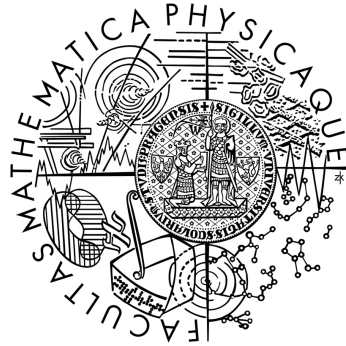


Univerzita Karlova v Praze

Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE



Bc. Filip Bureš

Malé hry - gobblet - remizová strategie

Katedra teoretické informatiky a matematické logiky

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Vladan Majerech, Dr.

Studijní program: Informatika

Studijní obor: ISS

Praha rok 2011

Chtěl bych poděkovat vedoucímu diplomové práce Mgr. Vladanu Majerechovi, Dr. za připomínky a rady, bez nichž bych práci pravděpodobně nedokončil.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 29. 11. 2011

Bc. Filip Bureš

Název práce: Malé hry - gobblet - remizová strategie

Autor: Bc. Filip Bureš

Katedra / Ústav: Katedra teoretické informatiky a matematické logiky

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Vladan Majerech, Dr., KTIML

Abstrakt: Diplomová práce se zabývá nalezením remizové strategie pro hru gobblet a provedením důkazu, že hra gobblet je remizová. Gobblet je nekooperativní desková hra pro dva hráče s plnou informací a nulovým součtem. V práci jsou popsány algoritmy, které byly pro důkaz remizovosti použity. Důkaz byl prováděn na zjednodušené variantě hry (omezené pouze na dva typy hracích kamenů). Pro tuto variantu hry byla nalezena remizová strategie; tato strategie byla ověřena pomocí uvedených algoritmů. Po provedení důkazu bylo přistoupeno ke složitější variantě (omezení na tři druhy hracích kamenů). Pro tuto variantu se nepodařilo remizovost dokázat. Důvodem neúspěchu byl počet pozic, které hra obsahuje. Důkaz by se nedal v rozumném čase provést. Pro variantu hry se všemi typy hracích kamenů (4) důkaz prováděn nebyl. Práce pouze nastiňuje metodu, která měla být použita pro nalezení remizové strategie.

Klíčová slova: gobblet, remizová, strategie

Title: Small games - gobblet - draw strategy

Author: Bc. Filip Bureš

Department: Department of Theoretical Computer Science and Mathematical Logic

Supervisor: Mgr. Vladan Majerech, Dr., KTIML

Abstract: This diploma thesis focuses on finding a draw strategy in the game “Gobblet” and on finding the proof that the game can be a guaranteed draw. “Gobblet” is a non-cooperative board game for two players with perfect information and zero-sum. The thesis provides the description of algorithms used for finding the proof of the guaranteed draw. The proof was made on a simplified variety of the game (limited to two types of playing pieces only). For this variety of the game, a draw strategy was found; this strategy was confirmed by the means of the above mentioned algorithms. Then, a more complicated variety of the game was tested (limited to three types of playing pieces). For this variety, the proof of the guaranteed draw was not possible to find. The non-success was due to the number of positions the game provides. The proof would not have been possible to make in a reasonable time span. The comprehensive variety of the game (four playing pieces) was not tested for the proof. The thesis merely outlines the method which should be used for finding the draw strategy.

Keywords: gobblet, draw, strategy

Obsah

Úvod.....	7
1. Pravidla hry Gobblet	8
2. Složitost hry Gobblet.....	10
2.1. Zjednodušené varianty hry	10
2.2. Velikost stavového prostoru hry	10
2.3. Větvící faktor	12
2.4. Velikost stromu hry.....	12
3. Definice pojmů	14
4. Algoritmy použité pro důkazy	17
4.1. Obecný algoritmus	17
4.2. Algoritmus 1	18
4.3. Algoritmus 2	19
4.4. Algoritmus 3	21
4.5. Algoritmus 4.....	22
5. Implementace algoritmů.....	23
5.1. Reprezentace pozice.....	24
5.2. Generování pozic	24
6. Hra s AB gobblety.....	25
6.1. Písemný důkaz	25
6.2. Programový důkaz	31
7. Hra s ABC gobblety	37
7.1. Písemný důkaz	37
7.2. Programový důkaz	38
8. Hra s ABCD gobblety	43
Závěr	45
Seznam použité literatury.....	46

Úvod

Cílem této diplomové práce je pokusit se provést důkaz, že stolní hra gobblet je remizová. Jinými slovy pokusit se nalézt remizovou strategii pro tuto hru. Remizová strategie je strategie, podle které když hráč hraje, tak pro něj hra může skončit výhrou a nebo hra neskončí (skončí remizou). Hráč hrající hru podle remizové strategie nemůže hru prohrát.

K provedení důkazu remizovosti by měla práce využít pouze běžně dostupného hardware, pokud bude k důkazu potřeba výpočetní techniky. Pro účely této práce byl vybrán počítač s následující konfigurací: Intel Core2 Duo T7300 (2GHz), 2GB RAM, se systémem Windows.

Tato práce nenavazuje na žádný existující výzkum. Při vypracovávání práce nebyly nalezeny žádné jiné materiály zabývající se tématem remizovosti hry Gobblet.

1. Pravidla hry Gobblet

V této kapitole si uvedeme citaci oficiálních pravidel hry gobblet.^[1]

„Logická hra pro dva hráče.

Obsah hry:

Hrací deska se 16 kruhovými ploškami. 12 světlých a 12 tmavých kalíšků různé velikosti.

Cíl hry:

Vytvořit linii 4 vlastních kalíšků (ortogonální nebo diagonální).

