

Posudek vedoucího diplomové práce Marie Dostálové na její diplomovou práci
"Twistorový operátor v symplektické spinorové geometrii"

1. Obsah práce

a) Abstrakt

Bc. Marie Dostálová se ve své diplomové práci zabývá některými konstrukcemi užívanými v symplektické spinorové geometrii. Rozpracovává jistou dosud nepříliš studovanou metodu pro výzkum této geometrie a odvozuje pomocí ní zajímavé mj. i globálně analytické výsledky. Jmenujme např. invarianci a regularitu jistých diferenciálních operátorů (tzv. *symplektických twistorových*) vyskytujících se v této geometrii. Předkladatelka počítá také části jader těchto operátorů. (Metoda spočívá v použití tzv. minimální globalizace *Segalovy-Shalovy-Weilovy reprezentace*.)

b) Kontext

Symplektická spinorová geometrie se začala objevovat od šedesátých let minulého století v souvislosti s výzkumem kvantování Kleinových-Gordonových polí v pionýrských pracích D. Shala a I. Segala. Jeden z důležitých prostředků v tomto oboru představuje tzv. Segalova-Shalova-Weilova (SSW) reprezentace metaplektické grupy, dvoulistého nakrytí symplektické grupy. Užití SSW reprezentace v obecné proceduře kvantování, byť především mechaniky, je známé jako metaplektická korekce (B. Kostant). Dalším milníkem v budování a studiu symplektické spinorové geometrie tvoří práce Kateřiny Habermannové, která započala výzkum jí objeveného symplektického Diracova operátoru. Poznamenejme, že předkladatelka v práci studuje tzv. symplektický twistorový operátor.

c) Obsahu práce - podrobněji

Bc. Marie Dostálová ve své práci seznamuje čtenáře se základy symplektické lineární algebry, symplektických variet, fibrovaných bandlů a konexí, harmonickou analýzou na fázovém prostoru, zejména s Heisenbergovou grupou a její Schroedingerovou reprezentací, Wignerovou transformací a s metaplektickou grupou a její Segalovou-Shalovou-Weilovou reprezentací, přičemž je uvažována tzv. minimální globalizace (v práci nazývaná prostor A). Osvětluje čtenáři pojem invariance parciálních diferenciálních rovnic. Popisuje známé výsledky o vnějších diferenciálních formách s hodnotami v symplektických spinorových polích a zavádí symplektický twistorový operátor. Dokazuje explicitně invarianci tohoto symplektického twistorového operátoru a upravuje jeho tvar pro případ symplektické variety dimenze dvě. V závěrečné kapitole hledá některá řešení příslušné twistorové rovnice.

2. Původnost a přínos

Diplomantka měla řešit rovnici pro jádro symplektického spinorového operátoru, a to především v dimenzi variety dvě. Některá řešení byla nalezena. Tato řešení jsou původní. Snažila se dokázat regularitu symplektického twistorového operátoru v R^2 , tj. následující výsledek. Pokud nějaké

dvakrát diferencovatelné pole řeší symplektickou twistorovou rovnici (v klasickém smyslu), je toto pole analytické. Rozpracování tohoto výsledku a jeho důsledků může být zajímavé pro budoucí výzkum.

3. Styl a úprava

Práce je psána přehledně a její obsah je logicky uspořádán. Práce bohužel obsahuje relativně mnoho nepřesností. Důkazy dvou teorémů (souvisejích s Fourierovou transformací na A a regularitou twistorového operátoru) jsou nepřesné. Lze je však opravit. Poznamenejme, že na druhé straně práce obsahuje tvrzení mnoho, a to i vlastních či originálně dokázaných.

4. Hodnocení práce a jejího průběhu

Marie Dostálová nastudovala četné pojmy ze symplektické diferenciální geometrie a diferenciální geometrie Fréchetových bandlů a několika partií matematické analýzy (Fourierova transformace na Schwatzově prostoru, Fréchetovy prostory, analytické funkce), pojmy z teorie reprezentací, zejména v nekonečné dimenzi a syntézu dvou naposled jmenovaných, dnes zvanou analýza na fázovém prostoru (základ matematické konstruktivní kvantové teorie). Musela se kromě základní monografické literatury a učebnic, z hlediska jejího výzkumu obecné povahy, seznámit se i s výsledky konkrétními ze symplektické a symplektické spinorové geometrie, obsaženými převážně v odborných časopisech.

Vzhledem k výše uvedenému rozsahu byl počet konzultací přiměřený, a tak lze říci, že pracovala samostatně. Co lze však říci bez relativizujícího poukazu, je to, že pracovala se zanícením, systematicky a s touhou porozumět. Jak již bylo řečeno, počet chyb lze ospravedlnit rozsahem práce. Významné, alespoň z hlediska toho, že jde o práci diplomovou, je to, že tato vůbec obsahuje nějaké původní výsledky, které lze navíc označit za zajímavé a přínosné pro další výzkum, a že jde o výsledky, k jejichž dosažení je potřeba syntézy a porozumění několika matematickým oborům. Marie Dostálová urazila při své cestě studia matematiky velkou cestu.

Navrhuji známku **výborně**.

Svatopluk Krýsl
Matematický ústav UK