Posudek na diplomovou práci

Ondřej Liška: Lineární kódy a projektivní rovina řádu 10

27. srpna 2013

Jedním z nejdůležitějších problémů konečné geometrie je existence projektivních rovin daného řádu. Projektivní roviny jsou známy pouze pro řády mocniny prvočísla. V této práci je prezentována detailní analýza váhového polynomu samoduálního kódu délky 112 odvozeného z hypotetické projektivní roviny řádu 10. Tato analýza vede ke sporu a tudíž k důkazu neexistence projektivní roviny řádu 10. Nejedná se o důkaz původní, nýbrž o netriviální rekonstrukci (lokálně vylepšenou a doplněnou o detaily) prací MacWilliamsové, Sloanea, Thompsona a Lama.

První kapitola stručně popisuje hlavní myšlenku a historii důkazu. Druhá kapitola ukazuje, že existence projektivní roviny řádu n je ekvivalentní existenci $n-1$ navzájem ortogonálních latinských čtverců a také prezentuje projektivní roviny v řeči symetrických designů. Prakticky jediný obecný výsledek o neexistenci projektivních rovin (Bruck-Ryserova věta) je bez důkazu zmíněn v kapitole 3. Kapitoly 4 a 5 vysvětlují jak z projektivních rovin řádu $n = 8m + 2$ sestrojit binární kód C_n. V 6. kapitole je odvozen váhový polynom kódu C_{10} a problém se převádí na určení počtu kódových slov váhy 12, 15 a 16, tedy koeficientů A_{12}, A_{15}, A_{16} váhového polynomu. V kapitole 7 se pomocí originální indexace bodů přes trojsečny a pětisečny a pomocí provedeného počítačového výpočtu ukazuje, že $A_{15} = 0$. V kapitole 8 je vysvětleno jak odvodit $A_{12} = A_{16} = 0$, ovšem pouze s odkazem na výpočty provedené v letech 1974 a 1983. Konečného sporu ($A_{19} = 0$) se dosáhne v kapitole 9, opět s odkazem na výpočet z roku 1989. V kapitole 10 autor ukazuje, že určité konfigurace přímek se v projektivní rovině řádu 10 nemohou vyskytnout.

Celá práce je jak obsahově tak stylisticky na vysoké úrovni. Obzvláště oceňuji detailní historické poznámky a novou metodu indexace v kapitole 7. Pár drobností: navrhuji změnit systém číslování definic a tvrzení, používat standardní značení pro výpustky, tj. $x_1, x_2, \ldots, x_n$ místo $x_1, x_2 \ldots x_n$, v trvzení 4.12 chybí předpoklad, že kód je binární, důkaz tvrzení 4.14 lze lépe zorganizovat, na straně 22 se jedná o $8m + 3$ přímek, ne bodů, v důsledku 5.23 a tvrzení 6.5 je vhodné dovolit $i = 0$ a v této souvislosti bych uvedl pozorování 6.13 dříve.

Doporučuji přijmout tuto práci jako diplomovou práci se známkou *výborně*.

Prof. Petr Vojtěchovský
Department of Mathematics
University of Denver