rizikový kapitál má určit jako pro neživotní pojištění (viz pododdíl 3.3.2, vztah 3.14). Navíc jedna třetina z takto vypočítaného RK tvoří tzv. garanční fond, jenž musí být vždy větší než 3 miliony eur (upravovaných v průběhu platnosti směrnice o inflaci) a který musí být kryt pouze určitou skupinou aktiv.

[8] Po krátkou přechodnou dobu se užívalo ještě jiného pojmu: *minimální míra solventnosti.*

[9] Pro definici tohoto pojmu viz začátek kapitoly 3.

Najít byť základní matematické odvození toho, proč byly v původní první směrnici o životním pojištění 79/267/EHS (a i v Solventnosti I) pro výpočet rizikového kapitálu použity v životním pojištění právě koeficienty 0,04 pro technické rezervy a 0,003 pro kapitál v riziku, je značně obtížné. První koeficient byl zřejmě inspirován Campagnovým přístupem. Pracovní skupina, ustavená na Faculty of Actuaries in Scotland v roce 1980, která se zabývala solventností životních pojišťoven, se mimo jiné zaměřila i na původ výše uvedených koeficientů. V její závěrečné zprávě [37] je uvedeno: „*The net result of several months' investigations in many areas is most unsatisfactory and is summarised by the reply of the Supervisory Authority of one of the original E.E.C. Member States to our enquiries on the point. The reply said: ‚The rules are purely set through negotiations and are a compromise reflecting each Member State's positions and interest.*'"

Je zarážející, že tento přístup, s parametry stanovenými spíše pomocí politické dohody než jasnými matematickými metodami, přístup, u kterého nelze dohledat či ověřit odvození jeho základních parametrů, se bez zásadních změn udržel od roku 1979 až do současnosti. Nespornou výhodou je jednoduchost celého modelu a jeho snadná aplikovatelnost v praxi. Z nevýhod zmiňme, že pojišťovny, jež stanovují matematické rezervy konzervativněji, než je běžné na trhu (a tedy jsou implicitně schopny lépe dostát svým závazkům), jsou za to paradoxně sankcionovány povinností držet vyšší rizikový kapitál – čemuž by se měl správný model vyhnout. Solventnost I dále nebere dostatečně v potaz rizikový profil jednotlivých pojišťoven (např. strukturu jejich pojistného kmene či investičního portfolia) a vůbec nezohledňuje velké množství rizik.

Buolova zpráva

Obdobné stanovení rizikového kapitálu jako v Solventnosti I bylo navrhováno už v tzv. Buolově zprávě vytvořené pracovní skupinou OECD ([44]). Dle této zprávy má být u životního pojištění určen rizikový kapitál především s ohledem na to, do jaké míry bude pojistné stanovené na základě počátečních obezřetných podkladů dostačující v případě nepříznivých skutečně docílených hodnot. Byla vybrána tři hlavní rizika: úmrtnosti, technické úrokové míry a správních nákladů. Jako nejdůležitější bylo určeno riziko užité TÚM (neboť investiční výnos dle [44] podléhá „největším a nejméně předpokládatelným výkyvům"), které bylo pak jako jediné v modelu zohledněno.

Vlastní model vychází ze dvou různých výpočtů matematické rezervy. Ta byla nejprve vypočítána na počátečních předpokladech (na kterých bylo stanoveno pojistné) a podruhé s týmž pojistným, ale s nižší úrokovou mírou (za vhodnou velikost nové TÚM bylo bráno 80 % původní). V Buolově zprávě bylo rozlišováno mezi jednotlivými typy životního pojištění – např. pro smíšené pojištění měl být rizikový kapitál na počátku t-tého roku pojištění stanoven ve výši:

$$\begin{aligned} RK_t &= (A'_{x+t\overline{n-t}|} - P\,\ddot{a}'_{x+t\overline{n-t}|}) - (A_{x+t\overline{n-t}|} - P\,\ddot{a}_{x+t\overline{n-t}|}) \overset{P=P'-(P'-P)}{=} \\ &= (A'_{x+t\overline{n-t}|} - P'\,\ddot{a}'_{x+t\overline{n-t}|}) - (A_{x+t\overline{n-t}|} - P\,\ddot{a}_{x+t\overline{n-t}|}) + (P'-P)\,\ddot{a}'_{x+t\overline{n-t}|} = \\ &= V'_{x+t\overline{n-t}|} - V_{x+t\overline{n-t}|} + (P'-P)\,\ddot{a}'_{x+t\overline{n-t}|}, \end{aligned} \tag{3.5}$$

kde (užíváme-li standardního značení životního pojištění) $A_{x+t\overline{n-t}|}$, $\ddot{a}_{x+t\overline{n-t}|}$, P jsou vypočítány na počátečních předpokladech a $A'_{x+t\overline{n-t|}}, \ddot{a}'_{x+t\overline{n-t|}}, P'$ na předpokladech s nižší TÚM.

V modelových výpočtech pak bylo pro portfolio smíšeného pojištění navržen výpočet rizikového kapitálu jako

$$RK = 0{,}09\,V^M + 0{,}06\,CaR. \tag{3.6}$$

(což je významně vyšší požadavek na rizikový kapitál než v Solventnosti I).

Navíc pojištění, která neobsahovala spořící složku nebo ji obsahovala v zanedbatelné výši, což platí pro většinu připojištění, byla studována odděleně. Za použití teorie rizika bylo navrženo vytvořit speciální rezervu u ve výši:

$$u = \frac{0{,}025}{\lambda}\,P + \frac{8}{\lambda}\,\overline{S}, \tag{3.7}$$

kde λ je bezpečnostní přirážka obsažená v pojistném, P je nettopojistné a $\overline{S}$ je odhad střední hodnoty pojistných škod.

3.3.2 Solventnost I a neživotní pojištění

Stejně jako v životním pojištění byla i v neživotním metoda pro výpočet cílového rizikového kapitálu v režimu Solvency I stanovena na základě politického kompromisu. Převážil pragmatický přístup použít jednoduchý výpočet stejný napříč všemi zúčastněnými státy. A to přestože mezi jednotlivými státy existovaly na pojistném trhu i podstatné rozdíly (charakterizovatelné např. škodním či nákladovým procentem). Jako podklady při přípravě první směrnice o neživotním pojištění (73/239/EHS), z níž Solvency I vychází, sloužily také zpráva prof. Campagne [45] či metoda předložená v článku prof. de Moriho [42]. Ve směrnici byl ovšem výsledný požadavek na cílový rizikový kapitál významně nižší, než bylo doporučeno v těchto materiálech. Důvodem byla skutečnost, že mnohé pojišťovny by nebyly schopny tyto vyšší limity splnit (viz [38]).

Campagnova zpráva

Nejprve popíšeme metodu uvedenou v [45], kde bylo navrženo vypočítat cílový rizikový kapitál jako faktor pojistného. Základní idea je následující.

Nechť S je náhodná veličina vyjadřující celkovou výši škod a buď P^Z náhodná veličina označující zasloužené pojistné. Zajímá nás α takové, že pro vhodně zvolené $\varepsilon \in (0,1)$ platí:

$$\mathsf{P}(S/P^Z > \alpha) = \varepsilon. \tag{3.8}$$

Předpokládejme dále, že k pokrytí nákladů pojišťovny je potřeba konstantní násobek pojistného nP^Z, $n \in (0,1)$. Chceme stanovit cílový rizikový kapitál jako násobek pojistného následovně: tak, aby pravděpodobnost, že součet škod s náklady je větší než součet pojistného s cílovým rizikovým kapitálem, byla rovna ε. K tomu je tedy třeba držet cílový rizikový kapitál ve výši $(\alpha + n - 1)P^Z$, neboť vztah 3.8 lze upravit na výraz:

$$\mathsf{P}\left(S + nP^Z > P^Z + (\alpha + n - 1)P^Z\right) = \varepsilon. \tag{3.9}$$

Jako podkladová data sloužily údaje z osmi evropských států (Dánska, Francie, Itálie, Německa, Nizozemska, Švédska, Švýcarska a Velké Británie) z let 1952–1957, kdy z každého státu byla vybrána skupina pojišťoven dobře reprezentující tamní pojistný trh. Použité hodnoty P^Z a S byly upraveny o zajištění – vztahovaly se k součtu přímého pojištění a aktivního zajištění, poníženému o pasivní zajištění (s výjimkou Francie, kde nebyla k dispozici potřebná data o pasivním zajištění).

Rozšiřme naše označení: buďte $S_{i,t}$ škody a $P^Z_{i,t}$ zasloužené pojistné pojišťovny i v roce t. Campagne předpokládal, že $S_{i,t}/P^Z_{i,t}$ jsou nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny $\forall i, t$ s beta rozdělením. Na základě pozorovaných hodnot odhadl pro každý stát jednotlivě parametry tohoto rozdělení. Obecně, pokud náhodná veličina X má rozdělení $\mathrm{Beta}(p, q)$, potom je jeho hustota $f_X(x)$ dána jako

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x^{p-1}(1-x)^{q-1}}{\int_0^1 u^{p-1}(1-u)^{q-1}\,du} = \frac{x^{p-1}(1-x)^{q-1}}{\mathrm{B}(p,q)}, & x \in (0,1),\ p, q > 0, \\ 0, & x \notin (0,1), \end{cases} \tag{3.10}$$

kde B je beta funkce. Pro střední hodnotu a rozptyl takové náhodné veličiny dále platí: $\mathsf{E}(X) = \frac{p}{p+q}$ a $\mathrm{var}(X) = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}$. Nejprve byly odhadnuty střední hodnota $\mu = \mathsf{E}(S_{i,t}/P_{i,t})$ a rozptyl $\sigma^2 = \mathrm{var}(S_{i,t}/P_{i,t})$, díky nimž byly získány i odhady parametrů beta rozdělení, neboť obecně platí: $p = \frac{(1-\mu)/\mu - (\sigma^2(1+(1-\mu)/\mu))^2}{\sigma^2(1+(1-\mu)/\mu)^3}$, $q = p\frac{1-\mu}{\mu}$. Díky takto získanému odhadu hustoty náhodné veličiny $S_{1,1}/P^Z_{1,1}$, který označíme $\widehat{f}_X(x)$, dostaneme z (3.8) i odhad $\widehat{\alpha}$ (značíme ho $\widehat{\alpha}$). Odhad n pro jednotlivé státy byl získán jako výběrový průměr nákladů ku pojistnému (značíme ho $\overline{n}$).