Příprava na hru:

Každý hráč má na své straně 3 hromádky, uspořádané tak, že jsou od nejmenšího kalíšku po největší naskládány na sebe.

Průběh partie:

V každém kole musí hráč:

- *bud' umístit nový kalíšek své barvy na hrací plochu*
- *nebo pohnout některým ze svých kalíšků, který je již položen na hrací desce.*

V případě, že hráč hraje novým kalíškem, musí vždy vzít a zahrát vrchním (největším) kalíškem z jedné ze svých hromádek a umístit ho na některé z volných (neobsazených) polí. Jedinou výjimkou je případ, kdy má již soupeř tři své kalíšky na desce v řadě a příštím tahem by mohl zvítězit. V tomto případě může jeden z kalíšků na této lince přiklopit. Kalíšky, které už byly umístěny na hrací plochu, nelze ze hry odendat. V případě, že se hráč rozhodne hrát kalíškem, který je už na desce, vezme některý ze svých kamenů a položí ho na kterékoliv volné pole nebo jím může přiklopit jakýkoliv jiný menší kalíšek (vlastní i soupeřův).

Kalíškem, který je už na hrací ploše a kterého se hráč dotkne, musí být hráno (nelze se dívat, co je pod kterým kalíškem přiklopeno – hráč si to musí pamatovat).

V případě, že hráč při přesouvání svého kalíšku odklopí soupeřův kalíšek a soupeřovi tím vznikne linie 4, prohrává – mimo případu, že by mohl kamenem, kterým hraje, ihned sám vyrobit vítěznou kombinaci.

Konec hry:

Hráč, který vytvoří jako první linii 4 kalíšků své barvy, se stává vítězem.“

Uvedeme si upřesnění pravidel. Každý hráč má k dispozici 3 hrací kameny od každé velikosti.

V dalším textu je pro hrací kameny použit název gobblet. V této práci jsou velikosti gobbletů označeny písmeny A, B, ... podle klesající velikosti. Hráči jsou označeni jako bílý a černý.

Hra gobblet je dostupná i ve zjednodušené verzi – Gobblet Junior nebo Gobblet Gobblers. Tyto dvě modifikace se od výše popsané hry liší následujícím:

- Každý hráč má k dispozici pouze 6 gobbletů (2 od každé velikosti)
- Hrací deska má rozměr pouze 3x3 pole.
- Gobblety na ruku hráčů nejsou rozděleny na hromádky od největšího po nejmenší, ale každý hráč může vykládat libovolný gobblet, který má na ruce (tj. nemusí gobblety vykládat od největšího po nejmenší).

Práce se dále bude zabývat pouze standardní verzí hry.

2. Složitost hry Gobblet

V této kapitole budou popsány vlastnosti hry gobblet vzhledem ke složitosti hry.

2.1. Zjednodušené varianty hry

Vzhledem k předpokládanému velkému počtu pozic, které hra se všemi typy gobbletů obsahuje, bude remizovost hry nejprve řešena pro zjednodušené varianty hry. Hru si zjednodušíme omezením počtu hracích kamenů. Omezením počtu hracích kamenů dostaneme následující varianty hry:

- Hru se dvěma typy hracích kamenů (A, B)
- Hru se třemi typy hracích kamenů (A, B, C)
- Hru se všemi typy hracích kamenů (A, B, C, D)

Počet hracích kamenů pro remizového hráče ještě omezíme tak, že hráč nebude ke hře používat nejmenší typ dostupných hracích kamenů. Vzniknou nám tedy následující varianty hry:

- Hra se dvěma typy hracích kamenů (A, B), remizový hráč má k dispozici pouze jeden typ hracích kamenů (A)
- Hra se třemi typy hracích kamenů (A, B, C), remizový hráč má k dispozici pouze dva typy hracích kamenů (A, B)
- Hra se všemi typy hracích kamenů (A, B, C, D), remizový hráč má k dispozici pouze tři typy hracích kamenů (A, B, C)

2.2. Velikost stavového prostoru hry

V této kapitole si uvedeme výpočet odhadu počtu pozic, které hra může obsahovat. Výpočet bude uveden pro horní odhad počtu pozic.

Nejprve uvedeme vzorec pro výpočet počtu možností, jak umístit jeden typ

hracích kamenů na desku: $C_{i,j} = \binom{16}{i} \binom{16-i}{j}$, kde i je počet hracích kamenů bílého hráče a j počet hracích kamenů černého hráče.

Nyní potřebujeme spočítat, kolika způsoby můžeme umístit na hrací desku všechny typy hracích kamenů. Pro situaci, kde jsou na hrací desce umístěny všechny hrací kameny (tj. hráči nemají žádné hrací kameny na ruce), vypočteme odhad pomocí následujícího vzorce: $A_{w,b} * B_{w,b} * C_{w,b} * D_{w,b}$, kde $X_{i,j}$ odpovídá výše uvedenému vzorci.

Pro výpočet horního odhadu všech pozic potřebujeme započítat i pozice, ve kterých mají hráči hrací kameny na ruce. Horní odhad na počet pozic spočteme podle následujícího vzorce:

$$\sum_{w_a=1}^3 \sum_{b_a=1}^3 \sum_{w_b=0}^{w_a} \sum_{b_b=0}^{b_a} \sum_{w_c=0}^{w_b} \sum_{b_c=0}^{b_b} \sum_{w_d=0}^{w_c} \sum_{b_d=0}^{b_c} C_{w_a, b_a} * C_{w_b, b_b} * C_{w_c, b_c} * C_{w_d, b_d},$$

kde opět C_{ij} odpovídá výše uvedenému vzorci.

