Oponentský posudek na doktorskou dizertační práci

Mgr. Karla Pazourka

„Algoritmy a principy ve vyučování matematice"

Předložená práce je aktuálním a původním příspěvkem k pojmenované problematice na úrovni českých středních všeobecně vzdělávacích škol. Uplatnění obou dvou pojmů *algoritmus* a *princip* je přitom omezeno na dostatečně bohatou tématickou oblast s dlouhou historií jak v samotné matematice, tak i její výuce, totiž na téma *dělitelnosti*, zejména přirozených a celých čísel, ale i dělitelnosti mnohočlenů nad číselnými okruhy $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$ či $\mathbb{C}$.

České střední školy poskytující všeobecné vzdělání prošly v průběhu zkoumaného období od r. 1849 řadou změn, které autor všeobecně a přehledně popisuje v první kapitole své práce. Druhá kapitola je autorovým výkladem základní teorie spojené s relací dělitelnosti čísel a polynomů. Je v ní s ohledem na celkové zaměření věnována větší pozornost algoritmům řešení základních úloh: hledání rozkladů na prvočinitele a největších společných dělitelů a nejmenších společných násobků.

V nejrozsáhlejší třetí kapitole se autor věnuje detailní analýze způsobů, jakými byly v jednotlivých etapách vývoje našeho školství principy a algoritmy spojené s teorií popsanou v předchozí kapitole podávány v dobových učebnicích matematiky, na jakých příkladech byly procvičovány v tehdejších sbírkách příkladů.

Čtvrtá kapitola je nástinem možného popisu zkoumaných pojmů *algoritmus* a *princip* v matematice všeobecně a z nich plynoucích způsobů didaktického uplatnění na příkladech principu indukce a Eukleidova algoritmu v oblasti elementární teorie čísel a polynomů. Závěrečná pátá kapitola podává informaci o konkrétních aktivitách autora při mimoškolním vzdělávání nadaných středoškoláků ve dvou projektech v Praze z posledních let. Jejich obsahová náplň přitom přímo vycházela z autorovy přípravy disertační práce, v jejímž závěru nechybí rozsáhlá bibliografie a přílohy s přehledem historického vývoje schémat algoritmu prvočíselných rozkladů a Eukleidova algoritmu v českých učebnicích matematiky.

Od stručného popisu práce nyní přejdu k jejímu hodnocení. Za nejpřínosnější část celé dizertace považuji její třetí kapitolu, zaměřenou na podrobný popis a hodnocení kladů i nedostatků dostupných učebnic z jednotlivých historických údobí. Oceňuji enormní množství práce, které autor věnoval zevrubnému čtení, přemýšlivému rozboru, srovnávání těchto pramenů a posuzování vývojových změn, jež se v přístupu k dělitelnosti jako učebnímu tématu projevovaly. Popis příslušných pasáží posuzovaných učebnic je obsažný, zahrnuje řadu citací jak teoretických pouček a pravidel, tak zadávaných příkladů, takže poskytuje čtenáři dobrou představu o jejich obsahu i stylu. Autorovy hodnotící komentáře jsou zajímavé a svědčí o jeho schopnosti dobrého analytického myšlení i tvůrčích předpokladech vytvořit z dílčích poznatků ucelená hodnocení, zformulovaná věcným a kultivovaným jazykem. Výsledkem je kvalitní, v existující literatuře patrně jedinečný text, který může zaujmout a inspirovat každého učitele matematiky ochotného přemýšlet nejen o současném stavu, ale i historickém vývoji svého aprobačního předmětu a proměnách jeho výuky.

K celému textu práce mám několik drobných věcných připomínek. Všechny směřují k výkladu teorie dělitelnosti ve druhé kapitole a uvedu je nyní číslovaně.

(1) str. 42, Tvrzení 2.1.1: Proč je mezi předpoklady nerovnost $l \geq m$? Bod 4 mohl být formulován jako $\pm 1 \mid l$, závěr bodu 5 jako $l \mid \pm l$.

(2) str. 43, Věta 2.1.2: Namísto předpokladu $l \neq 0$ má být $k \neq 0$.

(3) str. 43: Označení $\mathbb{Z}^*$ mohlo být vysvětleno.

(4) str. 43, Věty 2.1.3: Důkaz tvrzení, že pro nesoudělná čísla k, l platí implikace $k \mid bl \Rightarrow k \mid b$, je chybný. Předně z nesoudělnosti čísel k, l neplyne, jak uvádí autor, relace $k \nmid l$ (vyvrací to příklad $k = \pm 1$). Autor pak považuje za zřejmou upravenou implikaci $(k \nmid l \wedge k \mid bl) \Rightarrow k \mid b$, ta však obecně neplatí. Původní tvrzení $(D(k, l) = 1 \wedge k \mid bl) \Rightarrow k \mid b$ je třeba dokazovat jinak. Je to možné (v rámci zvoleného výkladu) udělat způsobem, který nevyužívá rozklady čísel na prvočinitele? Rád bych v průběhu obhajoby slyšel na tuto otázku odpověď.

(5) str. 48: Autor uvádí jako zřejmé, že hodnota $D(a, b)$ existuje pro *libovolná* celá čísla a a b. Jak je tomu však v případě $a = b = 0$?

(6) str. 50: Podmínku $|a| > |b|$ ze vstupu Euklidova algoritmu bych rozhodně rozšířil na $|a| > |b| > 0$. Protože jde o první představení Eukleidova algoritmu, trochu mi vadí i *neostré* nerovnosti $0 \leq z_i$ pro indexy $i \leq n$ ve vypsaném sloupci vztahů. Jistě by ten rozhodovací úkon po každém dělení se zbytkem stál za zmínku! V následné větě má být $|b| > z_1$ namísto $b > z_1$, to však lze považovat za pouhý překlep.

(7) str. 50: Ve Větě 2.1.21 by celá čísla a, b měla splňovat podmínku $|a| > |b|$, nikoliv $a > b$.

(8) str. 52: Ve vstupu zrychleného algoritmu má opět být $|a| > |b| > 0$.

(9) str. 53: Vedoucí člen je $a_n x^n$, nikoliv pouze a_n, to je vedoucí koeficient.

(10) str. 55, Definice 2.2.9: Píše se zde o společném děliteli stupně *většího než* 1, správně má být *většího než* 0. Největší společný dělitel bych zaváděl jen pro případ, že aspoň jeden z polynomů Q_1, Q_2 je nenulový.

(11) str. 57: Ve vstupu algoritmu by mělo být $\deg P_1 \geq \deg P_2 > -\infty$. Upozorňuji zvláště na opomenutý případ rovnosti, který není tolik triviální jako při algoritmu pro celá čísla, kde jsem jeho absenci toleroval.

Pokud jde o formální zpracování textu celé disertaci, konstatuji, že práce je vysázena velice přehledně. V celém textu jsem našel jen necelou desítku překlepů, které jsem vyznačil přímo v poskytnutém výtisku. To nijak neovlivňuje můj názor, že výsledné podobě dizertační práce věnoval uchazeč dostatečnou pozornost a píli.

Závěrem shrnuji, že práce je především původním příspěvkem k historii středoškolského vyučování teorie dělitelnosti, kterým autor prokázal schopnost samostatné tvůrčí badatelské práce. Konstatuji proto, že výsledný text splňuje požadavky kladené na doktorskou dizertaci a doporučuji ho tudíž k obhajobě před komisí pro obor „Obecné otázky matematiky a informatiky“.

V Brně 25. července 2012 doc. RNDr. Jaromír Šimša, CSc.