V tabulce 3.2 přikládáme výsledky všech států pro pevně zvolené $\varepsilon = 0{,}0003$, jež dle [45] mělo přibližně odpovídat pravděpodobnosti 0,001, že pojišťovna nebude schopna dostát svým závazkům v tříletém období.

	Dánsko	Francie	Itálie	Německo	Nizozem.	Švédsko	Švýcar.	V. Brit.
$100\widehat{\alpha}$	74	97	83	68	78	90	83	72
$100\overline{n}$	35	38	44	35	53	32	42	41
$100(\widehat{\alpha}+\overline{n})$	109	135	127	103	131	122	125	113
$100(\widehat{\alpha}+\overline{n}-1)$	9	35	27	3	31	22	25	13

Tabulka 3.2: Cílový rizikový kapitál a jeho odvození pro jednotlivé státy dle [45]

Vzhledem k tomu, že výsledky mezi státy byly značně rozdílné (Německo 3 % ze zaslouženého pojistného, Nizozemsko 31 %, Francie – bez odečtení zaplaceného zajistného – 35 %), bylo nakonec navrhnuto, aby cílový rizikový kapitál byl stanoven jako 25 % zaslouženého pojistného, navíc bylo přidáno 2,5 % zaplaceného zajistného zohledňující riziko zajištění. Také byla stanovena minimální hranice ve výši 250 000 EMA zúčtovacích jednotek[10].

Když De Wit a Kastelijn ve své práci [57] použili lehce upravený předchozí model na data (byť neupravená o zajištění) 71 nizozemských neživotních pojišťoven z let 1976–1978, tak dospěli k významně vyššímu požadavku: $\widehat{\alpha} + \overline{n} - 1 = 60$ %

[10] Zúčtovací jednotka (unit of account) definovaná Evropskou měnovou dohodou (European Monetary Agreement), odpovídající 0,88867088 gramům ryzího zlata.

($\widehat{\alpha} = 130$ %, $\overline{n} = 30$ %) – což je podstatný nárůst oproti 31 % v [45] (viz tabulka 3.2). Sandström v [48] týž přístup aplikoval na data (upravená o zajištění) 116 švédských pojišťoven z let 1996–2003, tak získal ještě vyšší hodnoty: $\widehat{\alpha} + \overline{n} - 1 = 101$ % ($\widehat{\alpha} = 167$ %, $\overline{n} = 34$ %).

Za výhody metody popsané v Campagnově zprávě považujeme její jednoduchost a snadnou aplikovatelnost v praxi. Ovšem škodní procenta mezi jednotlivými státy jistě nejsou nezávislá (jak lze nahlédnout z tabulky 3.2). Dále bylo ve zprávě neživotní pojištění bráno jako celek, nebylo tedy vůbec rozlišováno mezi jeho různými odvětvími. Jednotné stanovení rizikového kapitálu jako 25 % zaslouženého pojistného pro všechny státy pak paradoxně vede k podhodnocení požadavku pro státy, kde by byl potřeba větší (např. v případě Nizozemska), a naopak až k významnému nadhodnocení tam, kde by rizikový kapitál dle provedeného výzkumu nebyl zapotřebí v takové výši (např. Německo).

Metoda de Moriho

Dále popíšeme metodu z článku prof. de Moriho [42] (vycházíme též z [38]). V tomto článku de Mori prezentuje model navržený pracovní komisí OECD, která navazovala na výstupy z Campagnovy zprávy [45]. Cílový rizikový kapitál je zde určen jako maximum z násobku pojistného, násobku průměrného pojistného plnění za poslední tři roky a násobku technických rezerv.

Označme S jako celkovou výši škod, buď P^P přijaté pojistné a P^Z zasloužené pojistné (S, P^P a P^Z jsou náhodné veličiny, vztahující se k jednoletému období). De Mori předpokládal, že S/P^Z má normální rozdělení (rozptyl S/P^Z označme v dalším jako σ_{S/P^P}). Obecně, pokud náhodná veličina X má normální rozdělení $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, potom platí:

$$\mathsf{P}\left(X \in (\mu - 3\,\sigma, \mu + 3\,\sigma)\right) \doteq 0{,}003, \tag{3.11}$$

kde σ je směrodatná odchylka $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

Označme dále $\overline{S}$ jako průměrnou výši škod během posledních tří let, nechť V_T jsou technické rezervy a V_S škodní rezerva, U cílový rizikový kapitál ($\overline{S}$, V_T, V_S a U jsou náhodné veličiny vztahující se k jednoletému období).

Jako podkladová data k výpočtům sloužily objemové ukazatele neživotního pojištění čtyř států (Belgie, Německa, Francie a Itálie) rozčleněného na čtyři kategorie (povinné ručení, doprava, ostatní[11], vše) z let 1951–1960. Pro každou zemi a odvětví byly z dat odhadnuty $\mathsf{E}(V^S/S)$, $\mathsf{E}(P^P/P^Z)$, $\mathsf{E}(\overline{S}/P^Z)$, $\mathsf{E}(V^T/P^Z)$ a σ_{S/P^P} (pro přehlednost neužíváme indexů pro odlišení státu a odvětví). Cílový rizikový kapitál pro jednotlivé odvětví a stát byl pak určen jako:

$$U = \max\left(\frac{3\,\sigma_{S/P^P}\,\mathsf{E}(V^S/S)}{\mathsf{E}(P^P/P^Z)}\,P^P, \frac{3\,\sigma_{S/P^P}\,\mathsf{E}(V^S/S)}{\mathsf{E}(\overline{S}/P^Z)}\,\overline{S}, \frac{3\,\sigma_{S/P^P}\,\mathsf{E}(V^S/S)}{\mathsf{E}(V^T/P^Z)}\,V^T\right). \tag{3.12}$$

Dále, protože takto získané trojice koeficientů (příslušejících v 3.12 P, $\overline{S}$ a V_T) v daném odvětví byly mezi státy velmi rozdílné, byl koeficienty pro dané odvětví stejné pro všechny státy získán jako vážený průměr (volba příslušných vah byla

[11] Kategorii „ostatní“ zde definujeme jako všechna odvětví neživotního pojištění s výjimkou povinného ručení a dopravy.

2 pro Belgii, 10 pro Francii i Německo a 8 pro Itálii). V tabulce 3.3 jsou doporučené koeficienty pro výpočet rizikového kapitálu tvořící jeden ze závěrů práce [42]. Navíc pro kategorii „vše“ nebyly takto vypočtené koeficienty vůbec v závěrech práce použity, neboť byly nahrazeny aritmetickými průměry koeficientů prvních tří kategorií.

	Doprava	Povinné ručení	Ostatní	Vše
P^P	39	24	9	24
$\overline{S}$	41	44	18	34
V_T	29	17	11	19

Tabulka 3.3: Koeficienty pro výpočet rizikového kapitálu dle [42]

Pokud by cílový rizikový kapitál měl být stanoven bez ohledu na to, do jakého odvětví neživotního pojištění spadá, byl by tedy určen jako:

$$U = \max\left(\,0{,}24\,P^P,\ 0{,}34\,\overline{S},\ 0{,}19\,V_T\right). \tag{3.13}$$

Solventnost I

Jak bylo již zmíněno, nakonec bylo v první směrnici o neživotním pojištění 73/239/EHS a pak i v režimu Solventnost I (zavedeném v [33]) užito výrazně nižšího požadavku na rizikový kapitál[12], než bylo navrhováno ve dvou předchozích materiálech. V Solventnosti I je tento požadavek určen následovně[13] (veškeré částky jsou uvedeny v eurech).

Označme P jako maximum z hrubého předepsaného pojistného a hrubého přijatého pojistného zvýšené o přijaté zajistné, ponížené o stornované pojistné a o částku daní a poplatků obsažených v pojistném zahrnutém do předchozího součtu, vše vztaženo k poslednímu uzavřenému účetnímu období. Sečtěme vyplacené hrubé pojistné plnění z přímého pojištění a plnění z převzatého zajištění, od tohoto odečtěme příjem z regresů a upravme ho o změnu stavu rezervy na pojistná plnění, to vše za poslední tři účetní období a buď $\overline{S}$ třetina z předchozího (referenční období se zvyšuje na sedm let u těch pojišťoven, které dle [33] „převážně pojišťují jen jedno riziko nebo více z těchto rizik: úvěry, vichřice (bouře), krupobití, mrazy“). Označme dále k jako poměr pojistných plnění na vlastní vrub za poslední tři účetní období k celkovým pojistným plněním (tj. včetně plnění ze zajištění) za poslední tři účetní období. Rizikový kapitál je pak stanoven ve výši

$$\begin{aligned} RK = \max([&0{,}18\,\min(P, 50\,000\,000) + 0{,}16\,\max(P - 50\,000\,000, 0)]\max(k, 0{,}5),\\ &[0{,}26\,\min(\overline{S}, 35\,000\,000) + 0{,}23\,\max(\overline{S} - 35\,000\,000, 0)]\max(k, 0{,}5)). \end{aligned} \tag{3.14}$$

tj. jestliže poměr $\overline{S}/P$ překročí přibližně 0,7 (neboť $0,18/0,26 \approx 0,16/0,23 \approx$ $\approx 35/50 = 0{,}7$), potom se RK stanovuje z $\overline{S}$, v opačném případě se stanovuje z P.

[12] Zvaný stejně jako v životním pojištění požadovaná míra solventnosti (a po přechodnou dobu minimální míra solventnosti).

[13] Pro některá odvětví pojištění se výpočet liší, pro kompletní přehled případně odkazujeme přímo na znění směrnice.

Navíc jedna třetina z takto vypočítaného rizikového kapitálu tvoří tzv. garanční fond (jež může být kryt pouze určitými aktivy); přičemž výše tohoto garančního fondu nesmí klesnout pod 2 000 000[14].