Vzorec spočítá horní odhad počtu pozic. Do výpočtu podle uvedeného vzorce jsou zahrnuty i nelegální pozice (např. pozice, kde se na hrací desce vyskytují dvě linie čtyř gobbletů) a finální pozice (pozice obsahující linii čtyř gobbletů). Horní odhad počtu pozic pro hru gobblet podle uvedeného vzorce vyšel: 1.35531×10^{21} .

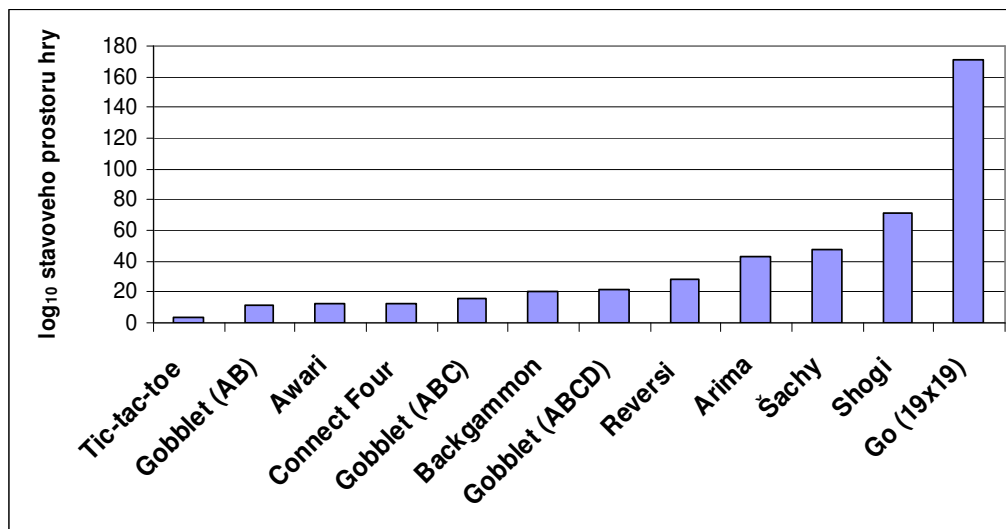
Výpočet dále nezohledňuje symetrie hrací desky (tj. jsou do něj započítány i symetrické pozice). Hrací deska pro hru gobblet má celkem 32 symetrií.

Ještě si uvedeme horní odhady pro zjednodušené varianty hry, popsané v předchozí kapitole:

- Hra s AB gobblety: 5.06294×10^{10}
- Hra s AB gobblety (remizový hráč pouze A gobblet): 1.55017×10^8
- Hra s ABC gobblety: 8.386×10^{15}
- Hra s ABC gobblety (remizový hráč pouze AB gobblety): 2.6946×10^{13}
- Hra s ABCD gobblety (remizový hráč pouze ABC gobblety): 4.4068×10^{18}

Vzorec pro jednotlivé varianty byl spočítán pomocí programu (PositionCount), který obsahuje CD přiložené k práci.

Ještě si uvedeme porovnání stavového prostoru hry gobblet s jinými deskovými hrami (např. šachy, Go). Toto porovnání je uvedeno na obrázku 1. Velikosti stavových prostorů pro uvedené hry byly získány z Wikipedie.^[2]



Obrázek 1: Velikost stavového prostoru – porování s jinými deskovými hrami

2.3. Větvící faktor

Další vlastností, kterou uvedeme, je větvící faktor. Větvící faktor je počet tahů, které je možno provést v jedné pozici. Nejprve si uvedeme teoretický horní odhad počtu tahů:

- Hra s AB gobblety: 63
- Hra s ABC gobblety: 81
- Hra s ABCD gobblety: 90

Pro hru s AB gobblety byl vypočten průměrný větvící faktor pomocí algoritmu pro důkaz remizovosti hry, který bude uveden dále. Průměrný větvící faktor vyšel 46. S ohledem na tento výpočet byly upraveny odhady na větvící faktory pro jednotlivé hry následovně:

- Hra s ABC gobblety: 60
- Hra s ABCD gobblety: 66

2.4. Velikost stromu hry

Velikost stromu hry je počet listů, který obsahuje strom hry, jehož kořen odpovídá počáteční pozici hry. Uvedeme si odhad tohoto počtu pro hru s ABCD gobblety. Pro důkaz remizovosti hry není tato vlastnost hry podstatná.

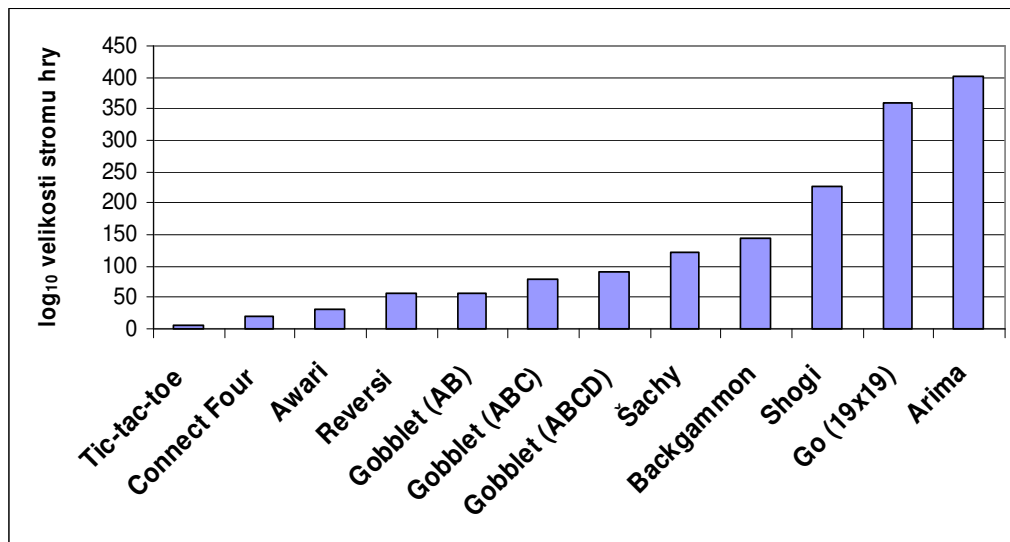
Odhad spočítáme podle následujícího vzorce: b^m , kde b je větvící faktor a m počet tahů. Větvící faktor jsme vypočítali v předchozí kapitole. Pro hru s ABCD gobblety je průměrný počet tahů 50 (jedná se o odhad učiněný na základě odehrání několika desítek her).

