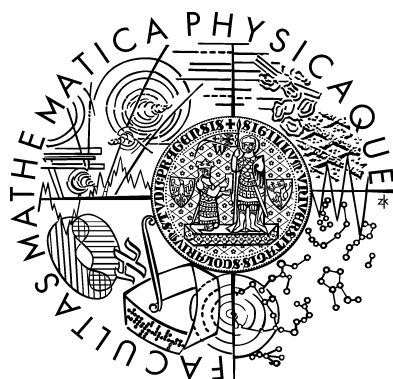


Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

# DIPLOMOVÁ PRÁCE



Marek Skalka

## Srovnání lokalizačních technik

Katedra softwarového inženýrství

Vedoucí diplomové práce: RNDr. David Obdržálek

Studijní program: Informatika

Studijní obor: Softwarové systémy

Praha 2011

Rád bych na tomto místě poděkoval vedoucímu své diplomové práce RNDr. Davidu Obdržálkovi za cenné připomínky, odbornou pomoc a trpělivost při vedení této práce. Děkuji také všem svým blízkým za veškerou podporu nejenom při tvorbě této práce, ale i v průběhu celého mého studia.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 1. srpna 2011

Marek Skalka

**Název práce:** Srovnání lokalizačních technik

**Autor:** Marek Skalka

**Katedra / Ústav:** Katedra softwarového inženýrství

**Vedoucí diplomové práce:** RNDr. David Obdržálek, Katedra softwarového inženýrství

**Abstrakt:** Tato práce srovnává lokalizační techniky používané v mobilní robotice. Lokalizace, tedy úloha zjistit vlastní polohu v prostoru, představuje jeden ze základních problémů robotiky. Tato práce se úvodem věnuje podrobnějšímu popisu problematiky a kategorizaci lokalizačních technik, v dalších kapitolách pak po jednotlivých kategoriích popisuje různé lokalizační techniky a jejich varianty a uvádí jejich silné a slabé stránky. Práce se postupně zabývá technikami pravděpodobnostní lokalizace, určenými ke zpracování chybami zatížených senzorických měření a k vytváření spolehlivého odhadu polohy, technikami relativní lokalizace, zajišťujícími vyhodnocování relativních změn polohy robota, a technikami absolutní lokalizace, řešícími určování nebo odhad absolutní polohy robota v prostředí.

**Klíčová slova:** lokalizace, odhad polohy, mobilní robotika, srovnání

**Title:** Comparison of Localization Techniques

**Author:** Marek Skalka

**Department:** Department of Software Engineering

**Supervisor:** RNDr. David Obdržálek, Department of Software Engineering

**Abstract:** This work compares localization techniques used in mobile robotics. Localization – how to determine one's own position within a space – is one of the fundamental challenges of robotics. The introduction is devoted to a detailed description of localization and to the categorization of localization techniques. In subsequent chapters, category by category, various localization techniques and their variants are described and their strengths and weaknesses are compared. The work successively addresses: probabilistic localization techniques used for inaccurate sensor measurements processing and for providing reliable position estimate; relative localization techniques used for evaluation of relative changes in the robot position; and absolute localization techniques for finding and estimating the absolute position of the robot in the environment.

**Keywords:** localization, position estimation, mobile robotics, comparison

# Obsah

<b>Předmluva .....</b>	<b>1</b>
<b>1 Lokalizace v mobilní robotice .....</b>	<b>2</b>
1.1 Robotika, mobilita a autonomie .....	2
1.2 Mobilní robotika bez lokalizace .....	4
1.3 Taxonomie lokalizačních technik .....	5
1.3.1 Relativní a absolutní lokalizace .....	5
1.3.2 Globální a lokální techniky .....	6
1.3.3 Pasivní a aktivní lokalizace .....	7
1.3.4 Statické a dynamické prostředí .....	8
1.4 Srovnání lokalizačních technik .....	9
1.5 Shrnutí kapitoly .....	9
<b>2 Pravděpodobnostní lokalizace .....</b>	<b>11</b>
2.1 Princip pravděpodobnostní lokalizace a filtrování .....	12
2.1.1 Základní pojmy z teorie pravděpodobnosti .....	12
2.2 Odhad polohy .....	14
2.3 Počáteční odhad polohy .....	15
2.4 Apriorní odhad polohy .....	16
2.4.1 Pravděpodobnostní pohybový model .....	16
2.4.2 Predikční krok .....	17
2.5 Aposteriorní odhad polohy .....	18
2.5.1 Senzorický model .....	18
2.5.2 Korekční krok .....	20
2.6 Lokalizační vzorec .....	21
2.7 Reprezentace odhadu polohy .....	21
2.7.1 Diskrétní reprezentace odhadu polohy .....	22
2.7.1.1 Pravděpodobností mřížka.....	22
2.7.1.2 Topologické grafy.....	24
2.7.1.3 Monte Carlo lokalizace.....	26
2.7.2 Spojité reprezentace odhadu polohy .....	32
2.7.2.1 Kalmanův filtr.....	32
2.7.3 Srovnání reprezentací odhadu polohy .....	34
2.8 Alternativní metody k pravděpodobnostní lokalizaci .....	35
2.9 Shrnutí kapitoly .....	36
<b>3 Prostředky relativní lokalizace .....</b>	<b>38</b>
3.1 Navigace výpočtem (Dead Reckoning) .....	39
3.2 Odometrie .....	40
3.2.1 Chyby odometrie .....	43
3.2.2 Modely pojezdů mobilních robotů .....	44

3.2.2.1 Diferenčně řízená vozidla (též diferenciálně řízená vozidla).....	45
3.2.2.2 Smykem řízená kolová vozidla a pásová vozidla.....	47
3.2.2.3 Tříkolka.....	48
3.2.2.4 Ackermanovo řízení.....	50
3.2.2.5 Dvounápravové vozidlo oběma nápravami říditelnými.....	51
3.2.2.6 Synchro drive .....	51
3.2.2.7 Multi-degree-of-freedom (MDOF).....	52
3.2.2.8 Omnidirectional drive.....	53
3.3 Další metody relativní lokalizace .....	56
3.3.1 Senzory využívající Dopplerova jevu .....	56
3.3.2 Snímkování povrchu .....	57
3.4 Inerciální navigační systémy (INS) .....	58
3.4.1 INS s pevnou orientací akcelerometrů v prostoru .....	59
3.4.2 INS s akcelerometry pevně spojenými se zařízením .....	59
3.4.3 Vlastnosti inerciálních navigačních systémů .....	60
3.5 Shrnutí kapitoly .....	61
<b>4 Prostředky absolutní lokalizace .....</b>	<b>63</b>
4.1 Lokalizace pomocí orientačních bodů .....	63
4.1.1 Aktivní orientační body .....	64
4.1.1.1 Globální satelitní systémy.....	65
4.1.1.2 Lokální lokalizační systémy.....	67
4.1.2 Pasivní orientační body a prvky .....	68
4.1.2.1 Umělé pasivní orientační prvky.....	68
4.1.2.2 Přirozené pasivní orientační prvky.....	69
4.2 Kontinuální lokalizace .....	72
4.2.1 Lokalizace pomocí pravděpodobnostních mřížek .....	73
4.2.2 Scan Matching .....	74
4.3 Měření orientace .....	75
4.4 Shrnutí kapitoly .....	76
<b>5 Další témata .....</b>	<b>78</b>
5.1 Lokalizace v dynamickém prostředí .....	78
5.1.1 Řešení spoléháním na robustnost .....	78
5.1.2 Řešení filtrováním sensorických měření .....	79
5.1.3 Řešení modelováním dynamických rysů .....	81
5.2 Aktivní lokalizace .....	81
5.3 Spojení lokalizace a dalších technik .....	83
<b>Závěr .....</b>	<b>84</b>
<b>Seznam použité literatury .....</b>	<b>85</b>

## Předmluva

Lokalizace, tedy úloha zjistit vlastní aktuální pozici podle dat dostupných ze senzorů, je jedním z klíčových problémů mobilní robotiky. V jakémkoliv oboru konání jsou kvalitní informace o stávajícím stavu nutným předpokladem ke kvalifikovanému rozhodování o dalších krocích. A právě aktuální pozice v prostoru je pro mobilního robota snad jeho nejdůležitějším stavem.

Lidé řeší otázku vlastní lokalizace prakticky neustále – vždy, když si odpovídají na otázku, kde jsou, a ještě častěji podvědomě, aniž by tuto otázku vyslovili nahlas, když se podle svojí aktuální pozice rozhodují a chovají. Stejně významný je problém lokalizace i v mobilní robotice. Jeho řešením se zabývá tato práce, která vysvětluje principy, možnosti a vlastnosti jednotlivých lokalizačních technik, popisuje jejich silné i slabé stránky a jednotlivé techniky vzájemně porovnává.

Práce je rozdělena do pěti kapitol. První kapitola se věnuje podrobnějšímu popisu problematiky lokalizace v mobilní robotice a rozdělení lokalizačních technik do jednotlivých kategorií podle různých charakteristik. Druhá kapitola se zabývá srovnáním několika metod pravděpodobnostní lokalizace, která slouží ke zpracování a kombinaci chybami zatížených lokalizačních dat z různých senzorů a umožňuje tak spolehlivou a robustní lokalizaci robota navzdory těmto chybám. Třetí kapitola je věnována popisu a porovnání jednotlivých prostředků relativní lokalizace, sloužících k odhadu relativních změn pozice robota, které lze krátkodobě použít pro lokalizaci robota. Čtvrtá kapitola se zabývá různými prostředky absolutní lokalizace, tedy senzory, technikami a metodami, které dokáží odhadnout absolutní pozici robota v prostředí. Pátá kapitola se pak věnuje technikám výše nezařazeným: aktivní lokalizaci a lokalizaci v dynamickém prostředí.

Vzhledem k tomu, že se tato práce zabývá odborným a zároveň stále ještě poměrně mladým tématem, nejsou dosud v českém jazyce ustáleny všechny použité odborné termíny. Tam, kde to bylo nutné, jsou proto v práci použity termíny anglické. Na mnoha dalších místech práce jsou pak anglické termíny zmíněny i vedle termínů českých, a to jak pro lepší orientaci čtenáře v tématu, tak i pro případné usnadnění studia odkazovaných nebo dalších pramenů, neboť převážná část z nich je dostupná právě v angličtině.

# 1 Lokalizace v mobilní robotice

Lokalizace představuje jeden ze základních problémů mobilní robotiky. Jeho řešení je nutnou podmínkou pro autonomní chování mobilních robotů a také předpokladem pro řešení dalších klíčových robotických úloh, jako jsou plánování cílů nebo navigace.

Tato kapitola je věnována stručnému úvodu do robotiky a vysvětlení významu lokalizace pro jednotlivé kategorie robotů. Dále se zabývá systematickým rozdělením lokalizačních technik podle několika různých kritérií do jednotlivých kategorií, charakterizujících společné vlastnosti těchto technik. Závěr kapitoly je pak věnován problematice vzájemného srovnání jednotlivých lokalizačních technik používaných v robotice.

## 1.1 Robotika, mobilita a autonomie

*Robotem*<sup>1</sup> budeme mít na mysli samostatně pracující stroj s určitou mírou autonomie, schopný vnímání svého okolí, který je určen k plnění stanoveného úkolu. *Robotikou* pak budeme rozumět interdisciplinární obor zabývající se návrhem, konstrukcí, řízením i využíváním robotů.

V současném světě nacházejí roboti uplatnění v širokém spektru činností, především tam, kde mohou cenou své práce úspěšně konkurovat ceně práce lidské, případně tam, kde využití lidské práce nepřípadá vůbec v úvahu. S dostatečným přísunem energie zvládají roboti mnohem větší námahu a dokáží neúnavně pracovat přesněji a rychleji. Nasazení robotů v nebezpečných aplikacích eliminuje hrozbu úrazů a lidských tragédií, výměnou za zpravidla přijatelnější riziko materiálních ztrát při případném poškození nebo zničení robota. Roboti též mohou být nasazeni pro činnosti v prostředích, ve kterých žijí lidé nemohou pracovat vůbec.

Roboty různých kategorií nalezneme – bez nároku na úplnost – při pracích a činnostech v těchto odvětvích:

---

<sup>1</sup> Slovo robot, dnes přejaté do většiny jazyků na světě, použil poprvé Karel Čapek ve hře R.U.R [1]. V češtině se dnes používá v životné i neživotné variantě, zpravidla podle míry autonomie nebo humanoidní podoby robota.



- průzkum a práce v nebezpečném prostředí: záchranné práce při přírodních katastrofách nebo technických haváriích, zneškodňování výbušnin, vojenské aplikace...
- činnosti v prostředí pro člověka zcela nepřístupném: aplikace ve vesmíru, ve velkých hloubkách pod hladinou, ve stísněných prostorech, za vysokých teplot, v zamořeném prostředí...
- průmyslová výroba: manipulace, montáž, svařování, lakování, kontrola, balení...
- letecká, kolejová i pozemní doprava: autopilot, automatické vedení vlaku, automaticky řízená vozidla...
- medicína: manipulátory pro provádění chirurgických operací, robotické protézy...
- osobní výpomoc: robotické vysavače, asistenční roboti a společníci...
- zábavní aplikace: robotický fotbal a další soutěže, hračky, umělá zvířata...

Množství strojů nesoucích společné označení robot je velké a jejich charakteristiky jsou rozmanité, závislé na konkrétním určení a specializaci robotů. Podle společných rysů můžeme roboty rozdělit do různých kategorií, které se od sebe budou odlišovat, mimo jiné, též významem lokalizačních technik pro správné fungování robotů v těchto kategoriích.

Podle schopnosti pohybu můžeme roboty rozdělit na stacionární a mobilní.

- *Stacionární* robot je upevněn k jednomu pevnému místu, ke svojí základně. Kolem této základny se může otáčet, případně se vůči ní posunovat, může také obsahovat další otočné nebo posuvné součásti, ale pevným spojením se základnou je rozsah jeho možného pohybu omezen. Typickými představiteli stacionárních robotů jsou průmyslové roboty.
- *Mobilní* robot se může volně pohybovat v prostoru, typicky tedy jezdit nebo kráčet po pevném povrchu, ale též plavat ve vodě nebo létat ve vzduchu. Na rozdíl od stacionárních robotů je zpravidla jeho součástí také vlastní zdroj energie, který mu dovoluje prakticky neomezený rozsah pohybu.

Lokalizace stacionárních robotů, respektive jejich součástí, je díky možnosti opatřit všechna pohyblivá uložení absolutními senzory posunutí nebo otočení poměrně přímočará. Naproti tomu lokalizace mobilních robotů poměrně složitý, avšak zajímavý problém. Právě různým technikám jeho řešení je věnována celá tato práce.

Dále můžeme roboty rozdělit podle míry jejich autonomie, a to takto:

- Dálkově ovládané (*teleoperované*) roboty jsou přímo řízené pomocí povelů udělovaných prostřednictvím živého operátora. Jedinou úlohou teleoperovaných robotů je správně interpretovat přijaté povely a případně též přenášet aktuální stavy senzorů zpět obsluhujícímu operátorovi.
- Plně *autonomní* roboti pracují naproti tomu naprosto samostatně, zcela bez zásahu živého operátora. Podle řídicího programu, apriorních informací a stavu okolního světa detekovaného pomocí senzorů autonomní roboti sami volí a vykonávají akce směřující ke splnění zadaných úkolů.
- Kombinaci obou kategorií představují roboti *semi-autonomní*. Ti mohou být přímo řízeni obsluhujícím operátorem, v určitých situacích ale mohou přejít do režimu autonomního chování, například při řešení nějaké rutinní úlohy, při ztrátě dostupnosti řídicího signálu nebo při výskytu nebezpečného stavu vyžadujícího okamžitou reakci. Příkladem může být návrat na počáteční pozici nebo vyhýbání se překážkám.

U autonomních a semi-autonomních robotů je lokalizace nezbytná pro jejich samostatné fungování, a to bez ohledu na architekturu jejich řídicího systému (s drobnou výhradou popsanou v části 1.2). Řešení problému lokalizace se přitom v zásadě sestává ze dvou na sebe navazujících úloh: ze snímání a měření vhodných veličin a z následného zpracování a vyhodnocení takto získaných dat pro pokud možno přesný a spolehlivý odhad skutečné polohy<sup>2</sup> robota.

## 1.2 Mobilní robotika bez lokalizace

Ačkoliv je lokalizace nepostradatelnou součástí většiny řídicích systémů autonomních robotů, je třeba zmínit také existenci alternativních přístupů k řízení

---

2 Výrazy „*poloha*“ a „*pozice*“ jsou v této práci užívána jako synonyma.

robota, které ke svojí činnosti žádnou lokalizaci nepotřebují, jmenovitě *reaktivní řízení* nebo *evoluční algoritmy*. I když existují aplikace, ve kterých mají tyto přístupy svoje uplatnění, klasický přístup dekompozice řízení robota na jednotlivé úlohy, přičemž lokalizace je jednou z nich, je většinou výhodnější. Reaktivní řízení dovoluje řešit jenom poměrně jednoduché úlohy, evoluční (respektive genetické) algoritmy zase neumožňují nahlédnout do nitra řídicího systému, což nemusí být při plnění zodpovědnějších úkolů žádoucí.

## **1.3 Taxonomie lokalizačních technik**

Jednotlivé lokalizační techniky se liší svým určením, schopnostmi, nutnými předpoklady ke svému fungování a dalšími atributy. Podle různých kritérií je lze rozdělit do kategorií, které charakterizují jejich společné vlastnosti. V této práci budeme lokalizační techniky rozdělovat podle charakteru měření, podle typu řešeného problému, podle možnosti lokalizační rutiny ovládat robota a podle dynamiky okolního prostředí.

### **1.3.1 Relativní a absolutní lokalizace**

Podle charakteru měření můžeme lokalizační prostředky rozdělit na relativní a absolutní.

- *Prostředky relativní lokalizace* měří nebo odhadují relativní změnu polohy robota, tedy typicky jeho posunutí a rotaci v rovině vůči jeho předcházející poloze. Celková změna polohy vůči počáteční nebo poslední známé poloze robota v prostoru se určuje skládáním jednotlivých dílčích změn polohy. Kvůli drobným nepřesnostem v jednotlivých měřeních a řetězení těchto měření dochází k akumulaci celkové chyby odhadu polohy, takže se chyba s ujetou vzdáleností neustále zvětšuje. Prostředky relativní lokalizace jsou proto vhodné pouze pro krátkodobý odhad polohy robota. Mezi hlavní prostředky relativní lokalizace patří odometrie a inerciální navigace. Podrobnému popisu prostředků relativní lokalizace je věnována kapitola 3.
- *Prostředky absolutní lokalizace* umožňují zjistit nebo odhadnout absolutní polohu robota v prostoru, bez ohledu na události a stavy, které dosažení této polohy předcházely. Ačkoliv je přesnost a spolehlivost prostředků absolutní

lokalizace také omezená, na rozdíl od prostředků relativní lokalizace nejsou zatíženy problémem akumulující se chyby, což je jejich hlavní výhodou. Ve srovnání s prostředky relativní lokalizace jsou však často technicky nebo výpočetně náročnější, frekvence jejich měření je zpravidla nižší a v některých případech mohou mít dostupnost omezenou pouze na část prostoru, v němž se robot pohybuje a v němž se má lokalizovat. Detailnímu popisu prostředků absolutní lokalizace se věnuje kapitola 4.

Pro spolehlivou, přesnou a robustní lokalizaci se v praxi v naprosté většině případů techniky z obou těchto kategorií kombinují. Mobilní robot typicky používá jednu techniku relativní lokalizace a jednu nebo více technik lokalizace absolutní. Ke zpracování dat z více vstupů stejného nebo různého charakteru se zpravidla používá pravděpodobnostní přístup. Ten dovoluje odhadnout polohu robota vhodným kombinováním informací z více senzorů, vzít přitom v úvahu předpoklady o omezené přesnosti jednotlivých senzorů a vyrovnat se i se situací, kdy si kvůli nepřesnostem a chybám jednotlivá měření o poloze robota vzájemně odporují. Podrobně se touto problematikou zabývá kapitola 2.

### 1.3.2 Globální a lokální techniky

Podle typu problému, který lokalizační techniky řeší, a podle nutnosti znát počáteční polohu robota můžeme lokalizační techniky rozdělit na lokální a globální.

- *Lokální techniky* nebo také techniky sledování pozice (anglicky *tracking*) předpokládají, že je robotovi jeho počáteční poloha v okamžiku jeho zapnutí známá. Za běhu tyto techniky pak průběžně udržují korektní odhad aktuální polohy robota a vypořádávají se s chybami jednotlivých měření. Při selhání lokalizace, a to i krátkodobém, při kterém se odhad polohy příliš odchýlí od skutečné polohy robota, hrozí ale při použití výhradně lokálních technik možnost vzniku nezotavitelné chyby.
- *Globální techniky* dovolují lokalizovat robota i bez předcházející znalosti jeho polohy. Podle robustnosti, konkrétně podle schopnosti řešit následující problémy, lze globální techniky dále rozdělit do dvou podkategorií:
  - Globální techniky řešící problém probuzeného robota (*wake-up robot problem*), které jsou schopné lokalizovat robota bez znalosti jeho

polohy v okamžiku probuzení, respektive zapnutí. Robot přitom ale dobře ví, že byl právě probuzen, aniž by tušil, kde.

- Globální techniky řešící problém uneseného robota (*kidnapped robot problem*), které dokáží lokalizovat robota po jeho „únosu“ během jeho provozu, tedy v době, kdy už udržoval odhad své vlastní polohy. „Únosem“ se v tomto případě rozumí přemístění (teleportování) robota na jiné místo, aniž by robot tento akt přemístění mohl detekovat. Zdánlivě umělá úloha poměrně dobře dokáže hodnotit schopnost lokalizace zotavit se při neočekávaných zásadních selháních. Příkladem „únosu“ z praxe může být násilné příčné posunutí diferenčně řízeného robota způsobené bočním nárazem jiného robota. Zajišťují-li relativní lokalizaci robota inkrementální encodery, nemůže posunutí v příčném směru nikterak detekovat. Při použití jiných senzorů, například akcelerometrů, by ale stejný pohyb „únosem“ nebyl.

Je zřejmé, že techniky řešící problém uneseného robota řeší současně také problém probuzeného robota, respektive že problém probuzeného robota je speciálním případem problému uneseného robota, při kterém je robotovi dáno na vědomí, že byl právě unesen.

Schopnost lokální a globální lokalizace je dána jak sensorickým vybavením robota, tak i způsobem následného zpracování a kombinace sensorických dat.

### 1.3.3 Pasivní a aktivní lokalizace

Podle možnosti lokalizačního systému cíleně ovlivňovat řízení robota lze lokalizační systémy rozdělit na pasivní a aktivní.

- *Pasivní lokalizace* zajišťuje vytvoření a udržování odhadu polohy robota na základě proudu sensorických dat, který průběžně dostává na svůj vstup. Nemůže ale nikterak zasahovat do ovládání robota. Pasivní lokalizace je běžnější, velká část robotů disponuje pouze pasivní lokalizací.
- *Aktivní lokalizace* dovoluje lokalizačnímu systému robota částečně nebo zcela převzít kontrolu nad ovládáním robota, je-li toho zapotřebí ke zlepšení odhadu polohy. Technikami aktivní lokalizace jsou:

- *aktivní snímání*, které lokalizační rutině umožňuje ovládat senzory robota, například jejich nastavení nebo nasměrování („kam se podívat“),
- *aktivní navigace*, která lokalizační rutině dovoluje řídit pohyb celého robota („kam se pohnout“).

Stejně jako člověk, který se ztratil, i robot schopný aktivní lokalizace tuto schopnost zpravidla využívá pouze v případech, kdy je to nutné ke zlepšení jeho nepříjemně nepřesného odhadu polohy, protože během aktivní lokalizace typicky nemůže současně plnit svůj primární úkol.

Nebude-li výslovně uvedeno jinak, zabývá se tato práce lokalizačními technikami v systémech pasivní lokalizace. Aktivní lokalizaci je potom věnována část 5.2.

### **1.3.4 Statické a dynamické prostředí**

Prostředí, ve kterém se robot pohybuje, lze charakterizovat podle jeho neměnnosti či nestálosti jako statické nebo dynamické.

- *Statické prostředí* je zcela stálé a neměnné. V ideálním statickém prostředí je robot jediným objektem, který se pohybuje.
- *Dynamické prostředí* mění v čase svoje vlastnosti, například úroveň osvětlení nebo otevření a uzavření dveří, případně se v něm kromě robota pohybují či přemísťují i další objekty, typicky jiní roboti, lidé nebo třeba krabice či palety se zbožím. Tyto proměnné vlastnosti prostředí přitom ovlivňují senzorické vnímání robota – na jednom a téže místě bude vnímání robota v různém čase rozdílné.

Vzhledem k zásadnímu rozdílu složitosti modelů používaných v lokalizačních metodách mezi statickým prostředím a prostředím dynamickým se při lokalizaci zpravidla uvažuje prostředí statické. Řešením problému lokalizace v dynamickém prostředí, ve kterém jsou porušeny předpoklady kladené na statické prostředí, se zabývá část 5.1.

## 1.4 Srovnání lokalizačních technik

Tato práce se podrobně zabývá srovnáním různých lokalizačních technik používaných v robotice a jejich systematickým popisem v jednotlivých kapitolách, uspořádaných podle charakteru těchto technik. Při porovnávání lokalizačních technik se tato práce soustředí na podrobné porovnávání jednotlivých možností a vlastností těchto technik. Přitom se často ukazuje, že přednosti jedné techniky v určitém atributu jsou kompenzovány určitými nevýhodami v jiném atributu a obráceně.

Protože si tato práce klade za cíl srovnání lokalizačních technik v obecné rovině, bez ohledu na jednu konkrétní aplikaci, nemůže rozhodnout, zda je lepší přesnější, ale výpočetně náročnější lokalizační technika, nebo je-li naopak lepší méně přesná technika, která je však rychlá a schopná fungování bez silného hardwaru. Z tohoto důvodu nelze od této práce očekávat žádný závěr typu jednoduchého žebříčku, který by srovnával lokalizační techniky podle toho, jak jsou „dobré“, protože žádnou všeobecnou „dobrot“ nelze rozumně definovat.