Výhodou takového přístupu je jeho jednoduchost, neboť P, $\overline{S}$ i k jsou běžně dostupné veličiny charakterizující hospodaření pojišťovny. Ovšem téměř vůbec se nebere v potaz odlišnost jednotlivých odvětví neživotního pojištění. Navíc je výpočet založen na historických vstupech – např. výše P v aktuálním roce může být významně odlišná od jeho výše za poslední uzavřené účetní období – a zároveň nezohledňuje dostatečně rychle změny ve struktuře pojistného kmene pojišťovny – např. nově upsané obchody mohou být z hlediska rizikovosti významně odlišné než stávající, může skončit platnost kontraktů velmi výhodných pro pojišťovnu, nebo u nich dojde ze strany pojistníka ke snaze dojednat např. snížení pojistného, a naopak ze strany pojišťovny může dojít k neprodlužování pro ni nevýhodných kontraktů).

V této kapitole jsme mnoho prostoru věnovali různým přístupům k výpočtu rizikového kapitálu a zhodnotili jsme jejich výhody a nevýhody. Dodejme, že Solventnost I bude k 1. 1. 2016 nahrazena režimem Solventnost II. Vzhledem k rozsáhlosti a komplexnosti tohoto režimu ho v naší práci nebudeme podrobně popisovat a odkazujeme přímo [48], [31] či přímo na směrnici na směrnici [35]. Při stanovování rizikového kapitálu bude v Solventnosti II zohledněna široká škála rizik, jimž je pojišťovna vystavena. Mezi hlavní třídy rizik patří riziko upisovací, tržní, kreditní a operační.

[14] Dodejme, že ve směrnici je zakotven způsob, jakým se veškeré výše uvedené částky upravují o inflaci.

Kapitola 4

Model rizikového kapitálu

V této kapitole se zaměříme na vystavění vlastního modelu pro výpočet rizikového kapitálu. Budeme uvažovat riziko úmrtnosti, úrokové riziko, riziko storen a riziko nákladů. Pro numerické výpočty jsme vybrali připojištění smrti úrazem, do modelu tedy zahrneme i riziko vyplývající ze změn v úmrtnosti na úrazy. Pro každé riziko zvlášť vybudujeme příslušný podmodel. Použijeme Monte Carlo simulační techniky a v každém podmodelu budeme generovat různé scénáře parametrů mu příslušejících. Na pojištění nahlížíme jako na soubor finančních toků. Rizikový kapitál RC^i v jednotlivém podmodelu i pak stanovíme jako

$$RC^i = \mathrm{VaR}_{99,5}(X) - \mathsf{E}(X), \tag{4.1}$$

kde X je současná hodnota budoucích výdajů ponížená o současnou hodnotu budoucích příjmů. Hodnotu $\mathrm{VaR}_{99,5}(X)$ odhadujeme jako 99,5% kvantil empirického rozdělení. Nakonec výsledky jednotlivých podmodelů agregujeme přes korelační matici. Celkový rizikový kapitál RC tak stanovíme jako:

$$RC = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j}\, RC^i\, RC^j}, \tag{4.2}$$

kde $Corr$ je korelační koeficient mezi i-tým a j-tým rizikem. Použité korelační koeficienty uvádíme v tabulce 4.1.

	Úmrtnost	Úrazovost	Storna	Náklady	Úrok
Úmrtnosti	1	0,25	0	0,25	0,25
Úrazovost	0,25	1	0	0,5	0,25
Storna	0	0	1	0,5	0,25
Náklady	0,25	0,5	0,5	1	0,25
Úrok	0,25	0,25	0,25	0,25	1

Tabulka 4.1: Korelační matice pro výpočet rizikového kapitálu

V následujících oddílech popisujeme jednotlivé podmodely.

4.1 Podmodel úmrtnosti

Prodlužování střední délky lidského života můžeme pozorovat nejen ve vyspělých státech; je to jev, který souvisí primárně s vývojem lékařské vědy a zdravotnictví a také se zlepšováním kvality lidského života. Uveďme na konkrétním příkladu z České republiky, jak se mezi roky 2001–2011 prodloužila střední délka života při narození: u mužů vzrostla o 2,6 roku na 74,7 let, u žen pak došlo k nárůstu o 2,3 roku, a to na 80,7 let (viz [28]). Z předchozího příkladu je zřejmé, že pro životní pojištění sjednané na dlouhé časové období je vhodné do pojistně-matematických výpočtů zahrnout očekávaný vývoj úrovně úmrtnosti v čase.

Jedním z přístupů, které slouží k modelování budoucího vývoje úmrtnosti, je Leeova-Carterova metoda (publikovaná v [41]). Vlastnosti tohoto modelu nám navíc umožní generovat různé scénáře, a proto tuto metodu využijeme k modelování v naší práci, v následující části této kapitoly je podrobně popsána.

4.1.1 Leeův-Carterův model

Nejprve zaveďme potřebné veličiny ve shodě se [4]. Středním stavem obyvatelstva v roce t budeme rozumět počet obyvatel daného území (v našem případě České republiky) v polovině roku t, tedy k 1. červenci. Dále si označme $m_{x,t}$ specifickou míru úmrtnosti ve věku x v roce t definovanou jako podíl zemřelých ve věku x v roce t a středního stavu obyvatelstva daného věku v roce t. Leeův-Carterův model předpokládá, že $m_{x,t}$ lze popsat vztahem

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \varepsilon_{x,t}, \tag{4.3}$$

kde $t = 1, \ldots, n$, $x = 0, \ldots, \omega$, kde ω označuje skupinu ve věku ω a více, α_x charakterizuje průměrnou úroveň specifické míry úmrtnosti ve věku x, κ_t vystihuje vývoj úrovně úmrtnosti v čase, β_x citlivost věkové skupiny x vzhledem ke κ_t, dále $\varepsilon_{x,t} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma^2 > 0$, reprezentuje náhodnou chybu modelu (např. věkově specifické historické vlivy nezachytitelné modelem).

V takto definovaném modelu nejsou jeho parametry určeny jednoznačně, neboť pro dané α_x, β_x a κ_t vztah (4.3) splňují i $\alpha_x - c_1 c_2 \beta_x, \beta_x c_1$ a $\kappa_t / c_1 + c_2$, a to $\forall c_1 \neq 0$, $\forall c_2 \in \mathbb{R}$. Pro jednoznačnost řešení je nutné zvolit navíc počáteční omezující podmínky; ve shodě s [41] položme:

$$\sum_{x=0}^{\omega} \beta_x = 1, \tag{4.4}$$

$$\sum_{t=1}^{n} \kappa_t = 0. \tag{4.5}$$

Nyní zavedeme další značení. Buď $\boldsymbol{M}$ matice typu $(\omega + 1) \times n$ přirozených logaritmů $m_{x,t}$:

$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} \ln(m_{0,1}) & \cdots & \ln(m_{0,n}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln(m_{\omega,1}) & \cdots & \ln(m_{\omega,n}) \end{pmatrix}. \tag{4.6}$$

Označme dále hledané parametry modelu $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0, \ldots, \alpha_\omega)^\top$, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \ldots, \beta_\omega)^\top$ a $\boldsymbol{\kappa} = (\kappa_1, \ldots, \kappa_n)^\top$.

Za podmínky (4.5) získáme složky vektoru $\boldsymbol{\alpha}$ pro jednotlivé věky x jako

$$\alpha_x = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ln(m_{x,t}), \tag{4.7}$$

neboli $\boldsymbol{\alpha}^\top = \boldsymbol{M}\,\frac{1}{n}\,\mathbf{1}_n$, kde jsme označili $\mathbf{1}_n = (1, \ldots, 1)^\top \in \mathbb{R}^n$.

Zbývá určit parametry $\boldsymbol{\beta}$ a $\boldsymbol{\kappa}$. Označme $\boldsymbol{M}^\star = \boldsymbol{M} - \boldsymbol{\alpha}\,\mathbf{1}_n^\top$. Matici $\boldsymbol{M}^\star$ vlastně chceme aproximovat maticí $\boldsymbol{\beta}\,\boldsymbol{\kappa}^\top$, která má hodnost 1. K tomu Lee a Carter užili singulárního rozkladu[1] matice $\boldsymbol{M}^\star$.

Buď r hodnost matice $\boldsymbol{M}^\star$, předpokládejme $r = \min(\omega + 1, n)$. Dle věty o singulárním rozkladu matice (viz Theorem 2.2 v [54]) existují ortogonální matice $\boldsymbol{U}$ typu $(\omega + 1) \times r$, diagonální matice $\boldsymbol{S} = \operatorname{diag}(\sigma_1, \ldots, \sigma_r)$ typu $r \times r$, kde $\sigma_1 \geq \ldots \geq \sigma_r > 0$ jsou tzv. singulární čísla matice $\boldsymbol{M}^\star$, a ortogonální matice $\boldsymbol{V}$ typu $n \times r$ takové, že platí

$$\boldsymbol{M}^\star = \boldsymbol{U}\boldsymbol{S}\,\boldsymbol{V}^\top. \tag{4.8}$$

Z Eckhartovy-Youngovy-Mirského věty (viz Theorem 2.3 v [54]) dále plyne, že matice $\boldsymbol{u}_1\sigma_1\boldsymbol{v}_1^\top$, kde $\boldsymbol{u}_1$ je první sloupec matice $\boldsymbol{U}$ a $\boldsymbol{v}_1$ je první sloupec matice $\boldsymbol{V}$, splňuje:

$$\min_{\mathrm{h}(\boldsymbol{X})=1} \|\boldsymbol{M}^\star - \boldsymbol{X}\|_2 = \|\boldsymbol{M}^\star - \boldsymbol{u}_1\sigma_1\boldsymbol{v}_1^\top\|_2 = \sigma_2, \tag{4.9}$$

kde $\|\cdot\|_2$ je spektrální norma matice[2]. Díky předchozí větě tedy víme, že $\boldsymbol{u}_1\sigma_1\boldsymbol{v}_1^\top$ je nejlepší aproximací $\boldsymbol{M}^\star$ vzhledem ke spektrální normě matice. Nyní bychom mohli položit $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{u}_1$ a $\boldsymbol{\kappa} = \sigma_1\boldsymbol{v}_1$, ovšem vzhledem k počáteční podmínce (4.4) klademe $\boldsymbol{\beta} = \frac{1}{\boldsymbol{u}_1^\top\mathbf{1}_{\omega+1}}\boldsymbol{u}_1$, z čehož dostáváme $\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{u}_1^\top\mathbf{1}_{\omega+1}\sigma_1\boldsymbol{v}_1$.

