

Univerzita Karlova v Praze
Přírodovědecká fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Martin Mityska

Seismická tomografie – historie metody a její využití

Ústav hydrogeologie, inženýrské geologie a užitá geofyziky

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Jan Vilhelm, CSc.

2011

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne 31. 8. 2011

Martin Mityska

Obsah

1	Úvod	5
2	Stručný přehled historie seismologie	6
3	Specifika seismické tomografie	8
4	Teoretická východiska tomografie	9
4.1	Radonova transformace	9
4.2	Kruh integrálních transformací a věta o projekčním řezu	10
4.3	Paprskové přiblížení	11
4.4	Poruchová teorie a postup řešení tomografické úlohy	12
4.5	Zpětná projekce - nejstarší metoda inverze v tomografii	15
4.6	Hranice paprskového přiblížení a další fyzikální omezení	16
5	Historická část	18
5.1	Analytický přístup - Wiechert a Herglotz	18
5.2	Korová a litosférická tomografie	20
5.2.1	Inverze s pomocí teleseismických zdrojů - metoda ACH	20
5.2.2	Inverze lokálních zemětřesení - Aki a Lee	21
5.2.3	Rychlostní model kůry inverzí Johnsonova – Nyquistova šumu	22
5.3	Plášťová tomografie	23
5.3.1	Inverze teleseismických P-vln	23
5.3.2	Tomografie svrchního pláště pomocí povrchových vln	23
5.3.3	Vlastní kmity Země	24
5.3.4	Výsledky plášťové tomografie	24
6	Současnost a budoucnost tomografie	27
7	Závěr	29
8	Obrazová příloha	30

Název práce: Seismická tomografie - historie metody a její využití

Autor: Martin Mityska

Katedra (ústav): Ústav hydrogeologie, inženýrské geologie a užitá geofyziky

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Jan Vilhelm, CSc.

e-mail vedoucího práce: vilhelm@natur.cuni.cz

Abstrakt: Cílem této práce je podat přehled o vzniku a vývoji seismické tomografie a jejím použití v geofyzikální praxi. Vzhledem k značné šířce dnes používaných technik se zaměřuje na rané a stěžejní práce, které ovlivnily rozvoj oboru. Kromě regionálních numerických studií jako je teleseismická metoda ACH, či technika inverze místních zemětřesení Akiho a Leea, jsou představeny i metody konstrukce globálních rychlostních modelů pláště a pozornost je věnována i historicky zajímavému analytickému řešení Herglotze a Wiecherta. Jsou diskutovány teoretické základy a historický kontext vzniku popisovaných metod a jejich výsledky, včetně rozboru jejich přínosu a slabín.

Klíčová slova: seismická tomografie, Radonova transformace, Herglotz - Wiechert, ACH, Aki a Lee, rychlostní modely pláště.

Title: Seismic Tomography - historical development and application

Author: Martin Mityska

Department: Institute of Hydrogeology, Engineering Geology and Applied Geophysics

Supervisor: doc. RNDr. Jan Vilhelm, CSc.

Supervisor's e-mail address: vilhelm@natur.cuni.cz

Abstract: The goal of this bachelor thesis is to offer an overview on technics of seismic tomography, their history and general usage. It's focused mainly on description of pioneering efforts in building mathematical tools of tomography and their application in geophysics. Methods mainly discussed are: Herglotz - Wiechert inversion, first numerical studies like ACH teleseismic method, Aki & Lee method of local sources inversion and early global mantle velocity studies. There are also discussed some shortcomings of tomography models and their influences on interpretation of results.

Keywords: seismic tomography, Radon transform, Herglotz - Wiechert, ACH, Aki and Lee, mantle velocity models.

Kapitola 1

Úvod

V současnosti patří tomografie k jednomu z nejproduktivnějších nástrojů při konstrukci modelů hlubinné stavby Země. Stejně tak dobře slouží i v mělkém a prospekčním výzkumu jako nadstavba tradičních metod seismické inverze. Od prvního použití numerických metod v sedmdesátých letech minulého století si prošla několika stádii od mírně upravených medicínských technik, přes prudký rozvoj paprskových řešení až po nástup tomografie konečných frekvencí.

Výsledky seismické tomografie jsou, především v případě globálních studií stavby Země, hojně diskutovány a používány i v disciplínách mimo geofyziku. Pro interpretaci výsledků tomografie je však třeba znát způsob jejich vzniku a vzít v úvahu omezení, která se k nim vážou. Práce proto poskytne přehled rozvoje tomografických metod v souvislostech, a připomene výsledky, které jejich nasazení přineslo.

První část je věnována popisu vzniku matematického aparátu tomografie všeobecně, neboť teoretické práce a posléze jejich aplikace v medicínské diagnostice byly nutnými prerekvizitami použití tomografie v geofyzikální oblasti. Dále je přiblížena podstata techniky inverze prvních nasazení (travel - time tomography) a její slabiny. Na tuto část navazuje krátký popis metody konečných frekvencí (finite - frequency tomography), která tyto limity postihuje.

Též je popsáno Herglotz - Wiechertovo řešení, s jehož pomocí vznikaly první kvantitativní rychlostní modely Země. Dále je věnována pozornost raným numerickým technikám pro regionální průzkum kůry z druhé poloviny sedmdesátých let, především inverzi teleseismických vln Akiho, Christofferssona a Husebye (metodě ACH). Následně pak inverzi lokálních zemětřesení Akiho a Leea. Kromě těchto prací je připomenuta i technika pro regionální a lokální průzkum vyvinutá v nedávné době Shapirem, jež se opírá o inverzi Johnsonova – Nyquistova šumu.

Závěrečná část práce popisuje některé zásadní body ve vývoji tomografických metod pro výzkum globální stavby Země, jako jsou první Dziewonskiho modely spodního a svrchního pláště, s důrazem na rozbor výsledků a diskuzi dalšího potenciálu a principiálních omezení jednotlivých technik.

Kapitola 2

Stručný přehled historie seismologie

Seismická tomografie je poměrně mladou odnoží klasických seismických metod. Proto než přistoupíme k jejímu bližšímu popisu, podáme krátký přehled historie seismologie.

Za zakladatele moderní seismologie je považován inženýr Robert Mallet, který se pokusil ve své práci z roku 1846 „The Dynamics of Earthquake” (Mallet 1846) exaktně vysvětlit jevy spojené se zemětřesením pomocí tehdy známých poznatků o šíření vln v pevných látkách a kapalinách. Několik let sám experimentoval s měřením rychlosti šíření seismických vln v různých prostředích. V roce 1857 navštívil Mallet Neapol, aby popsal následky silného zemětřesení, které město zasáhlo. Na základě této zkušenosti následně přišel s myšlenkou založit celosvětovou síť seismických stanic. Tato idea se ale mohla začít rozvíjet až koncem 19. století v souvislosti s konstrukcí použitelného seismografu Johnem Milnem (1880) a jeho zdokonalením Paschwitzem (1889) a později Omorim, Wiechertem a Golicinem. Počet stálých seismických stanic postupně rostl od několika kusů (8 v roce 1894), v roce 1901 vzdálená zemětřesení zaznamenává 25 velkých seismografů a v roce 1940 již desetinásobek (Kvasnička 1997). Pro srovnání, v současnosti záchvěvy půdy registruje přes 14 000 stanic - údaj z katalogu USGS (Martinez 2011).

Po roce 1900 začal rozvoj seismiky vnášet první experimentálně ověřená fakta do probíhajících diskuzí o stavbě Země. Snaha o tvorbu modelů Země ale sahá ještě před nástup seismologie. Již roku 1897 zveřejnil Emil Wiechert model (Wiechert 1897), vycházející ze zřejmého rozdílu mezi průměrnou hustotou Země $5,5 \text{ g / cm}^3$ a průměrnou hustotou na povrch vystupujících hornin, která se pohybuje kolem 3 g / cm^3 . Wiechertův model zaváděl dvě ostře oddělené hmoty o konstantní hustotě. Jádro s hustotou odpovídající železu, jehož poloměr Wiechert odhadoval na 5000 km a obal lehkých hmot, které nazval pláštěm. Vycházel přitom čistě z tehdy měřitelných vlastností Země jako je perioda rotace, zploštění, či gravitační zrychlení.

Byť byl Wiechertův model značně zjednodušený, ukázala se představa o přítomnosti zemského jádra správná.

Britský geolog Richard Dixon Oldham si při studiu seismogramů zemětřesení z opačné strany Země povšiml zpoždění P - vln. Roku 1906 zveřejnil pojednání (Oldham 1906), ve kterém vysvětlil toto zpoždění existencí jádra (o jehož kapalné povaze původně nebyl přesvědčen) s výrazně nižší rychlostí šíření seismických vln než v okolním materiálu.

Předpověděl též stínovou zónu, oblast na povrchu Země, kde nebudou P-vlny díky lomu na jádře registrovány. Též si při studiu fázového posuvu jednotlivých signálů zemětřesení v seismogramu uvědomil, že nejsvrchnější vrstva, zemská kůra, musí být v poměru k plášti velice tenká, protože už ve vzdálenosti 10° od ohniska našel kromě korových příchodů i další složku, o které soudil, že musela projít relativně homogenním materiálem (příchod plášťové P-vlny). Mocnost kůry odhadoval na několik mil, ale neměl dost údajů k tomu, aby ji upřesnil.

Mocnost zemské kůry krátce na to vypočítal Adrija Mohorovičić. 8. října 1909, jen několik měsíců poté, co byl na záhřebské observatoři nainstalován poslední ze tří jednotunových Wiechertových seismografů, zaznamenala zařízení nedaleké zemětřesení (epicentrum v údolí Kupa nedaleko obce Pokuplje). Analýzou hodochron z místních i dalších evropských stanic dovodil existenci výrazného rychlostního rozhraní mezi kůrou a pláštěm (Mohorovičić 1910), která, ležela dle jeho výpočtu v hloubce 54 km.

Oldhamovy úvahy o přítomnosti jádra potvrdil roku 1914 německý geofyzik Beno Gutenberg, který zjistil, že ve vzdálenosti 105° od epicentra zemětřesení ze záznamu mizí, ale za 145° se znovu objevuje silný signál P-vln (Gutenberg 1914). Gutenberg na základě těchto dat položil hloubku rozhraní jádro / plášť na 2900 km. Dnes udávaná hodnota je 2891, viz (Lowrie 2007). Pro S-vlny takové „okno“ jako v případě P-vln ve stínu nenalezl, což přesvědčivě dokazovalo kapalný charakter jádra. O změnu tohoto názoru se postarala dánská seismoložka Inge Lehmannová, jež ve stínové zóně mezi 105° - 145° našla slabý signál P-vln, jehož zdroj posléze interpretovala ve svém článku z roku 1936 jako vnitřní pevné jádro (Lehmann 1936).

Byť jsou předchozí úspěchy seismologie nepopiratelné, zůstávaly některé možnosti této disciplíny dlouho nevyužité. Richard Dixon Oldham ve své práci z roku 1906 píše: *„Jako spektroskop dal astronomům možnost identifikovat chemické složky vzdálených hvězd a otevřel tak novou kapitolu astronomie, dovolil nám seismograf, zapisující nikdy nekončící pohyb vzdálených zemětřesení, nahlédnout do zemského nitra a určit jeho povahu s velkou přesností. Téměř jako bychom mohli vyhloubit tunel a odebrat vzorek z místa kudy paprsek prošel.“*

Technika, jejímž vznikem se budeme v dalších kapitolách zabývat umožnila z velké části to, co R. D. Oldham předjímal. Vyzískat ze zachycených seismických vln maximum informací o materiálu, který prozářily a doplnit jak poznání o stavbě Země, tak zrychlit a zpřesnit inženýrskou a prospekční praxi.

Kapitola 3

Specifika seismické tomografie

Na úvod si tomografii v seismice přiblížíme srovnáním s klasickým lokálním seismickým průzkumem a na druhé straně lékařskou tomografií.

Zatímco tradiční metody inverze lomených a odražených vln umožňují vysledování rozhraní i bližší rychlostní charakteristiku podložních hornin, umožňuje tomografie konstrukci aproximovaných rychlostních řezů, či 3D modelu podloží. Pochopitelně se musí lišit uspořádání experimentu. Hledáme-li rychlostní rozhraní metodou odražených, či lomených vln, vystačíme s jedním zdrojem signálu na povrchu a v podélném profilu rozmístěnými geofony. Chceme-li ale sestavit rychlostní řez, neobejdeme se obvykle bez použití vrtu. Právě změna polohy zdroje signálu zajistí prozáření zkoumaného objemu z více stran. Přijímače jsou buď rozmístěné v profilech na povrchu nebo i je můžeme umístit do vrtů. Pokud jsou zdroje i přijímače ve vrtech hovoříme o tzv. crosshole tomografii. Výhodou tomografických metod seismického průzkumu s umělým zdrojem je získání detailnější informace o studovaném podloží, především rozdělení rychlostí v prostoru i tam, kde technika lomených a odražených vln zjistí jen rychlost průměrnou. Druhou stranou mince je však obtížnější realizace experimentu. Pro 3D modely je poté podstatné dobré pokrytí zkoumaného objemu podloží seismickými paprsky, což vyžaduje vhodnou konfiguraci aparatury. Často je třeba rozložení paprsků modelovat, neboť v oblastech se špatným pokrytím logicky schází informace a do výsledného rychlostního pole by byla zanášena značná chyba.

