Úlohy stochastického programování a ekonomické aplikace - erata

Tomáš Kučera

Str. 4 body s optimálním řešením Zde se symboly $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ značí optimální řešení příkladu 1, dosazujeme-li postupně různé hodnoty ξ_1, ξ_2.

Str. 5 body s optimálním řešením Symbol γ zde opět značí optimální řešení úlohy v příkladu 1, dosazujeme-lu různá η.

Str. 8 funkce $v(x,\xi)$ uprostřed Využitím funkce v jak je zde bychom sice vyřešili problém náhodné množiny přípustných řešení, ale měli bychom pořád úlohu s náhodným prvkem v účelové funkci. Úlohu bez náhodného prvku bychom získali teprve po aplikování střední hodnoty, bylo by třeba mít úlohu ve tvaru

$$\min_{\boldsymbol{x} \in \chi} Ev(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) = EF(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) + E\varphi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}).$$

Použití funkce u ve větě 8.

Původní znění: Zobrazení $u : \chi \setminus S_\epsilon \to \chi$ splňuje podmínku

$$f(u(\boldsymbol{x})) \leq f(\boldsymbol{x}) + \epsilon^*, \qquad \forall \boldsymbol{x} \in \chi \setminus S_\epsilon \tag{1}$$

pro nějaké $\epsilon^* \geq \epsilon > 0$. Toto zobrazení existuje vždy.

Nové znění: Nechť u je nějaké zobrazení z $\chi \setminus S_\epsilon$ do χ, které splňuje podmínku

$$f(u(\boldsymbol{x})) \leq f(\boldsymbol{x}) - \epsilon^*, \qquad \forall \boldsymbol{x} \in \chi \setminus S_\epsilon \tag{2}$$

pro nějaké $\epsilon^* \geq \epsilon > 0$. Pokud je množina $\chi \setminus S_\epsilon$ prázdná, potom je každé přípustné řešení $\epsilon-$ optimální a tvrzení věty je triviální. V opačném případě lze takové zobrazení nalézt vždy.

Jak jsou chápána běžná rozdělení nebo rozdělení s dobrými vlastnostmi? Běžná rozdělení nebo rozdělení s "lehkými chvosty" nejsou přesně definována. V této práci tím rozumíme normální rozdělení a rozdělení která v extrémních hodnotách konvergují podobně rychle nebo rychleji.

Odstavec pod větou 9 na straně 20 není jasně formulovaný.

Původní znění: Při splnění předpokladů předchozích dvou vět je tedy rychlost konvergence optimálního řešení exponenciální.

Nové znění: Předchozí dvě věty říkají, že při splnění jejich požadavků při určování poloměru okolí správného řešení, ve kterém se bude nacházet řešení úlohy SAA s pravděpodobností alespoň $1-\alpha$, roste ceteris paribus potřebný rozsah vzorku N exponenciálně s klesajícím α.

Co jsou "jednorozměrná rozhodování" na str. 21?

Zde je myšlena jednorozměrná pravděpodobnostní míra.

Odstavec pod větou 10 na str. 22 je špatně formulovaný.

Původní znění: V úlohách se však může snadno stát, že účelová funkce není lineární vzhledem k pravděpodobnostní míře. To znamená, že obsahuje více středních hodnot "v sobě". Uvažujme například úlohu s účelovou funkcí ve tvaru

$$F(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) = \tilde{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, E\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi})),$$

kde $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) = (G_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}), \ldots, G_m(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}))$ je m-dimenzionální funkce definovaná na $\chi \times \mathbb{R}^s$ a $\tilde{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{y})$ je reálná funkce definovaná na $\chi \times \mathbb{R}^s \times Y$, kde $Y \subset \mathbb{R}^m$ je neprázdná množina. Vícerozměrnou konvergenci tohoto případu řeší následující věta.

Nové znění: Tvrzení "obsahuje více středních hodnot "v sobě"" není přesné, toto je jenom jeden speciální případ úloh nelineárních v pravděpodobnostní míře. Následující věta potom neřeší vícerozměrnou konvergenci, ale "dobré chování" úloh vícerozměrných vzhledem k pravděpodobnostní míře.

Str. 44 druhý odstavec Všechna tvrzení tohoto odstavce jsme ukázali pouze pro dva příklady použité v této práci, nikoli obecně, jak se v odstavci tvrdí.

Postup pro převádění úlohy (13) na str. 31 na minimalizační úlohu (14) není zřejmý.

