

Oponentský posudek doktorandské disertační práce Mgr. Jana Vršovského

„Pologrupy operátorů a jejich orbity“

Předložená práce je rozdělena do čtyř částí, z nichž první je úvodní. Další tři části jsou rozděleny celkem do 12 kapitol. Jednotlivým tématem je chování orbit omezených lineárních operátorů (případně semigrup nebo jen posloupností operátorů). Přitom se nejprve zkoumají orbity regulární (s limitou nula nebo nekonečno), potom neregulární (husté atp.) a nakonec se zkoumá pojem orbitální reflexivita („orbit reflexivity“).

Velká část textu má spíše přehledový charakter, kde se zpracovávají známé výsledky. Vlastní výsledky autora jsou specifikovány na stranách 4–5. Vlastní výsledky jsou dvou druhů – jednak výsledky z publikovaných společných článků autora se školitelem a jednak nepublikovaná vylepšení některých výsledků tohoto druhu.

Zařazení přehledových pasáží je ospravedlnitelné s ohledem na logickou strukturu práce a provázanost jednotlivých témat. V práci jsem našel nemálo nedostatků. Následuje seznam nalezených chyb a dalších připomínek:

1. Strana 7, důkaz Proposition 1.3: Používá se Theorem 1.1 na posloupnost koeficientů (α_n/a) , přitom jejich součet je přesně 1, ne menší než 1. Lze to snadno opravit – například se použije posloupnost $((1 - \frac{1}{n})\alpha_n/a)$.

2. Strana 10, Conjecture 1.7: Rovnost $X = \ell^p(X)$ je podivná.

3. Strana 16, třetí odstavec: Tvrdí se, že když X je konečnědimensionální, pak z předpokladu $\|T^n\| \rightarrow \infty$ plyne, že $1 < \|T\| = r(T)$. To není pravda. Nechť X je dvourozměrný Hilbertův prostor a T je operátor reprezentovaný Jordanovou buňkou

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Pak $r(T) = 1$ a T^n je reprezentovaný maticí

$$\begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

tedy $\|T^n\| \rightarrow \infty$.

Důkaz faktu, že pro konečněrozměrný prostor z předpokladu $\|T^n\| \rightarrow \infty$ plyne existence x , že $\|T^n x\| \rightarrow \infty$ je tedy špatně. Tvrzení ovšem platí, i když tempo divergence nemusí být exponenciální. Správný důkaz lze provést využitím faktu, že každý konečněrozměrný prostor je izomorfní Hilbertovu prostoru příslušné dimenze a Jordanova kanonického tvaru.

4. Strana 19, Example 3.4: Důkaz je vynechán s odůvodněním, že je analogický důkazu Příkladu 3.1. Je to sice pravda, ale místo součtů je třeba na správných místech použít správné integrály, proto si myslím, že v takovém případě by důkaz měl být uveden.

5. Strana 20, důkaz Observation 3.6: Důkaz je správně, ale zasloužil by pořádné provedení. Konkrétně se používá nerovnost $\|(T^{n-m})^k\| \geq \lambda^k$, kterou sice není těžké dokázat, ale mělo by se to aspoň explicitně zmínit.

6. Strana 22, Example 4.1: Znění tohoto příkladu je poněkud zavádějící. Píše-li se „There is a Hilbert space X (real or complex)“, rozumím tomu tak, že existuje Hilbertův prostor (a buď existuje takový reálný nebo takový komplexní). Ale to asi tím není míněno. Má to znamenat, že existuje i reálný i komplexní prostor s danými vlastnostmi. Kromě toho tvrzení typu „existuje Hilbertův prostor, že něco platí“, kterých je dále více, je krkolomná formulace. Vzhledem k tomu, že se uvažují nekonečně rozměrné separabilní prostory, a Hilbertův prostor s těmito vlastnostmi existuje jen jeden (tedy jeden komplexní a jeden reálný), proto by tato tvrzení měla začínat spíše „Let X be a (real or complex) infinite dimensional separable Hilbert space“. To platí i o formulaci řady dalších příkladů v práci.

7. Strana 24: Tvrdí se, že výrazy C a D jsou symetrické, a tedy pro D platí stejný odhad jako pro C . Já tu symetrii nevidím. Proto by se buď ta symetrie měla popsat (jak si odpovídají koeficienty) nebo by se měl výpočet udělat i v tomto případě.