Tomografie v seismice samozřejmě nemůže dosáhnout takových výsledků jako například medicínské aplikace právě z důvodu špatně kontrolovaného a nedostatečného pokrytí objektu paprsky, neboť ty se, na základě Fermatova principu, respektive Snellova zákona, zakřívují a preferují oblasti s vysokou rychlostí šíření - viz (Iyer – Hirahara 1993). Výsledkem je právě silně heterogenní nasamplování studovaného objemu a tím větší důraz je třeba klást na analýzu rozlišení a stability modelu a stupně pokrytí různých částí modelu paprsky. Všechny tyto aspekty společně s poznatky ostatních geofyzikálních disciplín je třeba vzít v úvahu při interpretaci výsledných tomografických modelů, což platí pro všechna měřítka, na kterých jsou tomografické techniky nasazovány.

Kapitola 4

Teoretická východiska tomografie

Dříve, než přejdeme k jednotlivým technikám seismické tomografie, zmíníme její podstatu a matematické pozadí.

Etymologicky je řecké slovo tomografie složeninou z „tomos“, což znamená část, či řez, a „grafia“ - kreslit. Pomyslně tedy neznámý objekt rozdělíme na řezy a z nich následně pomocí tzv. inverzní funkce skládáme celek. Abstrahujeme-li, pokoušíme se rekonstruovat neznámou funkci pomocí množiny jejích integrálních hodnot podél vhodné variety; nejčastěji přímky, či křivky. Tuto hodnotu označujeme dráhový integrál.

4.1 Radonova transformace

Tématem použití dráhových integrálů k určení neznámé funkce se detailně zabýval ve významné práci z dubna 1917 rakouský matematik Johan Radon. Počítačem asistované zobrazovací metody v medicíně (CT - počítačová tomografie, PET - pozitronová emisní tomografie, MRI - magnetická rezonance, sonografie), i tomografické techniky v průmyslu a geovědách mají svůj základ právě zde. Následující text čerpá z anglického překladu originálního Radonova textu, provedeného Parksem (Radon 1917).

Nejprve si uvedeme řešení Radonovy transformace pro zdrojovou funkci $f(x, y)$ v rovině.

1. Nechť je funkce $f(x, y)$ reálná pro všechny body $[x, y]$ reálné, a splňuje ve všech bodech definičního oboru následující podmínky regularity:

(a) $f(x, y)$ je spojitá

(b) dvojný integrál

$$\iint \frac{|f(x, y)|}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$$

přes celou rovinu konverguje

- (c) jestliže pro libovolný bod $P = [x, y]$ a vzdálenost $r \geq 0$ stanovíme funkci

$$\bar{f}_p(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x + r \cos \phi, y + r \sin \phi) d\phi$$

pak musí platit, že limita této funkce pro r jdoucí k nekonečnu musí být 0:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \overline{f_p}(r) = 0$$

Jsou-li výše uvedené položky splněny, postulujeme Radon následující věty:

Věta. *Dráhový integrál funkce f podél přímky g , jež je definována rovnicí $x \cos \phi + y \sin \phi = p$, je dán vztahem*

$$F(p, \phi) = F(-p, \phi + \pi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(p \cos \phi - s \sin \phi, p \sin \phi + s \cos \phi) ds$$

Věta. *Vyjádříme-li střední hodnotu $F(p, \phi)$ pro všechny tečny kružnice se středem v $P = [x, y]$ a poloměrem q jako*

$$\overline{F_p}(q) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(x \cos \phi + y \sin \phi + q, \phi) d\phi,$$

pak tento integrál konverguje pro všechna P, q .

Věta. *Hodnota rekonstruované funkce f v bodě P může být jednoznačně určena pomocí dráhových integrálů F takto:*

$$f(P) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{d\overline{F_p}(q)}{q}$$

Dráhový integrál F poté nazýváme Radonova transformace.

4.2 Kruh integrálních transformací a věta o projekčním řezu

Výše uvedené řešení je ale velmi obtížně použitelné. Hledáním praktické metody inverze se v polovině padesátých let zabýval australský radioastronom Ronald N. Bracewell. Stál před problémem, jak z úzkých pásů signálu mikrovlnného záření Slunce sestavit mapu jeho povrchu (Bracewell 1956).

Všiml si, že vezmeme-li radiálně symetrickou sudou funkci $f(r)$ a aplikujeme na ni řetěz transformací, Abelovu, Fourierovu a Hankelovu, získáme původní funkci (Bracewell 2000).

Podmínka radiální symetrie je ale poměrně silná a proto se pokusil nalézt obecnější vazbu, kterou v článku (Bracewell 1956) uvádí. Pokud totiž není zdrojová funkce radiálně symetrická, přejde výše zmíněná Hankelova transformace v dvourozměrnou Fourierovu transformaci. Vezmeme-li funkci $f(x, y)$, jež definuje rovinu, a promítneme ji

na osu x , získáme projekci - Radonovu transformaci $R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy$. Dvourozměrná Fourierova transformace funkce $f(x, y)$ je

$$\mathcal{F}(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-2\pi i(xu+yv)} dx dy$$

Pro jeden řez $s(u, 0)$ poté platí:

$$\begin{aligned} s(u, 0) &= \mathcal{F}(u, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-2\pi i x u} dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy \right] e^{-2\pi i x u} dx = \int_{-\infty}^{\infty} R(x) e^{-2\pi i x u} dx \end{aligned}$$

Značného významu dospělo toto spojení po nalezení rychlého algoritmu pro výpočet diskrétní Fourierovy transformace (FFT), jenž byl publikován až v šedesátých letech (Cooley – Turkey 1965). Tento analytický pokrok zužitkovala radiodiagnostika v medicíně. Díky větě o projekčním řezu (projection-slice theorem) se velká část rekonstrukce obrazu zúžila na inverzní Fourierovu transformaci funkce zeslabení rentgenového paprsku.

4.3 Paprskové přiblížení

Byť se energie v prostředí Země šíří ve formě vln a zdálo by se tak možné operovat přímo s vlnovými rovnicemi, je tento způsob popisu velmi nevýhodný. Zatímco je totiž v případě homogenního média často možné odhalit řešení vlnové rovnice analyticky, heterogenní skladba Země silně deformuje vlnoplochu a proto je třeba nalézt jiný způsob popisu šíření seismického signálu.

V reakci na tento problém se v seismice používá technika analogická ke geometrické optice, paprskové přiblížení. Namísto řešení pro celou vlnoplochu operujeme s jednotlivými normálovými vektory této plochy, které v časovém rozvoji tvoří paprsky.

Paprskový model vychází z vlnové rovnice, přepsané do frekvenční domény, kdy za zdroj signálu dosadíme delta impuls. Toto řešení vede na eikonálovou rovnici vlnoplochy pro fázi τ (Nolet 2008):

$$\sum_i \left(\frac{\partial \tau}{\partial x_i} \right)^2 = |\nabla \tau|^2 = \frac{1}{c^2} = u^2, \quad (4.3.1)$$

kde c je místní rychlost vlny. Člen $u = 1/c$ nazýváme pomalostí a zavádí se pro zvýšení efektivity výpočtů, neboť substituce vektoru pomalosti $\mathbf{u} = \frac{1}{c} \frac{d\mathbf{r}}{ds}$ snižuje řád diferenciální rovnice popisující celý paprsek z druhého řádu (Nolet 2008):

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \nabla \left(\frac{1}{c} \right), \quad (4.3.2)$$

na soustavu diferenciálních rovnic řádu prvního:

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = c\mathbf{u} \quad (4.3.3)$$

a

$$\frac{d\mathbf{u}}{ds} = \nabla\left(\frac{1}{c}\right). \quad (4.3.4)$$

Ve výše uvedených vztazích je $d\mathbf{r}$ tečna k paprsku o délce ds . Z eikonálové rovnice (4.3.1) plyne, že podíl $d\mathbf{r}/ds$ je jednotkový vektor, normála na vlnoplochu ve směru paprsku.

Další důležitá veličina charakterizující seismický paprsek má původ ve Snellově zákonu lomu, respektive Fermatově principu nejkratšího času, který říká, že čas průchodu paprsku mezi dvěma body je ve vztahu k ostatním možným drahám minimální a zůstává konstantní vzhledem k malým variacím této dráhy.

Představme si nyní rovinnou vlnoplochu, šířící se prostředím o homogenní rychlosti v , která naráží pod úhlem dopadu θ na rovinné rozhraní. Paprsek odpovídající této vlnoploše bude mít podobu přímky a její dráhový element Δs můžeme vyjádřit jako $\Delta s = \Delta x \sin \theta$. Přepíšeme-li Δs pomocí rychlosti, dostaneme rovnici $v\Delta t = \Delta x \sin \theta$, po úpravě $\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{\sin \theta}{v} = u \sin \theta \equiv p$. Poslední člen, p , se označuje jako parametr paprsku a představuje zdánlivou pomalost v horizontálním směru. Povšimněme si, že pokud je rozhraním zemský povrch, umožňuje nám výše uvedený vztah srovnáním času prvního nasazení již na dvou stanicích určit hodnotu p .

4.4 Poruchová teorie a postup řešení tomografické úlohy

V mnoha disciplínách současné fyziky, téměř všude tam kde se nasazují numerické metody na nelineární, zpětnovazebné úlohy, přijdeme do styku s poruchovými metodami. Rekonstrukce laterálního rozložení rychlostí v zemské kůře a plášti není výjimkou. Podstatou poruchových metod je myšlenka, že stojíme-li před komplikovaným problémem a máme k dispozici aparát, jenž dovede úlohu dobře řešit v jednodušší konfiguraci, můžeme rozšířit hledané řešení do podoby vhodné konvergentní mocninné řady pro dostatečně malý parametr (často jde o Taylorův rozvoj), např ϵ , jehož velikost volíme ve vztahu k předpokládané chybě. Řešení pak zapíšeme jako $x = x_0 + x_1\epsilon^1 + x_2\epsilon^2 + \dots + x_n\epsilon^n$. (Hinch 1991), kde člen nultého řádu představuje výsledek zjednodušeného modelu a vyšší členy odchylku od něj. V tomografické praxi většinou vystačíme s aproximací do prvního řádu: $x \approx x_0 + x_1\epsilon$.

Zmiňme nyní základní postup tomografické úlohy. Vhodné shrnutí podávají například Rawlinson a Sambridge (Rawlinson – Sambridge 2003)(mírně upraveno).

Jako každá inverzní úloha je i ta tomografická definována vztahem mezi množinou parametrů modelu \mathbf{m} , která popisuje nějakou vlastnost zkoumaného média (například rychlost) a množinou dat \mathbf{d} . Na základě operace nad parametry modelu (nejčastěji dráhovým integrálem) jsme schopni množinu dat vygenerovat. Tato vazba mezi daty a modelem, kterou můžeme zapsat jako $\mathbf{d} = g(\mathbf{m})$, je základem tomografických metod. Rozdíl $\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{g}(\mathbf{m})$ mezi množinou naměřených dat \mathbf{d}_{obs} a sadou výsledků vypočtenou pro množinou

parametrů modelu \mathbf{m} indikuje věrohodnost modelu ve vztahu k vstupním datům. Podstatou inverzní úlohy v tomografii je pak vhodně manipulovat s parametry modelu a tento rozdíl tak minimalizovat. Konečný výsledek pak bude matematickou reprezentací reálné struktury, jejíž přesnost bude záviset na množství faktorů: i) do jaké míry výsledný model replikuje změřená data, ii) předpokladech s nimiž jsme model parametrizovali, iii) chybách vstupních dat, iv) vhodnosti a přesnosti funkce $g(\mathbf{m})$ vázající data a model, v) rozsahu, kterým vstupní data model omezují.

Z výše uvedeného již plynou kroky nutné pro stavbu tomografické úlohy (body 2 a 3 většinou iterujeme).

1. Parametrizace modelu: v tomografii je nutné kromě parametrizace, přiřadit modelu i vhodné počáteční hodnoty.
2. Přímá úloha: počítáme novou množinu dat z aktuálních parametrů modelu.
3. Inverze: měníme parametry modelu s cílem přiblížit výsledky vstupním datům.
4. Analýza stability: můžeme použít statistické metody, či nasadit testovací vstupní data.

V klasické travel-time tomografii tvoří množinu vstupních dat časy prvních nasazení. Z nich se odvozuje, porovnáním s časem prvního nasazení vypočteným z počátečního modelu při zadání parametrů zdroje, reziduum času průchodu δt pro každý počítaný paprsek. Cílem výpočtu v travel-time tomografii je úpravami modelu dosáhnout minimalizace sumy těchto reziduí.

Odvození δt je dobře popsáno např. v článku Rawlinsona a Sambridge (Rawlinson – Sambridge 2003).

Celkový čas t , jenž vzruchu zabrala cesta ze zdroje k přijímači, můžeme vyjádřit paprskovým integrálem:

$$t = \int_{L(v)} \frac{1}{v(x)} dl. \quad (4.4.1)$$

V duchu poruchové teorie ale chceme rozdělit dráhu paprsku na příspěvek dráhy vypočítané počátečním modelem (L_0) a malé odchylky od ní (δL):

$$t = \int_{L_0 + \delta L} \frac{1}{v_0 + \delta v} dl \quad (4.4.2)$$

Vnitřek integrálu nyní rozšíříme pomocí geometrické řady:

$$\frac{1}{v_0 + \delta v} = \frac{1/v_0}{1 - (-\delta v/v_0)} = \frac{1}{v_0} - \frac{\delta v}{v_0^2} + \frac{\delta v^2}{v_0^3} \dots \quad (4.4.3)$$

Tento rozvoj nyní omezíme jen na členy prvního řádu a dosadíme je do integrálu (4.4.2), dospějeme tak k vzorci:

$$t = \int_{L_0+\delta L} \frac{1}{v_0} - \frac{\delta v}{v_0^2} dl + O(\delta v^2), \quad (4.4.4)$$

a nic nám nebrání rozdělit jej na příspěvky jednotlivých drah:

$$t = \int_{L_0} \frac{1}{v_0} - \frac{\delta v}{v_0^2} dl + \int_{\delta L} \frac{1}{v_0} - \frac{\delta v}{v_0^2} dl + O(\delta v^2). \quad (4.4.5)$$

Nyní využijeme již zmiňovaný Fermatův princip nejkratšího času. Máme-li totiž zafixovány oba koncové body dráhy (známe jak polohu zdroje, tak přijímače), jsou časové příspěvky malých dráhových odchylek nulové ($\partial t / \partial L = 0$), což staví druhý integrál v (4.4.5) roven nule.