Takto získané $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ a $\boldsymbol{\kappa}$ ovšem nezaručují, že modelovaný počet úmrtí v celé populaci v roce t je roven původním pozorovaným hodnotám. Vzhledem k tomu, že takový požadavek je rozumný, ještě přistoupíme k novému odhadu parametru $\boldsymbol{\kappa}$, a to tak, aby pro jednotlivé $t = 1, \ldots, n$ bylo za již stanovených $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ splněno:

$$\sum_{x=0}^{\omega} d_{x,t} = \sum_{x=0}^{\omega} e_{x,t} e^{\alpha_x + \beta_x \kappa_t}, \tag{4.10}$$

kde $d_{x,t}$ je počet zemřelých ve věku x v roce t a $e_{x,t}$ je střední stav populace věku x v roce t.

Pro predikci budoucích $m_{x,t}$ nyní potřebujeme pouze získat odhady κ_t pro $t > n$. K tomu je možno užít vhodného ARIMA modelu – při simulacích jsme využili ARIMA(0,1,0). Máme-li k dispozici odhady κ_t pro $t = n + 1, \ldots, m + 4$, kde m je předpokládaný počet let trvání pojištění a platí, že $m > n$ a zároveň $m \in \{5, \ldots, \omega - 4\}$, dostaneme z (4.3) hodnoty $m_{x,t}$, ze kterých získáme pravděpodobnost úmrtí ve věku x v roce t díky vztahu $q_{x,t} = 1 - e^{-m_{x,t}}$. Pro jedince ve věku x bychom mohli použít při pojistných výpočtech na počátku roku $n+1$ pravděpodobnosti úmrtí $q_{x,n+1}, q_{x+1,n+2}, \ldots, q_{x+m-1,n+m}$, tyto ovšem nejprve vyrovnáme Wittsteinovou devítibodovou metodou (viz [6]), kdy pro $t = n, \ldots, n+m-1$ užijeme:

[1] Singular Value Decomposition (SVD).

[2] Též zvaná 2-norma matice; je maticovou normou přidruženou k eukleidovské normě vektoru: je-li $\boldsymbol{X}$ matice typu $m \times n$, potom $\|\boldsymbol{X}\|_2 = \sup\limits_{\boldsymbol{x} \neq 0} \frac{\|\boldsymbol{X}\boldsymbol{x}\|}{\|\boldsymbol{x}\|}$, kde $\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_n)^\top$ a $\|\cdot\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$ je eukleidovská norma vektoru.

$$
\begin{aligned}
\hat{q}_{x,t+1} &= \frac{1}{25}\left(q_{x-4,t-3} + 2q_{x-3,t-2} + 3q_{x-2,t-1} + 4q_{x-1,t} + 5q_{x,t+1} + \right. \\
&\quad \left. + 4q_{x+1,t+2} + 3q_{x+2,t+3} + 2q_{x+3,t+4} + q_{x+4,t+5}\right). \qquad (4.11)
\end{aligned}
$$

Výše popsaným postupem jsme získali generační úmrtnostní tabulky. Při numerických výpočtech jsme jako vstup pro odhad parametrů Leeova-Carterova modelu užili podkladová data z výzkumného demografického internetového serveru www.mortality.org, kde jsou po registraci dostupná demografická data mnoha států, včetně ČR. Konkrétně jsme užili data z let 1950–2011 pro věky $x = 0, \ldots, 110$, rozdělená dle pohlaví. Pro jednoduchost od dalších aspektů stanovení $q_{x,t}$ odhlížíme – nezahrnujeme žádnou implicitní přirážku, nezohledňujeme problematiku selekce a antiselekce či případnou odlišnost úrovně úmrtnosti pojistného kmene a obyvatelstva v ČR. Též se nezabýváme příliš nízkými či vysokými věky, jež by navíc vyžadovaly speciální úpravy. Pro možná vylepšení či úskalí Leeova-Carterova modelu odkazujeme případně na literaturu [40].

4.2 Podmodel úrokové míry

Klasický výpočet pojistného a technických rezerv je založen na stanovení současné hodnoty budoucích finančních toků týkajících se pojistných smluv, přičemž při diskontování se užívá konstantní technická úroková míra, jež je na počátku pojištění stanovena konzervativně. K nejlepšímu odhadu současné hodnoty budoucích finančních toků vyplývajících z pojistného kontraktu v našem modelování použijeme k diskontování nejlepšího odhadu úrokových měr. Běžným postupem je určení bezrizikové výnosové křivky z výnosů státních dluhopisů či sazeb úrokových swapů. V naší práci se užívá v jednotlivých podmodelech Monte Carlo simulace, potřebujeme tedy vhodný nástroj, který nám umožní generovat různé scénáře výnosových křivek. Jako takový jsme vybrali Coxův-Ingersollův-Rossův model okamžité úrokové míry.

4.2.1 Výnosové křivky

Výnosová křivka zobrazuje závislost výnosů podkladových aktiv na době do splatnosti – proto se někdy též nazývá časovou strukturou úrokových měr. Podkladová aktiva se liší pouze dobou do splatnosti, ostatní vlastnosti mají totožné. Významnými výnosovými křivkami jsou tzv. bezrizikové výnosové křivky. Podkladem pro stanovení takovéto křivky jsou nejčastěji státní dlouhopisy (obchodované na burze) nebo úrokové swapy (obchodované OTC – over-the-counter). Úrokový swap (interest rate swap, IRS) je finanční derivát, kterým se protistrany na určitou dobou zavazují ke směně různých úrokových výnosů z pomyslné jistiny, a který slouží především k zajištění úrokového rizika či ke spekulaci.

Státní dluhopisy i úrokové swapy jsou obchodovány s různými splatnostmi, s dostatečnou likviditou, a pro svou nízkou rizikovost jsou považovány za vhodné podkladové instrumenty ke stanovení bezrizikové výnosové křivky. Pojem bezrizikovosti ovšem rozhodně neznamená, že nemůže nastat úvěrové selhání protistrany – ať už v případě státních dluhopisů státu či v případě úrokového swapu např.

banky. Toto riziko může být zohledněno v ceně swapu úvěrového selhání (credit default swap, CDS), jež je finančním derivátem obchodovaným OTC – kupující v případě úvěrového selhání emitenta podkladového aktiva obdrží od prodávajícího finanční plnění.

K získání teoretických výnosů bezkupónových dluhopisů o stejných dobách do splatnosti jako mají podkladové finanční instrumenty (jejichž kótace jsou aktualizovány každý pracovní den a jsou k dispozici z elektronických zdrojů prostřednictvím agentur jako je např. Bloomberg nebo Reuters) lze užít metody bootstrapping. K interpolaci a extrapolaci výnosů ostatních dob do splatnosti pak může sloužit např. Nelsonův–Siegelův model (popsaný podrobněji v [43]). Ten okamžitou forwardovou výnosovou křivku popisuje vztahem

$$f_t = \beta_0 + \beta_1\, e^{-t/\tau} + \beta_2\, \frac{t}{\tau}\, e^{-t/\tau}, \tag{4.12}$$

kde $\beta_0 > 0, \beta_1, \beta_2 \in \mathbb{R}$ a $\tau > 0$ jsou parametry modelu, f_t je okamžitá forwardová úroková míra v čase $t \geq 0$ (platná v okamžiku stanovení výnosové křivky). Z předchozího vztahu dostáváme pro spotovou úrokovou křivku integrací $r_t = 1/t \int_0^t f_u \,\mathrm{d}u$:

$$r_t = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)\, \frac{1 - e^{-t/\tau}}{t/\tau} - \beta_2\, e^{-t/\tau}, \tag{4.13}$$

kde r_t značí spotovou úrokovou míru spojitého úročení na časové období délky t (platnou k okamžiku stanovení výnosové křivky). Chceme-li přejít k úročení složenému, je třeba užít vztahu $i_t = e^{r_t} - 1$, kde i_t je úroková míra složeného úročení. Odhad parametrů modelu můžeme získat pomocí matematického softwaru (např. Mathematica či Matlab) kupříkladu metodou nejmenších čtverců. Mezi další užívané modely patří model Svenssonův (viz [49]), který rozšiřuje Nelsonův–Siegelův o další dva parametry a okamžitou forwardovou výnosovou křivku definuje vztahem:

$$f_t = \beta_0 + \beta_1\, e^{-t/\tau_1} + \beta_2\, \frac{t}{\tau_1}\, e^{-t/\tau_1} + \beta_3\, \frac{t}{\tau_2}\, e^{-t/\tau_2}, \tag{4.14}$$

kde $\beta_0 > 0, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \in \mathbb{R}$ a $\tau_1, \tau_2 > 0$.

Předchozí modely dokážou vystihnout různé typy na trhu se vyskytujících výnosových křivek, jsou tedy v praxi často využívané. Náš přístup k výpočtu rizikového kapitálu je ovšem založen na simulacích různých scénářů budoucího vývoje, potřebujeme tedy získat nástroj pro generování výnosových křivek.

4.2.2 Coxův-Ingersollův-Rossův model

Jako vhodný nástroj využijeme Coxův-Ingersollův-Rossův model (CIR model) publikovaný v [7]. Ten předpokládá, že vývoj okamžité spotové úrokové míry $r(t)$ lze za předpokladu rizikové neutrality popsat stochastickou diferenciální rovnicí

$$\mathrm{d}r(t) = \alpha\,(\mu - r(t))\,\mathrm{d}t + \sigma\sqrt{r(t)}\,\mathrm{d}W(t), \tag{4.15}$$

$r(0) = r_0$, $\mu\alpha \geq 0$ a $\sigma^2 > 0$ a $W(t)$ je Wienerův proces. Poznamenejme, že náhodný proces $\{W(t), t \geq 0\}$ nazveme Wienerovým procesem, jestliže

(i) $W(0) = 0$ s. j. a $\{W(t), t \geq 0\}$ má spojité trajektorie;

(ii) je procesem s nezávislými přírůstky;

(iii) je takovým procesem se stacionárními přírůstky, pro nějž platí $\forall s > t \geq 0:$ $W(s) - W(t) \sim \mathrm{N}(0, s-t)$.