8. Strana 28, důkaz $(i) \Rightarrow (ii)$: Posloupnost (z_k) by se měla navíc volit tak, aby se v ní každý člen vyskytoval nekonečněkrát. Jinak by nemuselo platit $\overline{V_k} \subset U$ pro nějaké k . Příklad: Nechtě $X = \{0\} \cup \{\frac{1}{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$ s metrikou zděděnou z \mathbb{R} . Nechtě $z_k = \frac{1}{k+1}$ pro $k \in \mathbb{N}$ a $U = X \setminus \{0\}$.

Aby důkaz prošel, je potřeba, aby nejen posloupnost (z_k) byla hustá, ale aby pro každé n byla hustá i posloupnost $(z_k)_{k \geq n}$. Pokud X nemá izolované body, platí to automaticky, jinak je potřeba (z_k) zvolit pečlivěji, jak píše výše.

9. Strana 30, důkaz $(ii) \Rightarrow (iii)$: Podstatně se používá, že posloupnost (T^{n_k}) má hustou množinu hypercyklických bodů. To je třeba zdůvodnit. V článku [19], na který se autor odkazuje, se říká, že to pravda je, je to tam zformulováno jako součást Lemmatu 2.5, jehož důkaz je prý v disertaci jednoho z autorů. Je přinejmenším zvláštní, že v předložené disertaci tento problém není zmíněn ani řešen.

Že množina hypercyklických vektorů je skutečně hustá lze přitom dokázat snadným trikem. Protože T má hustý obor hodnot a komutuje s T^{n_k} pro každé k , je množina hypercyklických vektorů uvedené posloupnosti invariantní vůči T . Odsud už je vidět, že je hustá.

Nicméně důkaz v práci chybí, naopak je vynechán odkaz na [19, Lemma 2.5]. To není adekvátní prezentace ani správná práce s literaturou.

10. Strana 31, důkaz $(iii) \Rightarrow (i)$:

(a) Místo $(u, v) \in T \oplus T$ má být $(u, v) \in X \oplus X$.

(b) ε_0 má být spíše $\frac{\varepsilon}{1 + \|T^k\|}$.

(c) Je třeba zvolit nějakou normu na $X \oplus X$ – je celkem jedno kterou z běžných, ale je třeba to explicitně udělat.

(d) Užití symbolu $T^{-k}v$ je přinejmenším podivné, jelikož T nemusí být prostý. Asi se myslí některý ze vzorů.

11. Strana 31, Theorem 6.2: Je tam napsáno „proof is similar“. Přitom $(i) \Rightarrow (ii)$ je jasné, $(ii) \Rightarrow (iii)$ lze skutečně dokázat podobně. Jak ale modifikovat důkaz $(iii) \Rightarrow (i)$ mi není na první pohled jasné.

12. Strana 32, Theorem 6.4: Značení je podivné, má to být uzávěr sjednocení, ne sjednocení uzávěrů.

13. Strana 34, vlastnost (iii): Standardní definice pórovitosti má přehozené kvantifikátory (λ může záviset na x).

14. Strana 36, druhý odstavec: Odkaz „see Chapter .“ je podivný.

15. Strana 36, důkaz Věty 8.5: Na začátku druhého odstavce se píše, že „the points $(T^{2k+1}x)_{k=0}^\infty$ and its images $(T^{2k+2}x)_{k=0}^\infty$ are linearly independent“. Této formulaci úplně nerozumím. Asi se myslí, že posloupnost bodů $(T^n x)_{n=0}^\infty$ je lineárně nezávislá, což je snadné.

16. Strana 37, důkaz Věty 8.6:

(a) V důkazu faktu $0 \in S_n$ má být $0 \in \overline{S}$, ne $0 \in S$.

(b) První rovnost na třetím řádku zdola by spíše měla být inkluzí.

17. Strana 38, začátek deváté kapitoly: V definici ε -hypercyklického vektoru by se existence n měla požadovat jen pro $y \neq 0$ (pro $y = 0$ podmínka nemůže být splněna).

18. Strana 39, důkaz Věty 9.1:

(i) Na předposledním řádku důkazu případu (b) je exponent p na špatném místě. Má být $\varepsilon \|y\| \geq \varepsilon \|y\|^p > \dots$

(ii) Proč na posledním řádku důkazu případu (c) platí $5^{-p} \leq \frac{1}{2} \alpha^{1-p}$? Nevidím, odkud to plyne. Chtělo by to vyjasnit tento krok důkazu.

