Posudek vedoucího bakalářské práce

David Janda

Funkce v příkladech a protipříkladech

Tématem práce jsou ve shodě s názvem příklady funkcí z elementární matematické analýzy, konkrétně na vlastnosti definovanost, spojitost a limita. Nejde však o kompilát hotových příkladů: autor přistupuje k tématu didaticky, formou konstrukčních úloh (tedy „Nalezněte funkci daných vlastností“), a jádrem práce je popis postupu řešení takových úloh a soubor nástrojů, které se při něm nejčastěji používají.

Již v Úvodu autor jasně popisuje didaktickou motivaci práce. Všímá si pro matematickou úlohu netypického divergentního charakteru konstrukčních úloh a vznáší hypotézy o jejich didaktické významnosti. Také zde předznamenává charakteristický rys celé práce, tedy zaměření na vyučovanou matematiku, úzkou a velmi specifickou podmnožinu matematiky jako takové.

Ve shodě s tímto zaměřením se autor nejprve zabývá formou výsledku. Klasifikuje úzkou množinu funkcí používaných při výuce základů matematické analýzy. Začíná funkcemi elementárními, tedy těmi, které lze sestrojit z mocninných, exponenciálních a gonimetrických funkcí a funkcí k nim inverzních pomocí čtyř základních operací a skládání. Tyto funkce, jež středoškolští studenti zpravidla ztotožňují s množinou všech funkcí, jsou však ve svém definičním oboru vždy spojité a pro konstrukci příkladů nespojitých funkcí nepoužitelné. Proto autor množinu základních funkcí obohacuje o nejznámější a nejelementárnější funkci nespojitou ve svém definičním oboru, signum, a definuje tak funkce, které nazývá předpisovými. Většinu konstrukcí pak provádí právě v množinách elementárních či předpisových funkcí. Sílu předpisových funkcí demonstruje např. obecnou metodou převodu funkce definované po (konečně mnoha) částech na jeden vzorec nebo konkrétněji konstrukcí vzorce pro funkci „dolní celá část“. Je si ovšem vědom, že některé přirozené příklady (jako funkci spojitou právě v jednom bodě) nelze v této množině zkonstruovat, a zavádí rozšíření o Dirichletovu funkci a o obecnou funkci charakteristickou.

Dále se autor věnuje nástrojům, které jsou při konstrukci funkcí často užívány. Jde o speciální třídy funkcí (polynomické a oscilující funkce), elementární transformace (s geometrickou intepretací) a technikou vkládání dané funkce mezi dvě jiné funkce. Všechny techniky autor demonstruje na příkladech.

Druhá polovina práce se sestává ze samotných konstrukčních úloh. U náročnějších je provedena analýza, která vede k samotné konstrukci. To je zvláště cenné u úloh teoretičtějších, jako důkaz neekvivalence dvou definic monotonie (konstrukcí funkce, jež splňuje jen jednu z nich) či hledání dvojic funkcí, které nesplňují závěr věty o limitě součtu. Výběr příkladů je ovšem náhodný a není podřízen žádné koncepci či systému, což hodnotu této části poněkud snižuje.

Práce trpí některými vážnými formálními nedostatky, které jsou důsledkem nedbalé redakční práce. Obsahuje velké množství chyb, zvláště překlepů, ale i chyb interpunkčních, vzácněji gramatických. V některých případech i na úkor matematické přesnosti, např. při odvození techniky vkládání funkce mezi dvě jiné funkce dochází k prohazování indexů horní a dolní omezující funkce, takže ač je odvození myšlenkově správné, jeho zápis není korektní. Jiným příkladem je předpis charakteristických funkcí nekladných resp. nezáporných čísel, který je chybně uzávorkován. Autor též někdy používá nevhodných či nepřesných formulací („funkce charakteristická na množině“), přinejmenším v jednom případě formulace matematicky chybné („průnik charakteristických funkcí“ místo „charakteristická funkce průniku“). Příklady jsou ilustrovány grafy

konstruovaných funkcí, jejich vzhled však není sjednocen a za nevhodné považuji také použití plovoucího prostředí, které způsobuje, že se grafy ocitají uprostřed zcela jiných úloh, než ke kterým se vztahují.

Práce se čte plynule, její stylistická úroveň je průměrná. Autor užívá některých značení a výrazů, které jsou standardní v matematické analýze, ale nepoužívají se při výuce na středních školách v ČR či nejsou zcela korektní (hranaté závorky pro uzavřený interval, formulace „funkce je na periodě prostá“). Práce obsahuje málo citací a referencí na literaturu (prakticky jen znění definic a vět), to je však důsledkem toho, že její obsah je většinou původní, resp. využívá jen triviálních, všeobecně známých výsledků.

Shrnutí: Práce je originální a matematicky kvalitní, má dobrou didaktickou motivaci, je však poněkud nedbale zpracována. Přesto ji považuji za přínosnou pro studenty a zvláště vyučující základů matematické analýzy na střední i vysoké škole.

Celkové hodnocení: Doporučuji, aby práce byla uznána jako práce bakalářská.

Mirošovice, 29. 8. 2011

Derek Pilous