Je-li splněno, že $\alpha, \mu, \sigma, r_0 \geq 0$ a $2\mu\alpha > \sigma^2$, potom je zaručeno, že úroková míra $r(t)$ je v CIR modelu vždy kladná (viz [62]), což je jeho výhodou Vašíčkově modelu (viz [55]), jenž je definován rovnicí:

$$\mathrm{d}r(t) = \alpha' (\mu' - r(t))\, \mathrm{d}t + \sigma' \,\mathrm{d}W(t), \tag{4.16}$$

$r(0) = r_0', \alpha' > 0, \mu', \sigma' \in \mathbb{R}$ a $W(t)$ je Wienerův proces.

K praktickým simulacím realizací náhodného procesu daného rovnicí (4.15) lze užít diskretizaci např. explicitní Eulerovou–Maruyamovou metodou:

$$r(t+1) = r(t) + \alpha\,(\mu - r(t))\,\Delta t + \sigma\sqrt{r(t)}\,\sqrt{\Delta t}\,\varepsilon_t, \tag{4.17}$$

$t = 0, \ldots, N-1$, kde časový interval délky T, na kterém provádíme diskretizaci, je ekvidistantně rozdělen na N částí,$\Delta t = T/N$ a ε_t jsou nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny s rozdělením $\mathcal{N}(0,1)$. Tato diskretizace ovšem vzhledem k tomu, že je pouze aproximací původního procesu, obecně nedokáže předejít poklesu $r(t)$ do záporných hodnot, čímž by simulace v dalším kroku nutně skončila, neboť pro $r(t) < 0$ plyne $\sqrt{r(t)} \notin \mathbb{R}$. Vedle jiných metod diskretizace lze užít i přímo následující vlastnosti CIR modelu: pro $r(t)$ za podmínky znalosti $r(s)$ platí

$$r(t) \mid r(s) \sim c\,\chi_d^2 \left(\frac{e^{-\alpha(t-s)}}{c} r(s) \right),\ t > s \geq 0, \tag{4.18}$$

kde $c = \frac{\sigma^2(1-e^{-\alpha(t-s)})}{4\alpha}, d = \frac{4\mu\alpha}{\sigma^2}$ a $\chi_d^2\left(\frac{e^{-\alpha(t-s)}}{c} r(s)\right)$ značí necentrální χ^2 rozdělení o d stupních volnosti s parametrem necentrality $\frac{e^{-\alpha(t-s)}}{c} r(s)$, kde $t > s \geq 0$ (viz [36]). Tuto vlastnost lze využít k simulacím, neboť matematické softwary poskytují generátor náhodných čísel pro necentrální χ^2 rozdělení. Dodejme, že má-li náhodná veličina X necentrální χ^2 rozdělení o $k > 0$ stupních volnosti s parametrem necentrality $\lambda > 0$, potom lze její hustotu vyjádřit jako

$$f_X(x) = \frac{1}{2}\, e^{-(x+\lambda)/2} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\frac{k-2}{4}} I_{k/2-1}(\sqrt{\lambda x}), \tag{4.19}$$

kde

$$I_\nu(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{2j+\nu}}{j!\,\Gamma(\nu + j + 1)} \tag{4.20}$$

je modifikovaná Besselova funkce prvního druhu řádu ν, Γ je gama funkce, a navíc platí $\mathsf{E}(X) = k + \lambda$, $\mathrm{var}(X) = 2k + 4\lambda$. Z předchozího a z (4.18) tedy dostáváme:

$$\mathsf{E}(r(t) \mid r(s)) = r(s)\, e^{-\alpha(t-s)} + \mu(1 - e^{-\alpha(t-s)}), \tag{4.21}$$

$$\mathrm{var}(r(t) \mid r(s)) = r(s)\frac{\sigma^2}{\alpha}\left[\, e^{-\alpha(t-s)} - e^{-2\alpha(t-s)}\right] + \frac{\mu\sigma^2}{2\alpha}\left[1 - e^{-\alpha(t-s)}\right]^2 \tag{4.22}$$

Další význačnou vlastností CIR modelu je, že dává k dispozici explicitní vzorec pro ocenění bezkupónového dluhopisu:

$$P(t,T) = A(t,T)\, e^{-B(t,T)r(t)},\ T > t \geq 0, \tag{4.23}$$

kde $P(t,T)$ je v okamžiku t cena bezkupónového dluhopisu s jednotkovou nominální hodnotou splatnou v čase T a za předpokladu rizikové neutrality platí

$$\begin{aligned} A(t,T) &= \left(\frac{2\gamma e^{(\alpha+\gamma)(T-t)/2}}{2\gamma + (\alpha+\gamma)\left[e^{\gamma(T-t)} - 1\right]} \right)^{\frac{2\alpha\mu}{\sigma^2}}, & (4.24)\\ B(t,T) &= \frac{2e^{\gamma(T-t)-1}}{2\gamma + (\alpha+\gamma)\left[e^{\gamma(T-t)} - 1\right]}, & (4.25)\\ \gamma &= \sqrt{\alpha^2 + 2\sigma^2}. & (4.26) \end{aligned}$$

Pro spotovou úrokovou míru spojitého úročení $r(t,T)$ do času T v okamžiku t pak máme $r(t,T) = -\frac{\ln(P(t,T))}{T-t}$ a $i(t,T) = e^{r(t,T)} - 1$, kde $i(t,T)$ je úroková míra složeného úročení do času T v okamžiku t.

V našich simulacích hodnotu $r(t+1)$ generujeme iteračně pomocí vztahu (4.18) na základě hodnoty $r(t)$, přičemž v prvním kroku vycházíme z pevně zvolené r_0.

V této práci se nezabýváme kalibrací parametrů CIR modelu na reálná data; odkazujeme případně dále na literaturu [39] či [62].

4.3 Podmodel správních nákladů

Správní náklady patří k nejvýznamnějším výdajům pojišťovny. Z hlediska pojistné doby je můžeme rozlišit na počáteční a následné. Počáteční náklady jsou jednorázově vynaloženy při uzavření pojistné smlouvy a zahrnují např. počáteční provizi vyplacenou získateli, náklady na taxaci pojistné smlouvy, marketing či vývoj pojistného produktu. Jejich výše je dobře predikovatelná a případné vzniklé odchylky nepředstavují významné riziko. Následné náklady potom vznikají během celé pojistné doby. Patří mezi ně např. následné provize získateli, náklady na mzdy zaměstanců, administrativu či nájemné apod. Výše většiny těchto položek s časem roste, což by mělo být zohledněno v pojistně-matematických výpočtech. Riziko, že se zvýší neočekávaně, samozřejmě existuje, a to zvláště u pojištění sjednaných na dlouhá časová období. V naší práci tedy budeme riziko správních nákladů modelovat pouze jako riziko, že dojde ke zvýšení následných nákladů.

V klasickém přístupu ke správním nákladům jsou následné náklady rozlišeny na běžné správní náklady, inkasní náklady a náklady při výplatě důchodu (viz [6]). Pro běžné správní náklady se v klasickém přístupu užívá označení symbolem β a jsou stanoveny jako pevné procento z pojistné částky nebo z ročního důchodu v průběhu celé pojistné doby. Inkasní náklady i náklady při výplatě důchodu jsou s rozvojem elektronických informačních systémů pojišťoven a dnes téměř výhradním užíváním bezhotovostního platebního styku nízké, v naší práci je tedy pro jednoduchost neuvažujeme (předpokládáme, že případné upomínací náklady jsou přímo hrazeny pojistníkem).

V našem přístupu budeme navíc uvažovat zvyšování následných nákladů o inflaci. Tu lze definovat jako růst cenové hladiny v čase. Mírou inflace za určité období potom rozumíme relativní přírůstek cenové hladiny za toto období. Cenovou hladinu lze charakterizovat cenovým indexem: mezi nejpoužívanější cenové indexy patří index spotřebitelských cen, index cen výrobců a deflátor hrubého národního produktu.

Označme i_t^{infl} míru inflace v $(t+1)$-ním roce pojištění a $\beta > 0$ koeficient pro výpočet běžných správních nákladů. V $(t+1)$-ním roce pojištění potom uvažujeme běžné správní náklady ve výši β_t násobku pojistné částky, kde

$$\beta_t = \beta \prod_{k=1}^{t} \left(1 + i_{k-1}^{infl}\right), \tag{4.27}$$

$t = 0, 1, \ldots$, přičemž jejich výplatu pokládáme na začátek příslušného roku.

V naší práci budeme riziko zvýšení běžných správních nákladů modelovat skrze riziko zvýšení míry inflace. Střední scénář položíme roven konstantní míře inflace $i_{BE}^{infl} > 0$. V simulacích pak inflaci budeme v jednotlivých letech pojištění modelovat autoregresním procesem řádu 1 se střední hodnotou i_{BE}^{infl} (viz např. [29]):

$$i_t^{infl} = k\, i_{BE}^{infl} + (1-k)\, i_{t-1}^{infl} + \sigma^{infl}\, \varepsilon_t, \tag{4.28}$$

pro $t = 1, 2, \ldots$, $\sigma > 0$, $k \in (0,1)$, kde k je parametr rychlosti návratu k i_{BE}^{infl}, σ^{infl} je parametr volatility a $\varepsilon_t, t = 1, 2, \ldots$, jsou nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny s rozdělením $\mathcal{N}(0,1)$.

Kalibrací na historický vývoj roční míry inflace v České republice se nezabýváme. K dispozici je samozřejmě časová řada pouze z let 1993 až 2012, tedy jenom 20 pozorování. Navíc od roku 1998 přešla ČNB ve své měnové politice k tzv. režimu cílování inflace, což časovou řadu inflace významně ovlivnilo.

4.4 Podmodel storen

Pojistník má právo pojištění zrušit. Je tedy nutné storna jako jedno z možných rizik zahrnout i do našeho modelu. Omezíme se následující přístup. Máme-li s_t^{BE} nejlepší odhad pravděpodobnosti storna v t-tém roce pojištění, pak v jednotlivých scénářích generujeme pravděpodobnosti storna v t-tém roce pojištění s_t následovně:

$$s_t = s_t^{BE} + \sigma_t^{st}\, \varepsilon_t, \tag{4.29}$$

pro $t = 1, 2, \ldots$, kde σ_t^{st} je vhodně zvolený parametr volatility v roce t a $\varepsilon_t, t = 1, 2, \ldots$, jsou nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny s rozdělením $\mathcal{N}(0,1)$.