Odhad velikosti stromu hry pro hru s ABCD gobblety je tedy: $66^{50} \sim 9,5 \times 10^{90}$.

Pro hry s menším počtem gobbletů byl průměrný počet tahů odhadnut na 35 pro hru s A a B gobblety a 45 pro hru s A, B a C gobblety. Velikost stromu hry pro tyto varianty je tedy následující:

- Hra s A a B gobblety: $46^{35} \sim 1,5 \times 10^{58}$
- Hra s A, B a C gobblety: $60^{45} \sim 1 \times 10^{80}$

Stejně jako v případě stavového prostoru si i u velikosti stromu hry uvedeme porovnání s jinými deskovými hrami. Porovnání je na obrázku 2. Zdrojem dat byla opět Wikipedie.^[2]



Obrázek 2: Velikost stromu hry – porovnání s jinými deskovými hrami

3. Definice pojmů

V této kapitole jsou uvedeny definice pojmů, které budou využívány dále v textu práce.

Definice: Pozice je stav hrací desky (rozmístění gobbletů na hrací desce). Pozice neurčuje, který hráč je na tahu.

Definice: Linie je řádek, sloupec nebo diagonála na hrací desce.

Definice: Remizová strategie je strategie, podle které když hráč hraje, tak hra pro něj může skončit buď výhrou a nebo hra neskončí (skončí remízou).

Definice: Certifikát je množina prohraných pozic určujících řez v pozicích hry. Certifikát může být popsán výčtem pozic a/nebo funkcí definující pozice, které patří do certifikátu. Certifikát neobsahuje počáteční pozici.

Definice: Volný gobblet je gobblet umístěný na hrací desce, který nezakrývá žádný soupeřův gobblet.

Definice: Hrozba je situace na hrací desce, při které se v jedné linii nacházejí tři gobblety jedné barvy (např. černé). V této linii se nenachází A gobblet druhé barvy (bílé). Pokud se v linii nachází gobblet druhé barvy (bílé), tak na hrací desce existuje gobblet první barvy (černé), který tento gobblet může zakrýt a vytvořit tak linii čtyř gobbletů stejné barvy. Pokud je na tahu hráč, jehož gobblety tvoří hrozbu, tak hru svým tahem vyhraje. Pokud je na tahu druhý hráč, tak hrozbu musí svým tahem eliminovat. Situace předpokládá, že druhý hráč nemůže hru svým tahem vyhrát.

Definice: Dvojhrozba je situace na hrací desce, při které se ve dvou protínajících se liniích nachází alespoň 5 gobbletů jedné barvy.

Definice: Nezabranitelná hrozba je speciální případ hrozby, pro kterou platí, že pokud je na tahu hráč, který nezabranitelnou hrozbu nevytvořil, tak svým tahem nemůže zabránit své prohře.

Tvrzení: (nezabranitelná hrozba pro hru s AB gobblety)

Tvrzení uvádí postačující podmínku pro vytvoření nezabranitelné hrozby. Předpokládáme, že černý hráč má k dispozici A a B gobblety a bílý hráč má k dispozici pouze své A gobblety. Černý hráč vytvoří nezabranitelnou hrozbu, pokud do dvou protínajících se linií umístí 5 svých gobbletů (předpokládáme, že gobblety jsou umístěny tak, že v každé linii tvoří hrozbu). Na společném poli těchto linií bude stát černý A gobblet a v žádné z těchto linií nebude stát bílý gobblet.

Důkaz: (nezabranitelná hrozba pro hru s AB gobblety)

Bílý hráč potřebuje zabránit dvěma hrozbám černého hráče. Hrozby se nacházejí ve dvou protínajících se liniích, takže bílý hráč musí přesunout svůj gobblet na společné pole těchto linií, aby zabránil oběma hrozbám. Tento tah ale nelze provést, protože na společném poli obou linií stojí černý A gobblet. Bílý hráč tedy může zabránit pouze jedné hrozbě, ale nemůže zabránit svojí prohře.

Bílý hráč svým tahem nemůže zabránit své prohře a černý hráč svým tahem hru vyhraje, takže podle definice je situace na hrací desce popsána v tvrzení nezabranitelná hrozba.

□

Tvrzení: (nezabranitelná hrozba pro hru s ABC gobblety)

Tvrzení uvádí postačující podmínku pro vytvoření nezabranitelné hrozby. Předpokládáme, že černý hráč má k dispozici A, B a C gobblety a bílý hráč má k dispozici pouze svoje A a B gobblety. Černý hráč vytvoří nezabranitelnou hrozbu, pokud do dvou protínajících se linií umístí 5 svých gobbletů (předpokládáme, že gobblety jsou umístěny tak, že v každé linii tvoří hrozbu). Na společném poli těchto linií stojí černý A gobblet. V žádné z těchto linií nestojí bílý A gobblet. Pokud v některé linii stojí bílý B gobblet, tak na hrací desce, mimo linie, na kterých je vytvořena nezabranitelná hrozba, existuje černý A gobblet, kterým lze tento B gobblet zakrýt.