Tím pádem závisí zpoždění vůči modelové dráze (časové reziduum δt) na rozložení rychlostního pole:

$$\delta t = \int_{L_0} \frac{\delta v}{v_0^2} dl + O(\delta v^2). \quad (4.4.6)$$

A po substituci rychlosti pomalostí u získáváme pro reziduum δt lineární závislost:

$$\delta t = \int_{L_0} \delta u dl + O(\delta u^2). \quad (4.4.7)$$

S pomocí rezidua δt pak získáme funkci rozložení rychlostních anomálií $\delta v(\mathbf{r})$, které vyjádříme jako N lineárních kombinací báзовých funkcí f_i (c_i jsou neznámé koeficienty těchto funkcí):

$$\delta v(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N c_i f_i(\mathbf{r}) \quad (4.4.8)$$

Nyní můžeme blíže popsat jednotlivé kroky v tomografické úloze, jak jsme si je uvedli ve výčtu výše.

Parametrizací rozumíme vhodnou volbu funkcí f_i , jejichž volba závisí na způsobu reprezentace pole rychlostí. V regionální, či lokální tomografii popisuje rychlostní příspěvky objemových bloků, v globální doméně jde většinou o dvě sady funkcí. Jedna určuje radiální odchylku rychlostí (polynomické, spline funkce), druhá závisí na prostorovém úhlu a determinuje δv v segmentech na povrchu koule (sférické harmonické funkce, 2D spline).

Přímou úlohou travel-time tomografie je konstrukce paprsků na základě modelu (ray-tracing). Nejstarší používanou technikou je zastřelovací metoda (shooting method), jejímž základem je manipulace s úhlem, pod kterým testovací paprsek opouští zdroj. Úhel pak měníme tak dlouho, dokud s danou přesností „netrefíme“ přijímač. Metoda je ale použitelná jen v případě, kdy omezíme toto hledání na rovinu ve které zdroj a přijímač leží (Nolet 2008).

Chceme-li ray tracing řešit v prostoru, musíme sáhnout po technikách ohýbání paprsku (ray bendingu). Jak název napovídá, zvolíme sadu rovnic, které paprsek „ohýbají“ tak dlouho, dokud vyhoví podmínce z Fermatově principu, že při malých perturbacích dráhy zůstane čas průchodu konstantní (Nolet 2008).

Během **inverzní úlohy** se snažíme nalézt takové parametry modelu, čili soustavy rovnic, abychom minimalizovali sumu odchylek reziduí δt . K tomuto účelu se hodí upravené algoritmy aproximace metodou nejmenších čtverců. Za předpokladu, že funkci modelu vhodně zapíšeme formou matice \mathbf{A} , můžeme získat tímto způsobem vektor parametrů modelu \mathbf{m} inverzí vektoru vstupních dat \mathbf{d} takto:

$$\mathbf{m} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{d}. \quad (4.4.9)$$

U matic menšího rozsahu vystačíme se singulárním rozkladem matice \mathbf{A} .

Numerická inverze tohoto typu je ale citlivá na malé hodnoty vlastních čísel matice \mathbf{A} . Proto se v praxi rovnice nesoucí do matice tuto chybu filtrují a nahrazují umělým členem ve tvaru: $\epsilon_n m_i = 0$, kde parametr ϵ_n je vůči tomografickému systému malý. Tato úprava se nazývá Tichonovova regularizace (Nolet 2008) a jejím zavedením můžeme soustavu rovnic přepsat vztahem:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \epsilon_n \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{m} = \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.4.10)$$

kde \mathbf{I} je jednotková matice. Inverzi metodou nejmenších čtverců pak můžeme zapsat jako:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \epsilon_n^2 \mathbf{I}) \mathbf{m} = \mathbf{A}^T \mathbf{d}, \quad (4.4.11)$$

což je vztah, jenž se dá řešit iteračně.

Velmi důležitou součástí tomografické úlohy je **testování stability modelu**. Význam takových testů roste s aplikací nelineárních iteračních technik, které nelze hodnotit nástroji teorie lineární inverze např. statistickou technikou Backuse a Gilberta (Backus – Gilbert 1968), jež je hojně nasazována k odhadu výpovědní hodnoty lineárních úloh.

V současnosti se k ověřování modelů používá syntetických testů, jako je např. „šachovnicový“ test (viz obrázek 8.8), kdy invertujeme data získaná přímoú úlohou z předem daného pole rychlostí, k nimž je obvykle přidán šum.

4.5 Zpětná projekce - nejstarší metoda inverze v tomografii

Po krátkém přiblížení pojmů a rámce problému můžeme popsat nejstarší algoritmus inverze pro travel-time tomografii.

Ač původně vyvinuta pro CT tomografy, byla zpětná projekce začátkem sedmdesátých let i přes zřejmé nevýhody hojně používána v raných experimentech v seismice. Základem metody je klasický ray-tracing, čili přímá úloha, kdy na základě předem zvoleného modelu, parametrizovaného bloky o konstantní pomalosti, rekonstruujeme dráhu přímkou aproximovaných seismických paprsků. Výsledek porovnáme s naměřenými hodnotami prvního nasazení. Jejich rozdílem získáme reziduum času průchodu. Následně provedeme inverzi reziduí, ze které získáme rozložení rychlostních anomálií vůči počátečnímu

modelu. Zde si musíme zdůraznit rozdíl klasické zpětné projekce od pokročilejších inverzních technik. Předestřený výpočet totiž provádíme pouze jednou. Tím je zajištěna linearita vztahu mezi rezidui času průchodu a polem pomalosti. Současné iterační algoritmy založené na ray-tracingu sice postupují obdobně, ale mnohonásobné opakování vede k silné nelinearitě, což se promítá do komplikací v odhadu rozlišení a chyby modelu. Symbolicky si přímou úlohu můžeme vyjádřit:

$$t_i = \sum_j l_{ij} u_j, \quad (4.5.1)$$

kde t_i je čas průchodu i -tého paprsku, který získáme sumou součinu pomalosti a odpovídající dráhy. Tento vztah můžeme dobře přepsat maticově:

$$\mathbf{t} = \mathbf{L}\mathbf{u}, \quad (4.5.2)$$

kde matice \mathbf{L} , ve které je zaznamenána délka paprsku pro příslušný blok, má rozměr $N \times M$, kde N je počet vstupních dat a M počet bloků modelu. Zpravidla je tato matice řídká, protože jeden paprsek většinou zasáhne jen malé množství bloků. Vektor \mathbf{u} pak představuje pomalost v blocích.

Obrácenou úlohu poté řešíme metodou nejmenších čtverců:

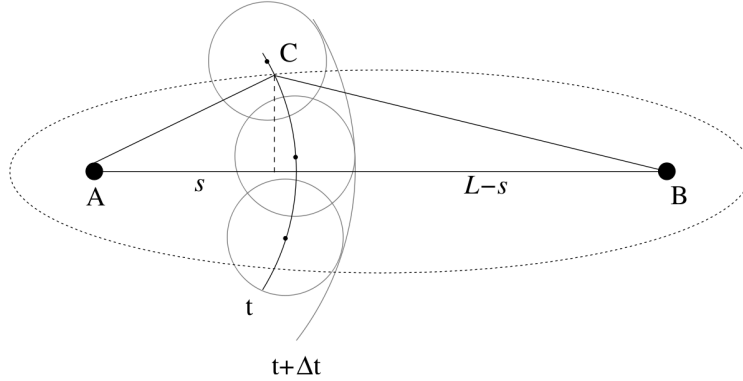
Původní zpětná projekce s sebou nese principiální zkreslení, které je nutno kompenzovat vhodnou filtrací. Tato problematika je dále rozvedena, s důrazem na aplikaci v seismice, v článku Humphreysa a Claytona (Humphreys – Clayton 1988).

4.6 Hranice paprskového přiblížení a další fyzikální omezení

Doposud jsme mlčky předpokládali, že paprskový přístup, odvozený z geometrické optiky dobře aproximuje chování seismického signálu v zemských hmotách. Při jeho zavádění ale za zdroj signálu považujeme delta impuls. Frekvence odpovídající delta impulsu je ale nekonečná. Jenže frekvence běžně registrovaných teleseismických vln se pohybují v rozsahu jednotek, či zlomků jednotek Herzů.

V případě takto malých frekvencí převažuje vlnové chování, jež se projevuje vznikem oblastí konstruktivních a destruktivních interferencí známých jako Fresnelovy zóny. V homogenním a izotropním médiu mají podobu rotačních elipsoidů mezi zdrojem a přijímačem. Pokud bychom tento elipsoid promítli na rovinu kolmou na směr šíření, získáme sadu soustředných kruhů, jejichž obsahy si budou rovny. Tyto zóny zesílení a útlumu signálu odvodil roku 1818 po experimentech s difrakcí Augustus Jean Fresnel kombinací Huygensova principu a Youngova řešení problému interference. Jev bychom si mohli představit jako „tlusté“ paprsky, přičemž „tloušťkou“ máme na mysli rozměry první Fresnelovy zóny. Právě tento parametr zásadně ovlivňuje rozlišení klasických paprskových metod.

K odvození poloměru první Fresnelovy zóny stačí geometrická konstrukce na základě Huygensova principu. Považujeme-li každý bod na vlnoploše za elementární zdroj (viz



Obrázek 4.1: K výkladu odvození šířky Fresnelovy zóny. V bodě B interferuje příspěvek zdroje na čele vlny, postupující po spojnici AB a složka vyvolaná elementárním zdrojem ležící na vlnoploše v bodě C. Převzato z Breviáře seismické tomografie (Nolet 2008).

obrázek 4.1), můžeme dráhový rozdíl vzruchu postupujícího po spojnici AB a příspěvku z elementárního zdroje C vyjádřit (Nolet 2008):

$$ACB - AB = \sqrt{s^2 + h^2} + \sqrt{(L-s)^2 + h^2} - L \approx \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{L-s} \right)$$

V bodě B dojde k sečení obou vlnění a pokud bude dráhový rozdíl menší než $\lambda/4$, bude ještě interference konstruktivní. Vyjádříme-li h pro střed spojnice mezi zdrojem A a přijímačem B, získáme maximální poloměr první Fresnelovy zóny:

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{\lambda L}.$$

(Nolet 2008):

„Maximální průměr první Fresnelovy zóny typické 8000 km dlouhé teleseismické P-vlny o vlnové délce 40 km je 566 km. To je limit rozlišení současných tomografických studií (travel-time tomografie) a důvod pro rozvoj tomografie konečných frekvencí (finite frequency tomography)”

Tomografie konečných frekvencí (finite frequency tomography), nebo-li Born-Fréchet kernel theory, je poměrně mladá odnož seismické inverze, původně vyvinutá Bornem pro potřeby kvantové mechaniky (Nolet 2008). Doplnuje ray-tracing o příspěvky rozptylu formou modelování tvaru Fresnelovy zóny podél celého paprsku. Pro potřeby seismiky ji upravil Jin et al. a Ribodetti et al. do ní zahrnul vliv útlumu signálu - viz (Romanowicz 2003). V tomto případě již nevystačíme s časy prvních nasazení, ale musíme přistoupit k modelování a srovnání celých seismogramů (full-waveform analysis). Technika přispěla k lepšímu rozlišení u globálních rychlostních modelů (Yomogida (Yomogida 1992), Stark a Nikolajev (Stark – Nikolajev 1993), či Vasco et al. (Vasco et al. 1995)).

Kapitola 5

Historická část

5.1 Analytický přístup - Wiechert a Herglotz

Jak jsme si již zmínili v úvodu, došlo na počátku 20. století v seismologii k prudkému rozvoji.

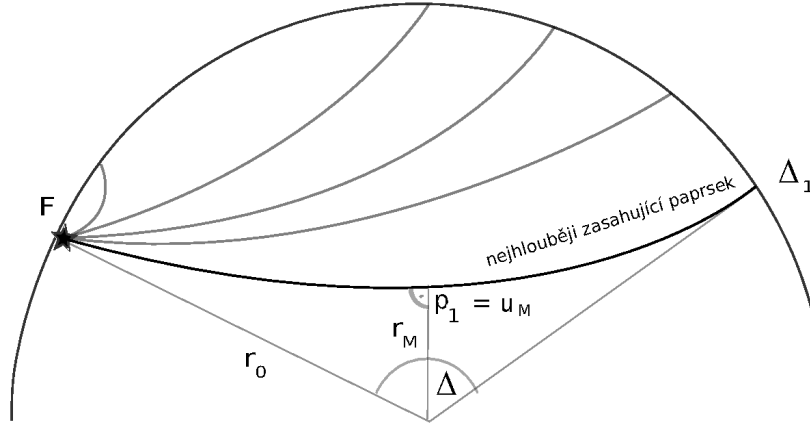
Zásadní otázkou zůstávalo, jak se mění rychlost šíření seismických vln s hloubkou. Hledáním funkce popisující kvantitativně tuto problematiku, se po roce 1900 na univerzitě v Göttingenu zabývali německý matematik Gustav Herglotz a autor výše zmíněného modelu geofyzik Emil Wiechert.