Pojišťovny stornovost portfolia samozřejmě sledují a na základě historického vývoje jsou pak schopny stanovit nejlepší odhad pravděpodobnosti storna. Dodejme, že pravděpodobnost storna je u připojištění vyšší než u hlavního krytí, neboť pokud klient stornuje hlavní krytí, stornuje s ním i připojištění na něj navázané.

4.5 Připojištění pro případ smrti úrazem

Pro numerické výpočty jsme vybrali dočasné pojištění pro případ smrti úrazem, s běžným pojistným a jednorázovou výplatou pojistného plnění. K výpočtům tedy potřebujeme získat pravděpodobnost úmrtí na úraz. V demografických ročenkách ČSÚ (např. [28]) jsou k dispozici velmi podrobné údaje o počtech úmrtí v daném roce, rozlišené dle pohlaví, věkových kategorií a příčiny úmrtí. Příčiny jsou zde roztříděny dle Mezinárodní statistické klasifikace nemocí a přidružených zdravotních problémů ve znění 10. revize. Počet úmrtí na úraz pak můžeme stanovit díky XX. třídě diagnóz zvané Vnější příčiny nemocnosti a úmrtnosti. Ty diagnózy z této třídy, které se týkají sebevraždy (X60–X84), přirozeně do výpočtů nezahrnujeme. Označme $d_{x,t}$ počet zemřelých ve věku x v roce t, nechť $d_{x,t}^{acc}$ je počet zemřelých na úraz ve věku x v roce t.

Máme-li stanovenou pravděpodobnost úmrtí q_x ve věku x, potom pravděpodobnosti úmrtí na úraz ve věku x (označme ji q_x^{acc}) můžeme odhadnout jako

$$q_x^{acc} = q_x \, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{d_{x,i}^{acc}}{d_{x,i}},$$

kde n je počet pozorování $d_{x,t}^{acc}$ získaných ze statistických dat (v naší práci jsme uvažovali data za roky 1999–2011 –[11]-[28]). Hodnoty $d_{x,t}^{acc}/d_{x,t}$ přikládáme v příloze v tabulkách P.3 a P.4.

Při simulacích jednotlivé q_x^{acc} stanovíme jako

$$q_x^{acc} = q_x^{acc,BE} + \sigma^{acc} \varepsilon_t, \tag{4.30}$$

kde σ^{acc} je vhodně zvolený parametr volatility a $\varepsilon_t, t = 1, 2, \ldots$, jsou nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny s rozdělením $\mathcal{N}(0, 1)$ a $q_x^{acc,BE}$ je základní scénář. Protože ze statistickch dat jsme získali q_x^{acc} pouze pro pětileté věkové kategorie, tyto před výpočty ještě upravujeme klouzavým průměru řádu 5, čímž získáme lepší odhad této pravděpodobnosti.

Kapitola 5

Výsledky z modelu

V této kapitole prezentujeme numerické výsledky našeho modelu. Porovnáme přitom tři možné přístupy. Kvůli prvnímu z nich jsme v předchozí kapitole vybudovali vlastní model rizikového kapitálu. Náš model je založen na simulacích a rizikový kapitál v něm stanovujeme dle vztahů (4.1) a (4.2). Model jsme implementovali v programu MATLAB verze R2012a. Pro výpočty jsme vždy simulovali 1 000 scénářů. Rizikový kapitál z tohoto modelu označme RK^{scen}, obdobně RK_i^{scen} bude značit výsledky z podmodelu i.

Výsledky našeho modelu porovnáme s dalším přístupem, založeným tentokrát na deterministických šocích. Uvažujeme následující jednotlivé možnosti odchylek od středního scénáře: zvýšení inflace o 1 %, pokles či růst úroků o 1 %, pokles či růst pravděpodobností úmrtí o 20 %, pokles či růst pravděpodobností storen o 20 % a pokles či růst pravděpodobností úmrtí na úraz o 20 %. Kromě rizika inflace tak v každém podmodelu uvažujeme vždy dva možné scénáře, z nichž pro stanovení rizikového kapitálu vybereme vždy ten horší z hlediska pojišťovny. Celkový rizikový kapitál pak stanovíme znovu dle (4.2). Výsledky z tohoto modelu označme v souladu s předchozím jako RK^{det}, RK_i^{det}. Výsledky z obou modelů orientačně porovnáme také s dosavadním přístupem v režimu Solventnost I, kdy RK^{solv} stanovíme zjednodušeně jako 18 % z pojistného.

Uvažujeme připojištění smrti úrazem pro muže ve věku 40 let na pojistnou částku 1 000 000 Kč. Následné náklady uvažujeme ve výši 0,0001 z pojistné částky, uvažujeme jejich navyšování o inflaci. Jako výstup uvedeme celkem 5 numerických příkladů. První dva jsou na dobu 10 a 15 let s počátečními náklady 0,02 z pojistné částky. Další tři jsou na dobu 15, 20 a 25 let s uvažovanými počátečními náklady ve výši 0,03 z pojistné částky, kdy uvažujeme vyšší provizi získateli. Bruttopojistné stanovujeme v modelu vždy tak, aby očekávaný zisk z pojištění byl roven 10 % z počáteční hodnoty bruttopojistného. V příloze v tabulkách P.3 a P.4 uvádíme střední scénář základních parametrů. Pro simulace jsme dále použili: v podmodelu úrokové míry $\alpha = 0,5, \mu = 0,025, \sigma = 0,1, r_0 = 0,01$, v podmodelu inflace $k = 0,5, \sigma^{infl} = 0,001, i_{BE}^{infl} = 0,02$, v podmodelu storen $\sigma_t^{st} = s_t^{BE}/3$. Parametry modelu úmrtnosti a úrazovosti jsme odhadli z dat dle postupů popsaných v příslušných podmodelech. V tabulce 5.1 přikládáme numerické výsledky.

Všechny výsledky jsou samozřejmě ovlivněny počátečním nastavením parametrů v jednotlivých podmodelech. Jako nejvýznamějším riziko identifikujeme jak ve scénářovém, tak v deterministickém modelu riziko storen, což souvisí s počátečními náklady produktu a s jeho profitabilitou. Riziko úrazovosti nám vyšlo až

Počet let	10	15	15	20	25
Násled. náklady	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03
Běžné pojistné	4038,1	3360,7	4677,4	4198,8	3941,9
Očekávaný zisk	2691,7	2836,1	3947,2	4042,1	4102,8
$RK^{scen}_{úmrtnost}$	14,9	27,7	41,4	71,2	110,2
$RK^{scen}_{úrazovost}$	281,2	312,7	328,7	364,6	350,5
RK^{scen}_{storna}	1592,4	1864,7	2828,4	3086,0	2946,0
$RK^{scen}_{náklady}$	157,8	319,9	318,1	484,0	639,2
$RK^{scen}_{úrok}$	690,2	850,5	1448,8	1577,4	1824,1
RK^{scen}	2030,2	2486,1	3724,9	4152,5	4289,7
$RK^{det}_{úmrtnost}$	42,8	74,6	111,6	166,2	224,3
$RK^{det}_{úrazovost}$	701,2	916,2	916,2	1053,8	1139,1
RK^{det}_{storna}	1375,9	1789,9	2672,5	3145,3	3506,4
$RK^{det}_{náklady}$	28,4	56,0	56,0	85,7	114,3
$RK^{det}_{úrok}$	772,5	1109,9	1679,5	2093,0	2418,4
RK^{det}	1971,9	2654,4	3771,9	4531,2	5118,9
RK^{solv}	726,9	604,9	841,9	755,8	709,5

Tabulka 5.1: Rizikový kapitál pro připojištění smrti úrazem

jako třetí nejdůležitější. Vzhledem k tomu, že jsme tento podmodel kalibrovali na skutečná data, domníváme se, že výsledky dobře odrážejí skutečnost. Riziko nákladů vyšlo poměrně malé, což odráží nízké následné náklady. Jak scénářový, tak deterministický model nám daly obdobné výsledky. Dodejme, že v obou je rizikový kapitál výrazně vyšší, než v režimu Solventnost I.

Kapitola 6

Závěr

V naší práci jsme pojednali o celé řadě metod výpočtu rizikového kapitálu, přičemž jsme zhodnotili jejich klady a zápory. V první části práce jsme se věnovali odvození metody stanovení rizikového kapitálu v režimu Solventnost I, a to jak pro neživotní, tak pro životní pojištění. Připojištění k životnímu pojištění jsou totiž často svými vlastnostmi na rozhraní mezi životním a neživotním pojištěním. Dále jsme charakterizovali připojištění dostupná na českém trhu.

V další části naší práce jsme vybudovali vlastní model pro výpočet rizikového kapitálu. Uvažovali jsme přitom riziko úmrtnosti, riziko úrokového výnosu, riziko storen a riziko nákladů. Pro numerickou ilustraci jsme vybrali připojištění smrti úrazem, do našeho modelu jsme tedy zahrnuli i riziko s tím související.

V případě úmrtností a úmrtností na úraz jsme jednotlivé podmodely nakalibrovali na základě veřejně dostupných historických hodnot. Možným vylepšením modelu je samozřejmě kalibrace zbylých podmodelů a jeho rozšíření na další připojištění. Náš model lze použít i pro výpočet rizikového kapitálu životních pojištění. Např. díky podmodelu úmrtnosti, kde jsme využili Leeova–Carterova modelu k odhadu budoucího vývoje úmrtnosti, bychom mohli velmi dobře modelovat riziko dlouhověkosti.

Literatura

[1] Acerbi, C., Tasche, D.: *On the coherence of expected shortfall*, In *Journal of Banking & Finance*, č. 26 (7), s. 1487–1503, 2002

[2] Artzner, et al.: *Coherent Measures of Risk*, In *Mathematical Finance*, č. 9 (3), s. 203–228, 1999

[3] Campagne, C.: Contribution to the method of calculating the stabilization reserve in life assurance business, In *Gedenkboek Verzekeringskamer 1923–1948*, s. 338–378, 's-Gravenhage: Staatsdrukkerij- en Uitgeverijbedrijf, 1948.

[4] Cipra, T.: *Finanční a pojistné vzorce*, GRADA Publishing, a.s., Praha, 2006.

