

V práci se zabýváme dvou-dimenzionálními simplicialními komplexy a lineárními kódy. Řekneme, že lineární kód \mathcal{C} nad tělesem \mathbb{F} je trojúhelníkově reprezentovatelný, pokud existuje dvou-dimenzionální simplicialní komplex Δ takový, že kód \mathcal{C} je propíchnutým kódem jádra $\ker \Delta$ incidenční matice simplicialního komplexu Δ nad \mathbb{F} a $\dim \mathcal{C} = \dim \ker \Delta$. Tento simplicialní komplex nazveme geometrickou reprezentací kódu \mathcal{C} .

Dokážeme, že každý lineární kód nad prvotělesem je trojúhelníkově reprezentovatelný. Pro konečná prvotělesa sestrojíme geometrickou reprezentaci takovou, že váhový polynom kódu \mathcal{C} je dán jednoduchou formulí váhového polynomu prostoru cyklů simplicialního komplexu Δ . Tedy geometrická reprezentace kódu \mathcal{C} určuje jeho váhový polynom.

Naše motivace pochází z teorie pfaffiánovských orientací grafů, která poskytuje polynomiální algoritmus pro výpočet váhového polynomu prostoru řezů grafu s omezeným rodem. Tento algoritmus využívá geometrických vlastností nakreslení grafu na orientovatelnou riemannovskou plochu. Prostor řezů je lineární kód a odpovídající graf je jeho užitečnou geometrickou reprezentací.

Dále studujeme vnořitelnost geometrických reprezentací do euklidovských prostorů. Ukážeme, že každý binární lineární kód má geometrickou reprezentaci v \mathbb{R}^4 . Charakterizujeme binární lineární kódy, které mají geometrickou reprezentaci v \mathbb{R}^3 .

Ukážeme, že váhový polynom každého binárního lineárního kódu je polynomiálně převoditelný na permanent troj-rozměrné nezáporné matice. Dále studujeme Pfaffiánovské troj-rozměrné matice a ukážeme aplikaci našich výsledků ve statistické fyzice.