Herglotz zavedl centrálně symetrický rychlostní model, čímž se inverze zúžila na hledání jednorozměrné funkce. Centrální symetrie zjednodušuje Radonovu transformaci na Abelovu, neboť odstraňuje závislost na úhlu dopadu paprsku. Funkce $F(p, \phi)$ se tak redukuje na $F(p)$. Kdy p je nejmenší vzdálenost paprsku od středu symetrie (Bracewell 2000). Tato úprava sice práci značně usnadňuje, ale také vnáší podmínku spojitosti a monotónnosti hledané rychlostní funkce ($dt/d\Delta < 0$) (Nowack 1990), což znemožňuje zahrnout zóny snížených rychlostí. Jejich přítomnost ve zkoumaném prostředí povede k chybným výsledkům. Analytické řešení publikoval Herglotz v roce 1907 (Herglotz 1907), rozvedeněji potom Wiechert o tři roky později (Wiechert – Geiger 1910).

Herglotz - Wiechertův přístup si nyní přiblížíme, neboť byly s jeho pomocí zkonstruovány první kvantitativní rychlostní modely země jako Gutenbergův, či Jeffreysův (problém nemožnosti zahrnutí zón snížených rychlostí vyřešilo rozdělení modelu na více funkcí po určitých intervalech hloubky). Má tedy významnou roli v historii poznání stavby Země.

K odvození výsledku inverze, funkce popisující rozložení rychlosti s hloubkou se používá technika šíření geometrických paprsků na základě Fermatova principu, respektive Snellova zákona, kterou jsme si zmínili v kapitole Paprskové přiblížení. Budeme vycházet z dokumentu Nowacka (Nowack 1990) a přednášky Tkalčiče (Tkalčič 2011).

Vzhledem k tomu, že neuvažujeme laterální nehomogenity, předpokládáme, podobně jako by to bylo v případě horizontálně zvrstveného média, konstantní hodnotu paprskového parametru p , určenou vztahem $p = u \sin \theta$.



Obrázek 5.1: Ilustrace k odvození Herglotz-Wiechertova řešení. Paprsky opouští ohnisko v bodě F pod různými úhly a dále procházejí zvrstveným prostředím, kde rychlost šíření roste směrem ke středu. Díky tomu se lámou. Paprsek vycházející z ohniska pod úhlem kolmým k povrchu sféry dosáhne ve svém nejnižším bodě maximální hloubky a na povrchu bude zachycen v bodě Δ_1 . Paprskový parametr p_1 se v takovém případě rovná pomalosti tohoto paprsku u_M . Převzato a upraveno z přednášky: (Tkalcíć 2011)

Pro případ zakřiveného paprsku ve sféricky symetrickém zvrstveném modelu si parametr p můžeme vyjádřit ze Snellova zákona $(v_0/v_1) \sin i_1 = (r_0/r_1) \sin i_0$ a sinové věty: $r_0/r_1 = \sin(\pi - i'_0) / \sin(i_0)$, jako $p = (r/v) \sin i$. Pro speciální případ bodu paprsku nejbližší ke středu je úhel i roven 90° a vztah se redukuje na $p = (r_M/v_M)$. Pomalost u je v tomto světle rovna: $u = r/v$.

Odvozování vztahů pro epicentrální vzdálenost $\Delta(p)$ a celkový čas průchodu $T(p)$ pro stručnost přeskočíme, spokojíme se s jejich zápisem:

$$\Delta(p) = 2p \int_{r_M}^{r_0} \frac{dr}{r \sqrt{u^2 - p^2}}, \quad (5.1.1)$$

$$T(p) = 2 \int_{r_M}^{r_0} \frac{u^2}{r \sqrt{u^2 - p^2}} dr. \quad (5.1.2)$$

Rovnici pro epicentrální vzdálenost (5.1.1) nyní přepíšeme jako integrál pomalosti:

$$\Delta(p) = 2p \int_{u_M}^{u_0} \frac{dr}{r(u) \sqrt{u^2 - p^2}} du. \quad (5.1.3)$$

A pro epicentrální vzdálenost nejhlouběji procházejícího paprsku Δ_1 tento vztah upravíme:

$$\Delta_1(p_1) = 2p_1 \int_{u_{M1}}^{u_0} \frac{1}{r(u) \sqrt{u^2 - p_1^2}} \frac{dr}{du} du \quad (5.1.4)$$

Tuto rovnici vynásobíme členem $1/\sqrt{p^2 - u_{M1}^2}$, a zavedeme integraci přes všechny paprsky:

$$\int_{p_1}^{p_0} \frac{\Delta}{\sqrt{p^2 - u^2}} dp = \int_{p_1}^{p_0} dp \int_{u_{M1}}^{u_0} \frac{2p}{r \sqrt{u^2 - p^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{p^2 - u_{M1}^2}} \frac{dr}{du} du \quad (5.1.5)$$

Po úpravách (Tkalčič 2011) dostaneme rovnici:

$$\int_0^{\Delta_1} \operatorname{arccosh} \frac{p}{p_1} d\Delta = \pi \int_{u_{M1}}^{u_0} \frac{1}{r} \frac{dr}{du} du = \pi \int_{r_1}^{r_0} \frac{dr}{r} \quad (5.1.6)$$

Integrál na pravé straně je řešitelný a proto můžeme psát:

$$\ln \frac{r_0}{r_1} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\Delta_1} \operatorname{arccosh} \frac{p}{p_1} d\Delta. \quad (5.1.7)$$

Integrál přes epicentrální vzdálenosti pak můžeme aproximovat sumou naměřených dat. Paprskové parametry, které do ní vstupují získáme empiricky, neb platí $p = \frac{dt}{d\Delta}$.

Hloubku nejnižšího bodu dosazeného paprsku a jemu odpovídající rychlost šíření získáme vyjádřením z levé strany rovnice (5.1.7) :

$$\pi \ln \frac{r_0}{r_1} = I; \quad r_1 = r_0 \exp\left(-\frac{I}{\pi}\right) \quad (5.1.8)$$

Za I dosazujeme numerickou hodnotu $\operatorname{arccosh} \frac{p}{p_1}$, p_1 je parametr nejhlubšího paprsku vůbec, r_0 je poloměr Země (aproximované jako koule). Rychlost v nejhlubším bodě zájmového paprsku získáme z definice paprskového parametru: $v_{M1} = \frac{r_1}{p_1}$. Máme-li k dispozici dostatek měření v ohniskové vzdálenosti od zdroje až k Δ_1 , dostaneme tímto způsobem rychlostní rozložení v závislosti na hloubce.

5.2 Korová a litosférická tomografie

5.2.1 Inverze s pomocí teleseismických zdrojů - metoda ACH

První použitelná technika regionální tomografie byla vyvinuta v roce 1977 Akim, Eysteinem a Husebyem za použití dat ze seismické observatoře NORSAR, vybudované v jižním Norsku u města Hamar. Zařízení sestává v současnosti ze sedmi „shluků“ seismografů, každý o šesti kusech, pokrývající území zhruba tvaru čtverce o straně 50 km. Aki pro tento případ upravil postupy medicínské tomografie, konkrétně zpětnou projekci (Aki – Christoffersson – Husebye 1977). Pro rekonstrukci stavby kůry pod NORSAREm použili inverzi časů prvních nasazení P-vln z teleseismických zdrojů. Základní myšlenkou metody, jež nese název ACH, je úvaha, že pokud budou zdroje otřesů dostatečně

vzdálené, lze považovat příchozí paprsky za rovnoběžné. Časové odchylky v prvních nasazeních pak budou mít původ jen ve stavbě lokální kůry. Výhodou tohoto přístupu je, že se do řešení nepromítá chyba v určení polohy hypocentra a přesného času vzniku zemětřesení.

V tomto experimentu byla litosféra pod NORSARem parametrizována pěti vrstvami bloků (9x9), které pokrývaly území 200x200 km². Modelovaný blok dosahoval hloubky 126 km. Tloušťka vrstev byla proměnná, směrem do hloubky rostla: 17, 19 a zbývající po 30 km.

Čas průchodu paprsku je v řešení rozdělen na část mimo studovaný objem, který je aproximován globálním rychlostním modelem, a příspěvek místní kůry, což vede na následující vztah (Thumber 2003):

$$t = \bar{\tau} + \sum_{s=1}^{NL} t_s \sum_{k=1}^M F_{sk} \left(1 + \frac{\Delta u_k}{u_s} \right) + \epsilon, \quad (5.2.1)$$

t je čas prvního nasazení, $\bar{\tau}$ je čas příchodu na dolní podstavě modelové kůry (vypočítaný ze standardního modelu Země), t_s je čas průchodu paprsku vrstvou s a F_{sk} je jedna pro blok ve kterém se nachází nejdelší část dráhy paprsku v dané vrstvě, jinak je nulová. u_k je pomalost ve vrstvě s , Δu_k představuje odchylku pomalosti v bloku k a ϵ je člen chyby modelu a měření. Vyjádříme-li předchozí vztah maticově, dostaneme (Thumber 2003):

$$\mathbf{t} = \bar{\tau} - \mathbf{G}\bar{\mathbf{m}} + m_0\mathbf{i} + \epsilon \quad (5.2.2)$$

kde \mathbf{t} je vektor časů prvních nasazení, \mathbf{G} je relativně řídká matice obsahující příslušná t_s , $\bar{\mathbf{m}}$ je vektor odchylek pomalosti v blocích od průměru vrstvy, m_0 čas průchodu v počátečním modelu, vektor \mathbf{i} je naplněn jedničkami.

Přepíšeme-li předchozí vztah pro rezidua času příchodu a odečteme-li od nich reziduum času průchodu získané průměrem ze všech stanic pro každou seismickou událost, získáme:

$$\mathbf{t}^* = \mathbf{G}^*\mathbf{m} + \epsilon^*, \quad (5.2.3)$$

hvězdičkou označujeme členy s již odečteným výše zmíněným průměrem.

Chyby plynoucí z nepřesností v globálním rychlostním modelu a špatně určené poloze zdrojů lze v metodě ACH zanedbat právě díky tomu, že invertujeme relativní časy prvních nasazení pro relativní odchylky pomalosti.

Rovnici poté vyřešíme za pomoci singulárního rozkladu matice \mathbf{G}^* .

5.2.2 Inverze lokálních zemětřesení - Aki a Lee

Aki a Lee upravili metodu ACH, aby bylo možno nahradit teleseismické eventy lokálními zemětřeseními a poprvé ji v praxi ověřili v roce 1976 na části zlomu San Andreas v kalifornském Bear Valley (Aki – Lee 1976). Operovali s inverzí prvních nasazení P-vln 32 místních zemětřesení, zachycených na 60 stanicích a rychlostní model kůry aproximovali 264 bloky o rozměrech 3 x 4 x 5 km (Thumber 2003). Pro zjednodušení zvolili přímkové paprsky a homogenní, izotropní počáteční model.

Na rozdíl od metody ACH leží všechny zdroje v modelovaném objemu. Odpadá tak sice nutnost odečítat externí příspěvek dráhy, ale znalost přesných parametrů hypocenter hraje nyní významnou roli. Aki a Lee se s touto komplikací vypořádali tím, že polohy hypocenter hledají současně s rychlostním modelem, což popisuje soustava rovnic:

$$t_{ij}^{obs} - t_{ij}^{cal} = \sum_k T_{ij}^{(k)} \frac{\Delta u_k}{u_k} + \Delta T_j^0 + \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \Delta x_j + \frac{\partial T_{ij}}{\partial y_j} \Delta y_j + \frac{\partial T_{ij}}{\partial z_j} \Delta z_j. \quad (5.2.4)$$

Pozice hypocentra j -tého zdroje zachyceného na i -té stanici zde vystupuje v posledních čtyřech členech jako odchylka času vzniku otřesu ΔT_j^0 a v parciálních derivacích času průchodu vzhledem k poloze ohniska.

Stejně jako u ACH i zde byl výpočet záměrně omezen jen na jedinou iteraci. To autorům umožnilo použít teorii lineární inverze k odhadu rozlišení a chyby modelu.

Výsledná mapa rychlostního rozložení pro Bear Valley obsahuje anomálii snížených rychlostí v místě zlomu San Andreas. Zajímavější však byly nově přepočítané polohy hypocenter, které ukazovaly na jeho poněkud složitější geometrii. Proti předpokladům totiž neležely přímo na ose zlomu, ale dále na jihozápad.

5.2.3 Rychlostní model kůry inverzí Johnsonova – Nyquistova šumu

Pro výše uvedené metody a obecně pro průzkum kůry v malých a větších měřítkách platí, že je třeba použít zdroj. V lokálních studiích se často vzruch vyvolává uměle, regionální spoléhají na zdroje přírodní. Mladou techniku, jež se bez umělých i velkých přirozených zdrojů obejde, popisuje Shapirova práce (Shapiro et al. 2005).

Základní myšlenkou této metody je vzájemná korelace záznamů šumu mezi dvěma stanicemi. Teoretický rámec vychází z povahy Johnsonova – Nyquistova šumu, jenž statisticky popisuje flukтуаčně – disipační teorém. Důležitou podmínkou spojenou s touto technikou je zajištění náhodného rozložení zdrojů šumu. Ve většině případů k tomu ale stačí jen pořídit dostatečně dlouhý záznam. K nahodilosti zdrojů přispívá rozptyl signálu na heterogenitách v nitru Země a také to, že velké množství šumu má původ v jevech způsobených atmosférickou aktivitou a drobných dějích, které v průměru vykazují charakter náhodné procházky. Korelovaný signál má poté až na amplitudu podobu Greenovy funkce pro oblast mezi těmito stanicemi. Může se ale stát, že rozložení zdrojů šumu v oblasti preferuje určitý směr. V tom případě je třeba nejprve korelovat příspěvek největších amplitud samostatně jen jako jednobitové a až poté provést korelaci celkovou. Výsledný signál se velice podobá povrchové vlně, jakou by uvolnil malý otřes v místě jedné ze stanic. Pokusy Shapira a jeho spolupracovníků potvrdily, že k vygenerování aproximované Greenovy funkce pro Rayleighovu vlnu s periodou 7 - 20 s stačí navzájem korelovat měsíc dlouhé záznamy.