19. Strana 40, důkaz Proposition 9.2:

(i) Používá se Theorem 9.1, takže je to závislé na jeho správnosti (viz výše).

(ii) Když se v druhém odstavci volí U a V , stačí říci, že mohou být omezené. Pak je konečnost α zřejmá.

20. Strana 41, důkaz Věty 10.2:

(i) Chtělo by to explicitně zmínit, že z předpokladů plyne $\|x_n\| \rightarrow \infty$.

(ii) Pak je snadno vidět, že posloupnost $(x_n - z)$ splňuje též předpoklad, ale s jiným C . To C , které se používá dále, není ono C z předpokladu, ale jeho nová hodnota závisající na z .

(iii) Rovnost na posledním řádku strany 41 by měla být spíše nerovností.

(iv) Reálný případ lze vidět i takto: Nechť X je reálný Hilbertův prostor a X_C jeho komplexifikace. Pak X je reálně-lineární izometrický podprostor X_C , navíc je slabě uzavřený a slabá topologie na X splývá se slabou topologií zděděnou z X_C . Když si toto uvědomíme (a ono to platí pro každý Banachův prostor, nejen Hilbertův), není třeba dalšího počítání.

21. Strana 42, Corollary 10.3: Důkaz je poněkud zmatený.

(i) Co přesně je σ ? Má tam být $\sigma \subset \mathbb{D}$ nebo spíše $\sigma \subset \mathbb{C}$ nebo $\sigma \subset \sigma(T)$? Pokud σ je komponenta spektra, co to je spektrální projekce a co je X_σ ? Komponenty mohou být jednobodové (například, když spektrum je homeomorfní Cantorově diskontinuu), operátor T nemusí být normální operátor na Hilbertově prostoru, aby bylo možné použít spojitý či měřitelný kalkulus. Tak, jak je to napsáno, je to naprosto nesrozumitelné.

(ii) Možná oprava, která mne napadla, je, že σ není komponenta spektra, ale obojetná podmnožina spektra (relativně otevřená i uzavřená). Pak lze najít disjunktní otevřené množiny $U, V \subset \mathbb{C}$, pro které $\sigma \subset U$ a $\sigma(T) \setminus \sigma \subset V$. Pak charakteristická funkce U je holomorfní na okolí $\sigma(T)$ a lze tedy použít holomorfní kalkulus k definici projekce P_σ a podprostoru X_σ .

Takto by se dokázalo, že každá neprázdná obojetná podmnožina spektra protíná jednotkovou kružnici. Nyní lze s využitím kompaktnosti spektra ukázat, že i každá komponenta spektra protíná kružnici.

22. Strana 43: V uvedeném výpočtu jsou dvě chyby – v druhém výrazu má být S^{-1} uvnitř závorek v sumě a ve třetím výrazu má být S místo S^{-1} .

23. Strana 45, důkaz Observation 11.1(i): První tvrzení v uvozovkách je nesmyslné, má tam být $SAS^{-1}(Sx) \in \text{Orb}(STS^{-1}, Sx)^-$.

24. Strana 46, Theorem 11.3:

(a) V důkazu bodu (iv) se říká, že (T^{n_k}) má silně konvergentní podposloupnost. Apriori existuje podnet. Takže by to chtělo vysvětlit, proč existuje podposloupnost nebo zda stačí podnet. V tomto případě však skutečně existuje podposloupnost, protože \mathcal{T} je spočetný kompaktní prostor, tedy metrizable.

(b) Bod (iv) by šlo zformulovat i o něco obecněji - stačí předpokládat, že \mathcal{T} je spočetná a WOT kompaktní.

(c) V důkazu bodu (v) se zmiňuje Rieszův kalkulus. Jelikož však nejde o normální operátor na Hilbertově prostoru, je třeba použít Dunfordův holomorfní kalkulus (podobně jako v 21(ii) výše).

(d) V důkazu bodu (v) existence by U stála za vysvětlení (je to pravda a není to těžké, ale aspoň náznak by zde měl být).