Důkaz: (nezabranitelná hrozba pro hru s ABC gobblety)

Bílý hráč potřebuje zabránit dvěma hrozbám černého hráče ve dvou protínajících se liniích. Bílý hráč musí přesunout jeden ze svých A gobbletů na společné pole linií,

aby zabránil oběma hrozbám. Tento tah ale nelze provést, protože na společném poli se nachází černý A gobblet. Takže bílý hráč může eliminovat pouze jednu hrozbu, ale nemůže zabránit svojí prohře.

Bílý hráč svým tahem nemůže zabránit své prohře a černý hráč svým tahem hru vyhraje, takže podle definice je situace na hrací desce popsána v tvrzení nezabranitelná hrozba.

□

Tvrzení: (nezabranitelná hrozba pro hru s ABCD gobblety)

Tvrzení uvádí postačující podmínku pro vytvoření nezabranitelné hrozby. Černý hráč má k dispozici všechny své gobblety (A, B, C a D), bílý hráč má k dispozici svoje A, B a C gobblety. Černý hráč vytvoří nezabranitelnou hrozbu, pokud do dvou protínajících se linií umístí 5 svých gobbletů. Na společném poli těchto linií bude stát černý A gobblet. V žádné z těchto linií nestojí bílý A gobblet. Pokud v některé z těchto linií stojí bílý B gobblet, tak na hrací desce (mimo tyto dvě linie) existuje černý A gobblet, kterým je možné B gobblet zakrýt. Pokud v některé linii stojí bílý C gobblet, tak na hrací desce (mimo tyto dvě linie) existuje černý B nebo A gobblet, kterým je možné bílý C gobblet zakrýt.

Důkaz: (nezabranitelná hrozba pro hru s ABCD gobblety)

Bílý hráč potřebuje eliminovat dvě hrozby ve dvou protínajících se liniích. Pro zabránění obou hrozeb musí bílý hráč přesunout svůj A gobblet na společné pole těchto linií. Na společném poli linií stojí černý A gobblet, takže bílý hráč tento tah nemůže provést. Bílý hráč tedy svým tahem může zabránit jedné hrozbě, ale nemůže zabránit svojí prohře.

Bílý hráč svým tahem nemůže zabránit své prohře a černý hráč svým tahem hru vyhraje, takže podle definice je situace na hrací desce popsána v tvrzení nezabranitelná hrozba.

□

Definice: Jednotahová výhra je tah, kterým hráč vyhraje hru.

4. Algoritmy použité pro důkazy

V této kapitole jsou popsány algoritmy, které byly použity pro důkaz remizovosti hry Gobblet.

4.1. Obecný algoritmus

Pro důkaz remizovosti je potřeba projít všechny pozice hry a ověřit, zda v každé pozici existuje pro remizového hráče tah podle remizové strategie, který nevede do pozice, ve které by hráč prohrál hru. Z prohledávání můžeme vyloučit pozice, které jsou pro nás prohrané (např. pozice, ve kterých existuje linie čtyř gobbletů protihráče).

Algoritmus použitý pro důkaz remizovosti ověřuje, že pozice hry lze rozdělit do dvou disjunktních množin. Jedna množina obsahuje pozice dosažitelné z počáteční pozice a druhá množina obsahuje prohrané pozice. Algoritmus se tedy snaží najít řez, který rozdělí herní pozice na dvě disjunktní množiny.

Algoritmus dále ověřuje, že z každé pozice dosažitelné z počáteční pozice se není možné dostat za řez (prohra). Pro jednotlivé hráče tedy v každé pozici musí platit:

- pro remizového hráče existuje v každé pozici alespoň jeden tah vedoucí do pozice před řezem (tahy remizového hráče lze omezit pouze na tahy podle remizové strategie, kterou algoritmus ověřuje)
- pro soupeře musí v každé pozici všechny tahy vést do pozic před řezem.

Řez v pozicích hry určuje certifikát, který definuje, které pozice jsou prohrané. Algoritmus na vstupu očekává tento certifikát. Výstupem algoritmu je ověření, že vstupní certifikát je úplný. Pokud vstupní certifikát nebyl úplný, tak ho algoritmus rozšíří na úplný certifikát.

Nyní popíšeme tento algoritmus formálně. Algoritmus předpokládá, že vstupní certifikát je úplný.

ObecnýAlgoritmus

1. Dokud není certifikát úplný:
 - a. Nastavit příznak, že certifikát je úplný.
 - b. Pro každou pozici
 - i. Pokud pozice leží za řezem, pokračovat další pozicí.

- ii. Pokud v pozici neexistuje tah remizového hráče vedoucí do pozic před řezem – rozšířit pozice za řezem o aktuálně prohledávanou pozici. Nastavit příznak, že certifikát není úplný. Pokračovat další pozicí.
- iii. Pokud v pozici existuje tah soupeře vedoucí do pozic za řezem – rozšířit pozice za řezem o aktuálně prohledávanou pozici. Nastavit příznak, že certifikát není úplný.

Algoritmus prochází všechny pozice, do kterých se hra může dostat a v jednotlivých pozicích hry zkouší tahy pro jednotlivé hráče a ověřuje, zda tyto tahy vedou do pozic za řezem. Pokud algoritmus na vstupu dostane certifikát, který určuje úplný řez v pozicích hry, tak ověří jeho úplnost. Pokud vstupní certifikát není úplný, tak algoritmus certifikát rozšíří, aby byl úplný. Výstupem algoritmu tedy bude úplný certifikát.