Dalším vymezením této práce je úmyslná rezignace na experimentální srovnávání kvantitativních vlastností jednotlivých technik a metod. Taková činnost by totiž nutně nebyla srovnáním lokalizačních technik a metod samotných, nýbrž jen srovnáním některých jejich implementací. U simulovaných (i případně fyzicky realizovaných) experimentů by navíc byly výsledky zkoumání zatíženy počáteční pevnou volbou podmínek a prostředí, přestože tato práce ukazuje, že pro různá prostředí a pro různé podmínky jsou vhodné různé lokalizační techniky. Z toho plyne, že by takovéto experimentální srovnání nekorespondovalo se snahou této práce o obecné a v maximální možné míře objektivní srovnání lokalizačních technik.

## 1.5 Shrnutí kapitoly

V této úvodní kapitole jsme se věnovali stručnému představení robotiky a významu řešení problému lokalizace v robotice mobilní a autonomní. Ukázali jsme, že se jedná o jeden ze základních problémů robotiky, jehož řešení je podmínkou pro řešení dalších robotických úloh. Zmínili jsme ale také alternativní řídicí architektury používané v mobilní robotice, které lokalizaci ke svému fungování nepotřebují.

Lokalizační techniky jsme poté systematicky rozdělili a kategorizovali, a to podle charakteru měření, podle typu řešeného problému, podle přístupu lokalizační rutiny k ovládání robota a podle dynamiky okolního prostředí. Tyto kategorie využijeme v následujících kapitolách při charakterizaci jednotlivých popisovaných lokalizačních technik. V závěru kapitoly jsme se zabývali vlastní problematikou srovnávání lokalizačních technik používaných v robotice.



## 2 Pravděpodobnostní lokalizace

V úvodní kapitole jsme mimo jiné rozdělili lokalizační techniky na relativní a absolutní, představili jejich hlavní výhody a slabiny a předdeslali, že žádná z lokalizačních technik není dokonalá a sama o sobě dostačující pro kvalitní lokalizaci. Techniky relativní lokalizace jsou zatížené chybou, která roste s ujetou vzdáleností nebo s časem, a jsou proto použitelné pouze pro krátkodobý odhad pozice. Techniky absolutní lokalizace problémem s akumulací chyby netrpí, ale jejich přesnost a spolehlivost je také omezená. Nejlepším řešením pro spolehlivou, robustní a přesnou lokalizaci je proto data z relativních a absolutních měření vhodným způsobem kombinovat, a to při vědomí silných i slabých stránek jednotlivých kombinovaných technik.

Tato kapitola se zabývá způsoby, jak zpracovávat a kombinovat chybami zatížená data z různých senzorů, a to především s ohledem na jejich použití k lokalizaci robota. Zpracování dat z více senzorů se ale používá i v dalších robotických aplikacích, jmenovitě například k mapování nebo k rozpoznávání objektů.

Jedním z možných a přirozených způsobů, jak pracovat s nepřesnými informacemi ze senzorů na vstupu a jak reprezentovat často ne zcela jednoznačnou pozici robota v prostoru, a zároveň způsobem nejčastěji používaným, je pravděpodobnostní přístup. Podle něj představují veličiny měřené pomocí senzorů i skutečná poloha robota náhodné veličiny. Problém lokalizace robota je pak při tomto přístupu problémem nalezení takové hustoty pravděpodobnosti, která co nejlépe odpovídá hustotě pravděpodobnosti skutečného výskytu robota. Pravděpodobnostní přístup se pro řešení úloh zpracování dat z více senzorů osvědčil a je toho času považován za standardní metodu řešení těchto úloh [2].

Vedle pravděpodobnostního přístupu existují i další metody pro zpracování a kombinaci nepřesných dat, například fuzzy logika nebo intervalový počet. Ačkoliv se obecně pro zpracování dat z více senzorů příliš nepoužívají, stojí alespoň za krátkou zmínkou v části 2.8 a představení principu, na němž fungují.

V této kapitole se podrobně seznámíme s principem pravděpodobnostní lokalizace. Zdefinujeme pravděpodobnostní odhad polohy robota, ukážeme, jakým

způsobem použít všechna dostupná data z relativních i absolutních měření k aktualizacím tohoto odhadu, a odvodíme potřebné vzorce pro jeho výpočet. Představíme také různé metody, jak pravděpodobnostní odhad implementovat, a detailně srovnáme jejich přednosti a slabiny.

## 2.1 Princip pravděpodobnostní lokalizace a filtrování

Pravděpodobnostní lokalizace odhaduje polohu robota podle všech dostupných relativních a absolutních měření a podle předcházejícího odhadu jeho polohy. Odhadem polohy robota v pravděpodobnostní lokalizaci není jeden bod – nějaké místo, kde se robot nejspíše nachází – ale hustota pravděpodobnosti – funkce, která každé možné poloze v prostoru přiřazuje pravděpodobnost, že je aktuální polohou robota.

Pro lokalizaci po zemi se pohybujících robotů se většinou uvažuje trojrozměrný prostor možných poloh  $l$ , sestávající z dvourozměrné pozice v rovině  $x$  a  $y$  a z orientace  $\theta$ .

$$l = (x, y, \theta)$$

Sama pravděpodobnostní lokalizace je instancí obecnější metody, totiž pravděpodobnostního odhadu v čase se měnícího stavu na základě nepřesných, chybami a šumem zatížených informací o tomto stavu. Taková metoda odhadující aktuální stav se nazývá *filtrování*. V našem případě bude odhadovaným stavem poloha robota a informacemi o ní data z relativních a absolutních měření. I když podstatná část následujícího textu a vzorců vysvětluje v zásadě i podstatu filtrování obecně, vzhledem k zaměření práce se bude držet popisu této problematiky z pohledu lokalizace.

### 2.1.1 Základní pojmy z teorie pravděpodobnosti

V této kapitole budeme používat některé základní pojmy z teorie pravděpodobnosti. Pro úplnost je nyní v krátkosti velmi stručně připomeneme.

*Podmíněnou pravděpodobností*  $P(A|B)$  rozumíme pravděpodobnost jevu  $A$  za předpokladu, že nastal náhodný jev  $B$ . Přitom předpokládáme, že pravděpodobnost náhodného jevu  $B$  je nenulová.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (2.1)$$

Náhodné jevy  $A$  a  $B$  nazveme *nezávislé*, jestliže  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ . Ekvivalentní podmínkou pro nezávislost jevů  $A$  a  $B$  je rovnost  $P(A|B) = P(A)$  resp.  $P(B|A) = P(B)$ .

*Věta o úplné pravděpodobnosti.* Pokud náhodné veličiny  $B_i$  tvoří *úplný systém jevů* (to znamená, že jevy  $B_i$  jsou po dvou neslučitelné a zároveň sjednocení všech jevů  $B_i$  tvoří jev jistý), potom pro libovolný náhodný jev  $A$  platí:

$$P(A) = \sum_i P(A|B_i) \cdot P(B_i) \quad (2.2)$$

*Bayesova věta.* Pro náhodné jevy  $A$  a  $B$ , za předpokladu, že pravděpodobnost náhodného jevu  $B$  je nenulová, platí:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Pro jev podmíněný více jevy potom platí následující varianta Bayesovy věty:

$$P(A|B \cap C) = \frac{P(B|A \cap C) P(A|C)}{P(B|C)} \quad P(B|C) \neq 0 \quad (2.3)$$

Řekneme, že náhodný proces  $\{X_n\}$  má *Markovovu vlastnost*, pokud pravděpodobnost nového stavu nezávisí na minulosti předcházející aktuálnímu stavu.

$$P(X_k = x | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_k = x_{k-1}) = P(X_{k-1} = x | X_{k-1} = x_{k-1})$$

Náhodný proces splňující Markovovu vlastnost nazveme *Markovův řetězec*. Pokud výše uvedená pravděpodobnost není závislá na konkrétním kroku  $k$ , nýbrž zůstává stále stejná, tedy platí, že  $P(X_{k-1} = j | X_{k-1} = i) = p_{i,j} \quad \forall k > 0$ , nazveme takovou vlastnost náhodného procesu *silná Markovova vlastnost* a náhodný proces samotný pak *homogenní Markovův řetězec*.

Předpoklad silné Markovovi vlastnosti budeme v pravděpodobnostní lokalizaci používat na několika místech této kapitoly, konkrétně v části 2.4 a 2.5. Tento předpoklad nám dovolí udržet složitost problému lokalizace na úrovni, na které jsme schopni ho časově a prostorově zvládnout. Řešením problému lokalizace v dynamickém prostředí, ve kterém nelze Markovovu vlastnost předpokládat, se budeme zabývat v části 5.1.

## 2.2 Odhad polohy

Odhad polohy  $Bel(l)$  (v anglicky psané literatuře *Belief*) je hustota pravděpodobnosti výskytu robota na jednotlivých pozicích  $l$  prostoru, v němž se má robot lokalizovat. Z definice hustoty pravděpodobnosti plyne, že integrál odhadu polohy přes všechny možné polohy robota v prostoru je vždy roven jedné.

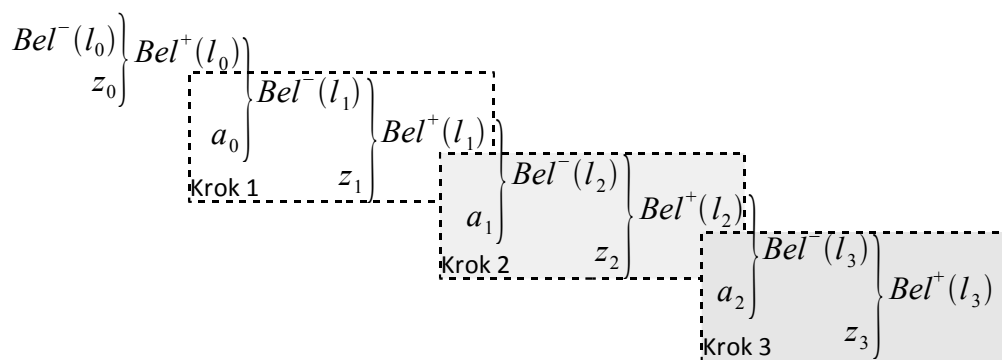
$$\int Bel(l)dl=1 \quad (2.4)$$

Cílem pravděpodobnostní lokalizace je udržovat odhad  $Bel(l)$  tak, aby co nejlépe odpovídal skutečnému rozdělení pravděpodobnosti výskytu robota. V ideálním případě, je-li robotovi jeho pozice s vysokou pravděpodobností známá, má funkce  $Bel(l)$  jediný vrchol a mimo něj je její hodnota rovná (respektive blízká) nule.

Aktuální odhad polohy v kroku  $k$  je hustota pravděpodobnosti výskytu robota podmíněná všemi daty, které byla do okamžiku odhadu k dispozici.

$$Bel(l_k)=P(l_k|data_{0\dots k})$$

Odhad polohy je na základě senzory naměřených údajů sekvenčně aktualizován, a to vždy po získání nějakého relativního nebo absolutního měření. Ačkoliv tomu tak ve skutečnosti typicky nebývá, pro odvození vzorce pro výpočet aktualizovaného odhadu polohy budeme bez újmy na obecnosti v následujícím textu předpokládat, že se měření z absolutních a relativních senzorů pravidelně střídají.



Obrázek 2.1: Ilustrace postupné aktualizace odhadu polohy na základě dostupných absolutních a relativních měření.

V každém kroku  $k > 0$  aktualizujeme odhad polohy nejprve na základě relativního a poté na základě absolutního měření. Odhad polohy, ve kterém je posledním zahrnutým měřením relativní měření  $a_{k-1}$  nazveme *apriorní* odhad polohy

v kroku  $k$  a označíme ho  $Bel^-(l_k)$ . Podrobně se mu budeme věnovat v části 2.4. Odhad polohy, ve kterém je posledním zahrnutým měřením absolutní měření  $z_k$ , nazveme *aposteriorní* odhad polohy v kroku  $k$  a označíme ho  $Bel^+(l_k)$ . Detailně se jím budeme zabývat v části 2.5. Ještě předtím ale v části 2.3 popíšeme počáteční odhad polohy, ze kterého se při následné aktualizaci odhadu polohy vychází.

## 2.3 Počáteční odhad polohy

Počáteční odhad polohy (anglicky *initial belief*) je výchozí hodnota odhadu polohy v okamžiku zapnutí robota, tedy ještě před tím, než robot získá jakékoliv informace ze svých senzorů. Pro fungování lokalizace je nutné, aby byl robotovi počáteční odhad polohy  $Bel^-(l_0)$  znám.

Pokud je robotovi jeho počáteční poloha známá, bude mít počáteční odhad  $Bel^-(l_0)$  jeden vrchol v místě skutečné výchozí polohy, mimo něj pak bude blízký nule. V tomto případě se počáteční odhad polohy zpravidla inicializuje úzkým normálním rozdělením. Znalost počáteční polohy je nutnou podmínkou pro fungování lokalizace tehdy, je-li robot schopen pouze lokálních technik.

Inicializace počátečního odhadu polohy  $Bel^-(l_0)$  je nutná i v situaci, ve které robot o své počáteční poloze nemá vůbec žádnou představu. V takovém případě bude počáteční odhad polohy naprosto neutrální, reprezentující skutečnost, že všechny možné polohy robota v prostoru jsou stejně pravděpodobné. Tuto vlastnost má rovnoměrné rozdělení pokrývající celý prostor, v němž se má robot lokalizovat. Inicializace odhadu polohy rovnoměrným rozdělením je charakteristická pro roboty schopné lokalizace bez znalosti své počáteční polohy.

Pomocí počátečního odhadu polohy je možné vyjádřit i situaci, kdy robot sice přesně neví, jaká je jeho počáteční poloha, ale má o ní nějakou představu – například tehdy, existuje-li jen několik možných výchozích pozic. Zahrnutí takových informací do  $Bel^-(l_0)$  umožní robotovi schopnému globálních technik rychlejší lokalizování se, než při inicializaci  $Bel^-(l_0)$  rovnoměrným rozdělením.

## 2.4 Apriorní odhad polohy

Aktualizace odhadu polohy podle informací o pohybu robota se nazývá *predikční krok*, protože se nový odhad polohy *předpovídá* na základě předcházejícího odhadu polohy a posledních dat z relativních měření o změně polohy robota.<sup>3</sup>

Odhad polohy vytvořený v predikčním kroku se označuje jako *apriorní odhad polohy* (anglicky *prior belief*). Apriorní odhad polohy v kroku  $k$  závisí na počátečním odhadu polohy a na datech ze všech dosavadních absolutních měření  $z_i$  a relativních měření  $a_i$ , přičemž poslední zahrnutou informací v apriorním odhadu polohy jsou data z posledního relativního měření  $a_{k-1}$ .

$$Bel^-(l_k) = P(l_k | l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1}) \quad (2.5)$$

K výpočtu apriorního odhadu polohy budeme potřebovat pravděpodobnostní popis, jak data z relativních měření promítnout do změny polohy robota. Ten proto v podobě pravděpodobnostního modelu nyní definujeme. V navazující části pak odvodíme vzorec pro výpočet apriorního odhadu polohy.

### 2.4.1 Pravděpodobnostní pohybový model

K výpočtu  $Bel^-(l_k)$  je nutné mít k dispozici model, který by popisoval, jakým způsobem určitá akce  $a_{k-1}$  změní polohu robota z původní  $l_{k-1}$  na novou  $l_k$ . Akcí v tomto případě rozumíme určitý pohyb robota, zpravidla detekovaný a změřený pomocí relativních senzorů. Tento model budeme nazývat pravděpodobnostní pohybový model nebo akční model (anglicky *motion model* resp. *action model*).

$$P(l_k | l_{k-1}, a_{k-1}) \quad (2.6)$$

Pravděpodobnostní pohybový model vyjadřuje podmíněnou pravděpodobnost nové polohy  $l_k$  v kroku  $k$  za předpokladu, že v kroku  $k-1$  provedl robot nacházející se v poloze  $l_{k-1}$  akci  $a_{k-1}$ . Vzhledem k tomu, že efekt akce typicky nezáleží na kroku, ve kterém k ní došlo, není třeba akce indexovat číslem kroku.

$$P(l^+ | l^-, a)$$

Pravděpodobnostní pohybový model robota se nejčastěji vytváří z kinematického modelu robota a zahrnuje také očekávané systematické chyby

<sup>3</sup> Protože se predikční krok často opakuje v pravidelných časových intervalech, označuje se někdy také jako *time update*.

použitých technik relativní lokalizace. Kinematickými modely pro kolové roboty se budeme podrobně zabývat v kapitole 3.2.2, systematické chyby přitom budou diskutovány v kapitole 3.2.1. Alternativní, méně často využívanou možností získání tohoto modelu je samoučení robota.

V případě, že relativní měření o pohybu robota nejsou k dispozici, typicky proto, že robot není vybaven žádnými senzory tohoto druhu, lze místo těchto měření jako akce  $a$  používat přímo ovládací povely, kterými je pohyb robota řízen. To do odhadování polohy vnáší předpoklad, že řídicí povel bude naplněn a promítnut do změny polohy robota, a potenciálně také další chybu, protože splnění tohoto předpokladu nemusí být dokonalé.

## 2.4.2 Predikční krok

Apriorní odhad polohy definovaný v (2.5) můžeme podle věty o úplné pravděpodobnosti (2.2) rozepsat jako integrál přes všechny polohy v předcházejícím kroku  $l_{k-1}$  takto:

$$\begin{aligned} Bel^-(l_k) &= \\ &= \int P(l_k | l_{k-1}, l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1}) \times P(l_{k-1} | l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1}) dl_{k-1} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Můžeme-li předpokládat Markovovu vlastnost  $P(l_k | l_{k-1}, l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1}) = P(l_k | l_{k-1}, a_{k-1})$ , tedy že pravděpodobnost přechodu z polohy  $l_{k-1}$  do polohy  $l_k$  závisí pouze na poloze  $l_{k-1}$  a akci  $a_{k-1}$ , nikoliv však na polohách, akcích a pozorováních předcházejících, můžeme první výraz v součinu (2.7) upravit do tvaru známého z (2.6) jako pravděpodobnostní pohybový model.

Dále pak můžeme v druhém výrazu v součinu (2.7) zcela odstranit podmínění akcí  $a_{k-1}$ , protože poloha  $l_{k-1}$  na akci  $a_{k-1}$ , jenž představuje přechod z polohy  $l_{k-1}$  do polohy  $l_k$ , vůbec nezávisí. Tím upravíme druhý výraz do podoby, kterou podle (2.9) můžeme přepsat jako aposteriorní odhad polohy v kroku  $k-1$ . Po těchto úpravách nakonec získáme následující vzorec pro výpočet apriorního odhadu polohy:

$$Bel^-(l_k) = \int P(l_k | l_{k-1}, a_{k-1}) Bel^+(l_{k-1}) dl_{k-1} \quad (2.8)$$

Apriorní odhad polohy v kroku  $k$  je tedy integrálem přes všechny potenciální polohy  $l_{k-1}$  v kroku  $k-1$  ze součinu aposteriorní pravděpodobnosti polohy  $l_{k-1}$  v kroku  $k-1$  a pravděpodobnosti přechodu z polohy  $l_{k-1}$  do polohy  $l_k$  při akci  $a_{k-1}$ .

## 2.5 Aposteriorní odhad polohy

Aktualizace odhadu polohy podle informací o absolutní poloze robota se nazývá *korekční krok*, protože se nový odhad polohy získává *opravou* předcházejícího odhadu na základě dat z absolutních měření aktuální polohy robota.<sup>4</sup>

Odhad polohy vytvořený v korekčním kroku se označuje jako *aposteriorní odhad polohy* (anglicky *posterior belief*). Aposteriorní odhad polohy v kroku  $k$  závisí na počátečním odhadu polohy a na datech ze všech dosavadních absolutních měření  $z_i$  a relativních měření  $a_i$ , přičemž poslední zahrnutou informací v aposteriorním odhadu polohy jsou data z posledního absolutního měření  $z_i$ .

$$Bel^+(l_k) = P(l_k | l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1}, z_k) \quad (2.9)$$

K výpočtu aposteriorního odhadu polohy budeme potřebovat pravděpodobnostní popis, jak data z absolutních měření interpretovat jako informace o aktuální poloze robota. Ten nyní ve formě pravděpodobnostního modelu proto definujeme. V navazující části poté odvodíme vzorec pro výpočet aposteriorního odhadu polohy.

### 2.5.1 Senzorický model

K výpočtu  $Bel^+(l_k)$  je nutné disponovat pravděpodobnostním modelem, který by popisoval, jakým způsobem je možné použít naměřená data (pozorování)  $z_i$  získaná z absolutních senzorů k upřesnění odhadu polohy  $l_k$ . Tento model budeme nazývat pravděpodobnostní senzorický model (anglicky *sensor model* nebo *perceptual model*).

$$P(z_k | l_k) \quad (2.10)$$

Senzorický model vyjadřuje podmíněnou pravděpodobnost zjištění pozorování  $z_k$  za předpokladu, že se robot nachází v poloze  $l_k$ . Vzhledem k tomu, že typicky předpokládáme, že pravděpodobnost pozorování v určité pevné poloze nezáleží na kroku, ve kterém k pozorování došlo, není třeba indexování krokem  $k$ .

$$P(z | l)$$

Senzorický model robota může být reprezentován v zásadě dvěma způsoby:

---

<sup>4</sup> Protože se korekční krok provádí vždy po získání nějakého pozorování, označuje se někdy také jako *observation update*.



- a) předpisem, který popisuje, jak lze hodnotu  $P(z|l)$  vypočítat, například ze znalosti rozmístění majáčků v prostoru nebo pomocí ray-tracingu a známé mapy prostředí, nebo
- b) může být vypočítán předem pro všechny myslitelné polohy  $l$  a pozorování  $z$  a uložen k pozdějšímu použití.

Alternativně se v některých situacích může robot sensorický model naučit, je-li lokalizován jiným způsobem a může-li naměřená pozorování použít k tvorbě sensorického modelu.

Volba vhodného způsobu reprezentace sensorického modelu záleží na konkrétní aplikaci. Předpisy jsou úspornější na paměťový prostor a náročnější na výpočetní čas, naopak uložené hodnoty  $P(z|l)$  jsou za cenu vyšších nároků na paměť méně výpočetně náročné, což může být kvůli omezené výpočetní kapacitě pro lokalizaci v reálném čase velmi důležité.

V některých případech, například při vizuální lokalizaci pomocí kamery, mohou být pozorování natolik složitá, že by bylo vytvoření a použití sensorického modelu příliš náročné. Tehdy je potřeba mnohazměrná hrubá vstupní data předzpracovat a získat z nich tzv. *charakteristické rysy* (v angličtině *feature vector*), pokud možno tak, aby při této redukci objemu dat nedošlo k citelné ztrátě informace. Takovéto zobrazení z prostoru hrubých dat do prostoru charakteristických rysů se nazývá extrakce charakteristických rysů (*feature extraction*).

Získané charakteristické rysy se poté ve výpočtech aposteriorního odhadu polohy používají na místě absolutních měření. Ve výše uvedeném příkladě by charakteristickým rysem mohl být například výskyt nebo absence výskytu viditelného orientačního bodu v zorném poli kamery. Způsoby, jakým se extrakce charakteristických rysů provádí, mohou být různé (algoritmy pro zpracování obrazu, neuronové sítě), jejich popis ale přesahuje rámec této práce.

Protože při extrakci charakteristických rysů typicky dojde k částečné ztrátě informace ze sensorů, je výsledek takové lokalizace suboptimální; to je ale vyváжено snížením výpočetní náročnosti, které je v případech, kdy by bez provedení popsané transformace lokalizace v reálném čase nebyla možná, nevyhnutelné. Jiný případ, kdy se namísto hrubých dat používají při výpočtu aposteriorního odhadu polohy

charakteristické rysy, je uveden v části 2.7.1.2 o odhadu polohy reprezentované pomocí topologických grafů.

## 2.5.2 Korekční krok

Aposteriorní odhad polohy jsme definovali v (2.9). Aplikací Bayesovy věty (2.3) ho můžeme upravit následovně. Druhý výraz v čitateli pak můžeme zapsat jako apriorní odhad polohy v kroku  $k$  (2.5).

$$Bel^+(l_k) = \frac{P(z_k|l_k, l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1}) P(l_k|l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1})}{P(z_k|l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1})}$$

$$Bel^+(l_k) = \frac{P(z_k|l_k, l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1}) Bel^-(l_k)}{P(z_k|l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1})} \quad (2.11)$$

Budeme-li předpokládat Markovovu vlastnost  $P(z_k|l_k, l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1}) = P(z_k|l_k)$ , tedy že pravděpodobnost pozorování  $z_k$  v poloze  $l_k$  závisí pouze na této poloze, nikoliv však na polohách, akcích a pozorováních, které dosažení této polohy předcházely, můžeme první výraz v čitateli (2.11) upravit do tvaru definovaného v (2.10) jako sensorický model.

$$Bel^+(l_k) = \frac{P(z_k|l_k) Bel^-(l_k)}{P(z_k|l_0, z_0, a_0, \dots, z_{k-1}, a_{k-1})} \quad (2.12)$$

Smyslem jmenovatele v tomto zlomku je zajistit, aby integrál pravděpodobnosti výskytu robota přes všechny polohy  $l_k$  byl roven jedné. Můžeme ho proto nahradit normalizační konstantou  $C_k$ .

$$Bel^+(l_k) = \frac{P(z_k|l_k) Bel^-(l_k)}{C_k} \quad (2.13)$$

Aby byla splněna podmínka, že  $\int Bel^+(l_k) dl_k = 1$ , musí pro normalizační konstantu  $C_k$  platit:

$$C_k = \int P(z_k|l_k) Bel^-(l_k) dl_k \quad (2.14)$$

Aposteriorní odhad polohy v kroku  $k$  je tedy normovaným součinem apriorní pravděpodobnosti polohy  $l_k$  v kroku  $k$  a podmíněné pravděpodobnosti detekce absolutního pozorování  $z_k$  za předpokladu, že se robot nachází v poloze  $l_k$ .

## 2.6 Lokalizační vzorec

Kompletní rekurzivní vzorec pro aktualizaci odhadu polohy po získání relativních a absolutních měření můžeme vyjádřit spojením vzorců (2.8) a (2.13) pro predikční a korekční krok.

$$Bel^+(l_k) = \frac{1}{C_k} P(z_k | l_k) \int P(l_k | l_{k-1}, a_{k-1}) Bel^+(l_{k-1}) dl_{k-1} \quad (2.15)$$

$C_k$  je normalizační konstanta vypočtená podle (2.14).

