

## Posudek na bakalářskou práci Tomáše Lávičky

*Název:* Generalized Boolean models and classical predicate logic / Zobecněné Booleovské modely a klasická predikátová logika

*Univerzita, katedra:* Univerzita Karlova v Praze, Filozofická fakulta, katedra logiky

*Vedoucí práce:* Mgr. Radek Honzík, Ph.D.

---

Práce je psaná v anglickém jazyce a je strukturována následovně.

V úvodní kapitole (Introduction) autor shrnuje zamýšlené části práce a krátce je představuje.

V druhé kapitole (Completion theorem for BAs) autor uvádí základní definice, jako např. definice Booleovy algebry, či definice topologických pojmů, a dokazuje, jak každou Booleovu algebru vhodně rozšířit do úplné Booleovy algebry. Existuje více konstrukcí, jak danou Booleovu algebru zúplnit – autor volí topologickou konstrukci využívající topologii dolních množin a pojem regulární otevřené množiny (hlavním zdrojem této kapitoly je kniha Balcara a Štěpánka, Teorie množin, Academia 2000).

V třetí kapitole (Completeness theorem for Boolean valued predicate logic) autor přistupuje k formulaci hlavního tématu práce, totiž, jak využít úplné Booleovy algebry jako sémantiku pro klasickou predikátovou logiku. Autor definuje zobecněný pojem modelu, kde se platnost relace aplikované na  $n$ -tici prvků definuje hodnotou v Booleově algebře (funkce jsou interpretovány stejně jako obvykle). Pro definici výpočtu booleovské hodnoty formule s kvantifikátory se využívá úplnost Booleovy algebry. Klíčovou definicí pro další argument je vlastnost maximality vzhledem k existenčnímu kvantifikátoru: pro každou formulu tvaru  $\exists x \varphi(x)$  existuje prvek  $a$  daného modelu takový, že booleovská hodnota formule  $\varphi(a)$  je rovna hodnotě formule  $\exists x \varphi(x)$ . Aby tato vlastnost platila, musí být model tzv. *full*. Ne každý model tuto vlastnost má, ale každý model lze rozšířit do takového modelu. Klíčovou větou práce je věta 3.21, která uvádí, jak převést zobecněné splňování na dvouhodnotové splňování s využitím pojmu ultrafiltru (tento ultrafiltr nemusí respektovat nekonečné operace, pokud je daný model *full*). V kapitole 3.7 autor formuluje větu o úplnosti vzhledem k dané úplné Booleově algebře  $B$ . V kapitole 3.8 pak krátce nastiňuje alternativní důkaz věty o úplnosti vzhledem k dvouprvkové Booleově algebře s využitím zobecněných booleovských modelů.

Práci uzavírá závěrečná kapitola 4 a seznam literatury.

Práce se zabývá technicky náročným tématem, které vyžaduje pečlivost při rozepisování definic a domýšlení jednotlivých kroků. To se zvláště týká kapitoly 3: autor vycházel z velmi řídky komentovaného textu Tomáše Jecha (Handbook of Boolean Algebras, volume 3), který zobecněné booleovské

modely představuje pouze v základních definicích (např. většina důkazů pracuje pro zjednodušení pouze s relačními symboly a pomíjí funkční symboly) a spíše v souvislosti s forcingem. I když lze najít podrobněji napsané články, či knihy, cílem práce bylo, aby autor získal bezprostřední kontakt s matematickou prací – a tedy Jechův článek byl zvolen zadavatelem práce záměrně. Autor se s tímto úkolem, pokud jde o matematickou stránku, vypořádal výtečně.

Autor mohl celkové vyznění práce zlepšit zejména ve dvou ohledech: za prvé lepší angličtinou a za druhé lepší redakční prací. Pokud jde o angličtinu, velmi často chybí členy (...by certain subset..., str 7), některé časté obraty nejsou anglicky vhodné (... we speak of..., str 7) a velmi často chybí čárky. Podobné příklady se dají najít také na dalších stránkách.

Pokud jde o redakční práci, práce budí dojem, že práce vznikala ve chvatu a už nebyl čas se podrobněji zabývat závěrečným čtením: často se vyskytuje matematický text napsaný bez matematického prostředí, např. ... $S$ ... místo  $S$ , str 9, poznámka pod čarou 2,  $n$ -ary místo  $n$ -ary, str 24 a jinde, ...quotient  $M/G$  místo  $M/G$ , str 38, atd. Zkratka BA místo *Boolean algebra* je spíše vhodná do konceptů článků apod., ale nepatří do finální verze, která je určena k publikaci (např. ... For every BA  $B$  the set ..., str 16, def (i), není vhodné; do názvu kapitoly pak taková zkratka nepatří určitě, kap 2).

Kapitola 3.8 by si zasloužila větší pozornost, k čemuž nedošlo pravděpodobně kvůli nedostatku času.

Po matematické stránce nemám výtky, student si vedl výborně. Práce ovšem trpí jazykovými a redakčními nedostatky. Snahu psát práci v anglickém jazyce chválím a případné izolované chyby bych nehodnotil příliš důrazně, ale přesto si myslím, že lepší angličtina byla v možnostech studenta. Redakční práce moc pečlivá nebyla a zde má student rezervy do budoucna.

Práci navrhuji hodnotit známkou *velmi dobře*. Pokud si student u obhajoby povede přesvědčivě, nebráním se zlepšení hodnocení na *výborně*.

Radek Honzík, 22. června 2013.