Uvedený algoritmus nevychází z žádného zdroje. Vznikl při zpracování této práce. Po jeho dokončení jsme se pokoušeli najít v literatuře, zda už někdo podobný algoritmus pro důkaz remizovosti jiné deskové hry nepoužil (předpokládali jsme, že by podobný algoritmus už mohl být použit), ale žádnou zmínku se nám najít nepodařilo.

V dalších kapitolách budou popsány konkrétní implementace algoritmu, použité pro důkaz remizovosti.

4.2. Algoritmus 1

Algoritmus 1 slouží pro programové ověření remizové strategie bílého hráče. Na vstupu algoritmus vyžaduje funkci (StratW) popisující strategii, která se má ověřit a množiny B a W, definované funkcemi FceW a FceB. Množiny B a W obsahují pozice, kterým se chceme vyhnout (prohrané pozice). Počáteční pozice nepatří do množiny B a ani do množiny W. Výstupem algoritmu je ověření, zda je strategie popsaná funkcí StratW remizová.

Vstup:

- Funkce StratW – funkce, která definuje, jaké tahy může bílý hráč provést v určitých pozicích (definice strategie).
- Množina W – množiny pozic, kterým se chceme vyhnout po tahu bílého hráče. Množina je definována funkcí FceW.

- Množina B – množina pozic, kterým se chceme vyhnout po tahu černého hráče. Množina je definována funkcí $FceB$.

Výstup:

- Ano, pokud je strategie definovaná trojicí $StratW$, B a W remizová.
- Ne, pokud strategie nedokáže zabránit dosažení některé pozice obsažené ve W či v B.

Algoritmus:

- 1) Pro každou pozici P .
 - a. Pokud je pozice rozhodnuta podle pravidel hry (tj. v pozici existuje linie čtyř černých gobbletů nebo linie čtyř bílých gobbletů), pak pro obě varianty toho, kdo je na tahu, zkontroluj (v případě prohry), že pozice patří do B nebo W (dle zvolené varianty) a pokračuj další pozicí.
 - b. Pokud pozice P není ve W, proved' pro ni všechny tahy černého hráče.
 - i. Pokud existuje z pozice P tah, který vede do pozice v B, tak skončit a vydat odpověď „Ne“.
 - ii. Pokud všechny tahy černého hráče z pozice P vedou do pozic, které nejsou v B, tak pokračovat další pozicí.
 - c. Pokud pozice P není v B, proved' pro ni všechny tahy podle strategie bílého hráče (pomocí funkce $StratW$).
 - i. Pokud existuje alespoň jeden tah, který se z pozice P dostane do pozice, která není ve W, tak pokračuj další pozicí.
 - ii. Pokud se každý tah z pozice P dostane do pozice, která je ve W, tak skončit a vydat odpověď „Ne“.
- 2) Skončit a vydat odpověď „Ano“.

4.3. Algoritmus 2

Algoritmus 2 slouží pro ověření certifikátu černého hráče a/nebo pro vytvoření/aktualizaci certifikátu pro tohoto hráče. Na vstupu algoritmus očekává, jakou akci má provést (ověření certifikátu/aktualizace certifikátu) a množiny pozic B a W. Množiny pozic B a W jsou definovány funkcemi $FceB$ a $FceW$ a seznamem výjimek, který je algoritmem rozšiřován o další pozice. Výstupem algoritmu je aktualizovaná množina W (vytvoření/aktualizace) a/nebo ověření certifikátů.

Pokud se algoritmus dostane do situace, že má přidat do seznamu výjimek pozici a na vstupu je požadována akce ověření certifikátu, algoritmus skončí s negativní odpovědí.

Vstup:

- Akce – jakou akci má algoritmus provést (vytvoření/aktualizace a/nebo ověření)
- Množina B – obsahující pozice, kterým se chceme vyhnout po tahu černého hráče, množina je definována funkcí $FceB$ a seznamem výjimek.
- Množina W – obsahující pozice, kterým se chceme vyhnout po tahu bílého hráče, množina je definována funkcí $FceW$ a seznamem výjimek.

Výstup:

- Ověření certifikátů (v závislosti na vstupu algoritmu)
- Aktualizovaný seznam výjimek pro množinu W (v závislosti na vstupu algoritmu)

Algoritmus:

- 1) Pokud je na vstupu požadováno ověření či aktualizace certifikátu, tak načti existující seznamy výjimek pro množiny B a W.
- 2) Pokud je na vstupu požadováno vytvoření certifikátu, tak načti seznam výjimek pro množinu hráče daného na vstupu (pokud pro certifikát daného hráče seznam výjimek neexistuje, tak bude vytvořen nový seznam).
- 3) Pro každou pozici P :
 - a. Pokud je pozice po tahu bílého hráče rozhodnuta podle pravidel hry (tj. v pozici existuje linie čtyř černých gobbletů nebo linie čtyř bílých gobbletů), zkontroluj (v případě prohry), že pozice patří do W a pokračuj další pozicí.
 - b. Pokud je pozice P ve W, pokračuj další pozicí.
 - c. Pro každý tah T černého hráče v pozici P :
 - i. Pokud T vede do pozice, která je v B, tak rozšířit seznam výjimek pro W o pozici P a pokračovat další pozicí.

4.4. Algoritmus 3

Algoritmus 3 slouží pro ověření certifikátu bílého hráče a/nebo pro vytvoření/aktualizaci certifikátu pro tohoto hráče. Na vstupu algoritmus očekává, jakou akci má provést (ověření certifikátu/aktualizace certifikátu) a množiny pozic B a W. Množiny pozic B a W jsou definovány funkcemi FceB a FceW a seznamem výjimek, který je algoritmem rozšiřován o další pozice. Výstupem algoritmu je aktualizovaná množina B (vytvoření/aktualizace) a/nebo ověření certifikátů.