Kromě tohoto vzorce samotného potřebuje robot pro svou lokalizaci také znalost dvou pravděpodobnostních modelů, které jsou ve vzorci používány – pravděpodobnostního pohybového modelu popsaného v 2.4.1, který vyjadřuje vliv relativních měření na změnu polohy robota, a senzorického modelu popsaného v 2.5.1, který udává souvislost polohy robota a výsledků absolutních měření v této poloze provedených. Kvůli rekurentnímu charakteru lokalizačního vzorce potřebuje robot navíc znát také počáteční odhad své polohy, a to i v případě, že mu není o jeho počáteční poloze nic známo, jak jsme detailně probrali v 2.3.

Vzhledem k velikosti prostoru možných poloh robota, který je za předpokladu spojitosti souřadnic  $x$ ,  $y$  a  $\theta$  nekonečný, je zřejmé, že reprezentace obecné hustoty pravděpodobnosti nad tímto prostorem není úplně triviální. V následující části se proto budeme zabývat možnostmi, jak odhad polohy robota reprezentovat a jak s pomocí této reprezentace implementovat pravděpodobnostní lokalizaci.

## 2.7 Reprezentace odhadu polohy

Jednotlivé implementace pravděpodobnostní lokalizace se v zásadě liší způsobem, jakým je reprezentován odhad polohy  $Bel(l)$ . Protože je odhad polohy obecnou hustotou pravděpodobnosti, je problematické vyjádřit ho přesně, naštěstí ale není jeho naprosto přesná reprezentace pro lokalizaci nutná.

Níže popsané reprezentace odhadu polohy se vzájemně liší ve třech aspektech:

- přesností, s jakou dokáží aproximovat skutečný odhad polohy,
- omezeními a případnými vynucenými předpoklady, které z takových omezení plynou,

- výpočetní náročností při jednotlivých operacích s odhadem polohy.

Reprezentace odhadu polohy můžeme rozdělit do dvou kategorií, na diskrétní a spojitě, aproximující skutečný odhad polohy nějakým diskrétním resp. spojitým rozdělením. Podrobněji je lze dále dělit podle toho, jak je taková diskrétní nebo spojitá aproximace implementována.

### 2.7.1 Diskrétní reprezentace odhadu polohy

Při diskrétní reprezentaci je odhad polohy, definovaný na spojitém prostoru, reprezentovaný pouze konečným množstvím hodnot, které odpovídají jednotlivým částem původního spojitého definičního oboru. Díky tomu lze integrály použité ve výše uvedených lokalizačních vzorcích považovat za konečné sumy a explicitně je vypočítat.

Jednotlivé diskrétní reprezentace odhadu polohy se liší úrovní detailu pohledu, složitostí implementace a výpočetní náročností. V dalším textu se budeme podrobněji zabývat pravděpodobností mřížkou, topologickými grafy a Monte Carlo lokalizací.

#### 2.7.1.1 Pravděpodobností mřížka

Pravděpodobnostní mřížka je jednoduchou a přímočarou reprezentací odhadu polohy. Prostor, v němž se má robot lokalizovat, rozděluje mřížka do pravidelných buněk konstantní velikosti. Hodnoty  $Bel(l)$  uložené pro každou buňku, které jsou indexované souřadnicemi buňky, pak vyjadřují pravděpodobnost, že se robot nachází právě na této pozici. Pravděpodobnostní mřížka umožňuje reprezentovat multimodální rozdělení pravděpodobnosti, tady taková, která reprezentují více hypotéz o poloze robota současně.

Rozměry buněk v mřížce se v závislosti na aplikaci pohybují kolem 10 až 40 centimetrů v osách  $x$  a  $y$  a kolem 2 až 5° v ose  $\theta$  (viz [6]). Celkové rozlišení mřížky je limitováno výpočetní kapacitou, zpravidla proto platí, že čím rozsáhlejší je prostor, tím větší budou mít buňky rozměry. Právě rozměry buněk jsou přitom rozhodující pro přesnost lokalizace.

Výpočet odhadu polohy aktualizovaného podle dat o změně polohy robota v predikčním kroku probíhá podle vzorce, který je diskrétní variantou vzorce (2.8):

$$Bel^-(l_k) = \sum_{l_{k-1}} P(l_k | l_{k-1}, a_{k-1}) Bel^+(l_{k-1}) \quad (2.16)$$

V korekčním kroku umožňuje pravděpodobnostní mřížka provádět aktualizaci odhadu polohy přímo na základě dat o absolutní poloze robota, naměřených prostřednictvím senzorů. Typicky k tomu využívá předem připravený sensorický model v podobě tabulky  $P(z|l)$  o rozměrech shodných s rozměry mřížky. Takový sensorický model se často označuje jako *observation grid*.

Vzorce pro aktualizaci odhadu polohy robota  $Bel(l)$  po získání absolutních měření jsou diskrétní variantou (2.13) a následujících.

$$Bel^+(l_k) = \frac{P(z_k | l_k) Bel^-(l_k)}{C_k} \quad (2.17)$$

kde  $C_k = \sum_{l_k} P(z_k | l_k) Bel^-(l_k)$  je normalizační konstanta zajišťující, aby platila rovnost  $\sum_{l_k} Bel^+(l_k) = 1$ .

Hlavní nevýhodou této reprezentace odhadu polohy je její výpočetní náročnost, která roste s rozlišením mřížky. Řešením tohoto problému je použití jiné, méně přímočaré reprezentace odhadu polohy, nebo úprava pravděpodobnostní mřížky tak, aby se její výpočetní náročnost snížila. Jednou takovou úpravou může být selektivní aktualizace, při které se buňkám s menší hodnotou pravděpodobnosti věnuje méně pozornosti než buňkám reprezentujícím pravděpodobnost vysokou.

Možnou implementací je aktualizovat v každém kroku odhad polohy jen pro ty pozice, ve kterých  $Bel(l)$  překročí předem stanovený práh  $\varepsilon$ . To na jedné straně snižuje náročnost výpočtu, na druhé straně ale představuje riziko v případě, že se některá velmi nepravděpodobná poloha ukáže přece jen být skutečnou polohou robota. S takovým případem musí implementace počítat.

Další možné optimalizace pravděpodobnostní mřížky představují hierarchické (např. quadtree) nebo nečtvercové (např. trojúhelníkové nebo pětiúhelníkové) mřížky. Podle [2], kapitoly 25.1.2 lze považovat také Monte Carlo Lokalizaci za speciální implementaci optimalizované pravděpodobnostní mřížky, u které nemají jednotlivé buňky stálou velikost ani polohu, ale dynamicky se přizpůsobují tak, aby co nejlépe vyhověly potřebě reprezentovat hustotu pravděpodobnosti. V této práci je

ale vzhledem k této výrazné odlišnosti metoda Monte Carlo Lokalizace popsána samostatně, jako další způsob implementace diskrétní reprezentace odhadu polohy.

Použití pravděpodobnostních mřížek v robotice se ale neomezuje pouze na lokalizaci, jejich další aplikací je mapování. Vzhledem k tomu, že toto téma s lokalizací úzce souvisí, zaslouží si tato aplikace pravděpodobnostních mřížek alespoň krátce zmínit.

Pravděpodobnostní mřížka pro mapování nese zpravidla informaci o pravděpodobnosti volnosti resp. obsazení jednotlivých buněk mřížky. Ačkoliv je takové použití nejčastější, mapováním sledovaná vlastnost nemusí být binární (volno – obsazeno), ale může nabývat více vzájemně se vylučujících hodnot (barva povrchu pod robotem), a dokonce může být i spojitá. Výhodou mapování jediné binární vlastnosti je snadná reprezentace pravděpodobnosti v každé buňce jednou jedinou hodnotou, protože platí:

$$P(\text{„buňka } l \text{ je volná“}) = 1 - P(\text{„buňka } l \text{ je obsazená“})$$

Podobně jako v případě lokalizace je i pro mapování potřeba vyhledávací tabulka  $P(z|l)$ , obdobný je i vzorec pro aktualizaci odhadu stavu v buňce mřížky, také odvozený z Bayesova vzorce:

$$P^+(\text{„}l \text{ má vlastnost } A\text{“}) = \frac{P(z|\text{„}l \text{ má vlastnost } A\text{“})P^-(\text{„}l \text{ má vlastnost } A\text{“})}{c_l}$$

Normalizační konstanta  $c_l$  zde ale na rozdíl od lokalizačního vzorce zajišťuje, aby byl součet pravděpodobností všech vzájemně se vylučujících vlastností  $A$  roven 1. Počítá se tedy pro každou buňku samostatně, přes všechny různé vlastnosti  $A$ , na rozdíl od lokalizace, kde součet  $Bel^+(l)$  musel být roven 1 přes všechny buňky v mřížce.

$$c_l = \sum_A P(z|\text{„}l \text{ má vlastnost } A\text{“})P^-(\text{„}l \text{ má vlastnost } A\text{“})$$

### 2.7.1.2 Topologické grafy

Topologické grafy jsou další možností, jak diskrétně reprezentovat odhad polohy. Topologický graf je tvořen uzly a hranami; uzly představují možné pozice robota v prostoru, ve kterém se má robot lokalizovat, hrany grafu pak reprezentují možné

přechody mezi jednotlivými pozicemi. Pro každý uzel je uložena hodnota  $Bel(l)$  vyjadřující pravděpodobnost, že se robot nachází právě v tomto uzlu. Díky tomu umožňují i topologické grafy reprezentovat multimodální rozdělení.

Ze všech popisovaných diskretních reprezentací poskytují topologické grafy nejvyšší míru abstrakce. Od zbývajících diskretních reprezentací, prostřednictvím kterých lze vyjádřit odhad polohy univerzálně bez ohledu na konkrétní prostředí, se liší tím, že části prostoru, v němž se má robot lokalizovat, mohou být přiřazeny jednotlivým uzlům grafu „na míru“ podle konkrétního prostředí. Díky tomuto způsobu volby jednotlivých uzlů je jejich počet řádově nižší než počet buněk pravděpodobnostní mřížky nebo počet vzorků u Monte Carlo lokalizace, a díky tomu je i výpočetní náročnost samotných topologických grafů mnohem nižší než u obou zbývajících diskretních reprezentací.

Daní za vyšší a tedy méně detailní úroveň pohledu poskytovanou topologickými grafy je zpravidla nemožnost přímo použít data naměřená senzory k aktualizaci odhadu polohy robota. Topologické grafy navíc principiálně nemusí obsahovat žádné geometrické resp. mapové informace, neumí proto na základě naměřených dat lokalizovat robota vůči jinak potenciálně známé geometrické mapě prostředí. Informace získané prostřednictvím senzorů je potřeba pro využití v topologických grafech typicky předzpracovat a z hrubých, nízkoúrovňových dat extrahovat komplexnější *charakteristické rysy* příznačné pro jednotlivé uzly.

Aktualizace odhadu polohy probíhá obdobně, jako u pravděpodobnostní mřížky, s drobným posunem ve významu parametrů  $z$  a  $l$ . U topologických grafů se zpravidla používá předem připravený sensorický model, který opět označíme  $P(z|l)$ . Ten v tomto případě obsahuje hodnoty podmíněné pravděpodobnosti detekce charakteristického rysu  $z$  za předpokladu, že se robot nachází na pozici reprezentované uzlem  $l$ . Díky tomu, že je počet možných charakteristických rysů menší než počet možných různých hodnot přímo naměřených senzory, a díky tomu, že je počet uzlů topologického grafu menší než počet buněk u pravděpodobnostní mřížky, je také velikost sensorického modelu podstatně menší.

Je třeba poznamenat, že předzpracování hrubých sensorických dat na komplexnější charakteristické rysy stojí také určitý výpočetní čas, který může být v některých případech významnější než výpočetní náročnost samotného

topologického grafu. Při posuzování celkové výpočetní náročnosti tohoto způsobu lokalizace je proto nutné vzít náročnost předzpracování sensorických dat v úvahu.

Přesnost lokalizace pomocí topologických grafů je omezená kvůli poměrně nízké hustotě uzlů v prostoru a s ní související absolutní velikostí prostoru, který jednotlivé uzly pokrývají.

### 2.7.1.3 Monte Carlo lokalizace

Monte Carlo lokalizace je univerzální a přitom velmi efektivní způsob reprezentace a aktualizace odhadu polohy robota. Odhad polohy reprezentuje pomocí konečné množiny vážených vzorků. Tyto vzorky označené<sup>5</sup>  $l^i$  jsou rozmístěny v prostoru, v němž se má robot lokalizovat, a mají přiřazenou váhu  $w^i$ , která vyjadřuje jejich důležitost – čím je vzorek důležitější, tím je pravděpodobnost, že odpovídá aktuální poloze robota, vyšší. Počet vzorků  $N$  se typicky pohybuje od stovek do desítek tisíců a může se dokonce průběžně podle potřeby měnit. Díky tomu, že jednotlivé vzorky lze v prostoru rozmístit – ve srovnání s omezeným rozlišením pravděpodobnostní mřížky nebo s nízkou hustotou uzlů topologického grafu – velmi volně, dovoluje Monte Carlo lokalizace dosáhnout vyšší přesnosti. Stejně jako obě výše popsané diskrétní reprezentace, i Monte Carlo lokalizace umožňuje reprezentovat multimodální rozdělení pravděpodobnosti výskytu robota. Ačkoliv se budeme nadále zabývat pouze lokalizací, je třeba zmínit, že reprezentace prostřednictvím množiny vážených vzorků se používají i v jiných aplikacích na odhad stavu dynamických procesů.

Hustota vzorků v prostoru, v němž se má robot lokalizovat, spolu s váhami jednotlivých vzorků určují společně hustotu pravděpodobnosti výskytu robota, tedy odhad polohy  $Bel(l)$ . Ten můžeme v celém prostoru přibližně vyjádřit následovně.

$$Bel(l) \approx \sum_{i=0}^N w^i \delta(l - l^i)$$

Funkce  $\delta$  je diskrétní Diracův impulz<sup>6</sup>. Aby byl odhad polohy hustotou pravděpodobnosti, tedy aby byla dodržena podmínka (2.4), musí platit:

---

5 Aby nemohlo dojít k záměně indexu vzorku a čísla kroku, budeme jednotlivé exempláře vzorků označovat horními indexy a jednotlivé kroky indexy dolními.

6 Diskrétní Diracův impulz je definován následovně:  $\delta(x) = 1$  pro  $x = 0$ ;  $\delta(x) = 0$  jinak.



$$\sum_{i=0}^N w^i = 1 \quad (2.18)$$

Tento způsob reprezentace odhadu polohy prostřednictvím množiny vážených vzorků poskytuje jistou volnost, jak vyjádřit určitý pevný odhad polohy  $Bel(l)$ : vyšší pravděpodobnost výskytu robota v určité části prostoru může být vyjádřena jak většími vahami příslušných vzorků, tak vyšší hustotou vzorků v této části prostoru. V jednom z krajních případů mohou být váhy všech vzorků stejné a odhad polohy bude dán jen rozdělením vzorků v prostoru, v druhém krajním případě budou vzorky rozmístěny pravidelně a budou se lišit svými vahami (taková reprezentace odpovídá pravděpodobnostní mřížce). Skutečná reprezentace při praktickém použití v Monte Carlo lokalizaci se většinou pohybuje mezi těmito popsányými extrémy.

Jedním z důvodů nižší výpočetní náročnosti Monte Carlo lokalizace oproti pravděpodobnostní mřížce je způsob, jakým se do odhadu polohy promítají relativní měření v predikčním kroku. Zatímco u obou dříve zmíněných metod bylo potřeba hodnotu v každé buňce nebo uzlu přepočítat pomocí pravděpodobnostního pohybového modelu a hodnot všech ostatních buněk resp. uzlů v předcházejícím kroku podle vzorce (2.16), u Monte Carlo lokalizace stačí vzorky vhodně posunout v prostoru a jejich váhy ponechat nezměněné.

Získáme-li v predikčním kroku  $k$  relativní měření  $a_{k-1}$ , pro každý vzorek  $l_{k-1}^i$  určíme jeho novou polohu následujícím způsobem. Dosazením  $a_{k-1}$  a  $l_{k-1}^i$  do pravděpodobnostního pohybového modelu (2.6) získáme pravděpodobnostní rozdělení nové polohy tohoto vzorku po zahrnutí relativního měření. Z tohoto pravděpodobnostního rozdělení pak náhodně vybereme jednu hodnotu, a tu prohlásíme za novou polohu tohoto vzorku, tedy  $l_k^i$ . Váha vzorku  $w_{k-1}^i$  se predikčním krokem nemění.

Je třeba ještě jednou zdůraznit, že hodnota  $l_k^i$  se vybírá z daného pravděpodobnostního rozdělení náhodně podle tohoto rozdělení, tedy nikoliv deterministicky – například jako nejpravděpodobnější hodnota. Jen tak je zajištěno promítnutí nejistoty relativního měření  $a_{k-1}$  do apriorního odhadu polohy. Za předpokladu, že je v místě pravděpodobného výskytu robota vzorků mnoho, bude takto zkonstruovaná množina vzorků  $l_k^i$  po provedení predikčního kroku přibližně

odpovídat apriornímu odhadu polohy. Platí, že přesnost aproximace skutečného odhadu polohy s počtem vzorků roste.

V korekčním kroku Monte Carlo lokalizace dochází k aktualizaci vah jednotlivých vzorků podle získaných absolutních měření; polohy vzorků se v korekčním kroku nemění. Obdobně jako v (2.17) u pravděpodobnostní mřížky se aposteriorní váha vzorku počítá jako normovaný součin apriorní váhy a podmíněné pravděpodobnosti dané sensorickým modelem.

$$w_k^i = \frac{P(z_k | l_k^i) w_{k-1}^i}{C_k} \quad \forall i \quad (2.19)$$

Přitom  $C_k = \sum_i P(z_k | l_k^i) w_{k-1}^i$  je normalizační konstanta zajišťující splnění podmínky (2.18).

Je přirozené, že při použití málo přesných absolutních sensorů bude lokalizace méně přesná, než při použití sensorů přesnějších. U Monte Carlo lokalizace se ale, na první pohled poněkud paradoxně, může v korekčním kroku vyskytnout i opačný problém – budou-li absolutní senzory velmi přesné, může být chyba lokalizace větší než při použití méně přesných sensorů. Nejlepšího výsledku tedy Monte Carlo lokalizace dosahuje při použití sensorů, které nejsou ani nepřesné, ani příliš přesné.

Vysvětlení je přímočaré – zafixujeme-li hodnotu  $z$  získanou z absolutního měření konkrétního senzoru a dosadíme-li ji do sensorického modelu  $P(z|l)$ , získáme funkci jedné proměnné  $l$ . Bez újmy na obecnosti budeme nyní předpokládat, že tato funkce má jediný vrchol, a to v takovém bodě prostoru, v němž je naměřená hodnota  $z$  nejpravděpodobnější. Čím je přesnost senzoru vyšší, tím užší tento vrchol bude, mimo něj pak budou hodnoty  $P(z|l)$  velmi blízké nebo rovné nule. U velmi přesných sensorů s malým rozptylem může být tento vrchol tak úzký, že se s vysokou pravděpodobností ve výpočtu podle (2.19) oblast výrazně nenulových hodnot  $P(z|l)$  nebude krýt s žádným vzorkem  $l_k^i$ . V takovém případě se toto přesné měření stane pro lokalizaci zcela bezcenným.

Jednoduchým a prakticky použitelným, i když suboptimálním řešením je nadhodnocení rozptylu jinak přesného senzoru při tvorbě sensorického modelu  $P(z|l)$ . Toto řešení eliminuje paradoxní problém vyšší chybovosti lokalizace při

použití velmi přesných senzorů. Nedokáže ale využít výhody přesných senzorů a část dostupných informací ze senzorů tak vlastně bez užitku zahazuje.

Práce [3] popisuje robustnější řešení. Představuje algoritmus nazvaný *Mixture Monte Carlo Localization*, který pro část vzorků používá tzv. duální Monte Carlo lokalizaci, zbývající vzorky přitom spravuje stejně jako výše popsaná Monte Carlo lokalizace. Při duální Monte Carlo lokalizaci jsou postupy pro aktualizaci vzorků vzájemně otočené – v korekčním kroku se mění poloha vzorků, v predikčním kroku se nastavují jejich váhy. Duální Monte Carlo lokalizace není prakticky použitelná sama o sobě, jako součást popsaného algoritmu ale dobře řeší problém velmi přesných senzorů a navíc výrazně zlepšuje zotavení lokalizace při únosu robota.

Kromě korekčního a predikčního kroku má Monte Carlo lokalizace ještě jednu fázi, která se u ostatních diskretních reprezentací odhadu polohy nevyskytovala. Touto fází je převzorkování (*resampling*).

Při postupné aktualizaci odhadu polohy reprezentované prostřednictvím vážených vzorků dochází k určité degeneraci této reprezentace – vzorky na místech nepravděpodobného výskytu robota nabudou zanedbatelné až nulové váhy, zatímco vzorky v místě pravděpodobného výskytu robota budou mít váhy obrovské. Oba tyto jevy jsou nežádoucí. Vzorky s mizivou vahou jsou zbytečné a pouze plýtvají výpočetní kapacitou. Vzorky s obrovskými vahami, ve srovnání s ekvivalentní reprezentací téhož odhadu polohy pomocí vyššího množství vzorků s nižšími, ale v součtu stejnými vahami, zase neumožňují dobře zahrnout nejistoty relativních měření v predikčním kroku. Cílem převzorkování je tedy vzorky se zanedbatelnou vahou rušit a vzorky s vysokou vahou rozštěpit na více vzorků. Je-li to toho potřeba, je možné v této fázi změnit celkový počet vzorků. Původní resp. nový počet vzorků označme  $N$  resp.  $n$ .

Právě díky eliminaci vzorků v oblastech nepravděpodobného výskytu robota může být celkový počet vzorků Monte Carlo lokalizace nižší než počet buněk pravděpodobnostní mřížky při stejně přesné reprezentaci odhadu polohy. To je dalším důvodem menší výpočetní náročnosti Monte Carlo lokalizace. Schopnost měnit za běhu počet vzorků zase umožňuje přizpůsobovat náročnost Monte Carlo lokalizace požadavkům na přesnost lokalizace nebo velikosti dostupné výpočetní kapacity.

Pro převzorkování celého odhadu polohy do nové reprezentace tvořené  $n$  novými vzorky s jednotnými vahami  $w^i = 1/n \forall i$  se používají různé metody, založené typicky na myšlence náhodného výběru pomocí ruletového kola. Níže si představíme tři varianty takového převzorkování. Pro všechny z nich platí, že pravděpodobnost výběru každého vzorku  $l^i$  z původní reprezentace a jeho přenesení do reprezentace nové je přímo úměrná jeho původní váze  $w^i$ .

Nejpřímochařejší variantou je *ruletová selekce*, při které jsou všechny nové vzorky vybírány náhodně a nezávisle. Protože tato metoda podle konkrétní implementace vyžaduje  $N$  binárních vyhledání vybraného vzorku [4] a nebo setřídění posloupnosti  $n$  náhodných hodnot podle velikosti [5], je časová složitost ruletové selekce  $O(n \cdot \log n)$ .

Alternativní metodou je *stochastické univerzální vzorkování*. To vybírá náhodně pouze první vzorek, všechny další vzorky se poté vybírají po obvodu ruletového kola v pravidelných intervalech  $1/n$ . Na rozdíl od ruletové selekce stochastické univerzální vzorkování garantuje, že vzorky s vahou alespoň  $1/n$  převzorkování přežijí, resp. že vzorky s vahou alespoň  $c/n$  budou v nové reprezentaci zastoupeny alespoň  $c$ -krát. Časová složitost stochastického univerzálního vzorkování je lineární.

Třetí možností je *převzorkování v lineárním čase* navržené v [4], které dokáže zkonstruovat uspořádanou posloupnost náhodných hodnot s rovnoměrným rozdělením na  $(0, 1)$  s časovou složitostí  $O(n)$ . Dále potom funguje obdobně jako ruletová selekce. Uspořádaná posloupnost náhodných hodnot se přitom vytváří jako normovaný kumulativní součet záporných logaritmů z náhodných proměnných s rovnoměrným rozdělením na  $(0, 1)$ .

Pro přehledné srovnání jsou všechny tři algoritmy pro převzorkování v Monte Carlo lokalizaci shrnuty v následující tabulce, a to tak, aby byly vidět rozdíly mezi jednotlivými algoritmy. Inicializace kumulativního součtu původních vah  $q_i = \sum_{j=0}^i w^j$  a vlastní převzorkování jsou potom pro všechny tři algoritmy společné.

Ruletová selekce $O(n \cdot \log n)$	Stochastické univerzální vzorkování $O(n)$	Převzorkování v lineárním čase $O(n)$
<pre> <b>for</b> (i=0; i&lt;n; i++)   t[i] = rand(0, 1);  T = sort(t);  T[n] = 1; </pre>	<pre> T[0] = rand(0, 1/n);  <b>for</b> (i=1; i&lt;n; i++)   T[i] = t[t-1] + 1/n;  T[n] = 1; </pre>	<pre> t[0] = -log(rand(0, 1));  <b>for</b> (i=1; i&lt;=n; i++)   t[i] = t[i-1] +     (-log(rand(0, 1)));  <b>for</b> (i=0; i&lt;=n; i++)   T[i] = t[i]/t[n]; </pre>
<pre> q[0] = w[0]; <b>for</b> (j=1; j&lt;N; j++)   q[j] = q[j-1] + w[j];  /* Vlastní převzorkování */ i = 0; j = 0; <b>while</b> (i &lt; n) {   <b>if</b> (T[i] &lt; q[j]) {     novy_vzorek[i] = l[j];     nova_vaha[i] = 1/n;     i++;   } <b>else</b> {     j++;   } } </pre>		
Časová složitost $O(n \cdot \log n)$	Časová složitost $O(n)$	Časová složitost $O(n)$

Tabulka 2.1: Porovnání jednotlivých algoritmů pro převzorkování odhadu polohy.

Na závěr zmíníme ještě jednoduchý způsob, kterým je možné zlepšit schopnost zotavení lokalizace při únosu robota. Za běhu Monte Carlo lokalizace se většina vzorků soustředí v místech pravděpodobného výskytu robota. Je-li robot unesen, ocitne se typicky v místě málo pravděpodobném, ve kterém se nemusí nacházet žádné vzorky. To představuje pro zotavení lokalizace vážný problém.