25. Strana 47, Proposition 11.4: Chybí „and“ na konci třetího řádku.

26. Strana 48, důkaz bodu (i): Důkaz je víceméně správně, ale od druhého odstavce dále používá podivné a zbytečně komplikované formulace. Buď by se měla unitární ekvivalence pořádně označit a používat, nebo (lépe) bez újmy na obecnosti předpokládat, že T je multiplikátor (a S též). To lze ospravedlnit pomocí Observation 11.1(i), kde není nutné aby S byl izomorfismus jednoho prostoru, ale může to být izomorfismus dvou prostorů.

Alternativně lze postupovat následovně: Normální operátor je unitárně ekvivalentní multiplikátoru na $L^2(\mu)$, kde μ je nějaká míra, ne nutně konečná. Tedy bez újmy na obecnosti T je

takový multiplikátor. Protože S je pak v druhém komutantu T , je i S multiplikátor. Pak lze provést uvedený výpočet, v němž se konečnost míry nepoužívá.

27. Strana 49 (celá stránka je věnována důkazu tvrzení (ii)):

(i) Nejprve se autor věnuje podprostoru Y (k tomu patří ještě poslední dva řádky z předchozí strany). Říká, že bez újmy na obecnosti X je separabilní. Přesněji by mělo být, že Y je separabilní. Tedy bez újmy na obecnosti $Y = L^2(\mu)$, μ konečná a T_Y je multiplikátor (reprezentovaný $\phi \in L^\infty(\mu)$). Pak i A_Y je multiplikátor (reprezentovaný ψ).

(ii) Dále autor vylepšuje tvrzení (i) – ukazuje, že v tomto případě je A_Y nejen v uzávěru orbity T_Y , ale dokonce limitou posloupnosti. Zde je chyba v závěrečné nerovnosti, která nevím proč by měla platit. Používá se tam totiž nerovnost

$$\int |fg|^2 d\mu \leq \int |f|^2 d\mu \cdot \int |g| d\mu, \quad f \in L^2(\mu), g \in L^\infty(\mu),$$

kteřá obecně neplatí (například pro pravděpodobnost μ , $f = 1$ a $g = 2$). Takže by se buď muselo vysvětlit, proč platí v potřebné situaci nebo postupovat jinak. Jiný možný postup je použití Lebesgueovy věty přímo na integrál před nerovností. Integrand jde skoro všude k nule pro $k \rightarrow \infty$ (to se zařídilo výše) a integrovatelná majoranta je $4|\tilde{y}|^2$.

(iii) V případě (a) se tvrdí, že z bodu (i) plyne existence posloupnosti (n_k) , pro kterou $T_Y^{n_k} \rightarrow A_Y$ v SOT. To ale neplyne hned z bodu (i), ale až z jeho vylepšení v předchozím odstavci. (Přímo z bodu (i) plyne existence netu, ale i to by zde stačilo).

(iv) V důkazu případu (b) má být na prvním řádku $T_Z^m = 0$ a na druhém $T_Z^m \neq 0$, exponent m chybí.

28. Strana 50, důkaz tvrzení (v):

(i) Autor píše, že nejprve se dokáže (1) a pak se vyloučí případ $A = 0$. Pokud tomu rozumím, ten případ se nevyloučí, ale zvlášť ošetří.

(ii) Důkaz prvního případu používá chytrý trik nahrazení shiftů multiplikátory. Vysvětlení je poněkud neobratné. Klíčový fakt je, že $\|S_n x\| = \|T^n x\|$ pro každé x , proto lze problém s (T^n) přenést na problém s (S_n) .

(iii) Tvrzení „a proof similar to the case (i) ...“ by stálo za rozvedení. Především, zde již máme posloupnost multiplikátorů, tedy spektrální větu používat není třeba. Zároveň $A = 0$, což zjednodušuje situaci. Takže stačí použít jen úplný závěr důkazu tvrzení (i).

29. Strana 51, Theorem 12.2:

(i) Má být P „a projection“ (tj. nějaká projekce) nebo „the projection“ (tj. ortogonální projekce)?

(ii) Důkaz je neúplný. Je třeba dokázat, že pro každé $z \in H$ je Pz v uzávěru orbity z . K tomu je třeba rozlišit případ $Pz = z$ (pak Pz je přímo prvkem orbity) a $Pz \neq z$ (pak se použije postup aplikovaný v textu a x).