K měření zvolili 62 kalifornských stanic sítě USArray a signál vzorkovali frekvencí 1 Hz. Z původního počtu 1891 jednotlivých spojnic vyřadili ty s poměrem výsledného signálu k šumu nižším než 4. I tak však zbylo 678 a 891 měření grupové rychlosti pro vlny s periodou 7,5, respektive 15 s. Inverzí pak získal pole grupové rychlosti v blocích 28 x

28 km. Pásmo 133 mHz odhalilo krystalické struktury do hloubky 10 km, zatímco nižší frekvence 66 mHz je citlivá na větší hloubku - do 20 km. Výsledný model velmi dobře korespondoval se známou geologickou stavbou oblasti (viz obrázek 8.4). Pro ověření modelu Shapiro provedl o měsíc později inverzi s novými daty s dobrým výsledkem.

Nejslibnější na Shapirově metodě je relativní jednoduchost provedení, která otevírá možnost poměrně rychlým a především laciným způsobem promapovat velká území.

5.3 Plášťová tomografie

5.3.1 Inverze teleseismických P-vln

Téměř současně s pokusy o tomografickou rekonstrukci laterální stavby kůry se v polovině sedmdesátých let rozvinul i výzkum v globální doméně.

Rané práce jsou zde spjaty se jménem geofyzika Adama Dziewonskiho, jenž se svým týmem realizoval první modely rychlostních anomálií zemského pláště. V práci, otištěné roku 1977, získal inverzí P-vln z teleseismických zdrojů mapu rychlostních anomálií ve spodním plášti (Dziewonski et al. 1977). Jako vstup posloužilo téměř 700 000 časů prvních nasazení. Model parametrizoval pomocí expanze sférických harmonických funkcí až do třetího řádu. Byť omezena rozlišením daným nízkým řádem použitých harmonik, vykazala studie rozsáhlé anomálie v oblasti vrstvy D", které záporně korelují s odpovídajícími harmonikami v poli geoidu. Tato korelace vede na vztah mezi hustotou a rychlostním rozložením, z čehož lze usoudit spíše na teplotní než chemický původ anomálií.

Dziewonski v práci pokračoval a o sedm let později uveřejnil nový model (Dziewonski 1984) parametrizovaný laterálně sférickými harmonickými funkcemi expandovanými až do osmého řádu i stupně a radiálně Legendreovými polynomy čtvrtého stupně. Výsledný model měl 245 koeficientů, do nichž bylo dosazováno 500 000 časů prvních nasazení. Rozložení anomálií ve vrstvě D" se v obou modelech téměř shodovalo, zatímco pro rozhraní svrchní / spodní plášt Dziewonski našel anomálie snížených rychlostí v Pacifiku v oblasti severních středních šířek a v pásu od Rudého moře po jihovýchodní Asii (viz obrázek 8.7). Dziewonski však upozornil, že technika P-vln není pro hloubku 670 km dostatečně přesná.

5.3.2 Tomografie svrchního pláště pomocí povrchových vln

Klasická technika tělesových vln je omezena dostatečným pokrytím studovaného objemu paprsky, což závisí na rozložení zdrojů i seismických stanic. Ani jedno není zdaleka homogenní, což silně stěžovalo pokusy o studium svrchního pláště. Při pohledu na mapu pokrytí Země paprsky P-vln z roku 1999 (viz obrázek 8.6) je vidět obrovská mezera mezera pro hloubky 580 - 773 km pod oceány (Boschi - Dziewonski 1999). Modely založené na inverzi prvních nasazení P-vln proto mohou v těchto hloubkách poskytnout relevantní výsledky jen v silně omezené oblasti cirkumpacifické zóny a Eurasie.

Tuto slabinu lze překonat zapojením inverze povrchových vln a vlastních kmitů Země. Zatímco tělesové vlny prochází v celém objemu, Loveho a Rayleighovy vlny se

šíří po povrchu planety. Vhodnou volbou vlnové délky se mění jejich hloubkový dosah. Navíc zde hraje roli disperze, proto se signál z jediného zdroje cestou přirozeně rozdělí na složky, z nichž každá nese informaci z jiné hloubky.

Použijeme-li paprskové přiblížení můžeme rychlost šíření pro jednu frekvenci vyjádřit dráhovým integrálem:

$$\Psi_L(\omega) = \int_L k_L(\theta(s), \phi(s); \omega) ds, \quad (5.3.1)$$

kde k_L je kernel, hledaná funkce. Nyní zaveďme fázovou rychlost:

$$c_L(\theta, \phi; \omega) = \omega / k_L(\theta, \phi; \omega). \quad (5.3.2)$$

Pomocí fázové rychlosti pak můžeme aproximovat řešení poruchovou teorií; expandujeme kernel Taylorovým rozvojem a omezíme se na první člen (což opět můžeme díky Fermatovu principu):

$$\delta\Psi_L(\omega) = -\omega \int_L \frac{\delta c_L(\theta, \phi; \omega)}{c_L^2(\theta, \phi; \omega)} ds. \quad (5.3.3)$$

Řešení je v zásadě podobné výše představeným postupům, neb se stále jedná o paprskový model.

Oproti tělesovým vlnám je ale potřeba vzít v úvahu radiální anizotropii Země, což je téma, které není možno do práce tohoto rozsahu zahrnout.

Povrchové vlny se v modelech popisujících svrchní plášť objevily až ke konci 80. let. Mezi prvními jde o práci Suetsugové a Nakanishiho při tvorbě 3D modelu rozložení rychlostí pod Pacifikem, postavenou na rozptylu Rayleighových vln o periodách 60 - 200 sekund (Suetsugu – Nakanashi 1987). Pro hloubky do 150 km odhalili zřejmou korelaci s povrchovou stavbou a též prokázali oblast snížených rychlostí ležící 200 až 250 km pod centrálním Pacifikem.

5.3.3 Vlastní kmity Země

Kromě inverze tělesových a povrchových vln se v globální tomografii pracuje i s analýzou vlastních kmitů. Napětí působící na povrch Země je prakticky nulové, což lze dosadit jako počáteční podmínku pro kalkulaci oscilací planety. Podobně jako struna kmitá s určitými násobky vlastní frekvence, jsou i určité mody Země vlastní. Mechanismus inverze vlastních kmitů spočívá opět v porovnání naměřených modů s těmi vypočítanými z referenčního modelu.

Již v roce 1982 byl uveřejněn článek (Masters et al. 1982), v němž Masters et al. našli uvnitř svrchního pláště touto technikou oblast snížených rychlostí, rozprostírající se ve středním a východním Pacifiku a v pásmu Rudé moře - Indický oceán.

5.3.4 Výsledky plášťové tomografie

Již jednodimenzionální rychlostní modely založené na algebraickém řešení Herglotze a Wiecherta ukazovaly na existenci laterálních odchylek od průměrné rychlosti v dané

hloubce. Naznačovaly, že vyšších amplitud dosahují tyto heterogenity v rychlostním poli na hlavních diskontinuitách jako je přechodní zóna a rozhraní jádro / plášť. Blíže lokalizovat a kvantifikovat je však dokázaly až tomografické techniky (Lay 2003). Už z raných studií vyplynulo, že největší laterální variace vůči průměrným rychlostem jsou vázány na zhruba svrchních 400 km pláště, kde v případě S-vln dosahují až $\pm 10\%$. V oblasti přechodní zóny na rozhraní svrchní / spodní plášť se vyskytují rozsáhlé anomálie v rozsahu několika procent a ve vrstvě D" (hranici plášť / jádro) opět rostou laterální odchylky rychlosti P-vln vzhledem k průměru až k deseti procentům (Lay 1987).

Mapování těchto rychlostních anomálií je významné vzhledem k otázce povahy dynamiky plášťové konvekce. Do současnosti otevřená zůstává otázka vlivu vrstvy D", jejíž silná heterogenita byla odhalena již ranými globálními modely. Druhým a do jisté míry kontroverzním tématem je debata o hloubce zanoření zbytků subdukované kůry.

Zatímco se dříve nepředpokládalo, že by zbytky desek pokračovaly v sestupu přes rozhraní svrchní/spodní plášť, naznačovaly některé studie - (Kamaya et al. 1989)- již v osmdesátých letech, že k tomuto jevu dochází, nikoliv však systematicky - viz (Romanowicz 1991). Podrobnější údaje ale dodaly až modely z druhé poloviny 90. let jako práce van der Hilsta (van der Hilst et al. 1997), které odhalily značně protažené zóny zvýšených rychlostí zejména pod jihovýchodní Asií a severní a střední Amerikou, jejichž hloubkový rozsah činí 900 - 1300 km. Přímou spojovat výskyt těchto anomálií ve spodním plášti s relikty subdukovaných desek Tethys a Farallon je však diskutabilní. Zvláště u anomálie, kterou jako „desku Farallon“ interpretoval Grand a van der Hilst (Grand et al. 1997), panují značné pochyby - viz (Romanowicz 2003). Rozměry, ani pozice anomálie totiž neodpovídají předpokládaným parametrům subdukce, na což upozorňuje Bijwaard et al. - viz (Romanowicz 2003). Z modelů založených na inverzi P-vln však lze soudit, že přechodní zóna v hloubce 670 km je pro plášťovou konvekci částečně prostupná a v kombinaci s výstupy z inverze povrchových vln můžeme předpokládat určité propojení konvekčního režimu spodního a svrchního pláště (Romanowicz 2003).

V oblasti D" vrstvy se modely založené na P-vlnách shodují v přítomnosti anomálií zvýšených rychlostí pod východní Asií a střední Amerikou a potvrzují podobnou anomálii táhnoucí se v pásu středních šířek pod Pacifikem na severní polokouli (Romanowicz 2003). Zde je ale třeba připomenout, že tomografie P-vln poskytuje výrazně lepší rozlišení v oblasti subdukčních zón než pod oceány, což je podmíněno jak heterogenitou v pokrytí seismickými stanicemi, tak rozložením zdrojů. Proto tyto modely doplňují metody pracující s inverzí S-vln, povrchových vln a spektrem vlastních kmitů Země. Nejlepší výsledky poskytují metody povrchových vln a S-vln, zejména při rekonstrukci stavby svrchního pláště, kde jsou nasazovány již od začátku osmdesátých let (Romanowicz 1991). Rozšířením tomografie S-vln na oblast spodního pláště máme možnost srovnání s P-vlnovou technikou. Ve vrstvě D" výsledky obou technik v zásadě souhlasí. Tomografie S-vln zde indikuje dvě rozsáhlé anomálie snížených rychlostí, všeobecně považované za superplumy (Romanowicz 2003). Jedna se nachází pod Afrikou, druhá v oblasti středního Pacifiku. Pacifická „superpluma“ je v modelech lemována kruhem anomálií zvýšených rychlostí, jež jsou interpretovány jako bloky subdukované fosilní kůry.

Pokud bylo v polovině 80. let standardem parametrizovat model sférickými harmonikami do stupně 6 až 8, je v současnosti možné zobrazit i jemnosti odpovídající expanzí sférických harmonik stupně 24 a vyšším. (Romanowicz 2003). Do současnosti se rozlišení plášťové tomografie zlepšilo tak, že jsou detekovatelné i laterální nehomogeneity menší než 1000, v některých oblastech dokonce i než 300 km.

Kapitola 6

Současnost a budoucnost tomografie

V současnosti jsou techniky tomografie široce používány na všech měřítkách od mělkého průzkumu po globální studie. Právě v oblasti plášťových modelů leží v současnosti před seismickou tomografií největší výzvy, k jejichž překonání je nutné kombinovat výsledky seismiky, geodynamických modelů pláště a petrofyzikálních experimentů. Jde o důležité otázky o povaze plášťové konvekce: jaký je další osud subdukovaných desek? Jsou anomálie vysokých rychlostí protažené od přechodní zóny až k vrstvě D? jejich zbytky, jak je koncem devadesátých let interpretoval Grand? Mají původ v plášťové konvekci, či jde z větší části o artefakty, jak se domníval Dziewonski (Foulger et al. 2005)? A existuje opravdu vazba mezi zónami nízkých rychlostí ve spodním plášti a známými horkými skvrnami?

V některých nedávných modelech se autoři zaměřili na podrobné mapování oblastí předpokládaných hotspotů a snaží se vystopovat anomálie snížených rychlostí od hranice jádro / plášť až k přechodní zóně. Rozřešení tohoto problému by jednoznačně ukončilo debatu o původu a hloubkovém dosahu plášťových plum. Naráží ale již výrazně na limity rozlišení. Přítomnost hotspotů ve svrchním plášti je tomografií prokazatelná pro Island (Allen et al. 2005) a v případě Havaje potvrdila letos vydaná studie (Wolfe et al. 2011), založená na analýze P-vln zachycených s pomocí sítě seismografů na mořském dně, pokračování hotspotu až do nejsvrchnější části spodního pláště. Pro větší hloubky nejsou opět výsledky spolehlivé. Problematiku rozlišení systematicky diskutuje Nolet a Zhang v článku z roku 2005 (Nolet et al. 2007), kde upozorňují zejména na malé pokrytí spodního pláště P-vlnami v centrálních oblastech oceánů, jež navíc trpí horší distribucí zdrojů než subdukční zóny. Ale i v případě zlepšení pokrytí stanicemi, naráží snaha o zachycení vzestupných proudů ve spodním plášti na limity dané rozměry první Fresnelovy zóny. Z geodynamických studií plyne, že hypotetické proudy živící hotspoty ve svrchním plášti budou mít podobu poměrně úzkých struktur. V kontrastu k tomu typické teleseismické vlny mají vlnovou délku mezi 5000 - 10 000 km, přičemž nejmenší šířka Fresnelovy zóny pro kratší konec pásma dává 200 - 300 km. Proto ani s pomocí metody konečných frekvencí nemůžeme očekávat, že realisticky zobrazíme anomálie o rozměrech menších, než je tato mez. U vyšších frekvencí se už navíc silně projevuje anelastické utlumení. Toto omezení se pokusil obejít Montelli (Montelli et al. 2003), když do své studie zahrnul P-vlny dvou frekvenčních pásem. Mohl tak sledovat a porovnávat

difrakci každého z nich.