Pokud se algoritmus dostane do situace, že má přidat do seznamu výjimek pozici a na vstupu je požadována akce ověření certifikátu, algoritmus skončí s negativní odpovědí.

Vstup:

- Akce – jakou akci má algoritmus provést (vytvoření/aktualizace a/nebo ověření)
- Množina B – obsahující pozice, kterým se chceme vyhnout po tahu černého hráče, množina je definována funkcí FceB a seznamem výjimek.
- Množina W – obsahující pozice, kterým se chceme vyhnout po tahu bílého hráče, množina je definována funkcí FceW a seznamem výjimek.

Výstup:

- Ověření certifikátů (v závislosti na vstupu algoritmu)
- Aktualizovaný seznam výjimek pro množinu B (v závislosti na vstupu algoritmu)

Algoritmus:

- 1) Pokud je na vstupu požadováno ověření či aktualizace certifikátu, tak načti existující seznamy výjimek pro množiny B a W.
- 2) Pokud je na vstupu požadováno vytvoření certifikátu, tak načti seznam výjimek pro množinu hráče daného na vstupu (pokud pro certifikát daného hráče seznam výjimek neexistuje, tak bude vytvářen nový seznam).
- 3) Pro každou pozici P :
 - a. Pokud je pozice po tahu černého hráče rozhodnuta podle pravidel hry (tj v pozici existuje linie čtyř černých gobbletů nebo linie čtyř bílých gobbletů), zkontroluj (v případě prohry), že pozice patří do B a pokračuj další pozicí.

- b. Pokud je pozice P v B , pokračuj další pozicí.
- c. Pro každý tah T bílého hráče v pozici P :
 - i. Pokud T vede do pozice, která není ve W , tak pokračovat další pozicí.
 - ii. Pokud T vede do pozice, která je ve W , tak pokračovat s dalším tahem.
- d. Pokud ani jeden tah nevede do pozice neprohra, tak rozšířit seznam výjimek pro B o pozici P a pokračovat další pozicí.

4.5. Algoritmus 4

Algoritmus 4 slouží pro vytvoření certifikátů pro jednotlivé hráče. Algoritmus využívá algoritmů 2 a 3. Na vstupu algoritmus očekává množiny B a W , definované funkcemi $FceB$ a $FceW$ a seznamem výjimek pro jednotlivé množiny. Výstupem algoritmu jsou rozšířené množiny B a W .

Vstup:

- Množina B – obsahující pozice, kterým se chceme vyhnout po tahu černého hráče, množina je definována funkcí $FceB$ a seznamem výjimek.
- Množina W – obsahující pozice, kterým se chceme vyhnout po tahu bílého hráče, množina je definována funkcí $FceW$ a seznamem výjimek.

Výstup:

- $FceW$ – funkce (certifikát) určující, zda je pozice prohra po tahu bílého hráče, s rozšířeným seznamem výjimek.
- $FceB$ – funkce (certifikát) určující, zda je pozice prohra po tahu černého hráče, s rozšířeným seznamem výjimek.

Algoritmus:

- 1) Dokud jsou přidávány pozice do seznamu výjimek pro množinu B nebo W :
 - a. Proved' Algoritmus 3 pro bílého hráče (ověření existujícího certifikátu, aktualizace certifikátu bílého hráče, B , W).
 - b. Proved' Algoritmus 2 pro černého hráče (ověření existujícího certifikátu, aktualizace certifikátu pro černého hráče, B , W).

5. Implementace algoritmů

V této kapitole bude popsána implementace výše popsaných algoritmů. Algoritmy byly implementovány v jazyce C++, program byl vytvořen (a spouštěn) na systému Windows. Pro vývoj bylo využito Microsoft Visual Studio. Implementace jednotlivých algoritmů jsou přiloženy na CD (obsahují zdrojové kódy a projekt ve Visual Studiu). Program byl vytvořen jako konzolová aplikace.

Pro implementaci algoritmu 4 byla použita knihovna STL+ (<http://stlplus.sourceforge.net/>), zdrojové soubory knihovny jsou umístěny u implementace tohoto algoritmu. Z STL+ byla využita knihovna persistence. Tato knihovna byla použita k ukládání a načítání seznamu vyjímek z disku.

Program je rozdělen do následujících částí:

- position
 - Obsahuje objekt Position, který reprezentuje pozici hry a objekt PositionGenerator, který zajišťuje generování pozic.
- moves
 - Obsahuje funkce, které simulují jednotlivé typy tahů. V případě implementace algoritmu 1 obsahuje i implementace tahů podle remizové strategie.
- search
 - Obsahuje funkce, které implementují logiku prohledávání pozic.
- sym_pos
 - Obsahuje funkce pro práci se symetriemi pozic.
- params
 - Obsahuje funkci pro zpracování parametrů z příkazové řádky.
- utils
 - Obsahuje funkci pro zalogování času.
- constants, gobblets, settings
 - Obsahují konstanty využívané v jiných částech programu.

V následujících kapitolách budou popsány implementace reprezentace pozice a generátoru pozic.

5.1. Reprezentace pozice

Pozice hry je reprezentována pomocí bitmap. Pro reprezentaci byly využity dvě bitmapy, které udržují stav hrací desky. Jedna určuje, zda je pole na hrací desce obsazené/neobsazené, a druhá určuje barvu gobbletu na jednotlivých polích.

Stav gobbletů na jednotlivých polích je reprezentován pomocí dvou polí bitmap. Jedno pole určuje velikosti gobbletů, které jsou umístěny na daném poli hrací desky. Druhé pole určuje barvy gobbletů na daném poli.

