

Oponentský posudek diplomové práce

A. Tarabić: Almost optimal trading strategy for multiple risky assets

Práce se zabývá matematickým modelem situace, kdy investor má možnost investovat do více rizikových aktiv (akcií) a jednoho nerizikového aktiva. Za jistých předpokladů o trhu akcií a při uvažované užitkové funkci typu HARA je cílem práce najít strategii investování, která je téměř optimální. O cenách akcií se předpokládá, že jsou nezávislé a jsou modelovány jako geometrický Brownův pohyb.

Podle mého názoru je řešena úloha netriviální a může být zajímavá (přinejmenším matematicky, její relevantnost pro modelování reálného trhu nejsem schopen posoudit), definovaná téměř optimální strategie vyžaduje řadu komplikovaných postupů a výpočtů. Práce je vysoce originální (odvolává se na zatím nepublikovanou práci [2] zabývající se jednorozměrným případem, kterou nemám k dispozici, je však zřejmé, že rozšíření je netriviální a rovněž výsledek má poněkud jinou - slabší- formu). Z tohoto hlediska považuji práci za zajímavou a přínosnou.

Práce bohužel vykazuje velmi závažné nedostatky, které sice převážně mohou být chápány jako formální, nejsou to ale ojedinělé chyby, jde spíše o celkovou koncepci práce. Podle mého názoru práce nedosahuje dostatečného stupně matematické přesnosti, který je vyžadován u matematických prací - vycházím z toho, že diplomové práce v oboru, který autorka studuje, mají být práce matematické. Matematické práce se vyznačují mj. tím, že ve svých tvrzeních mají uvedeny úplné matematické předpoklady o studovaných matematických objektech a pak jsou rigorózními postupy dokazovány. Přirozeně, je-li studován nějaký model např. z finanční matematiky, jsou jistě důležité i ekonomické předpoklady, za kterých model platí. Samozřejmě ve formulacích vět nemohou být vždy úplně všechny předpoklady, ale mělo by být ale v každém okamžiku jasné, co předpokládáme o matematických objektech, s

nimiž pracujeme. Mělo by být jasně odděleno, co je náš model (event. za jakých ekonomických předpokladů platí), co jsou matematické předpoklady a co jsou matematická tvrzení. To v práci není, naopak čtenář je v mnohých případech nucen se domýšlet, z čeho vlastně autorka vychází a co dokazuje. Jako ilustraci uvedu příklad Věty 1.1, kdy je to ještě poměrně snadné, u velmi technických tvrzení v následujících kapitolách to už tak jednoduché není.

Ve Větě 1.1 je jako předpoklad uvedeno: "Předpokládejme, že neobchodujeme." Co to znamená v tomto modelu matematicky, se dozvíme až v důkazu (připouštím, že si to lze domyslet). Tvrzením věty je, že procesy π a \mathcal{W} splňují jisté stochastické diferenciální rovnice. Přitom proces \mathcal{W} je definován jako "tržní cena portfolia"- matematická definice chybí (jen se předpokládá, že je kladný s.j. pro každý čas), proces π je zaveden vztahem (1.3) pomocí \mathcal{W} . V "důkazu" je nejprve matematicky zformulován jistý argument (pocházející z podstaty modelu) a pak jsou rovnice odvozeny, přičemž se předpokládá automaticky, že \mathcal{W} je semimartingal - to ale není předtím nikde uvedeno. Takže část matematických předpokladů si čtenář musí domyslet při četbě důkazu.

Navíc, odkud víme, že uvedené procesy vůbec existují jako matematické objekty? Myslím že bychom to věděli, kdybychom měli k dispozici existenční větu pro uvedené stochastické rovnice. Jedná se o nelineární rovnice s nelipschitzovskými koeficienty...není přece automaticky jasné, že např. řešení neexploduje.

Podobných míst je v práci více, omezím se na některé stručné komentáře:

Kapitola 2: Zde je popsán jednorozměrný model z nepublikované práce [2]. Myslím že čtenář, který [2] nemá k dispozici, si bude dosti obtížně domýšlet, co tam vlastně je.

Kapitola 3.1 začíná větou: "Předpokládejme, že π je omezený proces". Co je teď π ? je stále daný rovnicí (1.4) ? Pak bychom mohli předpoklad

specifikovat, navíc tato rovnice byla odvozena za předpokladu, že "neobchodujeme".

Pomohlo by trochu jasnější vyjádření postulátů z části 3.1, než že "equalities do not change".

Na str. 4 se zavádí diferenciály d_i se šípkou slovy „...that measure the changes of corresponding the process if we buy or sell...“ to je v tomto okamžiku absolutně nejasné, jsou to diferenciály nebo nějaké nové matematické objekty?

Rovnice (4.3) působí velmi zajímavě, co můžeme říci o jejím řešení ?

Kapitolka 4.1 je klíčová pro pochopení hlavního výsledku práce. Jde asi o jednu stránku, polovina je tvořena poslední (gramatickou) větou, která podle mne nedává úplně smysl ani gramaticky. Co je to \mathcal{E}_γ ? Jaký matematický výsledek se zde používá?

Kromě toho, o funkci f se zde předpokládá jen, že je C^1 a derivace jsou lokálně AC, tj, v zásadě druhé derivace jsou L^1 . Do nich pak dosazujeme nějaký náhodný proces, stačí to tak k aplikaci Itoovy formule? Je to ale vůbec třeba? Např. ve větě 6.1 se tvrdí, že g je C^2 (i když triviálně to vidět není a v důkaze se tím autorka moc nezabývá).

V kapitole 4.2 je formulována hlavní úloha řešená v práci. Podle mne dosti nejasně a nepřesně a její formulace je promíchaná s navazujícími úvahami. Mělo by být jasně definováno, co je to „strategie“ když se tento pojem používá, a taky optimální a téměř optimální strategie. Je ϵ v (4.13) stejné, jako o čtyři řádky výše?

K symbolu \mathcal{O} : pro formulaci hlavních výsledků práce má zásadní význam, přitom rovněž vlastně není zaveden. Zde jde o limitní chování funkcí pro

$\lambda \rightarrow 0$, ale ty funkce závisejí ještě na argumentu u , co se předpokládá, stejnoměrnost, nebo je u pevné? Podotkněme, že za u se posléze dosazují hodnoty procesu a dělá se asymptotika pro čas jdoucí do nekonečna, takže myslím že by i tato věc se měla zavést pořádněji.

Navzdory výše uvedeným nedostatkům považuji práci za zajímavou a doporučuji, aby byla uznána jako diplomová.

V Zábrdí, dne 22.8.2011

Bohdan Maslowski