V oblasti korových studií je velmi slibná nová metoda popsána Shapirem (Shapiro et al. 2005), která těží z analýzy šumu.

Jako limitující faktor se stále jeví nedostačné pokrytí Země seismickými stanicemi, což silně omezuje výzkum spodního pláště, oblasti klíčové pro pochopení geodynamiky Země.

Dále můžeme očekávat pokračování růstu dostupných výpočetních kapacit, což pravděpodobně umožní v globální doméně nasazení metod pracujících namísto s paprsky přímo s modelováním vlnoploch.

Kapitola 7

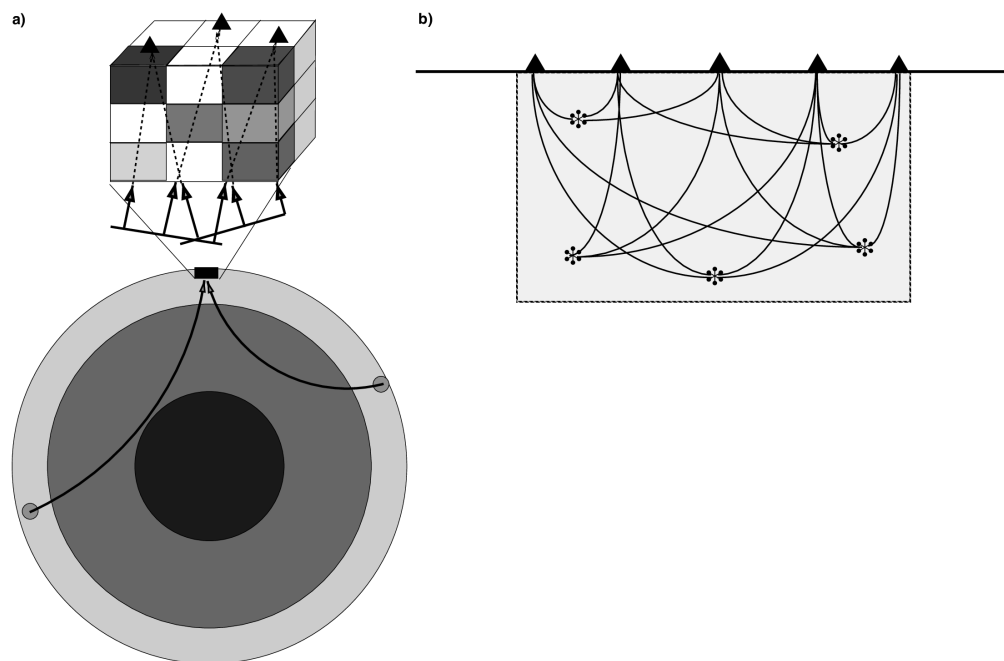
Závěr

V práci bylo představeno teoretické pozadí jak samotné seismické tomografie, tak medicínských metod asistované diagnostiky, které silně inspirovaly rané tomografické studie. Jako příklad bylo poukázáno na použití nefiltrované zpětné projekce v pracích Akiho a Leea a v metodě ACH. Na těchto příkladech bylo též představeno řešení travel-time tomografie. Dále byly diskutovány fyzikální hranice travel-time tomografie formou uvedení pojmu Fresnelova zóna a zmíněna metoda finite-frequency tomography, jež vliv Fresnelových zón na rozlišení započítává.

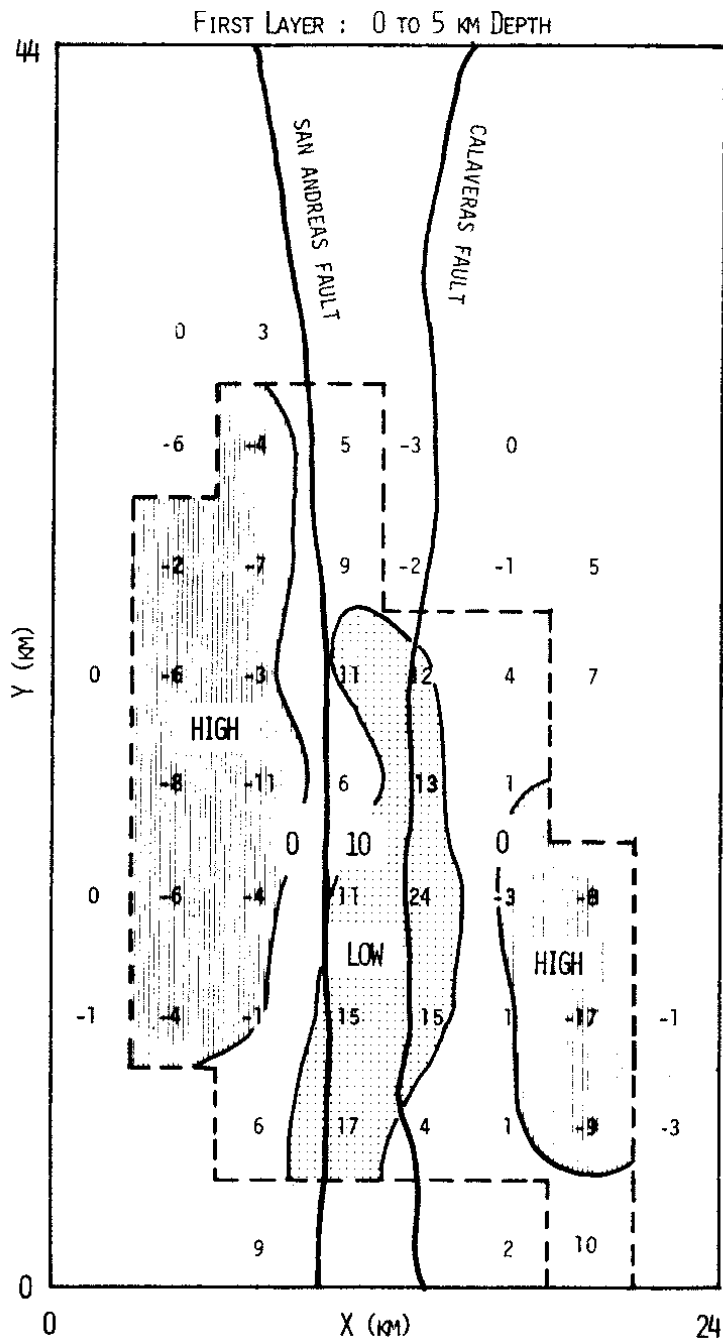
Větší část historického přehledu byla věnována použití seismické tomografie jako nástroje konstrukce podrobných rychlostních modelů pláště. Důraz na tuto problematiku byl zvolen z toho důvodu, že pro regionální, či lokální průzkum kůry existují k seismické tomografii alternativy v podobě klasických seismických metod inverze lomených a odražených vln. Pro výzkum hlubších partií Země však klasické metody poskytují jen jednorozměrné rychlostní modely, jak to bylo představeno na Herglotz – Wiechertově řešení. Tyto modely však nemohou postihnout komplexní strukturu pláště, jejíž spolehlivá vizualizace je nutná k pochopení geodynamických dějů planety, jež mají určující vliv na deskovou tektoniku. Byla proto zmíněna hlavní zjištění globálních tomografických modelů od prvních experimentů Dziewonskiho až po současnost. Značný prostor byl poté věnován diskuzi omezení současných tomografických plášťových modelů a jejich schopnosti poskytnout věrohodné odpovědi na otázky související s povahou plášťové konvekce. Bylo ukázáno, že byť jsou současné tomografické metody již velmi pokročilé, je třeba jejich výsledky interpretovat opatrně. Vždy mít na mysli omezení, které přináší použitá vlnová délka a s ní související rozměr Fresnelovy zóny, dbát na dostatečné pokrytí studovaného objemu paprsky a počítat s přítomností artefaktů, které nelze odfiltrvat ze seismických tomografických modelů tak snadno jako např. v případě CT tomografie.

Kapitola 8

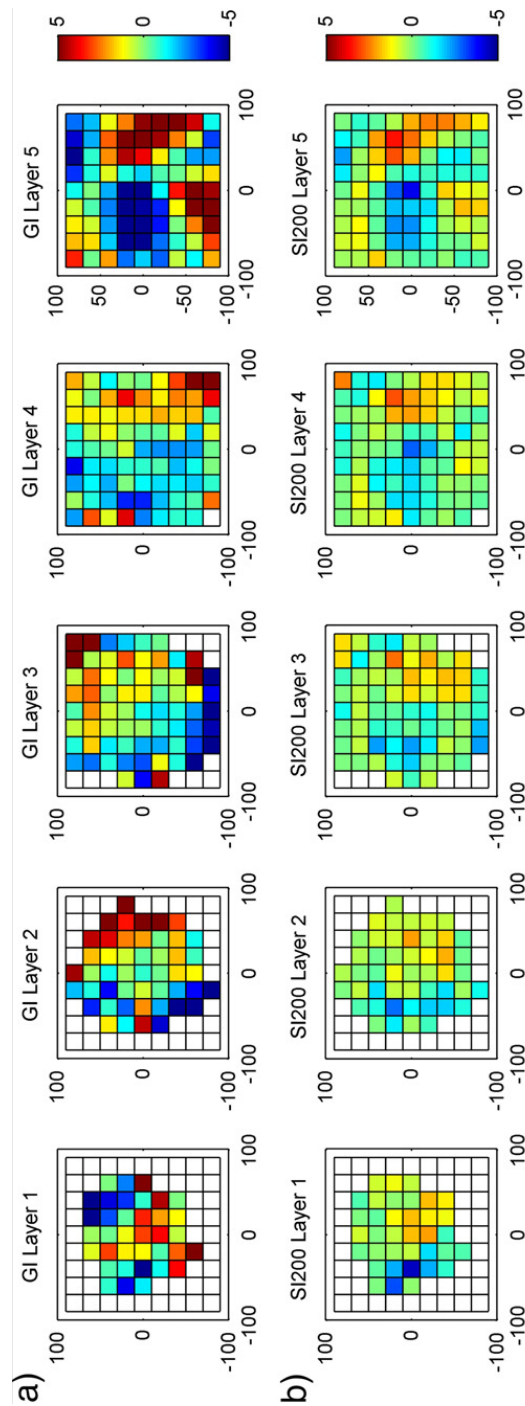
Obrazová příloha



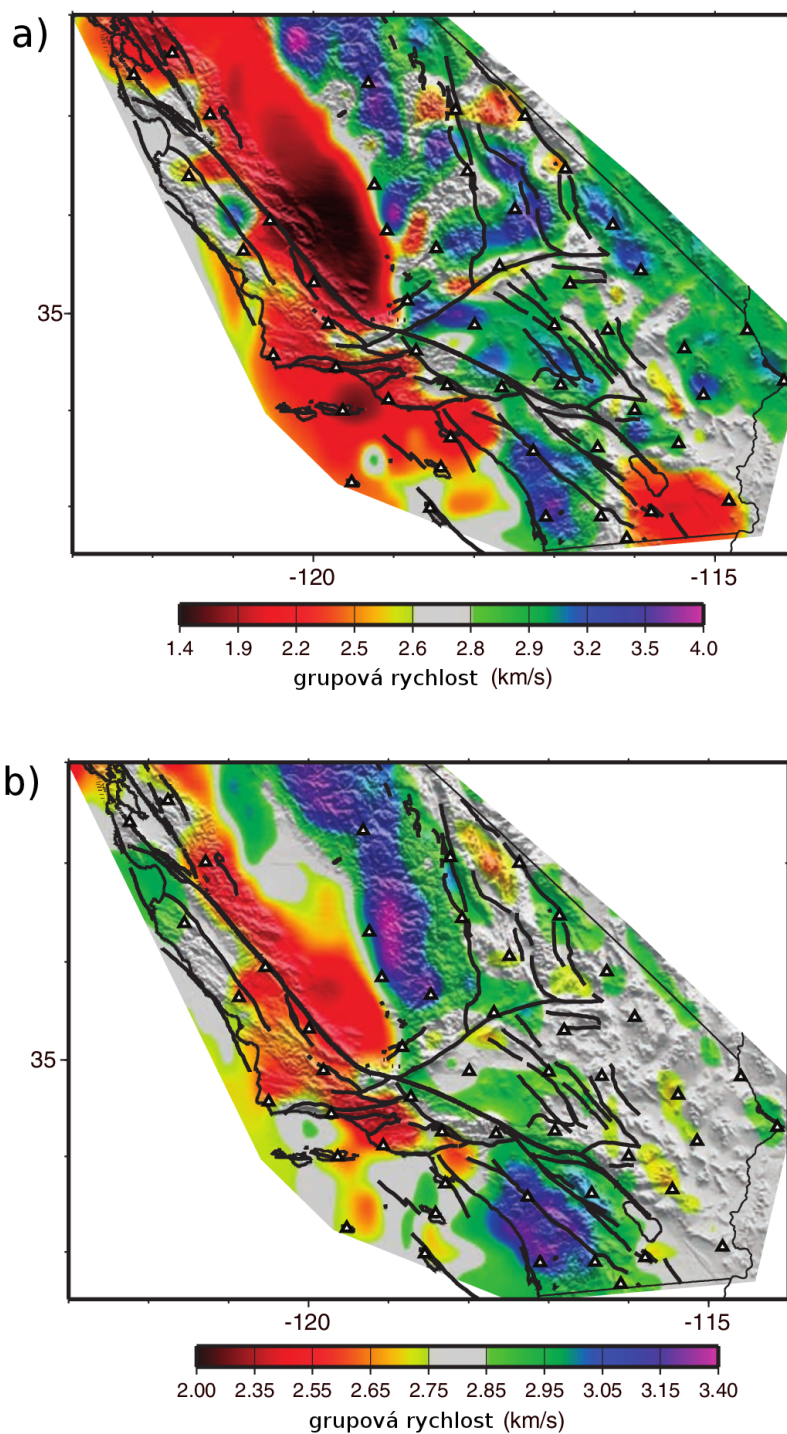
Obrázek 8.1: Schéma konfigurace zdrojů a přijímačů v lokální korové tomografii: a) teleseismická tomografie - metoda ACH, b) tomografie s pomocí místních zemětřesení - metoda Aki & Lee. Převzato z (Thumber 2003) a upraveno



