

Posudek na bakalářskou práci Lukáše Holíka

Název: Ultramocninová konstrukce v teorii množin /
Ultrapower constructions in set theory

Univerzita, katedra: Univerzita Karlova v Praze, Filozofická fakulta, katedra logiky

Vedoucí práce: Mgr. Radek Honzík, Ph.D.

Práce měla za úkol popsat zobecnění ultramocninové konstrukce v teorii množin pro vlastní třídy a současně definovat všechny relevantní pojmy a konstrukce. Následně měla být metoda aplikována na důkaz, že existence měřitelného kardinálu implikuje, že $V \neq L$ (univerzum se nerovná Gödelově třídě konstruovatelných množin). Měly být rovněž zmíněny souvislosti s teorií míry (za účelem vysvětlení terminologie *měřitelný kardinál*).

V prvé řadě je třeba vyzdvihnout, že autor napsal celou práci v anglickém jazyce. V určitých okamžicích to evidentě omezuje vyjadřovací možnosti autora (zvláště v odstavcích se souvislejším, nematematickým textem), ale s tím je třeba v prvních anglicky psaných textech počítat. Pokud jde o gramatiku, snad by měl autor věnovat větší pozornost psaní čárek v angličtině (před spojkami se typicky čárky nepíše, na rozdíl od češtiny).

V *Kapitole 1* definuje pojem míry a nedosažitelného resp. měřitelného kardinálu. Definice míry není úplně rigorózní, některé věci se předpokládají, ale nejsou uvedeny (např. způsob, jak míru rozšířit na neomezené podmnožiny, že systém měřitelných podmnožin je uzavřen na Booleovské operace atd.). Slouží tedy spíše jako úvod do problematiky s tím, že čtenář musí dávat pozor a nesmí brát vše doslova.

V souvislosti s logikou zmiňuje autor (viz Lemma 1.10) skutečnost, že ZFC dokazuje, že existence nedosažitelného kardinálu dává existenci přirozeného modelu (formalizace) ZFC. Ve větě 1.12 je třeba předpokládat, že ZFC není sporná. V Definici 1.9 (a na mnoha dalších místech) je se symboly zacházeno až příliš neformálně (např. “ $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\} \cup$ instances of formal schema of replacement”).

V *Kapitole 2* autor uvádí základní fakta o třídě L konstruovatelných množin.

Kapitola 3 je základem práce a obsahuje podrobné definice ultramocninové konstrukce a vede k důkazu (viz věta 3.28) Scottovy věty, že měřitelný kardinál implikuje, že $V \neq L$.

Autor pochopil relativně komplikovanou konstrukci v teorii množin a sám nastudoval veškeré potřebné materiály (které jsou v současné době k dispozici pouze v anglickém jazyce a to ještě v literatuře psané pro odborníky). To je třeba ocenit. Rovněž je třeba ocenit skutečnost, že se v průběhu psaní bakalářské práce naučil pracovat s Latexem.

Autor by měl do budoucna zapracovat na zpřesnění svého matematického vyjadřování – velmi často zapomíná uvést všechny předpoklady dokazované věty nebo lemmatu, případně se v důkazu spoléhá na skutečnost, že věta je dobře a že tedy případné mezery a nepřesnosti v důkazu nejsou podstatné (to soudím hlavně na základě zkušeností, které jsem získal při konzultacích během psaní práce).

Navrhuji známku *velmi dobře*.

Radek Honzík, 15. září 2011.