Jednoduchým řešením je přidání náhodných, po celém prostoru rovnoměrně rozptýlených vzorků s velmi malou vahou. Tyto vzorky, které při nejbližším převzorkování budou typicky zase eliminovány, mohou být přidávány v pravidelných intervalech nebo při podezření na únos robota, které lze detekovat z prudkých změn odhadu polohy v korekčním kroku. Po únosu robota tyto vzorky dovolí rychlé nalezení nové pozice, na kterou byl robot přemístěn. Alternativním řešením je použití

nějaké robustnější varianty Monte Carlo lokalizace, například výše zmíněné *Mixture Monte Carlo Localization*.

## 2.7.2 Spojité reprezentace odhadu polohy

Při spojitě reprezentaci je odhad polohy reprezentován vhodně zvoleným spojitým rozdělením pravděpodobnosti, které lze v celém prostoru přesně vyjádřit prostřednictvím pevného a typicky nízkého počtu parametrů zvolené spojitě funkce. Aktualizace odhadu polohy v predikčním i korekčním kroku potom spočívá právě v přepočítání těchto parametrů zvolené funkce. V rámci této práce popíšeme jedinou techniku spojitě reprezentace odhadu polohy, a to Kalmanův filtr. Ten představuje v této kategorii nejvýznamnější metodu pro odhad aktuálního stavu dynamického systému na základě šumem zatížených měření.

### 2.7.2.1 Kalmanův filtr

Kalmanův filtr reprezentuje hustotu odhadu polohy prostřednictvím normálního neboli *Gaussova rozdělení*. To je charakterizováno pouze dvěma parametry: střední hodnotou, která popisuje, kde má zvonovitá Gaussova křivka svůj vrchol, a rozptylem, který vyjadřuje, jak je Gaussova křivka široká. Normální rozdělení je unimodální, Gaussova křivka má tedy vždy jeden jediný vrchol a na rozdíl od dříve popsaných reprezentací tak není schopná vyjádřit více hypotéz o různých polohách robota současně.

$$Bel(l_k) = N(l_k, \sigma_k^2)$$

Přesná reprezentace odhadu polohy pouhými dvěma hodnotami, střední hodnotou a rozptylem, je prostorově a také výpočetně mnohem méně náročná než u všech dříve popsaných metod, u kterých byla přesnost reprezentace úměrná počtu hodnot (buněk, uzlů nebo vzorků) v reprezentaci používaných. Na druhou stranu vzorce pro aktualizaci odhadu polohy a matematické odvození těchto vzorců jsou poněkud složitější, kvůli prostorovým limitům proto v této práci představíme jen základní myšlenky Kalmanova filtru. Detailní popis této metody je možno nalézt v [6] nebo [2].

Daní za nižší výpočetní i prostorovou náročnost reprezentace odhadu polohy pomocí normálního rozdělení jsou mnohem silnější předpoklady ve srovnání s dříve

popsanými metodami. Ty zajišťují, aby po zahrnutí relativních a absolutních měření v predikčním resp. korekčním kroku zůstal odhad polohy ve tvaru popsatelem normálním rozdělením. Předně Kalmanův filtr předpokládá tzv. lineární dynamický systém – tedy systém proměnný v čase, jehož model lze vyjádřit pomocí lineárních rovnic. K řešení odhadu stavu nelineárních systémů, mezi které patří i lokalizující se roboti [6], lze potom použít složitější variantu této metody – *rozšířený Kalmanův filtr* (v angličtině *Extended Kalman Filter*).

Další předpoklady jsou pak kladeny na absolutní a relativní měření, respektive na senzorický model a pravděpodobnostní pohybový model. Kalmanův filtr požaduje, aby oba modely měly, stejně jako odhad polohy, podobu normálního rozdělení pravděpodobnosti. To je zejména pro senzorický model velmi silný předpoklad, který zcela diskvalifikuje použití celé řady potenciálně možných absolutních měření. Mezi absolutní měření a pozorování, které při použití Kalmanova filtru k upřesnění odhadu polohy použít nelze, zatímco při použití jiných metod na zpracování dat ano, patří například rozpoznávání barvy pod robotem pohybujícím se po šachovnici, detekce neunikátního orientačního bodu (roh místnosti, dveře, obrubník, ...) nebo naměření vzdálenosti k jednomu majáku.

Požadavek normálního rozdělení senzorického a pravděpodobnostního pohybového modelu se interpretuje také tak, že naměřený výsledek absolutního nebo relativního měření je součtem ideálně přesného měření a náhodné chyby neboli šumu. Kalmanův filtr přitom předpokládá, že tento šum bude nezávislý, bílý (nekorelovaný v čase), s nulovou střední hodnotou a normálním rozdělením.

Samotný proces lokalizace se od ostatních metod principiálně nijak neliší. Po inicializaci, při které je odhad polohy podle znalosti počáteční polohy robota inicializován úzkým nebo širokým normálním rozdělením, se střídají predikční a korekční kroky.

- V predikčním kroku se podle relativního měření upraví odhad polohy, rozptyl odhadu polohy se přitom vždy zvětšuje, a to právě o míru nejistoty zanesenou do odhadu zahrnutím posledního omezeně přesného relativního měření.
- V korekčním kroku se aposteriorní odhad polohy vypočítává v zásadě jako vážený průměr apriorního odhadu polohy a polohy odhadnuté absolutním

měřením. Parametr, který určuje váhu apriorního odhadu polohy a odhadu z absolutního měření ve váženém průměru, se nazývá *Kalmanův zisk* (anglicky *Kalman gain*), a je závislý na rozptylech obou odhadů. Do aposteriorního odhadu je tak zahrnut větší měrou ten z odhadů, jehož rozptyl je menší. V korekčním kroku se rozptyl odhadu polohy snižuje – po provedení korekčního kroku je vždy menší nebo roven rozptylům obou odhadů, které se v korekčním kroku kombinují.

Lokalizace je pouze jednou z mnoha možných aplikací Kalmanova filtru. Kalmanovy filtry se používají v širokém spektru oblastí, mimo jiné v navigaci, předzpracování senzorických dat, počítačovém vidění, sledování stavu pomocí nepřímých měření, ale například také v ekonometrii. Lze dokázat, že při splnění všech předpokladů je odhad získaný prostřednictvím Kalmanova filtru optimální (viz [6], kapitola 1.4), mimo jiné proto, že filtr využívá všechna dostupná data i informace o jejich nejistotách.

### **2.7.3 Srovnání reprezentací odhadu polohy**

V této části jsme se podrobně zabývali třemi nejpoužívanějšími diskrétními reprezentacemi odhadu polohy – pravděpodobnostní mřížkou, topologickými grafy a Monte Carlo lokalizací – a jednou reprezentací spojitou – Kalmanovým filtrem. Na závěr nyní stručně porovnáme jejich nejdůležitější vlastnosti a krátce shrneme nejzásadnější rozdíly mezi nimi.

Všechny diskrétní reprezentace aproximují odhad polohy prostřednictvím konečného počtu hodnot, přesnost reprezentace je přitom úměrná jejich počtu. Dovolují reprezentovat multimodální rozdělení, umožňují globální lokalizaci a dokáží vyřešit problém uneseného robota.

Pravděpodobnostní mřížka reprezentuje odhad polohy pomocí hodnot v buňkách pravidelné trojrozměrné mřížky. Jde o jednoduchou a přitom univerzální metodu, její nevýhodou je ale relativně značná výpočetní náročnost a omezená přesnost. Existují úpravy a optimalizace, které dokáží výpočetní náročnost snížit, ovšem za cenu složitější implementace takto upravené metody. Pravděpodobnostní mřížka se v robotice používá nejen k lokalizaci, ale také k mapování.



Topologické grafy reprezentují odhad polohy prostřednictvím hodnot v jednotlivých uzlech grafu. Na rozdíl od ostatních metod nejsou univerzální metodou; vyžadují strukturované prostředí a jeho grafový popis. Kvůli řádově menšímu stavovému prostoru jsou na jedné straně méně přesné, na druhou stranu ale mají velmi nízkou výpočetní náročnost. Jejich další nevýhodou proti zbývajícím popsáním metodám je nemožnost přímého použití sensorických dat a nutnost jejich předzpracování.

Monte Carlo lokalizace využívá k reprezentaci odhadu polohy množinu vážených vzorků. Jedná se o univerzální metodu pro reprezentaci jakéhokoliv odhadu polohy, ve srovnání s pravděpodobnostní mřížkou je ale díky dynamickému umístění vzorků v prostoru přesnější a efektivnější. Na rozdíl od předcházejících metod vyžaduje občasné převzorkování, které brání degeneraci reprezentace. Změnou počtu vzorků dovoluje Monte Carlo lokalizace za běhu přizpůsobovat výpočetní náročnost a přesnost lokalizace.

Kalmanův filtr reprezentuje odhad polohy pomocí Gaussovy křivky. Tu lze přesně vyjádřit pouhými dvěma parametry, střední hodnotou a rozptylem, neumožňuje ale reprezentovat více hypotéz o různých polohách robota současně. Kvůli tomu je Kalmanův filtr vhodný spíše pro sledování pozice než pro globální lokalizaci, kromě lokalizace je ale využíván i v mnoha dalších aplikacích. Kalmanův filtr má nižší prostorovou i časovou náročnost než výše popsané diskrétní reprezentace odhadu polohy, to je ale vykoupeno přísnými předpoklady na charakter prováděných měření, jejichž modely musejí mít normální rozdělení pravděpodobnosti. Kvůli tomu nelze některá jinak užitečná měření v Kalmanově filtru vůbec použít.

## **2.8 Alternativní metody k pravděpodobnostní lokalizaci**

Dalšími možnými a přirozenými způsoby práce s nepřesnými daty z více senzorů jsou například fuzzy logika nebo intervalový počet. Ačkoliv se tyto alternativy k pravděpodobnostní lokalizaci obecně pro zpracování dat z více senzorů příliš nepoužívají, stojí alespoň za krátkou zmínkou a představení jejich principu.

Fuzzy logika umožňuje ohodnocovat logické výroky resp. náležením prvku do nějaké množiny mírou pravdivosti resp. mírou příslušnosti k množině, jež může

nabývat jakékoliv hodnoty mezi nulou (nepravda, nenáleží) a jedničkou (pravda, náleží). Tím se liší od klasické logiky, ve které je každý výrok buď pravdivý, nebo nepravdivý, a kde každý prvek do určité množiny buď náleží, nebo nenáleží. Díky tomu dovoluje fuzzy logika vyjádřit nepřesnost informací poskytnutých senzory i reprezentovat ne zcela jistou pozici robota v prostoru. Stejně jako klasická logika, i fuzzy logika má svoje dobře definovaná pravidla a zákony pro operace s výroky a množinami.

Intervalový počet charakterizuje každou veličinu prostřednictvím intervalu, v němž se její hodnota nachází. To umožňuje přirozeně reprezentovat veličiny, které jsou v určitých pevných a konečných mezích nepřesné. Typickým příkladem takové omezené přesnosti je konečné rozlišení kvantované veličiny z jakéhokoliv senzoru. Rozdělení pravděpodobnosti takové veličiny nemusí být známé, intervalový počet pravděpodobnostní rozdělení (ani rovnoměrné) jednotlivých veličin v daných intervalech nepředpokládá. Pro základní matematické operace s intervaly předepisuje intervalový počet pravidla, která jsou sice naprosto korektní, při použití na zpracování dat z více senzorů ale vedou k příliš pesimistickým výsledkům: výsledný interval sice obsahuje skutečnou polohu robota, je ale současně natolik rozsáhlý, že je v praxi pro lokalizaci robota zcela nepoužitelný.

## 2.9 Shrnutí kapitoly

V této kapitole jsme se zabývali pravděpodobnostní lokalizací jakožto nejdůležitější metodou pro zpracování omezeně přesných dat z více senzorů. Úvodem jsme vysvětlili, že kvůli nedokonalosti jednotlivých technik relativní i absolutní lokalizace je kombinování dat z různých měření nutné ke spolehlivému, robustnímu a přesnému odhadu polohy robota, a že pravděpodobnostní přístup je přirozeným způsobem řešení tohoto problému.

Nejprve jsme zadefinovali pravděpodobnostní odhad polohy jako hustotu pravděpodobnosti výskytu robota na jednotlivých pozicích prostoru, v němž se má robot lokalizovat. Poté jsme se zabývali samotným procesem lokalizace, který se skládá z jednorázové inicializace, při které je do výchozího odhadu polohy zahrnuta případná znalost počáteční polohy robota, a střídajících se predikčních a korekčních kroků, při kterých je odhad aktualizován podle dat z posledních relativních

respektive absolutních měření. Věnovali jsme se také popisu pravděpodobnostního pohybového modelu a sensorického modelu, které se v predikčních a korekčních krocích využívají. Nakonec jsme vyjádřili kompletní rekurzivní vzorec pro aktualizaci odhadu polohy po získání relativních a absolutních měření.

V další části této kapitoly jsme se zabývali různými způsoby reprezentace odhadu polohy a jejich vzájemnými rozdíly, týkajícími se mimo jiné jejich přesnosti, výpočetní náročnosti, složitosti implementace nebo předpoklady nutnými pro jejich správné fungování. Celkem jsme přitom představili tři různé diskrétní reprezentace a jednu reprezentaci spojitou.

V závěru kapitoly jsme nakonec zmínili také dvě potenciální, avšak zřídka kdy používané alternativy k pravděpodobnostní lokalizaci. Hlavní slabinou těchto alternativních metod je nevyužití všech informací z dostupných lokalizačních dat a z toho plynoucí horší výsledky ve srovnání s pravděpodobnostní lokalizací.

### 3 Prostředky relativní lokalizace

Pomocí prostředků relativní lokalizace lze odhadnout relativní změnu polohy robota, zpravidla tedy jeho posunutí a rotaci v rovině vůči jeho předcházející poloze. Celková změna polohy robota vztažená k jeho počáteční poloze se určuje skládáním jednotlivých dílčích změn polohy.

Na rozdíl od prostředků absolutní lokalizace neumožňují prostředky relativní lokalizace zjistit absolutní polohu robota v prostředí; je-li ale počáteční pozice robota v prostředí známá, je možné tyto prostředky krátkodobě využívat i k lokalizaci absolutní. Krátkodobě z toho důvodu, že kvůli inkrementálnímu charakteru výpočtu pozice řetězením jednotlivých dílčích změn dochází k akumulaci chyb, takže se celková chyba lokalizace neustále zvětšuje.

Prostředky relativní lokalizace se používají u drtivé většiny mobilních robotů. Zpravidla však nikoliv samostatně, ale společně s technikami globálními, a to pro odhadování okamžité pozice mezi jednotlivými – zpravidla v delším intervalu periodicky prováděnými – měřeními a odhady pozice absolutní. V některých případech je při odpovídající krátkodobé přesnosti relativní lokalizace možné zvýšit interval provádění lokalizace absolutní, která bývá technicky i výpočetně náročnější.

Spolupráce lokálních lokalizačních technik s globálními lokalizačními technikami, odhadujícími absolutní pozici robota ve světě, je možná ještě v jiné rovině. Prostředky relativní lokalizace používají často senzory, které vyžadují kalibraci. Porovnání výsledků relativní a absolutní lokalizace je v některých případech možné použít k úpravě počáteční kalibrace senzorů.

Společným principem všech prostředků relativní lokalizace, jak už bylo zmíněno, je určování celkové změny pozice pomocí integrace jednotlivých dílčích změn pozice. Ve způsobu realizace tohoto postupu se ale jednotlivé metody už liší. Jednotlivé dílčí změny pozice

- mohou být přímo naměřené (např. při odometrii), nebo
- mohou být vypočteny integrací okamžité rychlosti podle času. Okamžitou rychlost

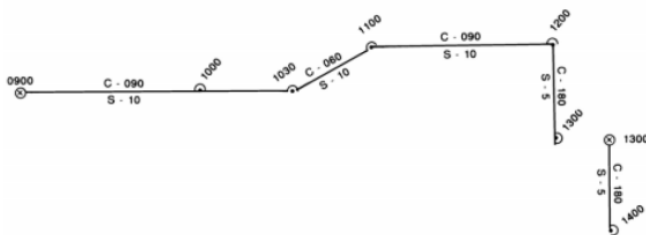
- je možné získat měření (navigace výpočtem, využití Dopplerova jevu), nebo
- ji je možné vypočítat integrací okamžitého zrychlení podle času (inerciální navigace). Přitom zrychlení už lze měřit přímo pomocí akcelerometrů.

Právě integrování, u některých metod dokonce několikanásobné, je důvodem, proč je i poměrně malá nepřesnost nebo šum v měření příčinou značné chyby výsledku, která se s časem neustále zvětšuje.

V této kapitole se podrobně seznámíme s navigací výpočtem jako historicky první metodou tohoto druhu, s odometrií využívající rotační encodery jako metodou v mobilní robotice zdaleka nejpoužívanější, s dalšími alternativními metodami používajícími jiné senzory pro měření ujeté vzdálenosti nebo rychlosti a nakonec s inerciální navigací, která je jedinou metodou zcela nezávislou na okolním prostředí.

### 3.1 Navigace výpočtem (Dead Reckoning<sup>7</sup>)

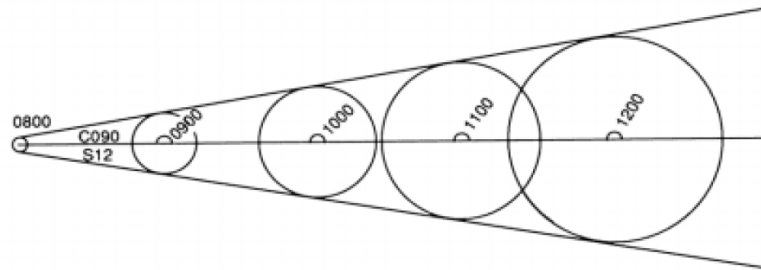
Jednoduchá metoda pro odhadování aktuální pozice pouze podle rychlosti, směru pohybu a času uplynulého od poslední známé pozice. Stará metoda používaná již ve středověku v námořní plavbě, později využívána také v počátcích letectví – společně s přesnějšími metodami, jakými byly navigace podle hvězd nebo navigace podle viditelných orientačních bodů (*landmarků*). Metoda byla v námořní praxi používána s opravami zmenšujícími nepřesnost měření (zohlednění přílivových proudů atd).



Obrázek 3.1: Typický náčrt navigace výpočtem. Pozice se zakresluje v pravidelných časových intervalech, při každé změně rychlosti nebo kurzu a při opravě polohy nezávislou lokalizační technikou. Převzato z [7].

<sup>7</sup> Etymologie anglického názvu metody (Dead Reckoning) je nejasná. Není známo, zda „*dead*“ je zkomolenou zkratkou z „*deduced*“ (vydedukovaný výpočet pozice), „*dead*“ ve významu lokalizace absolutně (*dead*) závislé na výpočtu, lokalizace vztažená k nehybné (*dead*) počáteční pozici nebo lokalizace pro neznámé (*dead*) části oceánu. [8]

Jako technika relativní lokalizace akumuluje chyby měření, je proto žádoucí polohu upřesňovat pomocí jiné lokalizační techniky, kdykoliv je to možné, a při navigaci s akumulující se chybou počítat (v neposlední řadě kvůli bezpečnosti).



Obrázek 3.2: Nákres navigace výpočtem zohledňující rostoucí akumulovanou chybu. Převzato z [7].

Přes svou jednoduchost a nepřesnost jde o metodu stále využitelnou v případě, že všechny ostatní techniky selžou. Navigace výpočtem je základem dalších technik relativní navigace, včetně inerciální navigace, příležitostně je termín navigace výpočtem dokonce používán také jako společný název pro všechny metody relativní navigace.

### 3.2 Odometrie

Odometrie je metoda relativní lokalizace založená na odhadu změny pozice a orientace kolového robota prostřednictvím údajů o otáčení jeho hnacích nebo běžných kol naměřených pomocí rotačních enkodérů. Název metody vznikl složením řeckých slov hodos (cesta) a metron (měřiti).

Rotační encoder je zařízení převádějící rotační pohyb na dále zpracovatelný elektrický signál. Podle fyzikálního principu fungování můžeme rotační encodery (bez nároku na úplnost) rozdělit na

- optické, které mohou být
  - transmisivní, využívající přerušování světelného paprsku rotujícím děrovaným diskem (optická závora), nebo
  - reflexivní, využívající plný disk s reflexními a matnými ploškami,
- kartáčové, pracující na principu komutátoru,

- odporové na principu otočných potenciometrů,
- magnetické, měřící změny magnetického pole, a
- induktivní, využívající principu elektromagnetické indukce.

Pro svou spolehlivost, vysoké rozlišení a rozumnou cenu jsou v mobilní robotice nejčastěji používané encodery optické, transmisivní i reflexivní.

Podle konstrukce a funkcionality můžeme rotační encodery rozdělit na jednokanálové, inkrementální a absolutní.

Jednokanálové encodery mají pouze jednobitový výstup, neposkytují žádnou informaci o smyslu otáčení a při velmi nízkých rychlostech nebo v klidu u nich hrozí výskyt šumu – zastaví-li se encoder na hraně mezi 0 a 1, bude mít jeho výstup náhodnou hodnotu, která se v čase může náhodně měnit. Pro odometrii se jednokanálové encodery zpravidla nepoužívají.

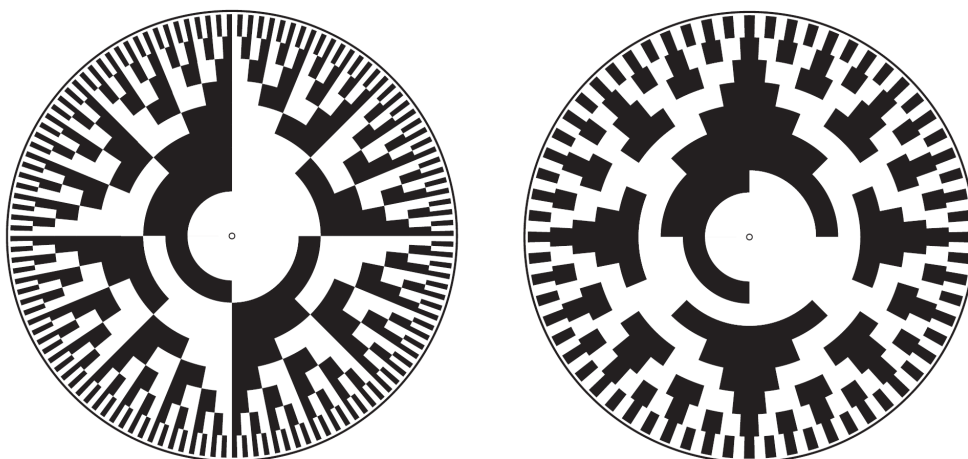
Inkrementální neboli kvadrurní encodery (*phase quadrature incremental encoders*) jsou dvoukanálové, se vzájemným posunutím fáze těchto kanálů. Narozdíl od jednokanálových encoderů dokáží rozlišit směr otáčení, mají při stejném dělení disku dvojnásobné rozlišení a netrpí problémem se šumem. Zastaví-li se inkrementální encoder na jakékoliv hraně, projeví se případný šum přinejhorším oscilací polohy o  $\pm 1$ . Stejně jako jednokanálové encodery vyžadují inkrementální encodery dostatečnou vzorkovací frekvenci vzhledem k maximálním otáčkám, jejich překročení se ale (na rozdíl od jednokanálových enkodérů) typicky projeví chybou – současnou změnou hodnot obou kanálů.

Změna polohy		Nová hodnota kanálů A, B			
		0, 0	0, 1	1, 1	1, 0
Minulá hodnota kanálů A, B	0, 0	0	+1	chyba	-1
	0, 1	-1	0	+1	chyba
	1, 1	chyba	-1	0	+1
	1, 0	+1	chyba	-1	0

Tabulka 3.1: Tabulka pro vyhodnocení změny stavu signálů kanálů A, B

Absolutní encodery mají v kterýkoliv okamžik na svém paralelním výstupu absolutní úhel natočení enkodéru. Jejich rozlišení je  $2^{\text{počet kanálů}}$ , s rozlišením ale roste také jejich cena. Hlavní uplatnění v mobilní robotice nacházejí jako senzory absolutní úhlové pozice, například natočení řídicího kola u robotů s pojezdem typu tříkolka a pod.

Výstupem absolutního enkodéru je zpravidla Grayův kód, jehož délka je stejná, jako délka kódu binárního, na rozdíl od něj ale při každém přechodu dochází k překlopení právě jednoho bitu v kódu. To eliminuje problémy, které by vznikaly při přechodových jevech při použití binárního kódu. Zajistit ideálně synchronní změnu stavu několika kanálů současně je totiž technicky problematické. V praxi dochází při každé změně ve více bitech k postupnému překlápění jednotlivých bitů, na výstupu se proto v průběhu přechodového jevu ocitne jedna nebo postupně několik hodnot, které neodpovídají aktuální pozici absolutního enkodéru s binárním kódem. Absolutních enkodérů s Grayovým kódem se tyto problémy z principu netýkají.



Obrázek 3.3: Disky osmibitových absolutních enkodérů: vlevo binární kód, vpravo Grayův kód. Černé plochy odpovídají hodnotě 0, bílé hodnotě 1.

Inkrementální encodery je možné v případě potřeby po doplnění koncového spínače (optické závory atd.) použít i pro měření absolutní úhlové pozice. Po každém restartu je ale třeba takový encoder inicializovat z koncové polohy. Některé inkrementální encodery jsou přímo vybaveny ještě třetím, dodatečným kanálem (*index output*), který nabývá hodnoty *high* právě jednou za  $360^\circ$ .



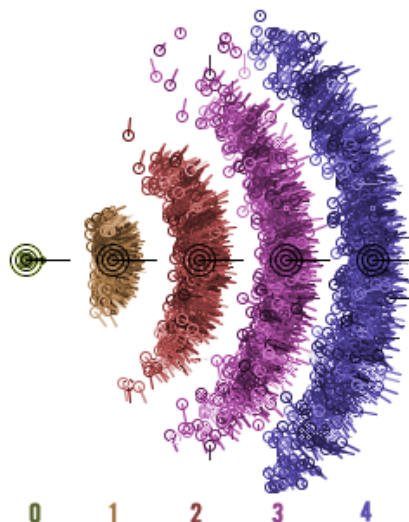
### 3.2.1 Chyby odometrie

Odometrie je založena na předpokladu, že změřený rotační pohyb kola je možné přepočítat na posunutí robota v rovině. Právě ne zcela absolutní naplnění tohoto předpokladu ve skutečnosti je příčinou chyb. Ty je možné rozdělit na systematické a nesystematické.