Jedná se o přechod od úlohy $\max_{\boldsymbol{x}\in\chi_M} EZ$ k úloze $\min_{\boldsymbol{x}\in\chi_M} Eu(-Z)$. Úloha $\max_{\boldsymbol{x}\in\chi_M} EZ$ je z hlediska optimálního řešení a optimální hodnoty ekvivalentní úloze $-\min_{\boldsymbol{x}\in\chi_M} E(-Z)$. Zde bychom však měli spíše přejít k úloze $\max_{\boldsymbol{x}\in\chi_M} Eu(Z)$, pokud chceme, aby užitková funkce splňovala monotónnost vzhledem k uspořádání množiny lineárních kombinací χ_M. Pro získání výsledku plynoucího ze Schwarzovy nerovnosti ale budeme muset předpokládat, že funkce u je konkávní. Minimum jsem se zde snažil využít především kvůlo konvenci, všechna teorie v této praci je vybudována na řešení úlohy s minimem.

Str. 22, věta 11, bod 1 Na konci tohoto bodu by mělo být pro nějaké $\boldsymbol{\xi}$ a nikoli $\boldsymbol{z}$.

Postup v odstavcích 5.3.1 a 5.3.2 Zde je potřeba zmínit, že větu o konvergenci úlohy nelineární v pravděpodobnostní míře jsem v práci neuvedl, nicméně její předpoklady jsou stejné, jako předpoklady vět 11 a 12 dohromady, její výsledek je stejný jako z věty 12. Já se o větu 1 z [1], str. 118. Při zachování značení ze strany 22 zní tato věta:

Věta 1. *Nechť jsou splněny následující předpoklady:*

1. *jednodimenzionální marginální pravděpodobnostní míry P_i jsou absolutně spojité vzhledem k Lebesgueově míře na $\mathbb{R}$.*
2. *$P \in M_1(\mathbb{R}^s)$ má distribuční funkci $\mathcal{F}$, existuje $\epsilon > 0$ takové, že*
   - *$\tilde{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{y})$ je pro $\boldsymbol{x} \in \chi(\epsilon), \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^s$ Lipschitzovská funkce $\boldsymbol{y} \in Y(\epsilon)$ s Lipschitzovskou konstantou L^y, $Y(\epsilon) = \{\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^m : y = G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi})$ pro nějaké $\boldsymbol{x} \in \chi(\epsilon), \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^s$. $E_{\mathcal{F}} G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}), E_{\mathcal{F}^N} G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) \in Y(\epsilon)\}$,*
   - *$\forall \boldsymbol{x} \in \chi(\epsilon)$ existují konečné střední hodnoty*
   $$E_{\mathcal{F}}\mathcal{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, E_{\mathcal{F}}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi})), \quad E_{\mathcal{F}}\tilde{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, E_{\mathcal{F}^N}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi})), \quad E_{\mathcal{F}^N}\tilde{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, E_{\mathcal{F}^N}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi})),$$
   - *$G_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}), i = 1, \ldots, m$ jsou pro všechna $\boldsymbol{x} \in \chi$ Lipschitzovskou funkcí $\boldsymbol{\xi}$ s Lipsichitzovskou konstantou L_h^i (vzhledem k L_1 normě),*
   - *$\tilde{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{y})$ jsou pro všechna $\boldsymbol{x} \in \chi, \boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^m$ Lipschitzovskou funkcí $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^s$ s Lipschitzovskou konstantou L_z (vzhledem k L_1 normě).*
3. *Je splněna alespoň jedna z následujících podmínek:*
   - *$\tilde{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{y})$ a $G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi})$ je stejnoměrně spojité funkce na $\chi \times \mathbb{R}^s \times Y(\epsilon)$,*
   - *χ je konvexní množina a $\tilde{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}))$ je konvexní funkce na $\chi(\epsilon)$.*

Potom

$$P\left\{\omega : |\varphi(\mathcal{F}) - \varphi(\mathcal{F}^N)| \stackrel{N\to\infty}{\longrightarrow} 0\right\} = 1.$$

Pro absolutní odchylku označíme

$$\tilde{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{y}) = -\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\xi} + C|\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\xi} - y|,$$
$$G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\xi}.$$

V úloze CVaR nejprve úlohu převedeme na jednu minimalizační úlohu, což lze vzhledem k [2], věta 14, a t přiřadíme k rozhodovacím parametrům. Označíme

$$\tilde{F}(\boldsymbol{x}, t, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{y}) = -\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\xi} + Ct + \frac{Cy}{1-\theta}$$
$$G(\boldsymbol{x}, t, \boldsymbol{\xi}) = |\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\xi} - t|_+.$$

Samotné ověření předpokladů předchozí věty je již proveden v původní diplomové práci, jelikož jsou její předpoklady "podmnožinou" předpokladů vět 11 a 12.

Reference

[1] Kaňková, Vlasta: Risk Measures via Heavy Tails, vydáno v Quantitative Methods in Economics, Proceedings of the International Scientific Conference, str. 115-119, Ekonom, Bratislava 2012.

[2] Rockafellar, R. Tyrrell, Uryasev, Stanislav: Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions, Journal of Banking and Finance 26 (2002), str. 1443-1471.