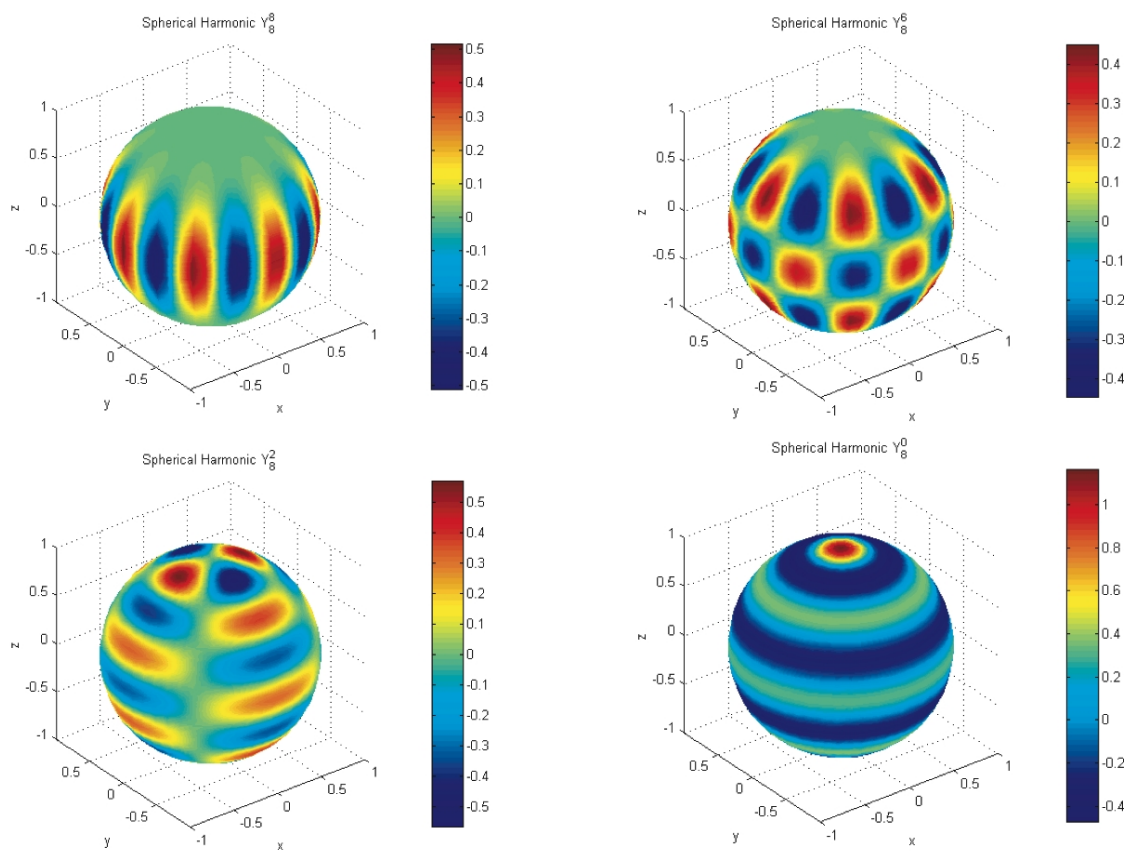
Obrázek 8.2: První vrstva modelu Akiho a Lee z oblasti Bear Valley v Kalifornii (Aki – Lee 1976). Čísla v blocích představují rychlostní anomálie vzhledem k počátečnímu modelu vyjádřené v procentech. Převzato z (Thumber 2003) a upraveno.



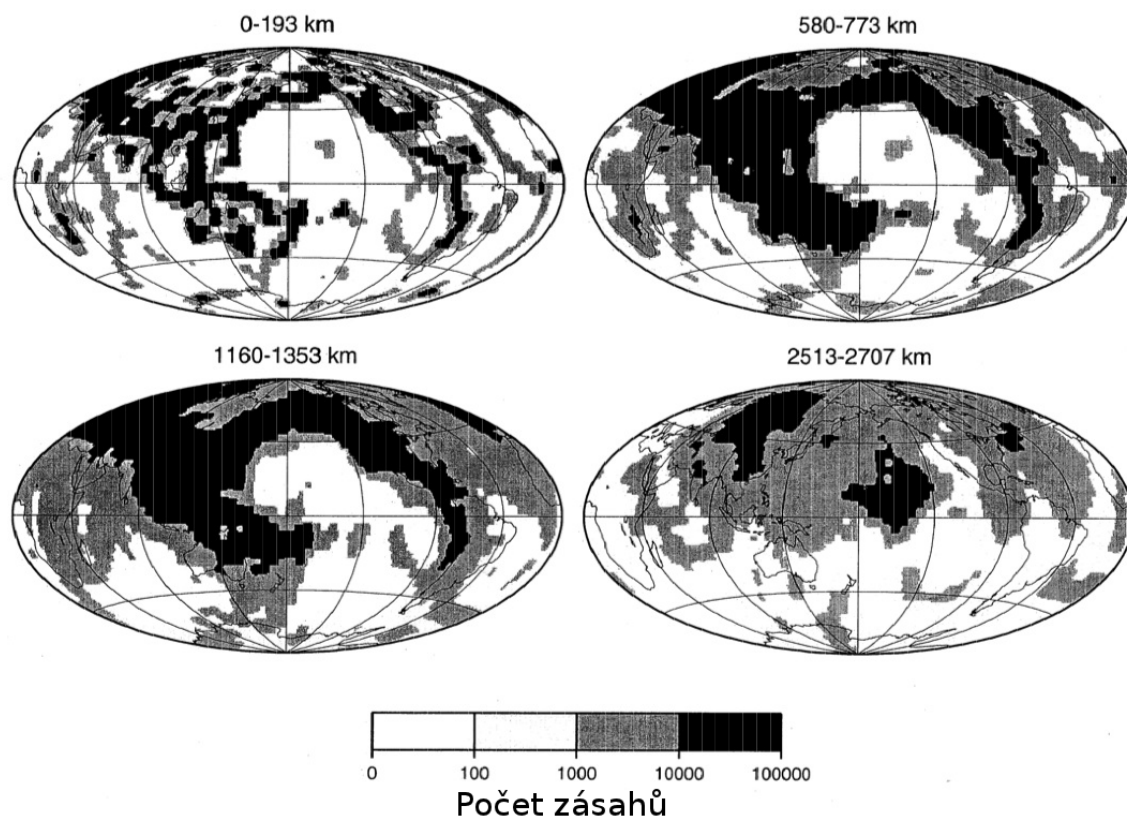
Obrázek 8.3: Porovnání modelů kůry pod NORSAREm získaných teleseismickou metodou ACH (Aki – Christoffersson – Husebye 1977). Model a) vytvořený technikou stochastické inverze odpovídá verzi z roku 1977. Model b) vznikl za použití pseudoinverze Moora – Penrose až v roce 2011. Oba pochází z práce (Christoffersson – Husebye 2011), ve které autoři revidovali originální výsledky z roku 1977 s pomocí původních dat. Škála vyjadřuje odchylku rychlostí v procentech vzhledem k počátečnímu modelu.



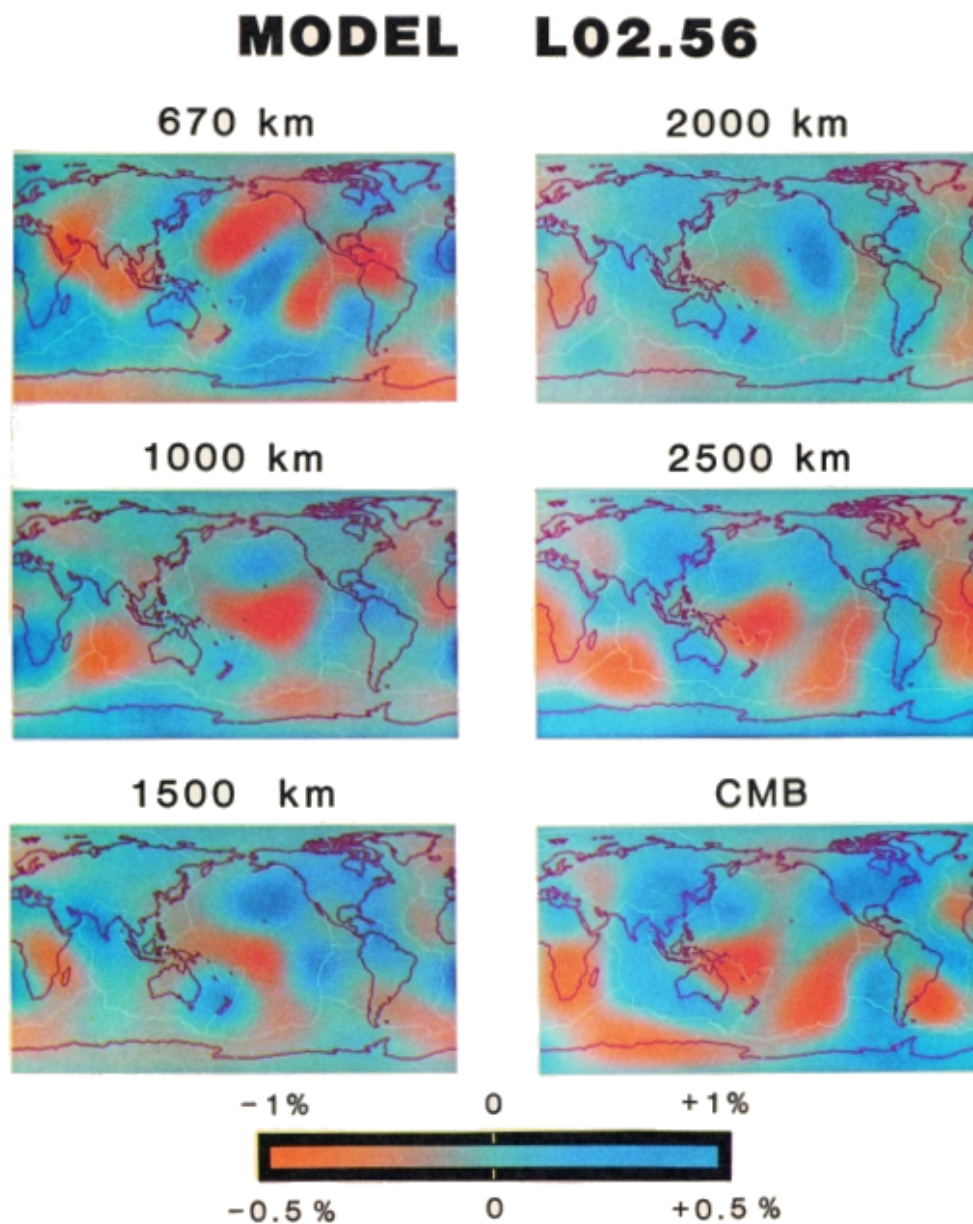
Obrázek 8.4: Shapirův rychlostní model území Kalifornie získaný inverzí Johnsonova – Nyquistova šumu. Mapa a) odpovídá vygenerovaným Rayleighovým vlnám o periodě 7,5 s, mapa b) pak periodě 15 s. Převzato z práce (Shapiro et al. 2005) a upraveno.