Systematické chyby jsou způsobeny drobnými nepřesnostmi a jejich velikost je dobře shora odhadnutelná; celková akumulovaná chyba tak roste s ujetou vzdáleností lineárně a dá se s ní při odhadu pozice robota počítat. V interiéru s hladkým povrchem představují systematické chyby dominantní podíl celkových chyb.

Typické systematické chyby odometrie jsou:

- rozdíl v obvodu kol jedné nápravy
- rozdíl mezi nominálním a skutečným obvodem kola
- rozdíl mezi nominální a skutečným rozchodem
- nedokonalosti v kruhovém tvaru kola
- konečné rozlišení enkodéru
- konečná vzorkovací frekvence enkodéru



Obrázek 3.4: Ilustrace chyby, která roste s ujetou vzdáleností a která je způsobena drobnými rozdíly mezi nominálním a skutečným obvodem levého a pravého kola. Vzorky označují potenciální polohu robota při jízdě po (dle měření odometrie) přímé dráze, barevně jsou odlišeny jednotlivé kroky 0 až 4. Ilustrace vytvořena prostřednictvím vlastní simulace.

Naproti tomu nesystematické chyby se vyskytují náhodně, nejsou dobře předvídatelné a jejich velikost se nedá snadno nebo vůbec shora odhadnout. V nepříznivém případě může být jejich důsledkem totální ztráta orientace a úplné selhání relativní lokalizace. Pro svou nepředvídatelnost (co do výskytu, tak do velikosti) se s nimi na rozdíl od chyb systematických nedá počítat, některé z nich je ale možné alespoň detekovat. Nesystematické chyby představují problém především v „nesterilním“ vnějším prostředí s nerovným a nedokonalým povrchem. Mezi typické nesystematické chyby odometrie patří:

- nepřesnosti způsobené nerovným povrchem
- nepřesnosti způsobené překážkami v cestě
- nepřesnosti způsobené deformací kola (nerovnoměrná zátěž, vliv odstředivé síly při průjezdu obloukem)
- ztráta adheze – kluzký (sypký) povrch, příliš prudké zrychlení (skluz), příliš prudké zpomalení nebo zatočení (smyk), vliv vnějších sil (náráz, posunutí), vliv konstrukce pojezdu (smykem řízená vozidla, pevná osa namísto diferenciálu)
- větší než ideálně jednobodový kontakt kola s povrchem (ideální měřící kolo pro bodový kontakt s povrchem má velmi ostrou hranu, pro hnací resp. hmotnost robota nesoucí kolo jsou požadavky opačné)

Pravděpodobnost některých nesystematických chyb je v některých případech možné snížit osazením enkodérů na běžná (nehnaná) kola, u některých pojezdů případně doplněním dalších běžných kol pouze pro odometrická měření, a to i za cenu složitější mechanické konstrukce. Tato kola ale musí být umístěna tak, aby se při žádném myslitelném pohybu robota nesmýkala bokem, a odpružena tak, aby na nich i na hnacích kolech ležela dostatečná váha.

### **3.2.2 Modely pojezdů mobilních robotů**

Aby bylo možné odhadovat relativní změnu pozice robota na základě ujeté vzdálenosti naměřené jednotlivými encodery, je nutné znát geometrický a kinematický model mobilního robota. Většinu pojízdňích robotů, kterými se tato práce zabývá, je možné zařadit do jedné kategorií uvedených v následujících podkapitolách.

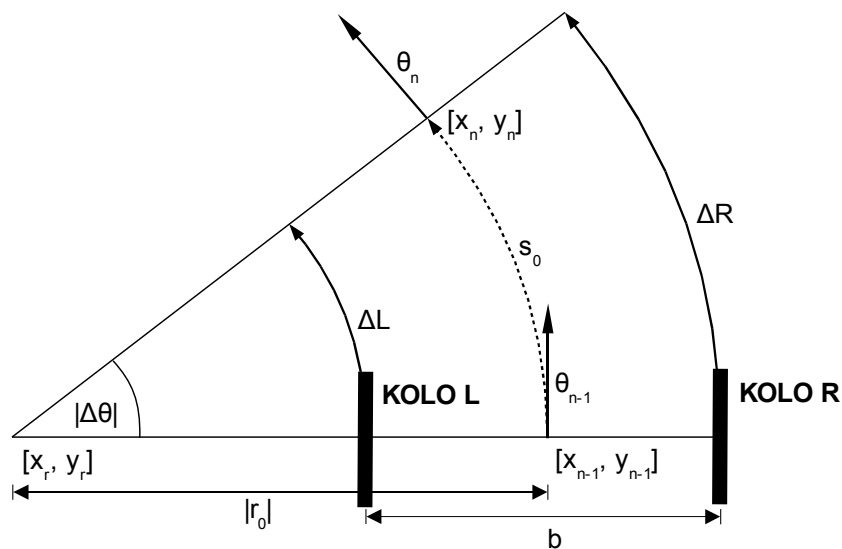
V následujícím textu budeme předpokládat dvourozměrný svět, jehož osa Y směřuje nahoru (na sever) a osa X doprava (na východ). Orientace 0 odpovídá směru osy X, úhly rostou proti směru hodinových ručiček.

### 3.2.2.1 Diferenčně řízená vozidla (též diferenciálně řízená vozidla)

Základní parametry diferenčně řízeného vozidla jsou:

- rozchod  $b$
- naměřená ujetá vzdálenost levého kola  $\Delta L$
- naměřená ujetá vzdálenost pravého kola  $\Delta R$
- počáteční pozice a orientace  $[x_{n-1}, y_{n-1}], \theta_{n-1}$

Z těchto hodnot je možné vypočítat ujetou vzdálenost  $s_0$ , úhel odbočení  $\Delta\theta$ , poloměr středního oblouku  $|r_0|$  a především pak koncovou pozici a orientaci  $[x_n, y_n], \theta_n$ .



Obrázek 3.5: Nákres diferenčně řízeného vozidla.

Za předpokladu konstantní rychlosti otáčení jednotlivých kol jede vozidlo přímo nebo po kružnici, základní parametry pohybu můžeme vypočítat následovně:

Ujetá vzdálenost (kladné  $s_0$  odpovídá jízdě vpřed):

$$s_0 = \frac{\Delta R + \Delta L}{2}$$

Úhel odbočení  $\Delta\theta$  (v radiánech, kladné  $\Delta\theta$  odpovídá odbočení vlevo ve směru jízdy):

$$\Delta\theta = \frac{\Delta R - \Delta L}{b}$$

Poloměr středního oblouku (za předpokladu  $\Delta L \neq \Delta R$ ):

$$r_0 = \frac{b}{2} \cdot \frac{\Delta R + \Delta L}{\Delta R - \Delta L}$$

Poloměr je roven  $|r_0|$ . Je-li  $r_0$  kladné, nachází se střed oblouku blíže kolu L. Otáčí-li se kola protisměrně, bude poloměr  $r_0$  menší než  $\frac{b}{2}$ , při  $\Delta R = -\Delta L$  je  $r_0 = 0$  (otáčení na místě).

Při jízdě po kružnicovém oblouku lze vypočítat novou pozici takto:

Poloha středu kružnicového oblouku  $[x_r, y_r]$ :

$$\begin{aligned} x_r &= x_{n-1} - r_0 \sin(\theta_{n-1}) \\ y_r &= y_{n-1} + r_0 \cos(\theta_{n-1}) \end{aligned}$$

Vzorec pro novou pozici  $[x_n, y_n]$  lze odvodit z rotace bodu v rovině:

$$\begin{aligned} x_n &= \cos(\Delta\theta)(x_{n-1} - x_r) - \sin(\Delta\theta)(y_{n-1} - y_r) + x_r \\ y_n &= \sin(\Delta\theta)(x_{n-1} - x_r) + \cos(\Delta\theta)(y_{n-1} - y_r) + y_r \end{aligned}$$

To lze upravit do následující podoby a doplnit vzorce pro novou orientaci robota  $\theta_n$ :

$$\begin{aligned} x_n &= x_{n-1} + r_0 (\cos(\Delta\theta) \sin(\theta_{n-1}) + \sin(\Delta\theta) \cos(\theta_{n-1}) - \sin(\theta_{n-1})) \\ y_n &= y_{n-1} + r_0 (\sin(\Delta\theta) \sin(\theta_{n-1}) - \cos(\Delta\theta) \cos(\theta_{n-1}) + \cos(\theta_{n-1})) \\ \theta_n &= \theta_{n-1} + \Delta\theta \end{aligned} \tag{2.1}$$

Výpočet lze zjednodušit aproximací kružnicového oblouku lomenou čarou (částí mnohoúhelníka). To může být užitečné kvůli omezené výpočetní síle. Při dostatečné frekvenci iterací odhadu pozice aproximuje mnohoúhelník kružnici dostatečně přesně. Dostatečně přesně přitom znamená, že aproximací způsobená chyba bude řádově menší než jiné chyby.

$$\begin{aligned} x_n &= x_{n-1} + s_0 \cos\left(\theta_{n-1} + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ y_n &= y_{n-1} + s_0 \sin\left(\theta_{n-1} + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ \theta_n &= \theta_{n-1} + \Delta\theta \end{aligned} \tag{2.2}$$

Pro zvýšení rychlosti výpočtu je při dostatku paměti možné využít tabelování hodnot goniometrických funkcí.

Za povšimnutí stojí, že orientace robota záleží jen na počáteční orientaci a rozdílu celkových naměřených ujetých vzdáleností levého a pravého kola, bez ohledu na průběh trajektorie pohybu.

Na závěr několik poznámek k diferencně řízeným robotům: Aby byl robot stabilní, potřebuje obvykle kromě dvou hnacích kol ještě alespoň jeden další opěrný bod, ideálně všesměrové – například kulové – opěrné kolečko (*castor wheel*). V praxi někdy používaná „nábytková“ kolečka (též vzor „kancelářská židle“ resp. „nákupní vozík“) robotovi prakticky neumožňují změnit směr jízdy na opačný bez změny orientace. Při nevhodném rozložení hmotnosti může dojít při pokusu o změnu směru jízdy (vpřed – vzad) ke smyku hnacích kol vybavených encodery a tím k chybě odometrie.

V praxi oblíbeným a často používaným půdorysným řešením diferencně řízeného robota je kruh. Společně se schopností otočit se na místě umožňuje dobře manévrovat i ve velmi stísněném prostoru.

### **3.2.2.2 Smykem řízená kolová vozidla a pásová vozidla**

Smykem řízená vozidla jsou diferencně řízená vozidla, jejichž styčná plocha není (ani teoreticky) dvoubodová. Jejich podvozek může být kolový nebo pásový (housesnicový). Smykem řízená vozidla jsou v praxi – včetně robotické – hojně využívána, zejména pro práci v náročnějším terénu.

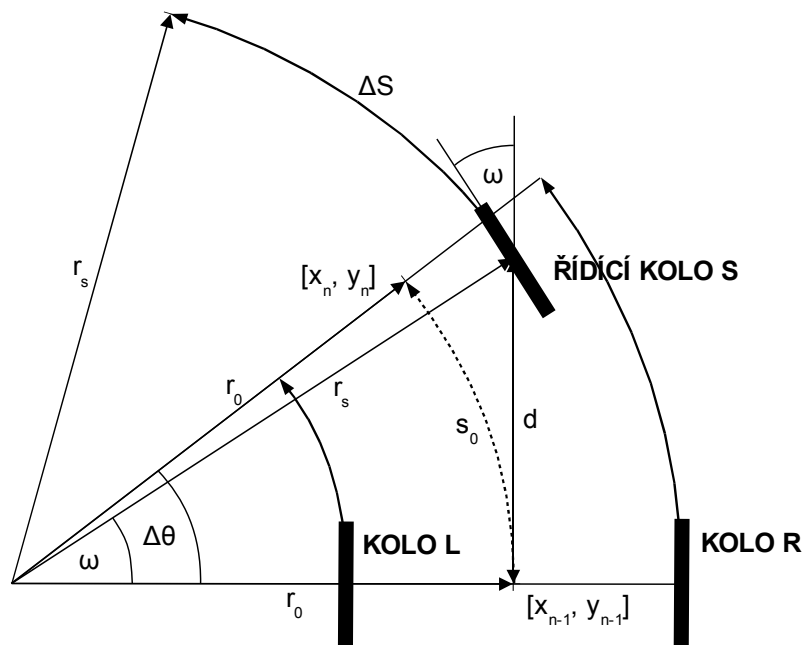
Zatímco u většiny vozidel je smyk nežádoucí, u smykem řízených vozidel je jediným a zamýšleným způsobem změny orientace vozidla. Důsledkem toho a daní za jednoduchou konstrukci při vynikající průchodnosti terénem je ale nepoužitelnost odometrie jako lokální lokalizační techniky, protože při otáčení smykem je nemožné určit bod, kolem kterého se vozidlo otáčí.

Proto se tato konstrukce používá pro roboty dálkově řízené člověkem nebo pro plně autonomní roboty využívající jiné lokalizační techniky než odometrii.

### 3.2.2.3 Tříkolka

Tříkolka je nejjednodušším modelem pojezdu vozidel s říditelným kolem resp. říditelnou nápravou, která mění svou orientaci pouze při jízdě, a to pohybem po kružnicovém oblouku.

Pro neříditelnou nápravu je třeba poznamenat, že levé a pravé kolo ležící geometricky ve stejné ose nesmí být mechanicky připevněno k jediné fyzické ose, protože k hladkému průjezdu obloukem je třeba, aby se vnitřní kolo otáčelo pomaleji než vnější. Mají-li být tato kola poháněná společným motorem, musí být mezi motorem a poloosami vložen diferenciál. Jedním z alternativních, konstrukčně jednodušších řešení je pohánět pouze jedno kolo robota.



Obrázek 3.6: Náčrt vozidla s pojezdem typu tříkolka.

Základní parametry tříkolky:

- rozvor  $d$
- natočení řídicího kola  $\omega$  ( $\omega > 0$  je natočením řídicího kola doleva)
- naměřená ujetá vzdálenost řídicího kola  $\Delta S$  ( $\Delta S > 0$  je jízdou vpřed)

Za předpokladu nenulového natočení řídicího kola  $\omega$  se pohybuje vozidlo po kružnici, proto můžeme vypočítat základní parametry pohybu.

Poloměr oblouku řídicího kola  $|r_s|$  a poloměr oblouku středu zadní nápravy  $|r_0|$  vypočteme z následujícího vztahu.

$$r_s = \frac{d}{\sin(\omega)}$$

$$r_0 = \frac{d}{\tan(\omega)}$$

Je-li  $r_s$  resp.  $r_0 > 0$ , nachází se střed oblouku blíže levému kolu.

Úhel odbočení (v radiánech, kladné  $\Delta\theta$  odpovídá odbočení vlevo ve směru jízdy):

$$\Delta\theta = \frac{\Delta S}{r_s} = \frac{\Delta S \cdot \cos(\omega)}{r_0}$$

Vzdálenost ujetá středem zadní nápravy:

$$s_0 = \Delta\theta \cdot r_0 = \Delta S \cdot \cos(\omega)$$

Z těchto hodnot lze absolutní změnu polohy tříkolky vypočítat stejně jako u diferenčně řízených vozidel, buď jako jízdu po kružnici podle (2.1), nebo jako dráhu aproximovanou lomenou čarou podle (2.2).

Zjednodušení aproximací dráhy lomenou čarou je při rozumném použití dostatečně přesné, zatáčí-li tříkolka za jízdy, je totiž i jízda po kružnici jen aproximací. Jen pro úplnost: skutečná křivka, po které se tříkolka pohybuje, zatáčí-li během jízdy tak, že se natočení řídicího kola  $\omega$  mění lineárně, se nazývá klotoida nebo též volantová křivka. Kolem počátku souřadnic je velmi blízká kubické parabole a v praxi se používá při návrhu přechodnic (úseků mezi přímým úsekem a kružnicovým obloukem) při dopravních stavbách.

Je-li to z konstrukčních důvodů účelné, je roboty s pojezdem typu tříkolka možné osadit dvěma inkrementálními encodery jako roboty diferenčně řízené a měřit pomocí nich ujeté vzdálenosti levého a pravého kola pevné nápravy  $\Delta L$  a  $\Delta R$ . Relativní změny pozice robota lze potom počítat tak, jak je popsáno v části 3.2.2.1 – Diferenčně řízená vozidla.

Tříkolka je jedním z modelů pojezdu mobilních robotů, který lze osadit větším množstvím enkodérů, než kolik jich je pro určení změny pozice nutné. Pomocí enkodérů „navíc“ lze získat přesnější měření (průměrováním), resp. je možné odhalit

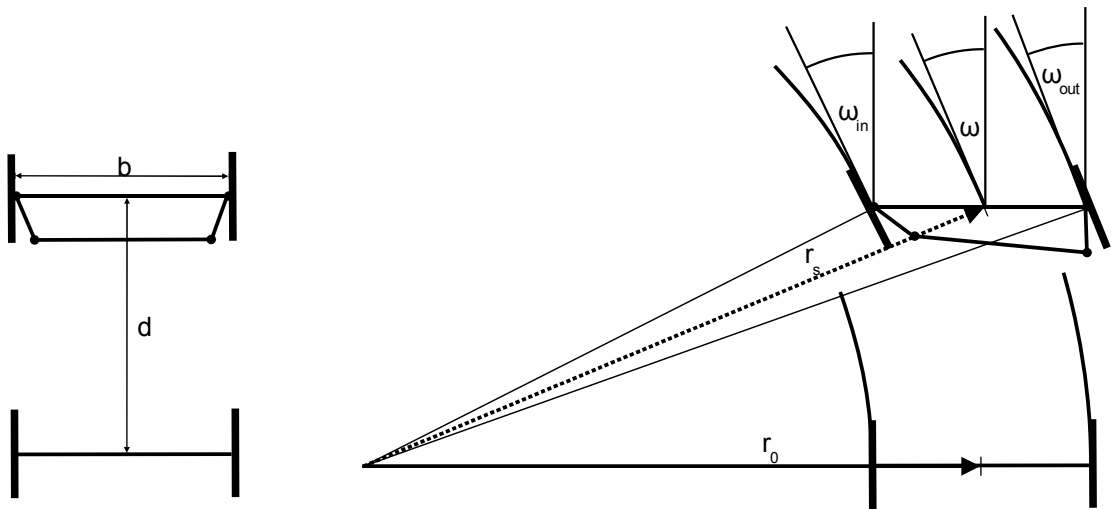
a eliminovat výraznou odchylku některého z enkodérů, která je typicky důsledkem nějaké nesystematické chyby.

Vzhledem k tomu, že nesystematické chyby představují pro odometrii problém závažnější, je účelné tuto výhodu využít především k jejich minimalizaci. Toho lze dosáhnout statistickými metodami, například zprůměrováním – na srovnatelnou veličinu, například na  $s_0$ , přepočítaných – hodnot po vyřazení hodnot potenciálně chybných, typicky těch, jež jsou příliš vzdálené od mediánu. Právě ty jsou „podezřelé“ na výskyt některé nesystematické chyby.

Autor článku [9] doporučuje výsledný průměr počítat jako vážený, protože přesnost enkodéru, jehož kolo urazilo největší vzdálenost, je vyšší, než přesnost enkodérů, které naměřily impulsů méně.

### 3.2.2.4 Ackermanovo řízení

Má-li vozidlo říditelnou nápravu, je pro hladký průjezd oblouku bez smýkání kol potřeba, aby vnitřní kolo, pohybující se po kružnici o menším poloměru, bylo vytočené od podélné osy vozidla více, než kolo vnější. Konkrétně musí platit následující vztahy:



Obrázek 3.7: Ackermanovo řízení.

Podmínka pro Ackermanovo řízení pro natočení vnitřního a vnějšího kola řízené nápravy:

$$\cotg(|(\omega_{in})|) + \frac{b}{2d} = \cotg(|(\omega)|) = \cotg(|(\omega_{out})|) - \frac{b}{2d}$$



Totéž pro levé a pravé kolo ( $\omega > 0$  je jako vždy natočení doleva)

$$\cotg(\omega_L) + \frac{b}{2d} = \cotg(\omega) = \cotg(\omega_P) - \frac{b}{2d}$$

Tato podmínka je v praxi splněna s dostatečnou přesností a v dostatečném rozsahu mechanickou vazbou mezi koly říditelné nápravy.

Ačkoliv jsme doposud předpokládali, že říditelnou nápravou je přední náprava, podle aplikace může být říditelnou nápravou i náprava zadní (v praxi například kombajny, vysokozdvizné vozíky atd). Totéž platí i pro tříkolku.

Za povšimnutí stojí, že pevná náprava opisuje vždy oblouk o menším poloměru než řízená.

### 3.2.2.5 Dvounápravové vozidlo oběma nápravami říditelnými

Zvláštním případem, který stojí za upozornění, jsou vozidla se dvěma říditelnými nápravami, které v oblouku opisují stejnou stopu.

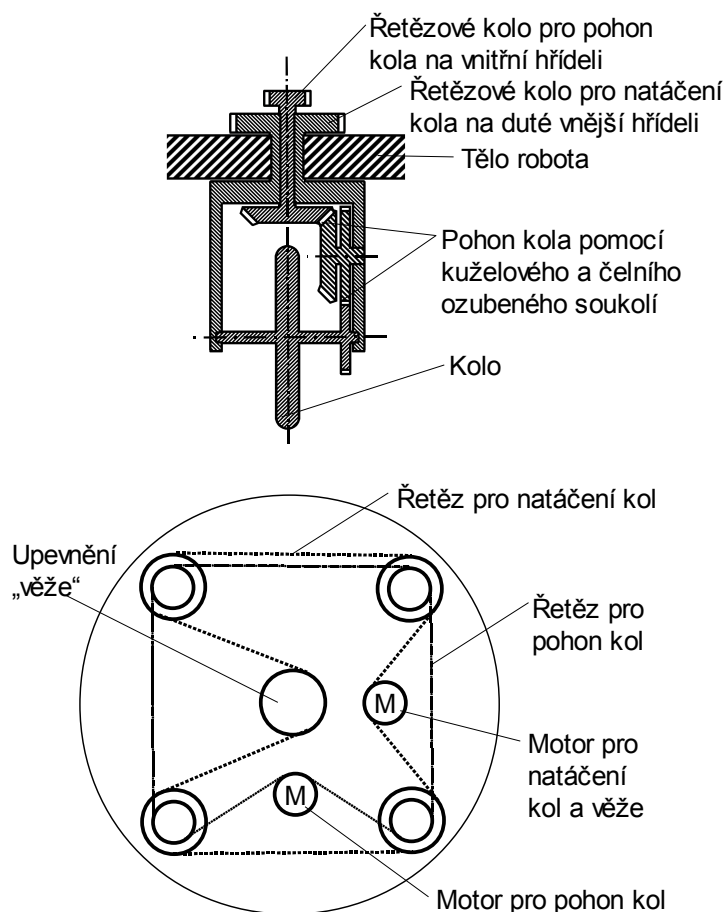
Při výpočtu podle modelu 3.2.2.3 – Tříkolka – je parametr  $d$  vzdáleností (teoretického) středního řídicího kola a příčné osy vozidla v kružnicovém oblouku kolmé na tečnu pojížděné kružnice – rozvor vozidla s oběma symetricky řízenými nápravami je tedy roven  $2 \cdot d$ .

### 3.2.2.6 Synchro drive

Podvozek vozidel typu Synchro drive [10] tvoří tři nebo více hnaných kol, z nichž každé je říditelné. Všechna kola jsou mechanicky spřažena jak pro pohon, tak pro natáčení, a pohybují se tedy v obou stupních volnosti zcela synchronně.

Vozidlo tak může plynule měnit směr jízdy, za pohybu i na místě, nedokáže ale změnit svou orientaci. Ta za ideálních podmínek zůstává bez ohledu na pohyb vozidla a směr jízdy konstantní.

Protože neměnná orientace podvozku vozidla je vlastností tohoto typu vozidel, a protože je zpravidla žádoucí, aby manipulátory a senzory byly orientovány podle směru jízdy vozidla, mívají vozidla typu synchro drive na podvozku typicky umístěnou „věž“, jejíž orientace je prostřednictvím mechanické vazby závislá na orientaci říditelných kol.



Obrázek 3.8: Detail jednoho kola a celkové mechanické provedení pojezdu typu Synchro drive.

Vzhledem k synchronnímu pohonu všech kol jsou tato vozidla méně náchylná ke smyku a skluzu, díky čemuž je odometrie podstatně méně náchylná k výskytu nesystematických chyb, než například u diferenčně řízených vozidel.

### 3.2.2.7 Multi-degree-of-freedom (MDOF)

Pojezdy kategorie MDOF mají jednotlivá kola samostatně poháněná i samostatně otočná, počet stupňů volnosti řízení rychlosti přitom přesahuje počet stupňů volnosti polohy, tedy 3 (souřadnice v ploše a orientace). Jejich předností je výborná schopnost manévrovat, daní za ni je ale velmi složité řízení.

Konkrétních konstrukcí, lišících se v počtu a umístění řízených-hnacích a případně opěrných kol, je celá řada. Robot s MDOF pojezdem je mechanicky schopen kombinovat pohyby charakteristické pro výše popsané modely (Ackermanovo řízení s jednou, druhou nebo oběma řízenými nápravami, synchro-

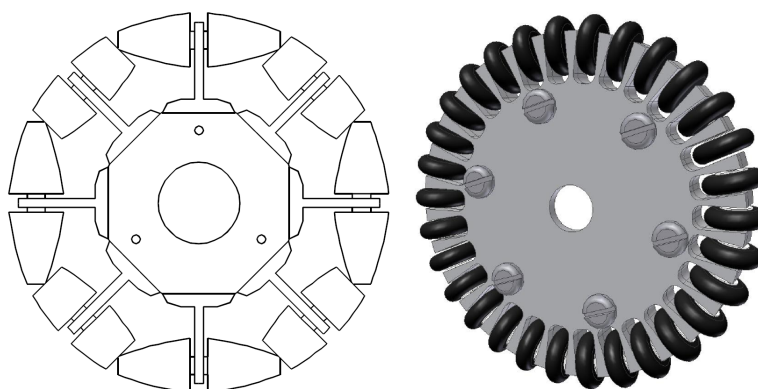
drive, otáčení na místě), záleží jen na zvoleném způsobu řízení. Podle něj pak lze použít odpovídající vzorce pro výpočet relativní polohy pomocí odometrie.

