

Oponentský posudek na bakalářskou práci

Holík, L.: Ultrapower constructions in set theory

Katedra logiky FF UK, září 2011

Cílem předložené práce bylo popsat ultramocninovou konstrukci teorie modelů v kontextu vlastních tříd. K tomuto účelu měly být definované základní pojmy a dokázané základní vlastnosti. Dále měla být ukázána souvislost s teorií míry a měřitelnými kardinály. **Zadaný cíl práce v zásadě splnila.**

V první kapitole se autor věnuje měřitelným kardinálům. Vychází z pojmu Lebesgueovy míry a předkládá Vitaliho konstrukci neměřitelné množiny. Pak přechází k zobecněné míře a definuje měřitelný kardinál. Nakonec naznačí, proč z konzistence ZFC nelze dokázat konzistenci existence měřitelného kardinálu.

Druhá kapitola zavádí Gödelovo konstruovatelné univerzum a bez důkazu uvádí některé jeho vlastnosti.

Třetí, nejobsáhlejší část, je věnovaná ultramocninové konstrukci. Nejprve jsou uvedeny základní definice. Pak následuje důkaz Lošovy věty. Dále autor ukazuje, jak lze definovat ultramocninu vlastní třídy. Následuje věta o fundované indukci a rekurzi. Pomocí těchto vět je naznačen důkaz Mostowského věty o kolapsu. V závěrečné části lze najít důkaz neexistence měřitelného kardinálu za předpokladu $V = L$.

Práce je psána v angličtině, což je nutné vyzdvihnout. Celkově je úroveň angličtiny relativně dobrá, mnohé formulace jsou ale poněkud kostrbaté (“Now we recall all the previous results to prove. . .”) až málo čitelné. Některé věty jsou úplně zbytečné: např. není třeba začínat důkaz tvrzením, že dokážeme přesně to, co chceme dokázat (důkaz lemmatu 3.13).

Z formálního hlediska je text členěn na tvrzení, pomocná tvrzení a definice, ačkoliv občas by to chtělo více pozornosti (například “Remark” na straně 11 je spíše definicí; podobně číslované řádky (7), (8) na straně 22 by bylo vhodné oddělit do samostatné definice; ad.).

Po obsahové stránce práce obsahuje relativně větší počet menších chyb a menší počet větších chyb (k důkazu Lošovy věty (3.5) je třeba axiomu výběru; stejně tak ekvivalence fundovanosti relace s neexistencí klesajících řetězců platí pouze za axiomu výběru; ve větě 3.22 a příkladu 3.23 chybí předpoklad, že relace je “set-like”). Některé důkazy jsou poněkud komplikované a nepřesně formulované (např. část důkazu Lošovy věty týkající se termů), občas chybí některé detaily (předposlední rovnost důkazu propozice 3.19). Některé důkazy jsou prostě špatné (druhá část důkazu věty o fundované rekurzi, důkaz tranzitivity kolapsu v Mostowského větě).

Přes všechny výhrady je zjevné, že práce není odbytá. Autor prokázal schopnost proniknout do složité problematiky přístupné pouze ze zdrojů v cizím jazyce a dále tyto své poznatky předat. Celkově práci hodnotím stupněm **velmi dobře**.

V Praze dne 2. září 2011

Mgr. Jonathan Verner, PhD.