[5] Cipra, T.: *Kapitálová přiměřenost ve financích a solventnost v pojišťovnictví*, Ekopress, Praha, 2002.

[6] Cipra, T.: *Pojistná matematika: teorie a praxe*, Ekopress, Praha, 1999.

[7] Cox, C. C., Ingersoll, Jr., J. E., Ross, S. A.: *A Theory of the Term Structure of Interest Rates*, In *Econometrica*, č. 53 (2), s. 385–407, 1985.

[8] ČNB: *Tab. č. 2b Rozvaha sektoru pojišťoven – závazky a vlastní kapitál* [online], [cit. 2013-05-05], dostupný z: http://www.cnb.cz/cs/dohled_financni_trh/souhrnne_informace_fin_trhy/-zakladni_ukazatele_fin_trhu/pojistovny/poj_ukazatele_tab02b.html.

[9] ČSSZ: *Statistická ročenka z oblasti důchodového pojištění 2010*, Praha, 2011.

[10] ČSSZ: *Statistická ročenka z oblasti důchodového pojištění 2011*, Praha, 2012.

[11] ČSÚ: *Pohyb obyvatelstva ČR v letech 1921–1994*, Český statistický úřad, Praha, 1995.

[12] ČSÚ: *Pohyb obyvatelstva ČR v letech 1921–1995*, Český statistický úřad, Praha, 1996.

[13] ČSÚ: *Pohyb obyvatelstva ČR v letech 1921–1996*, Český statistický úřad, Praha, 1997.

[14] ČSÚ: *Pohyb obyvatelstva ČR v letech 1921–1997*, Český statistický úřad, Praha, 1998.

[15] ČSÚ: *Pohyb obyvatelstva ČR v letech 1921–1998*, Český statistický úřad, Praha, 1999.

[16] ČSÚ: *Pohyb obyvatelstva ČR v letech 1921–1999*, Český statistický úřad, Praha, 2000.

[17] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2000*, Český statistický úřad, Praha, 2001.

[18] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2001*, Český statistický úřad, Praha, 2002.

[19] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2002*, Český statistický úřad, Praha, 2003.

[20] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2003*, Český statistický úřad, Praha, 2004.

[21] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2004*, Český statistický úřad, Praha, 2005.

[22] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2005*, Český statistický úřad, Praha, 2006.

[23] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2006*, Český statistický úřad, Praha, 2007.

[24] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2007*, Český statistický úřad, Praha, 2008.

[25] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2008*, Český statistický úřad, Praha, 2009.

[26] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2009*, Český statistický úřad, Praha, 2010.

[27] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2010*, Český statistický úřad, Praha, 2011.

[28] ČSÚ: *Demografická ročenka České republiky 2011*, Český statistický úřad, Praha, 2012.

[29] Daykin, C. D., Pentikäinen, T., Pesonen, M.: *Practical Risk Theory for Actuaries*, Chapman & Hall, Londýn, 1994.

[30] Embrechts, P.: *Extreme Value Theory: Potential and Limitations as an Integrated Risk Management Tool*, In *Derivatives Use, Trading & Regulation*, č. 6, s. 449–456, 2000

[31] Evropská komise: *QIS 5 Technical Specification*, 2010

[32] Evropský parlament a Rada Evropské unie: *Směrnice Evropského parlamentu a Rady 2002/12/ES ze dne 5. března 2002, kterou se mění směrnice Rady 79/267/EHS, pokud jde o požadavky na míru solventnosti u životních pojišťoven* [online], [cit. 2013-05-03], dostupný v anglickém jazyce z: http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/-LexUriServ.do?uri=CELEX:32002L0012:CS:NOT.

[33] Evropský parlament a Rada Evropské unie: *Směrnice Evropského parlamentu a Rady 2002/13/ES ze dne 5. března 2002, kterou se mění směrnice Rady 73/239/EHS, pokud jde o požadavky na míru solventnosti u neživotních pojišťoven* [online], [cit. 2013-05-03], dostupný z: http://eur-lex.europa.eu/-LexUriServ/LexUriServ.do?uri=CELEX:32002L0013:CS:NOT.

[34] Evropský parlament a Rada Evropské unie: *Směrnice Evropského parlamentu a Rady 2002/83/ES ze dne 5. listopadu 2002 o životním pojištění* [online], [cit. 2013-05-03], dostupný z: http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/-LexUriServ.do?uri=CELEX:32002L0083:CS:NOT.

[35] Evropský parlament a Rada Evropské unie: *Směrnice Evropského parlamentu a Rady 2009/138/ES ze dne 25. listopadu 2009, o přístupu k pojišťovací a zajišťovací činnosti a jejím výkonu (Solventnost II) (přepracované znění)*, 2009

[36] Glasserman, P.: *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer, 2003.

[37] Hardie, A. C., et al.: *The solvency of life assurance companies*, In *Transactions of the Faculty of Actuaries*, č. 39, s. 251–340, C. & E. Layton, Londýn, 1986.

[38] Kastelijn, W. M., Remmerswaal, J. C. M.: *Solvency*, Surveys of Actuarial Studies No. 3, Nationale-Nederlanden N. V., Rotterdam, 1986.

[39] Kladívko, K.: *Maximum Likelihood Estimation of the Cox-Ingersoll-Ross Process: The MATLAB Implementation*, příspěvek přednesený na konferenci Technical Computing Prague 2007 [online], [cit. 2013-05-05], dostupný z: http://www.humusoft.cz/akce/matlab07, 2007.

[40] Lee, R. D.: *The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications*, In *North American Actuarial Journal*, č. 4 (1), s. 80–91, 2000.

[41] Lee, R. D., Carter, L. R.: *Modeling and Forecasting U. S. Mortality*, In *Journal of the American Statistical Association*, č. 87 (419), s. 659–671, 1992.

[42] Mori, B. de: *Possibilité d'établir des bases techniques acceptables pour le calcul d'une marge minimum de solvabilité des entreprises d'assurances contre les dommages*, In *The Astin Bulletin*, č. 3 3, s. 286–313, 1965

[43] Nelson, Ch. R., Siegel, A. F.: *Parsimonious Modeling of Yield Curves*, In *The Journal of Business*, č. 60 (4), s. 473–489, 1987.

[44] OECD: *Financial guarantees required from life assurance concerns*, Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj, 1971.

[45] OEHS: *Minimum Standards of Solvency for Insurance Firms, Report on the ad hoc Working Party in Minimum Standards of Solvency*, Organizace pro evropskou hospodářskou spolupráci, Paříž, 1961.

[46] Rada Evropských společenství: *První Směrnice Rady ze dne 24. července 1973 o koordinaci právních a správních předpisů týkajících se přístupu k činnosti v přímém pojištění jiném než životním a jejího výkonu* [online], [cit. 2013-05-03], dostupný z: http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/-LexUriServ.do?uri=CELEX:31973L0239:CS:NOT.

[47] Rada Evropských společenství: *První směrnice Rady 79/267/EHS ze dne 5. března 1979 o koordinaci právních a správních předpisů týkajících se přístupu k činnosti v přímém životním pojištění a jejího výkonu* [online], [cit. 2013-05-03], dostupný v anglickém jazyce z: http://eur-lex.europa.eu/-LexUriServ/LexUriServ.do?uri=CELEX:31979L0267:en:NOT.

[48] Sandström, A.: *Solvency: Models, Assessment and Regulation*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2006.

[49] Svensson, L. E. O.: *Estimating Forward Interest Rates with the Extended Nelson & Siegel Method*, In *Penning- & Valutapolitik*, č. 3, s. 13–26, 1995.

[50] *Úřední sdělení ČNB ze dne 11. února 2010, kterým se zveřejňuje maximální výše technické úrokové míry.*

[51] *Úřední sdělení ČNB ze dne 15. ledna 2013, kterým se zveřejňuje maximální výše technické úrokové míry.*

[52] Ústav zdravotnických informací a statistiky ČR: *Ukončené případy pracovní neschopnosti pro nemoc a úraz 2011*, Ústav zdravotnických informací a statistiky ČR, Praha, 2012.

[53] Ústav zdravotnických informací a statistiky ČR: *Zdravotnická ročenka České republiky 2011*, Ústav zdravotnických informací a statistiky ČR, Praha, 2012.

[54] Van Huffel, S., Vandewalle, J.: *The Total Least Squares Problem: Computational Aspects and Analysis*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1991.

[55] Vašíček, O.: *An equilibrium characterization of the term structure*, In *Journal of Financial Economics*, č. 5 (2), s. 177–188, 1977.

[56] *Vyhláška ČNB č. 434/2009, kterou se provádějí některá ustanovení zákona o pojišťovnictví.*

[57] Wit, G. W. de, Kastelijn, W. M.: *The Solvency Margin in Non-Life Insurance Companies*, In *The Astin Bulletin*, č. 11 (2), s. 136–144, 1980

[58] *Zákon č. 155/1995 Sb., o důchodovém pojištění.*

[59] *Zákon č. 37/2004 Sb., o pojistné smlouvě a o změně souvisejících zákonů (zákon o pojistné smlouvě).*

[60] *Zákon č. 363/1999 Sb., o pojišťovnictví a o změně některých souvisejících zákonů (zákon o pojišťovnictví).*

[61] *Zákon č. 277/2009 Sb., o pojišťovnictví a o změně některých souvisejících zákonů (zákon o pojišťovnictví).*

[62] Zeytun, S., Gupta, A.: *A Comparative Study of the Vasicek and the CIR Model of the Short Rate*, Berichte des Fraunhofer ITWM, č. 124, Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik ITWM, 2007.