Řízení robotů s pojezdem kategorie MDOF je komplikované především ze dvou důvodů:

- Volnost samostatného nastavování úhlů natočení a rychlostí otáčení jednotlivých kol dovoluje nesmyslné kombinace, jejichž důsledkem je pohyb některých kol smykem a nepředvídatelný a odometrií neměřitelný pohyb celého robota.
- Na nerovnoměrně přilnavém povrchu je tento pojezd náchylnější ke smyku nebo skluzu, jsou-li nezávislé hnací motory ovládány řízením příkonu resp. točivého momentu. To lze řešit dostatečně robustní regulací nebo nahrazením běžných komutátorových motorů synchronními (resp. krokovými) motory, jež ale vyžadují netriviální řízení.

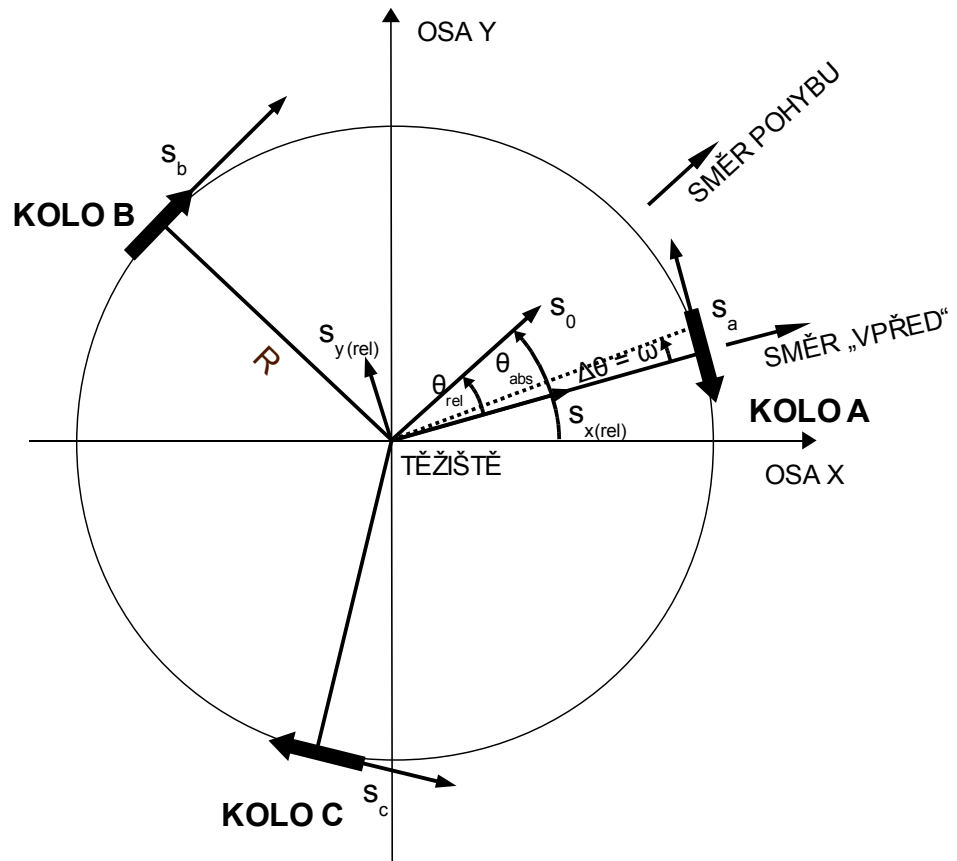
### 3.2.2.8 Omnidirectional drive

Jako všesměrové se označují pojezdy robotů, které umožňují nezávisle měnit svou pozici i orientaci, jinými slovy, jejich počet stupňů volnosti rychlostí odpovídá počtu stupňů volnosti pozice. Pojezdy s touto vlastností se označují jako *holonomní*. Typická pro tuto konstrukci jsou všesměrová kola, která jsou konstruována tak, aby v příčném směru dovolovala volný pohyb. To je obvykle možné díky drobným, volně otočným válečkům umístěným po obvodu kola.



Obrázek 3.9: Různá provedení všesměrových kol, dovolujících volný pohyb v příčném směru. Převzato z [10], [11].

Nejjednodušší konfigurace pojezdu všesměrového robota se skládá ze tří samostatně poháněných všesměrových kol umístěných tečně na obvodu robota, pravidelně po  $120^\circ$ .



Obrázek 3.10: Nejjednodušší konfigurace pojezdu všesměrového robota se třemi koly.

Bez újmy na obecnosti označme kolo A jako předek jinak symetrického robota. Dále označme

- $s_a, s_b, s_c$  dráhu ujetou na obvodu kola A, B, C ve směru působení hnací síly,
- $s_{x(rel)}$  relativní posunutí robota směrem vpřed,
- $s_{y(rel)}$  relativní posunutí robota do strany (kladné hodnoty doleva),
- $R$  vzdálenost kol od těžiště,
- $\omega$  rotaci robota kolem vlastního těžiště v radiánech (ccw).

Relativní posunutí robota a vlastní rotace pak souvisejí s pohybem všesměrových kol takto:

$$\begin{aligned} s_a &= \sin(0^\circ) \cdot s_{x(rel)} - \cos(0^\circ) \cdot s_{y(rel)} - \omega R \\ s_b &= \sin(120^\circ) \cdot s_{x(rel)} - \cos(120^\circ) \cdot s_{y(rel)} - \omega R \\ s_c &= \sin(240^\circ) \cdot s_{x(rel)} - \cos(240^\circ) \cdot s_{y(rel)} - \omega R \end{aligned}$$

To můžeme upravit do následující podoby:

$$\begin{aligned} s_{x(rel)} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(b-c) \\ s_{y(rel)} &= -\frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b + \frac{1}{3}c \\ \omega &= \frac{-1}{3 \cdot R}(a+b+c) \end{aligned}$$

Relativní směr pohybu robota  $\theta_{rel} = \text{atan2}(s_{y(rel)}, s_{x(rel)})$ , absolutní směr  $\theta_{abs}$  pohybu dostaneme přičtením počáteční (umělé) absolutní orientace. Změna orientace robota  $\Delta\theta$  je rovna  $\omega$ , ujetá vzdálenost je  $s_0 = \sqrt{s_{y(rel)}^2 + s_{x(rel)}^2}$ .

Za předpokladu konstantních rychlostí otáčení kol umíme z výše uvedených hodnot, tedy absolutního směru pohybu, celkového posunutí a změny orientace během posunutí spočítat změnu absolutních souřadnic robota.

Složitá konstrukce všesměrových kol s sebou přináší i dva technické problémy:

- Kola nejsou na svém obvodu ideálně kružnicová, nedokonalý tvar kola je příčinou nepřesností při odometrii.
- Kvůli velikosti válečků na obvodu kol jsou tyto pojezdy vhodné výhradně pro použití na rovném povrchu.



Obrázek 3.11: Čtyřmotorový všesměrový robot Segway se koly umožňujícími volný pohyb pod úhlem  $45^\circ$  resp.  $-45^\circ$ . Převzato z [12].

### 3.3 Další metody relativní lokalizace

Hlavním problémem odometrie je možný smyk nebo skluz enkodérem vybaveného kola. Použitím senzorů pracujících na jiném, bezkontaktním principu, je možné tyto problémy eliminovat, pochopitelně za cenu jiných problémů, vyplývajících z povahy těchto senzorů. Se znalostí výhod a slabin jednotlivých přístupů lze ale tyto metody kombinovat. Zpracování takto získaných dat z více zdrojů se zabývá kapitola 2.

#### 3.3.1 Senzory využívající Dopplerova jevu

Dopplerovým jevem nazýváme zdánlivou změnu frekvence přijímaného signálu, pohybuje-li se přijímač vůči vysílači nenulovou rychlostí. Z naměřené změny frekvence je tedy možné spočítat relativní rychlost pohybu.

V praxi se tato metoda používá zejména v námořní a letecké dopravě. Přijímač je umístěn společně s vysílačem na plavidle nebo letadle a měří změnu frekvence signálu odraženého od povrchu. Zatímco na moři se používá signál zvukový a jeho odraz od mořského dna, v letectví se zpravidla používá signál mikrovlnný a jeho odraz od povrchu země. Měření je odolné proti vlivu vodních resp. vzdušných proudů. Mladší, ale mobilní robotice bližší aplikací je použití této techniky v zemědělství (viz například nabídka výrobce zemědělské techniky John Deere [13]). Pro bezpečné určení rychlosti se typicky měří rychlost pomocí několika senzorů v několika různých směrech. V mobilní robotice, lze-li navíc předpokládat nulovou boční rychlost, se pak (i s ohledem na cenu) zpravidla používá jediný senzor.

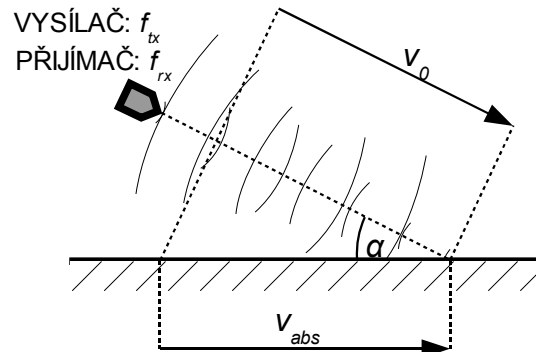
Dopplerův jev popisuje závislost naměřené frekvence  $f_{rx}$  a vysílané frekvence  $f_{tx}$ , je-li rychlost vzájemného pohybu přijímače od vysílače v řádově nižší než rychlost šíření vln  $c$ , takto:

$$f_{rx} = f_{tx} \left( 1 + \frac{v}{c} \right)$$

Při měření rychlosti prostřednictvím signálu odraženého od povrchu dochází k Dopplerově jevu hned dvakrát: Vlny vysílané pohybujícím se vysílačem s frekvence  $f_{tx}$  dopadají na nehybný povrch a od něj se odrážejí zpět k pohybujícímu se přijímači, který je naměří s frekvencí  $f_{rx}$ . Rychlost pohybu vysílače s přijímačem vůči povrchu  $v_0$  pak souvisí s vysílanou a naměřenou frekvencí takto:

$$f_{rx} = f_{tx} \left( 1 + \frac{2v_0}{c} \right)$$

$$v_0 = \frac{c}{2} \left( \frac{f_{rx}}{f_{tx}} - 1 \right)$$



Obrázek 3.12: Dopplerův jev.

Ze znalosti sklonu  $\alpha$  a rychlosti  $v_0$  můžeme vypočítat dopřednou rychlost  $v_{abs}$ , rovnoběžnou s povrchem:

$$v_{abs} = \frac{v_0}{\cos \alpha}$$

Pro praktické použití může být, obzvlášť při velmi pomalém pohybu, rozdíl mezi přijímanou a vysílanou frekvencí pro měření příliš malý. V praxi se proto často měří rázový kmitočet, vznikající interferencí mezi frekvencemi  $f_{rx}$  a  $f_{tx}$ , nebo se místo změn frekvence signálu měří změny v jeho fázi.

Předností měření rychlosti prostřednictvím Dopplerova jevu je jeho nezávislost na kontaktu s povrchem, jeho přesnost je závislá na dodržení předpokladů, na kterých výpočet rychlosti stojí, tedy na konstantní výšce senzoru nad povrchem a neměnným úhlem sklonění senzoru rovným  $\alpha$ . Náročnost dodržení těchto předpokladů záleží pak na konkrétní aplikaci. Protože je potřeba ujetou vzdálenost počítat integrováním naměřené rychlosti podle času, roste celková chyba relativní lokalizace založené na měření rychlosti s plynoucím časem, i když robot stojí na místě.

### 3.3.2 Snímkování povrchu

Zdánlivě rovný povrch pod robotem nebývá typicky úplně hladký, nýbrž zvrásněný drobnými nerovnostmi. Takový povrch lze snímkovat pomocí optoelektronického senzoru (šedotónové kamery s nízkým rozlišením) a porovnáním po sobě jdoucích

snímků zjistit posunutí senzoru po povrchu. Ke zpracování obrazu jsou k dispozici specializované čipy, osvětlení povrchu pod senzorem mohou zajišťovat LED nebo laserové diody. Tento princip je masivně využíván v optických počítačových myších. Ty vytlačily z trhu původně používané myši optomechanické, jejichž princip – měření otáčení po povrchu se odvalující kuličky dvojicí enkodérů – lze chápat jako variantu odometrie. Využití této metody k relativní lokalizaci v robotice namísto odometrie se tak přímo nabízí.

Celá sestava ze zdrojem světla, optoelektronickým senzorem a vyhodnocovací elektronikou se vyrábí jako kompletní modul. Podle typu senzoru se rychlost snímkování pohybuje v řádech 1500 až 7200 snímků za sekundu, fyzické rozlišení senzoru je typicky  $16 \times 16$  až  $30 \times 30$  pixelů, nejmenší detekovatelné posunutí u kvalitních senzorů je kolem  $10 \mu\text{m}$  a nejvyšší rychlost měřitelného pohybu kolem  $6 \text{ km/h}$ . [14]

Pro použití této metody nesmí být povrch dokonale hladký (sklo, zrcadlo, lakované povrchy), ale ani příliš nerovný, protože vzdálenost senzoru od povrchu musí zůstat v mezích dovolujících senzoru snímkovat ostrý a dostatečně nasvícený obraz (např. podle [14]  $\pm 0,22 \text{ mm}$  nominálně a přes  $\pm 0,8 \text{ mm}$  v praxi). Senzor dokáže měřit pouze posunutí v obou osách, neumí ale změřit ani detekovat otočení. Maximální rychlost měřitelného pohybu je limitována snímkovací frekvencí senzoru.

### **3.4 Inerciální navigační systémy (INS)**

Inerciální navigace je metoda relativní lokalizace pracující na základě naměřeného zrychlení, z něhož lze integrací vypočítat okamžitou rychlost a z ní pak dále aktuální polohu. Pro udržení pevné orientace os, v nichž se zrychlení měří, při rotaci celého zařízení, se využívá gyroskopů. Výhodou metody je její naprostá nezávislost na externí referenci a okolním prostředí a u většiny řešení také odolnost proti rušení a vnějším vlivům. Kromě předností má tato metoda i své principiální slabiny, které blíže popíšeme v části 3.4.3. Inerciální navigace doznala značného rozšíření v letecké dopravě a pro raketové zbraňové systémy, v poslední době našla uplatnění i v dopravě pozemní jako krátkodobá náhrada GPS při výpadku jeho signálu [15].



Existují v zásadě dvě různá řešení inerciálních navigačních systémů: s pevnou orientací akcelerometrů v prostoru a s akcelerometry pevně spojenými se zařízením. U obou jsou pro navigaci v prostoru potřeba tři gyroskopy a tři akcelerometry.

### 3.4.1 INS s pevnou orientací akcelerometrů v prostoru

U inerciálních navigačních systémů s pevnou orientací akcelerometrů v prostoru, v anglicky psané literatuře označovaných jako *gimbal*, se používají mechanické gyroskopy. Ty jsou tvořeny setrvačником a Kardanovým závěsem, který setrvačнику umožňuje zachování jeho orientace bez ohledu na rotaci robota. Přesnost mechanického gyroskopu závisí na minimálním tření ložisek setrvačniku a závěsů a na vysokých otáčkách setrvačniku. Má-li gyroskop fungovat dlouhodobě, je potřeba otáčky setrvačniku aktivně udržovat. Signál z akcelerometrů lze přes pohyblivě uložené závěsy přenášet například pomocí sběracích kroužků.

Řešení se stálou orientací akcelerometrů umožňuje jednodušší vyhodnocování změny polohy z naměřených zrychlení a je z obou možností starší. Mechanické provedení kvalitních gyroskopů je složité a kvůli požadavkům na jeho preciznost poměrně drahé. Díky tomu, že jedinými měřeními jsou zrychlení pevně orientovaných akcelerometrů, vykazovalo toto řešení dlouhou dobu vyšší přesnost.

Při nepravděpodobné, ale teoreticky možné posloupnosti manévru může dojít k takovému natočení jednotlivých prstenců závěsu do jediné roviny, že další rotace podle osy kolmé na tuto rovinu násilně otočí osou setrvačniku. Taková situace, v níž mechanický gyroskop selhává, se označuje jako *gimbal lock*.

### 3.4.2 INS s akcelerometry pevně spojenými se zařízením

Při řešení s akcelerometry pevně spojenými se zařízením (*strapdown*) se využívá gyroskopů nikoliv k udržení stálé orientace, ale k měření relativního otočení robota. Takové gyroskopy, poskytující informaci o rychlosti otáčení kolem jedné osy, mohou pracovat na různých fyzikálních principech:

- Optické gyroskopy, využívající Sagnacova jevu, tedy závislosti interference dvou paprsků procházející kruhovou drahou oběma směry na fyzické rotaci takového zařízení, a to:

- vláknové optické gyroskopy, využívající cívku optického vlákna, u kterých se rotace projevuje fázovým posunem,
- kruhové laserové gyroskopy, u kterých se rotace trojúhelníkové nebo čtvercové optické dráhy tvořené několika zrcadly projevuje rozdílem frekvencí protisměrných paprsků.
- Piezoelektrické, měřící Coriolisovu sílu, která působí na nuceně vibrující součást gyroskopu, pokud je gyroskopem otáčeno. Tyto senzory se vyrábějí v provedení MEMS (*mikro elektro-mechanické systémy*) jako běžné součástky velikosti a podoby běžných integrovaných obvodů. [16]

Řešení s akcelerometry pevně spojenými se zařízením je mechanicky mnohem jednodušší a proto také levnější než řešení s pevnou orientací akcelerometrů v prostoru. Daní za něj je jednak nutnost měřit nejen zrychlení, ale také úhlové rychlosti otáčení, jednak potřeba přepočítávat naměřená zrychlení do pevného souřadného systému podle aktuálního natočení akcelerometrů. Přesnost záleží na použité technologii, kruhové laserové gyroskopy svou přesností předčí i velmi kvalitní mechanické gyroskopy [17]. Výhodou piezoelektrických gyroskopů pro použití v robotice jsou kromě příznivé ceny také jejich malé rozměry.

### 3.4.3 Vlastnosti inerciálních navigačních systémů

Zdánlivě jednoduchý princip inerciální navigace, doposud zdánlivě limitovaný jenom omezenou přesností použitých senzorů, se musí vypořádat i s několika problémy, vyplývajícími z podstaty jeho fungování.

Problémem prvním je zemská přitažlivost, která způsobuje, že akcelerometry ve svislém směru neměří pouze vertikální zrychlení, nýbrž součet skutečného vertikálního zrychlení a gravitace. Gravitační složku je proto potřeba z hodnoty akcelerometru před dalším zpracováním opět odečíst. V běžných robotických aplikacích lze naštěstí předpokládat, že je gravitační zrychlení téměř konstantní, obecně to ale pro inerciální navigační systémy neplatí – například v letectví.

Druhým problémem je rotace zeměkoule. Ta se otáčí rychlostí  $15^\circ$  za hodinu kolem vlastní osy a  $0,041^\circ$  za hodinu kolem slunce. Gyroskopy ale zajišťují stálou orientaci nebo měří změnu orientace v prostoru, nikoliv vůči zeměkouli, takže je

s rotací Země potřeba při zpracování hodnot počítat. Možným náhradním řešením je použít gyrokompas, který je konstruován tak, aby byl gravitační silou udržován v rovině rovnoběžné s hladinou moře. V důsledku toho se osa rotujícího setrvačníku zorientuje a udržuje orientaci rovnoběžně s místním poledníkem (s drobnou chybou, vyčíslitelnou z aktuální zeměpisné šířky a ze směru a rychlosti pohybu).

Třetí potíží, pro mobilní robotiku zásadní, je rozlišení a citlivost použitých akcelerometrů. Při pozvolných změnách rychlosti nebo otáčení v nízkých rychlostech jsou zrychlení ovlivňující polohu robota velmi malá. Kvůli nízkému poměru signálu a šumu je pak lokalizace založená jen na inerciální navigaci velice nepřesná. Šum přitom není způsoben jenom nedokonalostí akcelerometrů, ale též pohybem mobilního robota po nedokonale rovném povrchu.

Prostředky relativní lokalizace, inerciální navigační systémy nevyjímaje, společně se znalostí počáteční pozice zpravidla nebývají pro lokalizaci dostačující. Ve výjimečných aplikacích tomu tak ale být může. Příkladem je vojenské využití v některých autonomních raketových zbraňových systémech, u kterých je doba provozu (t.j. letu rakety) dlouhá nanejvýš v řádu desítek sekund, během nichž akumulovaná chyba nepřekročí požadovanou přesnost. Dnes už se ale typicky i v této oblasti lokalizační techniky kombinují.

### **3.5 Shrnutí kapitoly**

V této kapitole jsme se seznámili se všemi běžně používanými prostředky relativní lokalizace, počínaje navigací výpočtem, ze které všechny tyto metody myšlenkově vycházejí.

Podrobně jsme se zabývali odometrií, která má díky svým vlastnostem, tedy nízké ceně a relativní jednoduchosti na straně jedné a vysoké přesnosti a slušné spolehlivosti na straně druhé pro mobilní robotiku klíčový význam. V aplikacích, ve kterých lze předpokládat pohyb robota po přiměřeně rovném povrchu, je odometrie technikou nejvhodnější a v praxi také nejpoužívanější. Nutnou podmínkou pro její fungování je možnost přepočítání naměřeného otáčení kol na pohyb robota; v případech, kdy tento předpoklad není naplněn, je nutné použít jinou techniku.

V části o odometrii jsme také detailně rozebrali jednotlivé typy pojezdů mobilních robotů. Kromě popisu metod pro výpočet relativní změny polohy robota

za základě encodery naměřených dat jsme se zabývali také přednostmi a nevýhodami jednotlivých konstrukcí – každý model pojezdu představuje jistý kompromis mezi jednoduchostí, obratností (schopností manévrovat), stabilitou, průchodností terénem a přesností odometrie. Volba vhodného pojezdu proto záleží na konkrétní aplikaci a z ní plynoucích prioritách jednotlivých výše uvedených vlastností.

V následující části jsme popsali další metody relativní lokalizace – odhad pozice z bezkontaktně naměřené rychlosti Dopplerovskými senzory a optické snímkování povrchu pod robotem. I tyto v praxi méně používané metody mohou ve specifických případech najít svoje použití, zejména tehdy, je-li jako vnější reference k dispozici plocha pod robotem, ale už není možné použít mechanické senzory k detekci pohybu robota vůči této ploše.

Nakonec jsme se věnovali inerciální navigaci, která jako jediná z technik relativní lokalizace žádnou vnější referenci nepotřebuje a je ji tedy možné použít i pokud žádná použitelná vnější reference není k dispozici. Ač je metoda v principu jednoduchá, její implementace je výpočetně i technicky náročná. Její slabinou je také závislost velikosti akumulované chyby na čase, na rozdíl od většiny výše uvedených technik, u nichž roste tato chyba jen s ujetou vzdáleností. Přesto může být pro některé aplikace v mobilní robotice inerciální navigace vhodnou volbou, obzvlášť pak v případech, kdy použití jiných popsaných technik relativní lokalizace není možné.

Vysvětlili jsme také, že naprosto všechny techniky relativní lokalizace jsou kvůli inkrementálnímu způsobu výpočtu pozice řetězením jednotlivých dílčích změn zatížené akumulací chyby lokalizace, která roste s ujetou vzdáleností nebo s časem. Samotná relativní lokalizace proto může poskytovat dobrý odhad pozice pouze krátkodobě, kvůli čemuž je často kombinována s dalšími metodami, které budou popsány v následující kapitole.

## 4 Prostředky absolutní lokalizace

Úkolem prostředků absolutní lokalizace je určit absolutní polohu robota, a to na základě jednorázového měření, tedy nezávisle na měřeních předcházejících. Určená poloha má přitom zpravidla podobu hustoty pravděpodobnosti výskytu robota na jednotlivých pozicích prostoru, ve kterém se má robot lokalizovat – je tedy odhadem polohy ve smyslu kapitoly 2.2. Charakter odhadu polohy získaného pomocí prostředků absolutní lokalizace může být různý: úplný (obsahující souřadnice i orientaci robota) nebo částečný (například pouze souřadnice bez orientace), unimodální nebo multimodální.

Prostředky absolutní lokalizace se dobře doplňují s prostředky relativní lokalizace, diskutovanými v minulé kapitole. Díky využití jednorázového měření netrpí prostředky absolutní lokalizace – na rozdíl od prostředků lokalizace relativní – problémem akumulující se chyby, a mohou tak sloužit k opravě odhadu polohy v korekčním kroku. Na druhou stranu – opět na rozdíl od prostředků relativní lokalizace – však nemusí být prostředky absolutní lokalizace dostupné ve všech částech prostoru nebo v každém časovém okamžiku.

V této kapitole představíme různé techniky absolutní lokalizace. Nejprve popíšeme a charakterizujeme různé třídy metod využívajících takzvané orientační body – význačné rysy v prostředí – podle kterých může robot zjistit svou absolutní polohu. Dále představíme techniky kontinuální lokalizace, pracující na odlišném principu, které dovolují opravit apriorní odhad polohy podle okamžitého výstupu senzorů monitorujících okolí robota. Závěrem také zmíníme prostředky použitelné k přímému měření orientace robota.

### 4.1 Lokalizace pomocí orientačních bodů

Jedním ze způsobů řešení problému absolutní lokalizace je lokalizace pomocí *orientačních bodů* (anglicky *Landmark Based Localization*). Orientačním bodem nebo prvkem<sup>8</sup> přitom může být jakýkoliv rys v prostředí, který je detekovatelný pomocí senzorů robota a jehož absolutní poloha v prostoru je robotovi známá.

---

<sup>8</sup> Český výraz *orientační bod* je trochu zavádějící, protože detekovatelný rys v prostředí (*landmark*) nemusí být pouze bodový – orientační prvky („landmarky“) mohou být také liniové nebo plošné.

Je-li k dispozici několik orientačních bodů současně, může robot odhadnout svou polohu pomocí *trilaterace*, tedy podle vzdáleností od jednotlivých orientačních bodů, nebo pomocí *triangulace*, která využívá naměřených úhlů. Výsledky lokalizace pomocí orientačních bodů je dále možné velmi dobře zpracovávat metodami pravděpodobnostní lokalizace, které umožňují výstupy jednotlivých lokalizačních technik vzájemně kombinovat.

Pod označením lokalizace pomocí orientačních bodů se skrývá řada lokalizačních metod, se kterými se podrobněji seznámíme v následujícím textu. V první úrovni lze tyto metody rozdělit podle toho, zda používají *aktivní* nebo *pasivní* orientační body.