30. Strana 53, důkaz Lemmatu 12.4:

(i) Nerovnosti $\|g_2 - g\|_2 < \frac{\varepsilon}{4K}$ a $\|h_2 - h\|_2 < \frac{\varepsilon}{4K}$ by zasloužily zdůvodnění. První plyne z bodové nerovnosti $|g_2 - g| \leq |g_1 - g|$, kterážto plyne z geometrie roviny. Podobně pro druhou nerovnost.

(ii) V závěrečném odhadu $\|s\|_2$ lze místo $\frac{1}{2}$ psát $\frac{1}{\sqrt{2}}$, protože $\|h\|_2 \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$. Protože však $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{2}$, jsou uvedené nerovnosti správné.

(iii) Poslední dva řádky důkazu lze vynechat, protože předpoklad $m(M_1) \geq \frac{1}{2}$ byl bez újmy na obecnosti (jinak by se jen prohodily role p a q).

31. Strany 53-57, důkaz Příkladu 12.3:

(i) Celá konstrukce je dosti nepřehledná. Například ve třetím odstavci se definují konstanty μ_i . Přitom zde není jasné, zda definice je korektní. To plyne až z volby a_k popsané na následující straně. Tento způsob prezentace je dosti nešťastný.

(ii) Odhad normy p_k a q_k v H_2 by měl být vysvětlen (je správný, ale vysvětlení chybí).

(iii) Na straně 54 dole ve výpočtu je třetí řádek zbytečný.

(iv) Na straně 55 ve výpočtu na řádce 7 zdola se používá fakt $\|T^j|_Y\| \leq 1$, nejen $\|T^j|_{Y_k}\| \leq 1$.
 (v) Na straně 55 dole a na straně 56 nahoře je několik odhadů uvozených sloganem „It is easy to see that“. Zatímco první rovnost je vždy snadná, s následujícími nerovnostmi je to složitější. Podrobněji:

(v-a) V prvním odhadu (strana 55, řádek 5 zdola) se ve třetím výrazu vyskytuje i . To však nic není, má tam asi být $b_{M-1} + 1$ místo i . Navíc následující nerovnost (mezi třetím a čtvrtým výrazem) je sice správná, ale je to třeba spočítat. Tento výpočet chybí.

(v-b) Ve druhém (strana 55, řádek 2 zdola) a čtvrtém (strana 56, řádek 2) odhadu jsem nepřišel na to, kde se vzal horní odhad 2.

(vi) Strana 55, řádek 4 zdola: Místo $\|P_{Z_M}x\|$ má nejspíš být $\|x\|$.

32. Strany 57-63, důkaz Příkladu 12.5:

(i) Na straně 58 uprostřed se píše, že bez újmy na obecnosti lze předpokládat $|\alpha^{(k)}| \neq |\beta^{(k)}|$. To je pravda, ale stálo by za zmínku, proč tomu tak je. (Lze toho dosáhnout vhodnou volbou w_k .)

(ii) O kus dále se píše, že lze snadno ukázat, že $\|T\| \leq 2$. K tomu je potřeba nějaký výpočet. Ten by se měl provést (mně se podařilo ukázat, že tomu tak být může, když se to na začátku ohlídá, ale nevidím, že už je to zařízeno).

(iii) Na straně 59 druhá nerovnost v (2) by stála za lepší komentář. Je k tomu potřeba porovnání rychlostí konvergence.

(iv) Na straně 60 na třetím řádku se používá $\|T^j|_Y\| \leq 1$ (je to podobné jako v 31(iv) výše).

(v) Na straně 60 v řádcích 4-5 se píše, že nějaké odhady se udělají podobně jako v předchozím příkladu. Vzhledem k tomu, že tam nejsou pořádně udělány, nezdá se mi rozhodnutí vynechat detaily správné.

(vi) Na straně 60 v odhadech na řádcích 7-8 by se měly vysvětlit všechny nerovnosti. Ověřit první mi chvíli trvalo (používá se, že v příslušném intervalu indexů je maximálně jeden index tvaru a_l), druhou nerovnost nevidím, i když si umím představit, jak zařídit, aby to celé šlo odhadnout 2.

(vii) Na straně 60 v odhadu na 10. řádce by se měla vysvětlit první nerovnost. (V příslušném intervalu indexů může být více indexů a_l , ale hodnota P_Y takto vzniklá bude vynulována před dosažením dalšího takového indexu. To by ale měl vysvětlovat autor, ne luštit čtenář.)