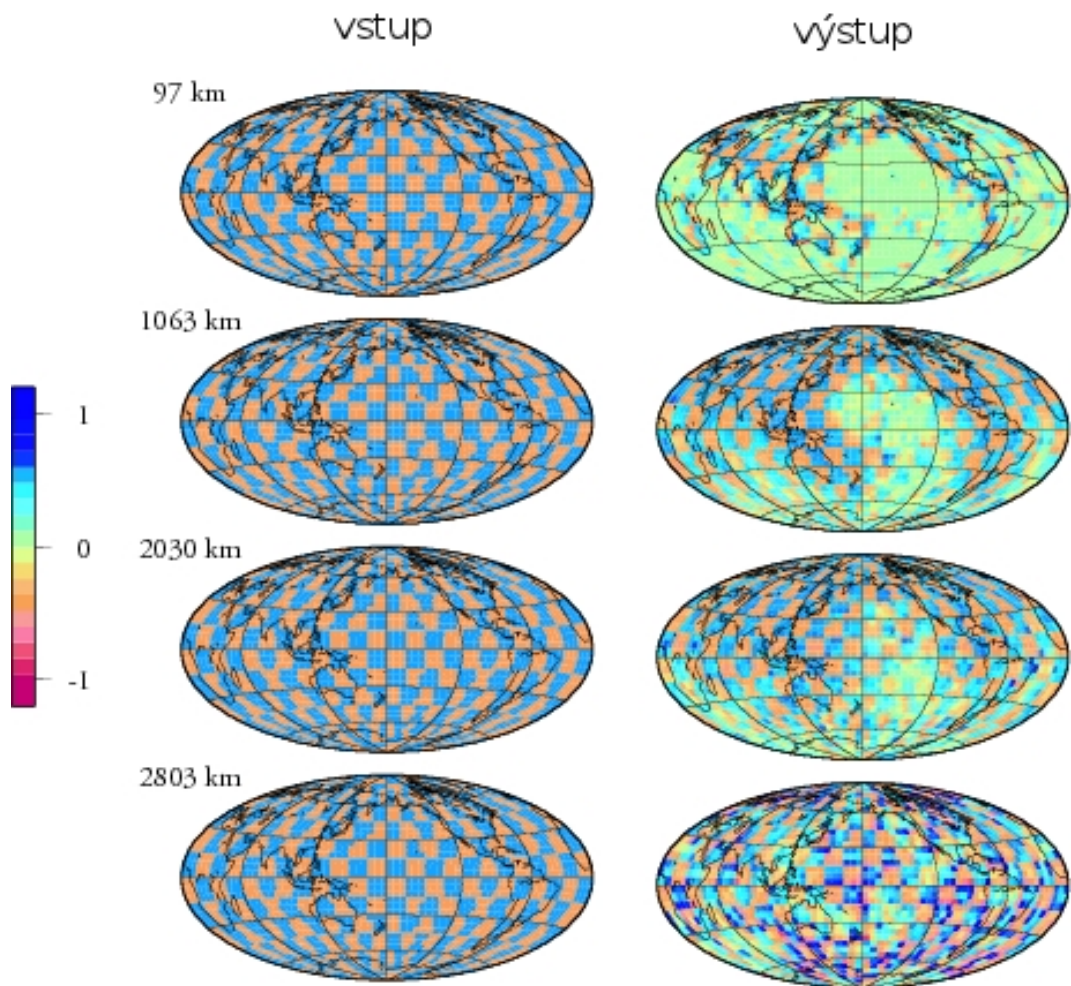
Obrázek 8.5: Ukázka několika sférických harmonických funkcí různých řádů a stupňů v projekci na kulový povrch. Podobné funkce se často užívají k parametrizaci laterální komponenty v globálních tomografických modelech. Převzato a upraveno z materiálů kurzu seismické tomografie na ETH v Curychu: (Boschi 2009).



Obrázek 8.6: Mapa pokrytí paprsky pro plášťový model Engdahla a van der Hilsta z roku 1997, založený na inverzi prvních nasazení teleseismických P-vln, jak ji zhotovili Boschi a Dziewonski v článku o rozlišení globálních modelů (Boschi – Dziewonski 1999), z něhož je snímek převzat a upraven. V místech bílých ploch schází informace.



Obrázek 8.7: Jeden z raných globálních plášťových modelů založených na inverzi prvních nasazení teleseismických P-vln publikovaný Dziewonskim v roce 1984. Snímek převzat z materiálů kurzu seismické tomografie na ETH v Curychu: (Boschi 2009).



Obrázek 8.8: Příklad syntetického „šachovnicového“ testu nelineárního tomografického modelu založeného na inverzi P-vln. Na základě uměle připraveného modelu odchylek rychlosti (sloupec vlevo) je spočtena přímá úloha a na simulované seismogramy je aplikována inverze, jako by šlo o reálná data. Oba modely jsou následně porovnány. Přítomnost světle zelených ploch, výrazných především v menších hloubkách, upozorňuje na oblasti, kde nebude výsledný model ani v ostrém nasazení spolehlivý. Škála se vztahuje k počátečnímu modelu, jenž je v obou případech stejný. Snímek pochází z práce Soldatiho a Bosche z roku 2005 a byl převzat z materiálů kurzu seismické tomografie na ETH v Curychu: (Boschi 2009).

Literatura

- Aki, K. – Lee, W. H. K. (1976): *Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes 1. A homogeneous initial model*. J. Geophys. Res., vol 81, no. 23, s. 4381 – 4399.
- Aki, K. – Christoffersson, A. – Husebye, E. S. (1977): *Determination of the three-dimensional seismic structure of the lithosphere*. J. Geophys. Res., vol. 82, no. B2, s. 277 – 296.
- Allen, R. M. – Tromp, J. (2005): *Resolution of regional seismic models: squeezing the Iceland anomaly*. Geophys. J. Int., vol. 161, no. 2, s. 373 – 386.
- Backus, G. – Gilbert, F. (1968): *The Resolving Power of Gross Earth Data*. Geophys. J. Roy. Astron. Soc., vol. 16, no. 2, s. 169 – 205.
- Boschi, L. (2009): *Global body-wave tomography* [online]. Page updated 12-14-2010 [cit 2. července 2011]. Dostupný z WWW: <<http://www.seg2.ethz.ch/boschil/tomography/bodywaves.pdf>>.
- Boschi, L. – Dziewonski, A. (1999): *High- and low-resolution images of the Earth's mantle: Implications of different approaches to tomographic modeling*, J. Geophys. Res., vol. 104, no. B11, s 25567 – 25594.
- Bracewell, R. N. (1956): *Strip integration in radio astronomy*. Austral. J. Phys., vol. 9, s. 198 – 217.
- Bracewell, R. N. (2000): *Fourier transform and its applications*. 3. vydání. McGraw Hill. 616 s.
- Cooley, J. W. – Tukey, J. W. (1965): *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*, Math. Comput., vol. 19, no. 90. s. 297 – 301.
- Dziewonski, A. – Hager, B. – O'Connell, R. (1977): *Large-Scale Heterogeneities in the Lower Mantle*, J. Geophys. Res., vol. 82, no. 2, s. 239 – 255.
- Dziewonski, A. (1984): *Mapping the Lower Mantle: Determination of Lateral Heterogeneity in P Velocity up to Degree and Order 6*. J. Geophys. Res., vol. 89, no. B7, s. 5929 – 5952.

- Foulger, G. – Natland, J. – Presnall, D. – Anderson, D. L. (2005): *Plates, Plumes, and Paradigms*. Geol. Soc. Am. Bull, Special Paper 388, 881 s.
- Grand, S. P. – van der Hilst, R. D. – Widiyantoro, S. (1997): Global seismic tomography: snapshot of convection in the Earth. *GSA Today*, vol. 7, s. 1 – 7.
- Gutenberg, B. (1914): *Über Erdbebenwellen. VIIA. Beobachtungen an Registrierungen von Fernbeben in Göttingen und Folgerungen über die Konstitution des Erdkörpers*. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl., 1–52, s. 125 – 176.
- Herglotz, G. (1907): *Über das Benndorfsche Problem der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erdbebenstrahlen*. *Z. Geophys.*, vol. 8, s. 145 – 147.
- Humphreys, E. – Clayton, W. (1988): *Adaptation of Back Projection Tomography to Seismic Travel Time Problems*. *J. Geophys. Res.*, vol. 93, no. B2, s. 1073 – 1085.
- van der Hilst, R. D. – Widiyantoro, S. – Engdahl, E.R. (1997): *Evidence for deep mantle circulation from global tomography*. *Nature*, vol. 386, s. 578 – 584.
- Hinch, E. J. (1991): *Perturbation methods*. Cambridge University Press, 160 s.
- Christoffersson, A. – Husebye, E. S. (2011): *Seismic tomographic mapping of the Earth's interior – Back to basics revisiting the ACH inversion*, *Earth - Sci. Rev.*, vol. 106, no. 3-4, s. 293 – 306.
- Iyer, H. M. – Hirahara, K. (1993): *Seismic Tomography: Theory and practice*. Springer, 842 s.
- Kamyia, S. – Miyatake, T. – Hirahara, K. (1989): *Three dimensional P-wave velocity structure beneath the Japanese Islands*. *Bull. Earthq. Res. Inst. Univ. Tokyo*, vol. 64, s. 457 – 485.
- Kvasnička, M. (1997): *4000 let seismologie (Hledání kořenů jedné vědecké disciplíny)*. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*. vol. 42, no. 6, s. 324 – 331.
- Lay, T. (1987): *Structure of the Earth: Mantle and core*. *Rev. Geophys.*, vol 25, no. 6, s. 1161 – 1167.
- Lay, T. (2003): The Earth's Interior. In *International Handbook of Earthquake & Engineering Seismology*. Part A. Academic Press, Kapitola 51, s. 829 – 860.
- Lehmann, I. (1936): *P'*. *Publications du Bureau Central Séismologique International*, vol. 14, no. 3, s. 87 – 115.
- Lowrie, W. (2007): *Fundamentals of Geophysics*. 2. vydání. Cambridge: Cambridge UP, 381 s.

- Mallet, R. (1846): *On the Dynamics of Earthquakes: Being an Attempt to Reduce Their Observed Phenomena to the Known Laws of Wave Motion in Solids and Fluids*. T. Roy. Irish. Acad., vol. 21, s. 51 – 105.
- Martinez, J. (2011): *International Registry of Seismograph Stations* [online]. USGS. Page updated 06-07-2011 [cit. 10. července 2011]. Dostupný z WWW: <URL http://neic.usgs.gov/neis/station_book>.
- Masters, G. – Jordan, T. H. – Silver, P. G. – Gilbert, F. (1982): *Aspherical earth structure from fundamental spheroidal-mode data*. Nature, vol. 298, s. 609 – 613.
- Mohorovičić, A. (1910): *Das Beben vom 8. Oktober 1909*. Jahrbuch des meteorologischen Observatoriums in Zagreb für 1909, no. 1, s. 1 – 67.
- Montelli, R. – Nolet, G. – Dahlen, F. A. – Masters, G. – Engdahl, E. R. – Shu-Huei, H. (2003): *Finite-Frequency Tomography Reveals a Variety of Plumes in the Mantle*. Science. vol. 303, no. 5656, s. 338 – 343.
- Nolet, G. – Allen, R. – Dapeng Z. (2007): *Mantle plume tomography*. Chem. Geol., vol. 241, no. 3 - 4, s. 248 – 263.
- Nolet, G. (2008): *A breviary of seismic tomography: imaging the interior of the Earth & Sun*. Cambridge University Press, 360 s.
- Nowack, R. L. (1990): *Tomography and the Herglotz-Wiechert Inverse Formulation*. Pure Appl. Geophys., vol. 133, no. 2, s. 305 – 315.
- Oldham, R. D. (1906): *The Constitution of the Interior of the Earth as Revealed by Earthquakes*. Quart. Jour. Geol. Soc. London, vol. 62. s. 456 – 475.
- Radon, J. (1986): *On the determination of functions from their integral values along certain manifolds*. Přeložil Parks, P. C. IEEE T. Med. Imaging., vol. 5, no. 4, s. 170 – 176.
- Rawlinson, N. – Sambridge, M. (2003): *Seismic travelttime tomography of the crust and lithosphere*. Adv. Geophys., vol. 46, no. C, s. 81 – 197.
- Romanowicz, B. (1991): *Seismic tomography of the Earth's mantle*. Annu. Rev. Earth Planet. Sci., vol. 19, s. 77 – 99.
- Romanowicz, B. (2003): *Global mantle tomography: Progress Status in the Past 10 Years*. Annu. Rev. Earth Planet. Sci., vol. 31, s. 303 – 328.
- Tkalčić, H. (2007): *Lectures on seismic inversion* [online]. Page updated 06-31-2007 [cit. 25. června 2011]. Dostupný z WWW: <<http://rseis.anu.edu.au/~hrvoje/PHYS3070/Lecture7.pdf>>.

- Shapiro, N. M. – Campillo, M. – Laurent, S. – Ritzwoller M. H. (2005): *High-Resolution Surface-Wave Tomography from Ambient Seismic Noise*. Science. vol. 307, no. 5715, s. 1615 – 1618 .
- Stark, P.B. – Nikolajev D. I. (1993): *Toward tubular tomography*. J. Geophys. Res., vol. 98, no. B5, s. 8095 – 8106.
- Suetsugu, D. – Nakanashi I. (1987): *Three-dimensional velocity map of the upper mantle beneath the Pacific Ocean as determined from Rayleigh wave dispersion*. Phys. Earth Planet. In., vol. 47, no. C, s. 205 – 229.
- Thurber, C. H. (2003): *Seismic tomography of the lithosphere with body waves*. Pure Appl. Geophys., vol. 160, no. 3 - 4, s. 717 – 737.
- Vasco, D. W. – Peterson J. E. J. – Majer E. L. (1995): *Beyond ray tomography: Wavepath and Fresnel volumes*. Geophys., vol. 60, no. 6, s. 1790 – 1804.
- Wiechert, E. (1897): *Über die Massenverteilung im Inneren der Erde*. Nachr. K. Ges. Wiss. Goettingen, Math-Kl., s. 221 – 243.
- Wiechert, E. – Geiger, L. (1910): *Bestimmung des Weges der Erdbebenwellen im Erdinnern*. Physik. Z., vol. 11, s. 294 – 311.
- Wolfe, C. J. – Solomon, S. C. – Laske, G. – Collins, C. A. – Detrick, R. S. – Orcutt, J. A. – Bercovici, D. – Hauri, E. H. (2011): *Mantle P-wave velocity structure beneath the Hawaiian hotspot*. Earth Planet. Sci. Lett., vol. 303, no 3-4, s. 267 – 280.
- Yomogida, K. (1992): *Fresnel zone inversion for lateral heterogeneities in the Earth*. Pure Appl. Geophys., vol. 138, no. 3, s. 391 – 406.