#### **4.1.1 Aktivní orientační body**

Snadnou lokalizaci za cenu vyšších zřizovacích nákladů umožňují *aktivní orientační body*, někdy označované také jako *majáčky* (anglicky *beacons*), které aktivně vysílají signál nesoucí nějakou lokalizační informaci. K odhadu polohy v prostředí vybaveném majáčky postačuje robotovi signál vysílaný majáčkem přijmout a správně vyhodnotit. Alternativní přístup představují majáčky, které naopak přijímají signál vysílaný robotem a tento samy zpracovávají, anebo na něj robotovi jiným signálem odpovídají.

Hlavní výhodou této metody je relativní snadnost lokalizace, protože příjem signálu je pro robota poměrně jednoduchý. Nevýhodami lokalizace pomocí majáčků jsou naopak:

- potenciální nedostupnost lokalizace v některých částech – zejména složitě strukturovaného – prostředí, způsobená omezenou schopností šíření signálu,
- možnost nepřesné nebo chybné lokalizace, způsobené příjmem odraženého signálu namísto signálu původního,
- náklady na zřízení, provozování a údržbu systému majáčků, včetně jejich napájení atp.,
- chybějící informace o orientaci robota v odhadu polohy, je-li k lokalizaci využita trilaterace.

S praktickým využitím aktivních orientačních bodů se v praxi setkáme především ve vnějším prostředí při lokalizaci využívající globálních satelitních systémů nebo při lokalizaci ve vnitřních prostředích nevelkého rozsahu vybavených vlastními lokálními lokalizačními systémy.

#### **4.1.1.1 Globální satelitní systémy**

Satelitní navigační systémy umožňují přesnou absolutní lokalizaci na jakémkoliv místě pokrytém satelitním signálem. Přes velmi vysoké zřizovací i provozní náklady jsou zřizovány a provozovány vládami různých států, protože možnost spolehlivé lokalizace s přesností na desítky metrů až metry dostupná kdekoli na Zemi a v kterémkoli okamžiku má strategický význam. V této části stručně představíme satelitní navigační systémy na příkladu amerického systému GPS (*Global Positioning System*), vyvinutého a dodnes spravovaného americkou armádou, který byl však uvolněn i pro civilní použití a je dnes nejvýznamnějším dostupným řešením pracujícím v rutinním provozu.

Obdobné systémy provozují, připravují nebo plánují také Rusko (*GLONASS – Globalnaja Navigacionnaja Sputnikovaja Sistema*), Čína (*Compass*) a Evropská unie, jejíž systém *Galileo* je na rozdíl od ostatních systémů navržen jako civilní. Na podobném principu, avšak s menším množstvím satelitů, fungují i regionální satelitní systémy pokrývající pouze část plochy Země, které provozují nebo připravují Japonsko, Čína, Francie nebo Indie.

Systém GPS je tvořen třemi segmenty: kosmickým, uživatelským a řídicím. Kosmický segment představují družice obíhající po pravidelných drahách kolem Země, které nepřetržitě vysílají rádiový signál, jehož součástí je mimo jiné i přesný čas a informace o vlastní poloze družice. Uživatelský segment tvoří vojenské nebo civilní přijímače, které jsou schopné tento signál přijmout a vyhodnotit. Řídicí segment se skládá z pozemních stanic a je určen k monitorování družic a komunikaci s nimi, k nastavování informací o jejich přesné poloze, ke korekci chodu družicových atomových hodin a také k ovládání družic. Při případném zničení stanic řídicího segmentu, včetně stanic záložních, uvažovaném pro případ válečného konfliktu, je systém GPS schopen autonomního fungování po dobu až 180 dní [18].

Proces lokalizace lze zjednodušeně popsat následovně: na jednotné nosné frekvenci vysílají jednotlivé družice různé dálkoměrné kódy tvořené slabým pseudonáhodným radiovým signálem. Přijímač, který tyto kódy zná, je schopen signál přijmout a vyhodnotit. Pokud by byly hodiny přijímače a družic přesně synchronizovány, stačilo by přijímači k určení polohy změřit, jak dlouho trvala cesta signálu ze tří pozorovaných družic – průnikem povrchu tří koulí jsou sice dva body, ale pouze jeden z nich leží poblíž povrchu Země. Protože ale přijímač používá běžné křemíkové hodiny, které na rozdíl od přesných družicových atomových hodin synchronizované nejsou, je při lokalizaci vždy potřeba určovat kromě souřadnic v prostoru také přesný čas. K určení hodnoty těchto čtyř neznámých jsou proto nutná měření ze čtyř různých družic. Vzhledem k rychlosti šíření elektromagnetického signálu, rychlosti pohybu satelitů a různé velikosti gravitace na Zemi a na oběžných drahách je třeba navíc při výpočtech postupovat podle zákonů relativistické fyziky.

Kromě výše popsaného signálu, jehož dálkoměrné kódy určené pro volné civilní použití jsou všeobecně známé, vysílají všechny družice na jiné, vyšší frekvenci obdobné, ale šifrované kódy, určené zejména pro vojenské využití. Ty umožňují vyšší přesnost lokalizace a v kombinaci s „civilním“ signálem jsou odolné i vůči chybám způsobeným frekvenčně závislým lomem radiového signálu v ionosféře. Šifrování signálu poskytuje nejen ochranu před neoprávněným používáním přesnější lokalizace, ale také znemožňuje případné podvržení šifrovaného lokalizačního signálu nepřitelem.

Využití GPS je nejenom v robotice poměrně snadné – na trhu jsou běžně dostupné *GPS moduly* zajišťující příjem i vyhodnocení signálu GPS, vybavené standardizovaným komunikačním rozhraním, pomocí kterého je lze propojit s řídicím systémem robota. Kromě informací o poloze samy poskytují i odhad přesnosti odhadu polohy v závislosti na počtu zaměřených satelitů a kvalitě jejich signálu. Problém GPS ale představuje jeho přesnost pohybující se v řádech metrů, která není v mnoha případech pro využití v robotice dostatečná (například má-li robot za úkol jezdit v pravé polovině chodníku pro pěší).

Pro zvýšení přesnosti standardní GPS lokalizace je možné využít techniku *diferenciální GPS (DGPS)*. Ta využívá *referenčních stanic* – přijímačů GPS umístěných na známých souřadnicích. Z rozdílu skutečné a naměřené polohy



vypočítávají referenční stanice korekci, kterou různými cestami (přes Internet, rádiově, mobilními datovými sítěmi atd.) poskytují uživatelským přijímačům GPS v blízkém okolí, které podle nich mohou provádět opravu vlastní naměřené polohy. Kromě zřízení vlastní referenční stanice je možné využít již existujících sítí referenčních stanic provozovaných soukromými firmami, státními organizacemi (např. Zeměměřickým úřadem [25]) nebo vědeckými institucemi.

#### **4.1.1.2 Lokální lokalizační systémy**

Lokální lokalizační systémy nacházejí svoje uplatnění tam, kde nejsou globální satelitní systémy dostupné, tedy typicky uvnitř budov, nebo tam, kde není přesnost globálních satelitních systémů pro konkrétní aplikaci dostačující. Ačkoliv lokální lokalizační systémy používají mnohem jednodušší a tedy i levnější technologie, veškeré náklady na jejich zřízení a provoz nese jejich provozovatel sám, tedy včetně nákladů na rozmístění a provoz stacionárních majáčků.

Konfigurace jednotlivých lokálních lokalizačních systémů mohou být různé – systémy mohou využívat jak triangulaci, realizovanou například pomocí rotujícího laseru umístěného na robotovi, tak trilateraci, u které je při návrhu systému potřeba rozhodnout, zda je v konkrétní situaci vhodnější, aby robot pasivně přijímal lokalizační signál vysílaný majáčky, nebo mají-li majáčky přijímat signál vysílaný robotem. Poslední možností jsou majáčky, jenž signál pouze odrážejí, které sice patří spíše k pasivním lokalizačním systémům, nicméně lokalizace jejich prostřednictvím funguje na stejném principu.

Pro určování vzdáleností využívající měření zpoždění signálu při jeho průchodu prostředím se v lokálních lokalizačních systémech často používají ultrazvukové vlny, u kterých je toto zpoždění dobře měřitelné díky jejich rychlosti. Ta je závislá na teplotě i vlhkosti vzduchu, při 20 °C je přibližně rovna 343 m/s. Nevýhodou ultrazvukových vln je jejich poměrně krátký dosah a výskyt nežádoucích odrazů. Naproti tomu rychlost šíření elektromagnetického signálu lze v podmínkách lokálních lokalizačních systémů považovat za nekonečnou. Elektromagnetické záření, ať už rádiové, infračervené nebo laserové, lze proto dobře využít k synchronizaci hodin v majáčcích a robotovi.

Ačkoliv je pro bodovou lokalizaci robota v rovině potřeba změřit vzdálenost dvou nebo tří majáčků současně, v závislosti na jejich rozmístění, ani změření vzdálenosti mezi robotem a jedním jediným majáčkem není pro lokalizaci bezcenné. Stejně jako u dalších, níže popsaných technik lze při použití vhodných metod pravděpodobnostní lokalizace využít toto měření k lokalizaci robota na kružnici nebo její části. Je-li to třeba, lze tedy přesnou polohu robota odhadnout, i pokud budou měření vzdáleností k jednotlivým majáčkům dostupná postupně.

## **4.1.2 Pasivní orientační body a prvky**

Alternativou k aktivním orientačním bodům jsou body a prvky pasivní, tedy takové, které samy nevysílají ani nepřijímají žádný signál. Jedinými požadavky na pasivní orientační body a prvky je jejich způsobilost být detekován robotem a vlastní umístění na pozici, která je robotovi známá.

Rozpoznání pasivních orientačních prvků, například pomocí počítačového vidění, je náročnější úloha než příjem lokalizačního signálu z aktivního orientačního bodu. To je příčinou vyšší výpočetní náročnosti, větší chybovosti a menší spolehlivosti, případně omezenější dostupnosti tohoto způsobu lokalizace. Tyto nevýhody jsou ale na druhé straně vyváženy nižšími náklady na rozmístění a údržbu *umělých pasivních orientačních prvků*, respektive nulovými náklady při využití *přirozených pasivních orientačních prvků*.

### **4.1.2.1 Umělé pasivní orientační prvky**

Umělé pasivní orientační prvky jsou člověkem vytvořené prvky rozmístěné v prostředí, navržené tak, aby byly dobře rozpoznatelné. Těmito prvky jsou typicky retroreflexní plochy, čárové kódy nebo kontrastní geometrické obrazce. Tato metoda je využívána zejména v interiérech administrativních nebo průmyslových objektů, kde lze tyto prvky dobře umístit.

K rozpoznání umělého pasivního orientačního prvku je nutná přímá viditelnost mezi tímto prvkem a robotem. K vizuálnímu rozpoznání prvku využívajícímu počítačové vidění je navíc potřeba dostatečné osvětlení – to lze v některých prostředích předpokládat, nebo si ho v omezené míře může robot zajišťovat sám. I při dokonalé viditelnosti a osvětlení spolehlivost rozpoznání a zaměření pasivního

orientačního prvku klesá s rostoucí vzdáleností, při níž se zdánlivá velikost orientačního prvku zmenšuje.

Zvláštním případem umělých orientačních bodů jsou *bodové a liniové informační prvky* detekovatelné pouze v bezprostřední blízkosti robota, například při průjezdu robota nad takovým prvkem. Tyto prvky na jedné straně dovolují lokalizaci pouze v malé části prostoru, na straně druhé v těchto místech poskytují o poloze robota velice přesnou a spolehlivou informaci. Bodové informační prvky mohou být realizovány například pomocí optických značek, čárových kódů nebo RFID čipů. K bodovým informačním prvkům patří i tzv. balízy, které se používají pro lokalizaci v drážní dopravě při automatickém vedení vlaku.

Kromě bodových informačních prvků se v praxi používají i informační prvky liniové, například pro navigaci robotů v průmyslových halách. Lokalizace robota pohybujícího se po vyznačených vodících liniích je jednodušší než obecný problém lokalizace v prostoru, protože robota stačí lokalizovat v hranách a vrcholech grafu, které tyto linie tvoří. Provedení vodících linií může být různé, od magnetických přes indukční prvky až po prosté barevné vodící čáry, nevyžadující zásah do konstrukce pojížděné plochy.

#### **4.1.2.2 Přirozené pasivní orientační prvky**

Přirozené orientační body a prvky jsou rozpoznatelné rysy, které jsou přirozenou součástí existujícího prostředí a které jsou od okolního prostředí dostatečně odlišné, aby mohly být snadno detekovány pomocí senzorů robota. V interiérech mohou být těmito prvky dveře, světla nebo rohy místností, v exteriérech pak stromy, cesty či dopravní značky. Absence nutnosti přizpůsobovat prostředí robotovi pro umožnění lokalizace je zásadní předností této metody.

Na rozdíl od ostatních orientačních prvků nebývají často pasivní orientační prvky unikátní – více vzájemně nerozpoznatelných přirozených prvků stejného druhu se typicky může nacházet na více různých pozicích. To ale při volbě vhodné metody pravděpodobnostní lokalizace nepředstavuje zásadnější problém.

Podstatnějším problémem je ale samotné rozpoznávání přirozených orientačních prvků. To je složité, výpočetně náročné a omezeně spolehlivé z následujících příčin:

- Přírozené prvky jsou obecně hůře rozpoznatelné než prvky umělé, navržené ke snadnému rozpoznání. Obzvláště to platí pro přírozené prvky přírodního původu, například stromy, které nemají stálou ani snadno popsatelnou podobu.
- V přírozeném prostředí nemá robot obvykle žádnou kontrolu nad úrovní a změnami osvětlení. To může představovat problém už při snímání okolí robota pomocí kamery. Tento problém částečně řeší, pokud si osvětlení scény může ve svém okolí zajišťovat robot sám.
- Protože do přírozeného prostředí není provozovatelem robota kvůli lokalizaci nikterak zasahováno, existuje riziko, že případné změny v prostředí způsobené v průběhu času jinými vlivy nebudou řádně zahrnuty do informací, podle kterých se robot lokalizuje.

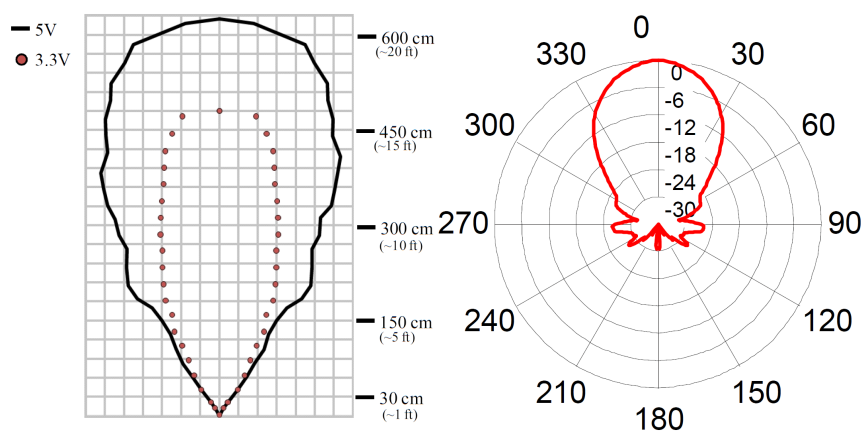
Speciální případ přírozených pasivních orientačních prvků představují stěny a jiné překážky, vyskytující se v prostředí. Na rozdíl od výše zmíněných přírozených orientačních prvků je lze detekovat poměrně snadno pomocí sonarových, infračervených či laserových dálkoměrů, nebo dokonce pomocí dotykových senzorů. Tato měření nedokáží identifikovat konkrétní stěnu nebo překážku, ale pouze změřit vzdálenost od ní, a to podle konfigurace senzoru nebo senzorů v jednom či více směrech.

Podoba sensorického modelu pro takováto měření je zpravidla dost složitá, hodnoty sensorického modelu se proto typicky určují za běhu přímo z mapy prostředí pomocí ray-tracingu. Ke korekci odhadu polohy je potom nutná taková metoda pravděpodobnostní lokalizace, která si neklade předpoklady vylučující takto obecný tvar sensorického modelu.

Senzorický model by měl navíc uvažovat i možné problémy s přesností použitých senzorů:

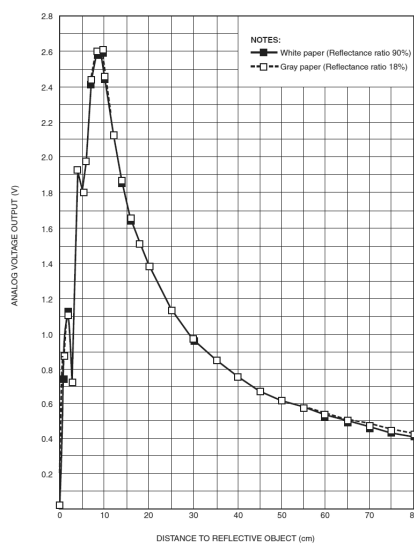
- Sonarové (ultrazvukové) dálkoměry mohou vykazovat nepřesnosti způsobené nestálou rychlostí zvuku při různé teplotě a vlhkosti vzduchu. Chyby měření mohou způsobit také materiály pohlcující zvuk, problém představují i možné vícenásobné odrazy ultrazvukového signálu. Vyřazovací charakteristika sonarových dálkoměrů navíc není přímka nebo kužel, ale je tvořena jedním

hlavním a případně i několika vedlejšími laloky. Výsledkem měření dálkoměru je vzdálenost k nejbližšímu objektu, od kterého se ultrazvukový signál odrazil. Některé sonarové dálkoměry také nedokáží detekovat objekty bližší, než je výrobcem specifikovaná minimální vzdálenost.



Obrázek 4.1: Ukázka vyzářovací charakteristiky ultrazvukových dálkoměrů MB1200 a 400PT160. Převzato z [19] a [26].

- Infračervené dálkoměry mohou poskytovat nespolehlivé výsledky, pokud se v prostředí vyskytnou překážky s tmavými povrchy, které infračervený paprsek pohltí, nebo naopak s povrchy lesklými, které paprsek odrážejí mimo senzor. Rozsahem měřitelných vzdáleností se infračervené dálkoměry doplňují s dálkoměry sonarovými, kvůli čemuž se občas používají společně a jejich výsledky se kombinují.



Obrázek 4.2: Ukázka závislosti výstupu infračerveného dálkoměru Sharp a měření vzdálenosti. V bezprostřední blízkosti senzoru je závislost nemonotónní. Převzato z [20].

- Laserové dálkoměry jsou nejpřesnější a také nejdražší, jejich vyzařovací charakteristika umožňuje přesně změřit vzdálenost k nejbližší překážce na přímce. Tyto senzory typicky neměří vzdálenost v jediném bodě, ale jejich paprsek je rozkmitán v rovině, díky čemuž dokáží prakticky paralelně měřit vzdálenosti v celém intervalu úhlů. Díky tomu lze jeden senzor chápat jako několik různě orientovaných virtuálních dálkoměrů. Těchto vlastností plně využívá zejména technika kontinuální lokalizace, popsaná v 4.2.

Počet různých pozic v prostoru, ve kterých lze výhradně pomocí této techniky určit jednoznačně polohu robota, je zpravidla poměrně malý až nulový. Při znalosti apriorní polohy robota, případně s využitím ještě nějaké další metody absolutní lokalizace, představuje ale tato technika poměrně spolehlivý, jednoduchý a levný způsob, jak odhadnout absolutní polohu robota.

## 4.2 Kontinuální lokalizace

Jiný přístup představují techniky kontinuální lokalizace, založené na hledání korespondence mezi robotovi známou mapou prostředí a aktuálním výstupem senzorů monitorujících okolí robota, takzvaným aktuálním scanem. Tento *scan* je tvořen množinou dvojic  $(\alpha_i, r_i)$ , kde  $r_i$  je vzdálenost k nejbližší překážce ve směru daném úhlem  $\alpha_i$  vůči ose robota. K jeho získání se nejčastěji používá laserový dálkoměr (*lidar*). Běžný rozsah těchto dálkoměrů je  $\pm 90^\circ$  od své osy, rozlišení  $1^\circ$  nebo lepší.

Podstata lokalizace pomocí této metody spočívá v maximalizaci hodnoty funkce ohodnocující úroveň korespondence transformovaného aktuálního scanu a mapy prostředí. Z nejlepší nalezené transformace, tedy z výsledného posunutí a otočení aktuálního scanu, se pak určí nová nejpravděpodobnější poloha robota. Výsledným aposteriorním odhadem je tedy jeden bod, nikoliv hustota pravděpodobnosti.

Řešení se hledá iterativně. Protože takové řešení obecně konverguje jenom lokálně, potřebuje algoritmus při inicializaci kromě aktuálního scanu a mapy prostředí znát také apriorní odhad polohy robota. Z tohoto důvodu jsou techniky kontinuální lokalizace vhodné pouze pro sledování pozice (*tracking*), nikoliv pro globální lokalizaci.

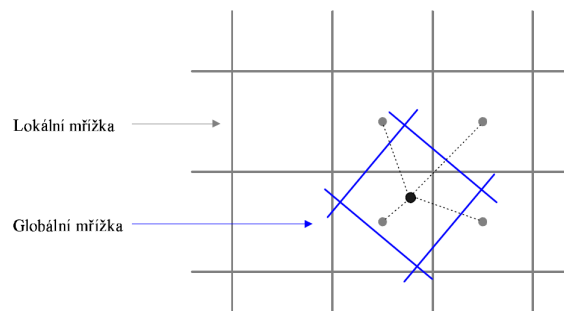
## 4.2.1 Lokalizace pomocí pravděpodobnostních mřížek

Pokud je mapa prostředí reprezentována mřížkou obsazenosti, je možné robota lokalizovat hledáním korespondence dvou pravděpodobnostních mřížek: globální mřížky, představující známou mapu prostředí, a lokální mřížky, která vznikne úpravou scanu z polárních do kartézských souřadnic. Orientace lokální mřížky přitom odpovídá okamžité orientaci robota.

Problém lokalizace následně spočívá v nalezení takové transformace, tedy takovém posunutí a otočení lokální mřížky, aby se korespondence mezi jednotlivými mřížkami maximalizovala. Formálně lze problém vyjádřit jako

$$\max_t \text{corr}(t(L), G),$$

kde  $L$  a  $G$  jsou lokální a globální mřížka,  $t$  je hledaná transformace a  $\text{corr}$  je vhodně zvolená korelační funkce, vyjadřující podobnost obou mřížek [21].



Obrázek 4.3: Problém přiřazení odpovídajících si buněk globální a lokální mřížky při jejich rozdílné orientaci. Převzato z [21].

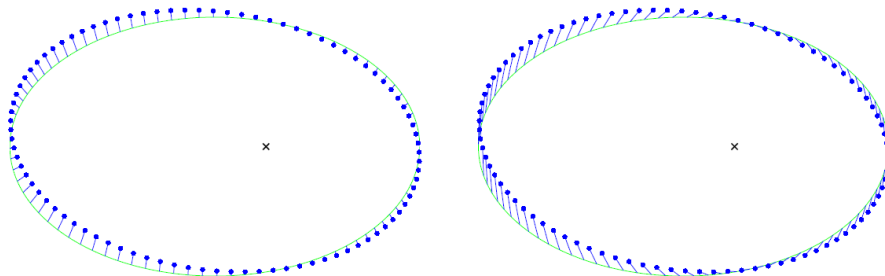
Korelační funkce se počítá po jednotlivých odpovídajících si dvojicích buněk z obou mřížek. Vzhledem k tomu, že kvůli rozdílné orientaci mřížek dvojice buněk nelicují přesně, je třeba stanovit, která buňka z  $L$  odpovídá které buňce z  $G$ . Nejjednodušší řešení přiřazuje buňce z  $G$  takovou buňku z  $L$ , která obsahuje její geometrický střed. Lepším řešením je lokální mřížku interpolovat a buňce z  $G$  přiřadit fiktivní buňku z lokální mřížky, jejíž hodnota bude váženým součtem skutečných buněk z  $L$ , které mají s párovanou buňkou z  $G$  neprázdný průnik. Díky tomu bude korelační funkce diferencovatelná, což usnadní nalezení takové transformace, pro kterou nabývá korelační funkce svého maxima. Nevýhodou této metody je časová složitost úměrná počtu buněk mřížky, a to v každém kroku iterativního hledání řešení.

## 4.2.2 Scan Matching

Další skupina technik kontinuální lokalizace je založena na hledání korespondence mezi hrubým, nepředzpracovaným aktuálním scanem a tzv. referenčním scanem. Referenčním scanem může být buď dříve zaznamenaný scan, pořízený z dobře známé polohy robota, nebo může být za běhu vypočítán simulací pomocí ray-tracingu a známé geometrické mapy prostředí.

Algoritmus pro nalezení korespondence mezi aktuálním a referenčním scanem, prezentovaný v [21], postupuje následovně:

1. Referenční scan se interpoluje lomenou čarou, a to tak, že se sousedící body původního referenčního spojí úsečkami.
2. Pro každý bod aktuálního scanu se určí jemu odpovídající bod na lomené čáře interpolující referenční scan.
3. Pro celý aktuální scan se nalezne taková transformace (otočení a posunutí), aby součet kvadrátů vzdáleností dvojic odpovídajících si bodů byl minimální.
4. Dokud řešení nekonverguje, iterativně se pokračuje od fáze 2.



Obrázek 4.4: Ilustrace pravidla nejbližšího bodu (vlevo) a pravidla podobného rozsahu (vpravo) pro nalezení dvojic odpovídajících si bodů. Křížek označuje polohu robota, modré body aktuální scan a zelená čára interpolovaný referenční scan. Převzato z [21].

Určit odpovídající si body ve druhé fázi algoritmu je možné více způsoby:

- podle pravidla nejbližšího bodu (*closest point rule*), které páruje takové dvojice bodů, které mají nejmenší vzájemnou vzdálenost, nebo
- podle pravidla podobného dosahu (*matching range point*), které páruje takové dvojice bodů, jejichž vzdálenost od robota je přibližně shodná.



Vzhledem k tomu, že aplikace prvního z pravidel dobře řeší otázku posunutí, ale špatně se vyrovnává s rotací, zatímco při aplikaci druhého pravidla je tomu přesně obráceně, se obě tato pravidla při hledání řešení obvykle vzájemně kombinují.