(viii) Na straně 61, když se volí l (řádek 10-11), se píše „Such a number certainly exists“. Proč?

33. Strana 63: Zde autor diskutuje možnost studia orbitální reflexivity v topologickém případě. Uvádí dva snadné příklady zobrazení, které tuto vlastnost nemají. Jsou ještě přirozenější případy – například zobrazení $x \mapsto -x$ na \mathbb{R} nebo na intervalu $[-1, 1]$. To je lineární respektive afinní zobrazení, které je orbitálně reflexivní v rámci lineárních respektive afinních zobrazení, ale ne v rámci spojitých zobrazení.

Shrnutí připomínek:

- V několika případech jsem nebyl schopen verifikovat část důkazu. Konkrétní místa jsou popsána v připomínkách 7, 18(ii), 31(v) a 32(v),(vi),(viii). Zde očekávám, že příslušné kroky autor dostatečně vysvětlí.

- V práci je dále několik chyb, které umím odstranit, přitom jejich výskyt snižuje věrohodnost práce. Jde totiž o triviální chyby, které může udělat buď naprostý začátečník nebo někdo, kdo si příslušný problém vůbec nerozmyslí. Konkrétně jde o chyby popsané v připomínkách 3, 21, 23, 24(c) a 27(ii). Přitom chybu popsanou v připomínce 23 lze považovat víceméně za bezmyšlenkovitě vzniklý překlep, stejně tak v případě 24(c) (špatné jméno). Naopak, pasáže zmíněné v připomínkách 3, 21 a 27(ii) obsahují naprosté nesmysly.

- Většina dalších připomínek se týká drobnějších snadno odstranitelných chyb; chybějících argumentů, které by v práci měly být, ale které jsem si tak nějak domyslel; nepřehlednosti některých důkazů (odstrašujícím příkladem je Example 12.3).

Vlastní přínos autora: (Citované články [61] a [62] jsou společné články autora se školitelem.)

- Tvrzení 1.3, 1.5 a 1.9 jsou přesnější verzí výsledků [62].
- Příklady 3.1, 3.4 a 4.1 a Tvrzení 3.2 jsou z článku [62]. Přípomínka 7 zůstává v platnosti i pro důkaz v článku [62]. Důkaz Tvrzení 3.2 je (na rozdíl od [62]) proveden pomocí Tvrzení 1.3 a 1.5, které byly extrahovány z důkazu v [62].
- Tvrzení 3.5 a 4.2 jsou zesílením výsledků [62]. V [62] se dokazuje existence jednoho vektoru respektive jedné dvojice, zde se dokazuje v obou případech existence husté množiny.
- Pozorování 3.6 a Příklad 3.8 jsou nové, ale velmi snadné. Pozorování 3.6 se týká připomínka 5 výše.
- Věta 9.1, Tvrzení 9.2 a Věta 9.3 zobecňují výsledky [5], kde se autoři věnovali jen případu $p = 1$. Nicméně Věty 9.1 se týká připomínka 18.
- Důsledek 10.4 je vylepšením známého výsledku.
- Autor za nový výsledek prohlašuje i bod (iv) Větu 5.1. Je možné, že to nikde není, ale to je cvičení na definice.
- Věta 11.3, Tvrzení 11.4 a Důsledek 11.5 jsou víceméně převzaty z [61]. Jsou jinak uspořádány a mírně vylepšeny (konkrétně body (i) a (ii) Věty 11.3). Nicméně Věta 11.3 pro případ Hilbertova prostoru je už v [44].
- Příklady 12.3 a 12.5 jsou převzaty z [61]. Zběžný pohled říká, že téměř doslovně. Proto uvedené poznámky o odstrašující prezentaci se týkají i článku [61].

Závěr: Práce obsahuje nové výsledky buď publikované se školitelem nebo nepublikované. Globální struktura práce je logická a přehledná. Lokální struktura je na některých místech slabší až nepřehledná. V práci je řada drobných chyb, několik naprosto nesmyslných pasáží a několik míst v důkazech, která neumím verifikovat. Pokud autor vysvětlí či doplní patřičné části důkazů (vyjmenované výše), bude možné říci, že práce v podstatě splňuje požadavky kladené na disertační práci a že dokládá schopnost samostatné tvořivé práce.

V Praze dne 5. srpna 2013

Doc. RNDr. Ondřej Kalenda, Ph.D., DSc.
KMA MFF UK