Příloha

t	storna	inflace	úroková míra
1	0,10	0,02	0,010
2	0,09	0,02	0,014
3	0,08	0,02	0,017
4	0,07	0,02	0,018
5	0,06	0,02	0,019
6	0,05	0,02	0,020
7	0,05	0,02	0,021
8	0,05	0,02	0,021
9	0,05	0,02	0,021
10	0,05	0,02	0,021
11	0,05	0,02	0,021
12	0,05	0,02	0,021
13	0,05	0,02	0,021
14	0,05	0,02	0,021
15	0,05	0,02	0,021
16	0,05	0,02	0,021
17	0,05	0,02	0,022
18	0,05	0,02	0,022
19	0,05	0,02	0,021
20	0,05	0,02	0,021
21	0,05	0,02	0,021
22	0,05	0,02	0,021
23	0,05	0,02	0,021
24	0,05	0,02	0,021
25	0,05	0,02	0,021
26	0,05	0,02	0,021
27	0,05	0,02	0,021
28	0,05	0,02	0,021
29	0,05	0,02	0,021
30	0,05	0,02	0,021
31	0,05	0,02	0,021
32	0,05	0,02	0,021
33	0,05	0,02	0,021
34	0,05	0,02	0,021
35	0,05	0,02	0,021
36	0,05	0,02	0,021
37	0,05	0,02	0,021
38	0,05	0,02	0,021
39	0,05	0,02	0,021
40	0,05	0,02	0,021

Tabulka P.1: Střední scénář storen, inflace a úrokové míry

vek	q_x	q_y	vek	q_x	q_y
0	0,027843526	0,016594837	51	0,005979718	0,002119366
1	0,001789567	0,001258972	52	0,006595045	0,002342978
2	0,000942901	0,000651222	53	0,007243752	0,002596199
3	0,000772869	0,000474953	54	0,007885055	0,002877797
4	0,001850827	0,001122751	55	0,008555547	0,003204252
5	0,000678884	0,000405188	56	0,009209702	0,003550189
6	0,000595198	0,000334109	57	0,009929956	0,003929643
7	0,000557378	0,000297662	58	0,010756279	0,004319566
8	0,000523099	0,000269723	59	0,01167721	0,004730961
9	0,000497653	0,000251512	60	0,012673079	0,005151854
10	0,00048284	0,000241239	61	0,013786497	0,005624938
11	0,000475928	0,000237281	62	0,014922584	0,006123666
12	0,000487206	0,000241504	63	0,01603022	0,006658151
13	0,000535995	0,00025741	64	0,017103446	0,007212706
14	0,0006214	0,000279128	65	0,018135496	0,007788366
15	0,000733201	0,000305509	66	0,019125647	0,008375508
16	0,000864362	0,00033309	67	0,020162152	0,009024635
17	0,000999426	0,000356472	68	0,021288232	0,009766371
18	0,001108561	0,000370455	69	0,022613392	0,010663065
19	0,001175215	0,000376863	70	0,024152405	0,011697038
20	0,00120929	0,000375312	71	0,025996441	0,012926549
21	0,001212564	0,000367557	72	0,028188712	0,014413718
22	0,001188543	0,000356407	73	0,03074217	0,016168835
23	0,001151645	0,000344715	74	0,033580267	0,018235237
24	0,00111375	0,000333405	75	0,036677233	0,020774561
25	0,001072874	0,000323098	76	0,03987339	0,023820802
26	0,001039304	0,000317532	77	0,043259263	0,027298871
27	0,001015487	0,000316475	78	0,047023843	0,031387796
28	0,001001945	0,000321447	79	0,051282091	0,036099301
29	0,001000166	0,000329117	80	0,056171042	0,041389148
30	0,001006506	0,000342183	81	0,062221411	0,047363831
31	0,001012516	0,000355647	82	0,069390917	0,05425655
32	0,001028634	0,000373031	83	0,077591168	0,061752981
33	0,001059211	0,000392576	84	0,087005658	0,070143665
34	0,001107305	0,00041824	85	0,097444696	0,079517692
35	0,001180329	0,000447373	86	0,108885387	0,090046429
36	0,001287818	0,000483721	87	0,121529999	0,101891608
37	0,001417816	0,000525627	88	0,135446278	0,115190978
38	0,001575635	0,000575348	89	0,150102772	0,129990062
39	0,001761985	0,000630711	90	0,16588173	0,146434361
40	0,001975215	0,000694568	91	0,182402548	0,163945031
41	0,002207233	0,000764668	92	0,199057256	0,182140876
42	0,002470668	0,000844021	93	0,215718705	0,201864479
43	0,002758111	0,000930398	94	0,233220425	0,22252323
44	0,00306118	0,001030138	95	0,251570579	0,243888613
45	0,003384207	0,001140675	96	0,270420936	0,266541048
46	0,0037237	0,001268263	97	0,290241025	0,29049469
47	0,004081891	0,001406955	98	0,310849112	0,314639673
48	0,004466238	0,001563041	99	0,331515937	0,339070426
49	0,0049114	0,001732578	100	0,351833814	0,363600349
50	0,0054059	0,001916883			

Tabulka P.2: Střední scénář generačních úmrtnostních tabulek pro muže a ženy, kterým bylo 40 let v roce 2013, získaný díky Leeově-Carterově modelu

	0	1–4	5–9	10–14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74	75–79	80–84	85+
1994	0,08	0,40	0,52	0,46	0,56	0,58	0,50	0,44	0,31	0,20	0,13	0,08	0,05	0,03	0,03	0,03	0,02	0,03	0,04
1995	0,05	0,40	0,51	0,35	0,58	0,62	0,55	0,44	0,31	0,21	0,13	0,08	0,05	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,04
1996	0,03	0,35	0,44	0,44	0,61	0,62	0,52	0,42	0,30	0,21	0,13	0,08	0,06	0,04	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04
1997	0,06	0,40	0,42	0,50	0,59	0,66	0,53	0,44	0,32	0,20	0,14	0,10	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02	0,03	0,04
1998	0,06	0,28	0,47	0,45	0,55	0,62	0,52	0,41	0,30	0,20	0,14	0,08	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,03	0,04
1999	0,04	0,34	0,54	0,55	0,63	0,59	0,52	0,41	0,31	0,22	0,13	0,08	0,05	0,04	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03
2000	0,06	0,47	0,56	0,40	0,62	0,57	0,51	0,43	0,35	0,22	0,14	0,09	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,03	0,03
2001	0,04	0,21	0,57	0,30	0,58	0,58	0,53	0,41	0,31	0,22	0,15	0,09	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,03	0,04
2002	0,03	0,30	0,51	0,35	0,62	0,58	0,54	0,42	0,34	0,22	0,14	0,10	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02	0,03	0,04
2003	0,04	0,31	0,43	0,41	0,60	0,56	0,49	0,45	0,32	0,21	0,14	0,10	0,06	0,04	0,03	0,03	0,02	0,03	0,04
2004	0,07	0,29	0,31	0,29	0,60	0,59	0,53	0,44	0,32	0,21	0,14	0,10	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02	0,03	0,03
2005	0,06	0,26	0,53	0,25	0,59	0,61	0,48	0,38	0,30	0,21	0,14	0,11	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02	0,03	0,03
2006	0,04	0,21	0,34	0,39	0,53	0,53	0,43	0,36	0,28	0,22	0,13	0,08	0,05	0,04	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03
2007	0,06	0,39	0,23	0,46	0,65	0,56	0,51	0,39	0,31	0,21	0,17	0,10	0,07	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,03
2008	0,01	0,28	0,23	0,35	0,53	0,53	0,52	0,38	0,31	0,23	0,16	0,10	0,07	0,04	0,03	0,03	0,02	0,03	0,03
2009	0,02	0,29	0,38	0,46	0,57	0,51	0,39	0,38	0,31	0,25	0,15	0,09	0,06	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02	0,03
2010	0,05	0,31	0,09	0,37	0,49	0,49	0,46	0,37	0,30	0,22	0,16	0,11	0,07	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,03
2011	0,01	0,34	0,22	0,36	0,47	0,43	0,42	0,32	0,27	0,20	0,14	0,09	0,07	0,04	0,03	0,02	0,03	0,03	0,03

Tabulka P.3: Podíl neúmyslných úrazů na úmrtnosti v ČR v letech 1994–2011 dle věkových kategorií – muži

	0	1–4	5–9	10–14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74	75–79	80–84	85+
1994	0,11	0,35	0,45	0,44	0,56	0,36	0,26	0,27	0,16	0,09	0,08	0,05	0,04	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06
1995	0,04	0,24	0,48	0,25	0,49	0,39	0,28	0,26	0,16	0,12	0,06	0,05	0,03	0,03	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
1996	0,06	0,33	0,33	0,30	0,53	0,47	0,35	0,27	0,18	0,13	0,06	0,05	0,04	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05
1997	0,04	0,36	0,32	0,41	0,48	0,44	0,30	0,29	0,16	0,12	0,08	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05
1998	0,06	0,32	0,30	0,32	0,55	0,45	0,31	0,24	0,15	0,13	0,07	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04
1999	0,08	0,34	0,32	0,26	0,50	0,44	0,32	0,22	0,16	0,14	0,09	0,04	0,04	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04
2000	0,03	0,39	0,29	0,38	0,48	0,46	0,34	0,27	0,18	0,15	0,06	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04
2001	0,05	0,26	0,34	0,52	0,57	0,41	0,31	0,27	0,14	0,12	0,08	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04
2002	0,06	0,30	0,32	0,43	0,49	0,41	0,39	0,22	0,17	0,13	0,08	0,06	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04
2003	0,06	0,30	0,24	0,32	0,54	0,45	0,30	0,26	0,18	0,15	0,09	0,06	0,03	0,02	0,03	0,02	0,03	0,03	0,04
2004	0,08	0,14	0,46	0,30	0,44	0,55	0,34	0,23	0,17	0,16	0,11	0,06	0,03	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04
2005	0,08	0,31	0,28	0,37	0,55	0,43	0,35	0,21	0,15	0,15	0,10	0,06	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03
2006	0,07	0,38	0,30	0,33	0,56	0,48	0,23	0,16	0,17	0,13	0,13	0,06	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
2007	0,06	0,29	0,42	0,52	0,48	0,49	0,35	0,25	0,18	0,16	0,12	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03
2008	0,06	0,31	0,13	0,24	0,42	0,62	0,34	0,21	0,14	0,11	0,10	0,07	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03
2009	0,05	0,26	0,38	0,29	0,35	0,41	0,36	0,27	0,15	0,11	0,12	0,07	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
2010	0,06	0,11	0,24	0,28	0,43	0,44	0,23	0,16	0,17	0,13	0,09	0,06	0,04	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03
2011	0,07	0,30	0,28	0,45	0,38	0,39	0,20	0,18	0,13	0,11	0,08	0,08	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03

Tabulka P.4: Podíl neúmyslných úrazů na úmrtnosti v ČR v letech 1994–2011 dle věkových kategorií – ženy

Seznam obrázků

Seznam tabulek