Techniky kontinuální lokalizace uvedené v této části nepředstavují vyčerpávající výčet technik této kategorie a jejich různých variant. Popis dalších specializovaných metod, používajících například extrakci hranic objektů ze sensorického scanu a jejich porovnání s geometrickou mapou, je možno nalézt v [21], a to včetně referencí na primární literaturu.

### **4.3 Měření orientace**

Část výše popsaných prostředků absolutní lokalizace dokáže určit nebo odhadnout pouze umístění robota v prostoru, aniž by poskytly jakoukoliv informaci o orientaci robota. Orientace je ovšem nedílnou součástí odhadu polohy a má zásadní význam pro jeho aktualizaci v korekčním kroku. Se znalostí absolutní orientace lze také vyřešit problém absolutní lokalizace v situacích, ve kterých nejsou ostatní sensorické informace dostatečné k jednoznačné lokalizaci robota.

Naštěstí je často možné absolutní orientaci robota zjistit přímo, a to pomocí geomagnetických senzorů (kompasů), které měří směr magnetického pole Země a převádějí ho na dále zpracovatelný elektrický signál. Geomagnetické senzory mohou pracovat na různých fyzikálních principech (viz [10]), dvě zásadní vlastnosti mají ale společné:

- naměřená orientace je vztažená vůči magnetickému pólu Země,
- jsou náchylné ke zkreslení výsledku měření v důsledku rušení magnetického pole, například v blízkosti konstrukcí z feromagnetických kovů nebo elektrických vedení a strojů.

Alternativním senzorem je gyrokompas, který na rozdíl od geomagnetických senzorů detekuje skutečný, nikoliv magnetický sever a není závislý na rušení magnetického pole.

## 4.4 Shrnutí kapitoly

V této kapitole jsme představili různé prostředky absolutní lokalizace, poskytující odhad absolutní pozici robota v prostoru, bez ohledu na události a stavy, které dosažení této pozice předcházely. Díky tomu umožňují prostředky absolutní lokalizace opravovat odhad polohy získaný technikami relativní lokalizace, který je zatížený akumulující se chybou.

Nejprve jsme se věnovali technikám lokalizace pomocí orientačních bodů, a to v zásadě v pořadí od technik nejnáze použitelných, vyžadujících ale budování a provozování nákladné pomocné infrastruktury, k technikám na použití složitějším, které však nevyžadují žádné, anebo jen minimální úpravy prostředí.

V části o lokalizaci pomocí aktivních orientační prvků jsme na příkladu GPS popsali globální satelitní systémy, které poskytují přesnou a spolehlivou lokalizaci ve vnějším prostředí kdekoliv na světě. Jejich přesnost lze přitom ještě zvýšit prostřednictvím referenčních stanic. Nezanedbatelnou předností GPS je také možnost bezplatného používání jeho infrastruktury. Alternativou pro lokalizaci v místech, kde není možný příjem družicového signálu, nebo kde přesnost GPS nestačí, jsou pak lokální lokalizační systémy. Ty, ač zpravidla pracují na obdobném principu, tedy měření vzdálenosti ze zpoždění signálu při jeho průchodu prostředím mezi majáčkem a robotem, používají jednodušší a tedy i levnější technologie.

Dále jsme se zabývali lokalizací využívající pasivní orientační body, na které jsou kladeny pouze dva požadavky – orientační bod musí být detekovatelný robotem a musí být umístěn na robotovi známé pozici. Pasivní orientační body jsme přitom rozdělili na umělé, zřízené člověkem pro umožnění lokalizace, a přirozené, které jsou již součástí prostředí, v němž se má robot lokalizovat. Zmínili jsme také dva speciální případy pasivních orientačních prvků: bodové a liniové orientační prvky, umístěné typicky v podlaze, a lokalizaci pomocí přirozených překážek nacházejících se v prostředí. Metodám počítačového vidění, které také patří mezi často používané způsoby detekce pasivních orientačních prvků, jsme se kvůli komplexnosti této problematiky a omezenému rozsahu této práce věnovali pouze zmínkou.

V další části jsme se pak představili techniky kontinuální lokalizace, které absolutní polohu robota odhadují iterativně hledáním korespondence mezi známou

mapou prostředí a nasnímanou podobou skutečného okolí robota. Na rozdíl od předcházejících metod absolutní lokalizace nejsou zcela nezávislé na předcházejících měřeních, protože ke svému fungování potřebují znát apriorní odhad polohy robota. Proto jsou použitelné pouze pro sledování pozice, nikoliv pro globální lokalizaci.

V závěru kapitoly jsme se zabývali prostředky pro přímé měření orientace robota. Ty jsou užitečné v situacích, kdy použitá metoda absolutní lokalizace poskytuje pouze odhad pozice robota v prostoru, bez informace o jeho orientaci.

## 5 Další témata

V předcházejících částech této práce jsme předpokládali, že prostředí, ve kterém se má robot lokalizovat, je statické, tedy stálé a neměnné, přičemž jediným objektem, který se v tomto prostředí pohybuje nebo mění svůj stav, je lokalizující se robot. Zároveň jsme se doposud zabývali pouze lokalizací pasivní, která pro odhad polohy průběžně vyhodnocuje proud příchozích senzoričských dat, ale nijak nezasahuje do řízení robota.

V této kapitole se naopak budeme věnovat metodám lokalizace v dynamickém prostředí a systémům aktivní lokalizace. V závěru pak ještě stručně zmíníme dvě úlohy využívající spojení lokalizace s dalšími technikami.

### 5.1 Lokalizace v dynamickém prostředí

Lokalizace v dynamickém prostředí, jehož vlastnosti se v čase mění, čímž ovlivňují senzoričské vnímání robota, představuje složitější úlohu než problém lokalizace ve statickém prostředí, jehož řešením jsme se zabývali doposud. V čase se měnící vlastnosti prostředí mohou být různé – pohybující nebo přemísťující se cizí objekty, například jiní roboti, lidé nebo palety se zbožím, dveře, jež mohou být otevřeny či uzavřeny, nebo třeba kolísající úroveň osvětlení – pro lokalizaci ale všechny představují společný principiální problém: na jednom jediném místě může být senzoričské vnímání robota v různých časech rozdílné. Formálně popsáno to znamená nesplnění Markovovy vlastnosti (viz kapitola 2.1.1), jejíž splnění bylo předpokladem všech doposud popisovaných technik lokalizace ve statickém prostředí. Existují v zásadě tři přístupy, jak se při lokalizaci vyrovnat s dynamickým prostředím.

#### 5.1.1 Řešení spoléháním na robustnost

První možností je problém dynamického prostředí *neřešit* a spoléhat se na robustnost pravděpodobnostní lokalizace, která se s drobnými změnami v prostředí dokáže zpravidla vyrovnat, stejně jako se vyrovnává s příležitostnými chybami v měření senzorů. Toto „řešení“ sice není principiálně správné, v některých případech ale může být plně postačující.

V prostředích s vyšším výskytem dynamických změn bude ale tento přístup příčinou selhání lokalizace. Příkladem může být robot ve volném prostoru náhle obestoupený řadou živých diváků. Robot, který se bude snažit opravit svůj odhad polohy tak, aby odpovídal statickému modelu světa, který živé diváky neobsahuje, a stavu senzorů, které detekují překážku bezprostředně vedle robota, tedy nejspíš bude nesprávně považovat diváky za zeď a svou svou domnělou určí polohu při některé zdi obsažené v modelu světa.

### 5.1.2 Řešení filtrováním sensorických měření

Druhou možností je *filtr*ovat ta ze sensorických měření, u kterých lze předpokládat, že jsou ovlivněna dynamickými rysy prostředí, kvůli čemuž neodpovídají statickému popisu světa, vůči němuž se má robot lokalizovat. Zahozením těchto měření se zabrání selhání lokalizace v případech podobných výše uvedenému příkladu. Například podle [22] a [23] lze sensorická data filtrovat těmito způsoby:

Na data z jakéhokoliv absolutního senzoru lze aplikovat tzv. *entropy filter*, který zajišťuje, aby se zahrnutím nového měření nezvyšovala nejistota odhadu polohy. Nejistota odhadu polohy je přitom vyjádřena pomocí tzv. *entropie*, definované takto:

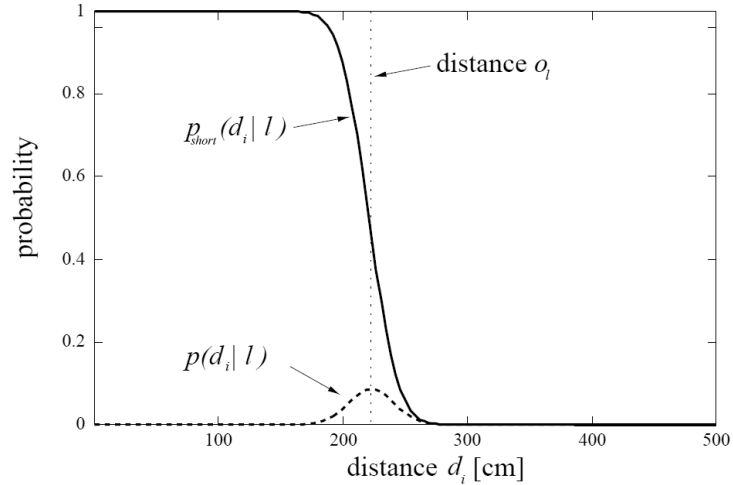
$$H(l) = - \int Bel(l) \log(Bel(l)) dl \quad (5.1)$$

Pro ideální jednobodový odhad polohy je  $H(l) = 0$ , čím je naopak odhad polohy neurčitější, tím je  $H(l)$  vyšší. Změnu entropie po zahrnutí absolutního měření  $z$  lze vyjádřit jako

$$\Delta H(l|z) = H(l|z) - H(l)$$

Pokud je  $\Delta H(l|z) > 0$ , tedy pokud by zahrnutí absolutního měření  $z$  v korekčním kroku entropii zvýšilo, bez náhrady se toto měření zahodí.

Na data z dálkoměrných senzorů, měřících vzdálenost nejbližších překážek od robota, lze aplikovat tzv. *distanční filtr*, který vyřadí všechna měření, která jejichž hodnota je s vysokou pravděpodobností menší, než jaká odpovídá očekávané vzdálenosti nejbližší překážky obsažené ve statickém modelu prostředí, a které jsou tedy pravděpodobně způsobeny detekováním nemodelovaného objektu nebo chybou měření.



Obrázek 5.1: Pravděpodobnosti výstupů senzoru  $p(d_i | l)$  a pravděpodobnost naměření kratší než očekávané vzdálenosti  $p_{short}(d_i | l)$ . Převzato z [23].

Jsou-li  $d_1$  až  $d_n$  možné výstupy dálkoměrného senzoru a  $p(d_i | l)$  pravděpodobnost naměření hodnoty  $d_i$  v poloze  $l$  vzdálené  $o_l$  od nejbližší překážky obsažené v modelu světa, potom

$$p_{short}(d_i | l) = 1 - \sum_{j \leq i} p(d_j | l)$$

vyjadřuje pravděpodobnost, že v poloze  $l$  naměřená hodnota  $d_i$  je menší než očekávaná vzdálenost  $o_l$ . Váženým průměrem přes všechny možné polohy pak získáme hledanou pravděpodobnost, že naměřená hodnota  $d_i$  je menší než očekávaná vzdálenost, t.j. že byla naměřena vzdálenost k nemodelovanému objektu.

$$p_{short}(d_i) = \sum_l p_{short}(d_i | l) Bel(l)$$

Všechna měření, pro která je pravděpodobnost tohoto jevu vysoká, tedy  $p_{short}(d_i) > \gamma$  (přičemž vhodné  $\gamma$  podle [23] je rovno 0,99), se vyřadí.

Filtrováním sensorických měření na jedné straně brání selhání lokalizace, na druhé straně konzervuje představu robota o jeho poloze, což může zhoršit schopnost znovunalezení správné polohy při řešení problému uneseného robota. Na první pohled zajímavým vedlejším efektem této metody je schopnost robota lokalizovat se podle mapy neobsahující všechny detaily (například nábytek a další vybavení místností v kancelářském prostředí).

### 5.1.3 Řešení modelováním dynamických rysů

Třetí možností je všechny dynamické rysy prostředí *modelovat*, tedy detekovat okamžitý stav všech měnících se vlastností prostředí i všech cizích pohybujících se objektů a zahrnovat ho do popisu prostředí. Z takového popisu prostředí lze pak za běhu získávat aktuální pravděpodobnostní pohybový i senzorický model, s jejichž pomocí se robot lokalizuje obdobně jako v případě statického prostředí. Na rozdíl od případu statického prostředí nejsou ovšem tyto modely pevné, ale dynamicky se mění spolu s měnícím se prostředím.

Modelování dynamických rysů prostředí je řešením nejnáročnějším a samo o sobě představuje velmi komplexní problematiku. Ne vždy je ale možné nebo efektivní dynamické změny v prostředí modelovat.

## 5.2 Aktivní lokalizace

Na rozdíl od doposud popisovaných technik pasivní lokalizace, které nikterak nezasahují do přímého řízení robota, ale pouze vyhodnocují proud dostupných senzorických dat, na jeho základě vytvářejí aktuální odhad polohy a tento předávají vyšším vrstvám řídicí architektury robota, poskytuje aktivní lokalizace lokalizačnímu systému robota možnost převzít přímou kontrolu nad ovládáním robota, je-li to potřeba ke zlepšení odhadu polohy. Aktivní lokalizace se používá především v prostředích, která obsahují pouze omezené množství rysů, podle kterých se může robot lokalizovat.

Techniky aktivní lokalizaci lze rozdělit na aktivní snímání, dovolující lokalizačnímu systému ovládat senzory robota, například jejich nastavení nebo nasměrování, a aktivní navigaci, umožňující lokalizačnímu systému řídit pohyb celého robota. Protože během aktivní navigace zpravidla robot nemůže současně plnit svůj primární úkol, nemůže se věnovat aktivní navigaci kontinuálně, ale pouze tehdy, je-li to nutné ke zlepšení příliš neurčitého odhadu polohy; případně se aktivní navigace a plnění primárního úkolu střídají. Níže uvedený postup vychází z [24].

Základním principem aktivní lokalizace je takové řízení aktuátorů robota, aby se minimalizovala neurčitost budoucího odhadu polohy. Měřítkem této neurčitosti či nejistoty odhadu polohy je entropie, kterou jsme už definovali v (5.1). Pro výběr

vhodné akce zavedeme tzv. očekávanou entropii. Očekávaná entropie po provedení akce  $a$  a získání výsledku měření  $z$  je

$$E_{a,z}[H] = - \int P(l|a,z) \log(P(l|a,z)) dl \quad (5.2)$$

Očekávanou entropii po provedení akce  $a$  lze vypočítat integrováním přes všechny možné výsledky měření  $z$ , substitucí výrazu (5.2) a provedením korekčního kroku podle (2.12).

$$E_a[H] = \int E_{a,z}[H] P(z) dz$$

$$E_a[H] = - \int \int Bel(l|a,z) \log(Bel(l|a,z)) P(z) dl dz$$

$$E_a[H] = - \int \int P(z|l) Bel(l|a) \log\left(\frac{P(z|l) Bel(l|a)}{P(z)}\right) dl dz$$

Při aktivním snímání je hledanou akcí nastavení nebo nasměrování senzorů. To robota stojí zanedbatelné množství času i energie, proto se nejvhodnější akce vybere minimalizací  $E_a[H]$ , protože akce s minimálním  $E_a[H]$  má pravděpodobně nejvyšší přínos pro zlepšení odhadu polohy.

Složitější situace je při aktivní navigaci, u níž je akcí přesun robota na jinou pozici. Ten stojí robota čas i energii. Proto se v případě aktivní navigace vybírá cíl jako kompromis mezi přínosem pro lokalizaci a náklady na přesunutí se do tohoto cíle. Tuto cenu lze odhadnout podle délky cesty a množství na cestě se nacházejících překážek, a to takto:

Akcí  $a$  budeme rozumět relativní posunutí robota v ploše vůči jeho stávající poloze. Pravděpodobnost obsazení absolutní polohy  $l$  nějakou překážkou označíme  $P_{occ}(l)$ , pravděpodobnost obsazení polohy dosažitelné akcí  $a$  označíme  $P_{occ}(a)$ . Protože robot svou polohu nezná, ale pouze odhaduje, je očekávaná pravděpodobnost obsazení polohy dosažitelné akcí  $a$  rovna  $P_{occ}(a) = \int Bel(l) P_{acc}(f_a(l)) dl$ , kde  $f_a(l)$  je funkce zajišťující transformaci relativních souřadnic daných akcí  $a$  do absolutních souřadnic při předpokládané poloze robota  $l$ .

Výpočet ceny  $v(a)$  pro jednotlivé akce  $a$  začíná inicializací, při které se akci  $a_0 = move(0, 0)$  nastaví cena  $v(a_0) = 0$  a ceny všech ostatních akcí se inicializují nekonečnem. Ceny akcí se pak postupně upravují podle rekurzivního vzorce

$$v(a) = P_{occ}(a) + \underset{b}{argmin}(v(b)),$$



kde  $b$  jsou akce odpovídající poloze přímo sousedící s polohou dosažitelnou akcí  $a$ . Iterací tohoto postupu se získá ohodnocení všech akcí, přičemž toto ohodnocení současně tvoří potenciálové pole vhodné pro výběr optimální cesty z aktuální polohy robota do cílové polohy specifikované zvolenou akcí  $a$ .

Samotná volba akce, která je kompromisem mezi přínosem pro lokalizaci a cenou akce, lze vyjádřit jako hledání minimálního váženého součtu očekávané entropie a ceny přesunu.

$$a_{\text{vybraná}} = \underset{a}{\operatorname{argmin}} (E_a[H] + w \cdot v(a))$$

Konstanta  $w \geq 0$  určuje relativní důležitost očekávaného zlepšení odhadu nebo levné cesty.

### 5.3 Spojení lokalizace a dalších technik

Závěrem této kapitoly krátce zmíníme ještě dvě úlohy spojující techniky lokalizace s dalšími technikami – simultánní lokalizaci a mapování a lokalizaci ve skupině kooperujících robotů. Ty nejsou čistě lokalizačními technikami, srovnatelnými v této práci, ale spíše využitím jejich integrace s dalšími technikami.

Úloha *simultánní lokalizaci a mapování* (*Simultaneous localization and mapping – SLAM*) spočívá v tvorbě mapy prostředí bez jakýchkoliv apriorních informací a současné lokalizace v této postupně budované mapě. Součástí možného řešení této úlohy jsou techniky kontinuální lokalizace, popsané v části 4.2, pracující v následujícím cyklu: po každém přemístění robota se podle údajů relativních senzorů vytvoří apriorní odhad polohy, který se podle měření absolutních senzorů s využitím technik kontinuální lokalizace opraví. Výstupy absolutních senzorů se zároveň využijí k aktualizaci mapy prostředí.

Kombinaci lokalizace a distribuovaných systémů představuje úloha *lokalizace více vzájemně kooperujících robotů*. Tu v jednodušší podobě dvojice robotů, z nichž se vždy nejvýše jeden pohybuje, zatímco druhý stojí a poskytuje prvnímu stabilní orientační bod. Ve složitější podobě se pak několik robotů pohybuje současně, přičemž využívají měření vzájemné polohy, komunikaci a lokalizační údaje ostatních robotů ke zpřesnění vlastní lokalizace.

## Závěr

Tato práce, jejímž cílem bylo srovnání lokalizačních technik používaných v robotice, se věnuje popisu tohoto pro mobilní robotiku klíčového problému, představení různých řešení tohoto problému a také srovnání těchto řešení. Schopnost vlastní lokalizace má v robotice zásadní význam a je současně předpokladem pro řešení dalších robotických úloh i pro autonomní chování robotů samotné.

Podstatou lokalizace je určit absolutní polohu robota v prostředí. Tu nelze nikterak přímo změřit, existuje však řada senzorů, které o ní poskytují nějakou informaci, nicméně jejich spolehlivost a přesnost je omezená. Vhodným zpracováním a skládáním informací z jednotlivých senzorů však lze polohu robota dobře odhadnout a problém lokalizace tak vyřešit.

V úvodní kapitole této práce jsme mimo jiné rozdělili lokalizační techniky podle jejich určení do jednotlivých kategorií. V následujících kapitolách jsme pak věnovali pozornost třem nejdůležitějším kategoriím z nich: pravděpodobnostní lokalizaci, která řeší problém zpracování dat z více senzorů, relativní lokalizaci, která řeší otázku měření a vyhodnocení relativní změny polohy robota, a absolutní lokalizaci, která řeší úlohu snímání a odhadu absolutní polohy robota v prostředí. V každé kapitole jsme popsali principy, možnosti a vlastnosti několika různých lokalizačních technik, případně jejich variant, a srovnali jsme jejich silné a slabé stránky.

## Seznam použité literatury

- [1] ČAPEK, Karel. *R.U.R. : Rossum's Universal Robots*, 1920.
- [2] DURRANT-WHYTE, Hugh; HENDERSON, Thomas C. Multisensor data fusion. In SILICANO, Bruno; KHATIB, Oussama *Springer Handbook of Robotics*. Heidelberg : Springer, 2008. s. 1611. ISBN 978-3-540-23957-4.
- [3] THRUN, Sebastian, et al. Robust Monte Carlo Localization for Mobile Robots. *Artificial Intelligence*. 2001, 1–2, s. 99 – 141.
- [4] REKLEITIS Ioannis. A Particle Filter Tutorial for Mobile Robot Localization. *Technical Report TR-CIM-04-02*, Centre for Intelligent Machines, McGill University, Montreal, Quebec, Canada, 2004.
- [5] CARPENTER, J.; CLIFFORD, P.; FEARNHEAD, P. Improved particle filter for nonlinear problems. In *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings*. 1999. s. 2 – 7. ISSN 1350-2395.
- [6] NEGENBORN, Rudy. *Robot Localization and Kalman Filters : On finding your position in a noisy world*. Utrecht, 2003. 143 s. Master thesis. Utrecht University.
- [7] BOWDITCH, Nathaniel. *The American Practical Navigator : An Epitome of Navigation* [online]. 1995. Bethesda, Maryland : National Imagery and Mapping Agency, 1995 [cit. 2011-07-22]. Dead Reckoning, s. 113–118. URL: <<http://www.irbs.com/bowditch/>>.
- [8] ZOTTI, Ed. *The Straight Dope* [online]. 2002-11-21 [cit. 2011-07-22]. Is "dead reckoning" short for "deduced reckoning"? URL: <<http://www.straightdope.com/columns/read/2053/is-dead-reckoning-short-for-deduced-reckoning>>.
- [9] WINKLER, Zbyněk. *Robotika.cz* [online]. 2005-12-05 [cit. 2011-07-22]. Odometrie. URL: <<http://robotika.cz/guide/odometry/cs>>.
- [10] BORENSTEIN, J.; EVERETT, H. R.; FENG, L. *Where am I? : Sensors and Methods for Mobile Robot Positioning*. Michigan : The University of Michigan, 1996. 282 s.
- [11] ROJAS, Raul. *Omnidirectional Control* [online]. Berlin, 2005. 26 s. Freie Universität Berlin. URL: <<http://robocup.mi.fu-berlin.de/buch/omnidrive.pdf>>.
- [12] *Segway Robotic Mobility Platforms* [online]. 2011 [cit. 2011-07-22]. RMP 50 Omni. URL: <<http://rmp.segway.com/rmp-50-omni/>>.
- [13] *John Deere* [online]. 2011 [cit. 2011-07-22]. True ground speed radar sensor . URL: <[http://salesmanual.deere.com/sales/salesmanual/en\\_NA/tractors/attachments/electrical\\_and\\_lights/waterloo\\_common\\_radar\\_code\\_9023.html](http://salesmanual.deere.com/sales/salesmanual/en_NA/tractors/attachments/electrical_and_lights/waterloo_common_radar_code_9023.html)>.

- [14] Datasheet. *ADNS-6090 : Gaming Laser Mouse Sensor*. [s.l.] : Avago Technologies, 2010. 41 s. URL: <<http://www.avagotech.com/docs/AV02-1362EN>>.
- [15] SKOG, Isaac; HÄNDEL, Peter. In-car positioning and navigation technologies – a survey. In *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. Vol. 10, No. 1. Mar. 2009. s. 4–21.
- [16] VOJÁČEK, Antonín. *Automatizace.hw.cz* [online]. 2009-11-11 [cit. 2011-07-22]. Integrované MEMS gyroskopy. URL: <<http://www.automatizace.hw.cz/integrované-mems-gyroskopy>>.
- [17] KING, A. D. Nertial navigation—forty years of evolution. In *General Electric Company Review*. Vol. 13, No. 3, 1998. s. 140–149.
- [18] RAPANT, Petr. *Družicové polohové systémy*. Vyd. 1. Ostrava : Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2002. 200 s. ISBN 80-248-0124-8.
- [19] Datasheet. *XL- MaxSonar®- EZ0™ (MB1200), XL- MaxSonar®- AE0™ (MB1300)*. MaxBotix Inc., 2011. 4 s. URL: <[http://www.maxbotix.com/documents/MB1200-MB1300\\_Datasheet.pdf](http://www.maxbotix.com/documents/MB1200-MB1300_Datasheet.pdf)>.
- [20] Datasheet. *GP2D12*. SHARP Corporation, 2005. 10 s. URL: <[http://www.sharpsma.com/webfm\\_send/1203](http://www.sharpsma.com/webfm_send/1203)>.
- [21] KULICH, Miroslav. *Lokalizace a tvorba modelu prostředí v inteligentní robotice*. Praha, 2003. 100 s. Dizertační práce. ČVUT v Praze.
- [22] FOX, D.; BURGARD, W.; THRUN, S. Markov localization for mobile robots in dynamic environments. In *Journal of Artificial Intelligence Research*. 1999. s. 391–427.
- [23] FOX, D.; BURGARD, W.; THRUN, S.; CREMERS, A. Position estimation for mobile robots in dynamic environments. In *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence*. 1998. s. 983–988
- [24] BURGARD, W.; FOX, D.; THRUN, S. Active Mobile Robot Localization. In *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*. 1997.
- [25] *CZEPOS* [online]. Český úřad zeměměřický a katastrální, 2011 [cit. 2011-08-01]. Česká síť permanentních stanic pro určování polohy. URL: <<http://czepos.cuzk.cz/>>.
- [26] Datasheet. *Air Ultrasonic Ceramic Transducers 400PT160*. Robot Electronics. 1 s. URL: <<http://www.robot-electronics.co.uk/datasheets/t400pt16.pdf>>.