5.2. Generování pozic

Pro generování pozic byl zvolen následující algoritmus:

- Pro každý gobblet.
 - Umístí gobblet na hrací desku.
 - Pokud jsme na hrací desku umístili všechny gobblety, vrať pozici.
 - Jinak pokračuj dalším gobbletem.
 - Pokud jsme vyzkoušeli všechna umístění daného gobbletu na hrací desku, pokračuj předchozím gobbletem. Pokud jsme vyzkoušeli všechny možnosti prvního gobbletu, skonči.

Postupně umísťujeme na hrací desku jednotlivé gobblety. Jako počáteční gobblet vezmeme nejmenší gobblet, který máme k dispozici.

Počáteční pole pro jednotlivé gobblety se určuje podle předchozího gobbletu stejné barvy a velikosti. Pokud na hrací desce není žádný takový gobblet umístěn, tak se jako počáteční pole bere první pole hrací desky. Pokud je na hrací desce umístěn gobblet stejné barvy a velikosti, tak se jako počáteční pole vezme pole takového gobbletu + 1.

Pokud jsou umístěny všechny gobblety na hrací desce, tak se pozice prohledá. Po prohledání pozice je vygenerována další pozice.

6. Hra s AB gobblety

V této kapitole se omezíme pouze na hru se dvěma typy gobbletů (např. A a B) a provedeme důkaz, že hra Gobblet, kterou omezíme pouze na dva typy hracích kamenů, je remizová. Bez újmy na obecnosti budeme předpokládat, že hrajeme s bílým typem gobbletů a náš protihráč tedy hraje s černým typem gobbletů. Černý hráč bude pro svoji hru používat A i B gobblety. Bílý hráč bude hrát pouze s A gobblety (B gobblety nemá vůbec k dispozici).

Provedený důkaz platí jak pro situaci, kdy hru začínáme, tak i pro situaci, kdy začíná hru protihráč.

Nejprve provedeme důkaz remizovosti pomocí rozboru typů pozic, do kterých se hra může dostat, zároveň nadefinujeme i remizovou strategii. Dále popíšeme důkazy remizovosti pomocí algoritmů uvedených v kapitole Algoritmy použité pro důkazy.

6.1. Písemný důkaz

Nyní si rozebereme, do jakých typů pozic se nám hra s AB gobblety může dostat. Nejprve si nadefinujeme dva pojmy, které budou v důkazu dále využívány.

Definice: Napadený gobblet je gobblet, který leží v jedné linii se dvěma A gobblety soupeře.

Definice: Svobodný gobblet je gobblet, který neleží v linii se dvěma A gobblety soupeře.

Dále si uvedeme definice typů pozic, do kterých se nám hra s A B gobblety může dostat. Rozbor pozic předpokládá, že na hrací desce jsou umístěny všechny A a B gobblety protihráče a naše A gobblety.

Definice Pozice AAA: Černý hráč má k dispozici 3 A gobblety. Jeho B gobblety jsou zakryté, na ruce nemá žádné gobblety. Jeho A gobblety nic nezakrývají. A gobblety bílého hráče zakrývají B gobblety černého hráče.

Definice Pozice AAAb: Černý hráč má k dispozici 3 A gobblety. Jeho B gobblety jsou zakryté, na ruce nemá žádné gobblety. Jeden z A gobbletů černého hráče zakrývá jeden z jeho B gobbletů, zbylé dva A gobblety nic nezakrývají. Dva z A gobbletů bílého hráče zakrývají B gobblety černého hráče, třetí A gobblet nic nezakrývá.

Definice Pozice AAbAb: Černý hráč má k dispozici 3 A gobblety. Jeho B gobblety jsou zakryté, na ruce nemá žádné gobblety. Dva z A gobbletů černého hráče zakrývají dva z jeho B gobbletů, třetí A gobblet nic nezakrývá. Jeden z A gobbletů bílého hráče zakrývá B gobblet černého hráče, zbylé dva A gobblety bílého hráče nic nezakrývají.

Definice Pozice AAAB: Černý hráč má k dispozici 3 A gobblety a jeden B gobblet. Zbylé B gobblety černého hráče jsou zakryté. Černý hráč nemá žádné gobblety na ruce. A gobblety černého hráče nic nezakrývají. Dva A gobblety bílého hráče zakrývají B gobblety černého hráče. Třetí A gobblet bílého hráče nic nezakrývá.

Definice Pozice AAAbB: Černý hráč má k dispozici 3 A gobblety a jeden B gobblet. Zbylé B gobblety černého hráče jsou zakryté, černý hráč nemá žádné gobblety na ruce. Jeden A gobblet černého hráče zakrývá černý B gobblet, ostatní A gobblety černého hráče nic nezakrývají. Jeden z A gobbletů bílého hráče zakrývá černý B gobblet. Zbylé dva bílé A gobblety nic nezakrývají.

Definice Pozice AAABB: Černý hráč má k dispozici 3 A gobblety a 2 B gobblety. Zbylý B gobblet černého hráče je zakrytý. Černý hráč nemá žádné gobblety na ruce. Gobblety černého hráče nic nezakrývají. Jeden A gobblet bílého hráče zakrývá B gobblet černého hráče. Zbylé dva A gobblety bílého hráče nic nezakrývají.

Nyní si nadefinujeme podmínky, které musí platit pro jednotlivé pozice.

Definice (Podmínka 1 – P1): Pro pozice AAAb, AAbAb, AAAB, AAAbB a AAABB musí platit, že pokud je na tahu černý hráč a jeho tři gobblety se nacházejí v jedné linii, tak černý hráč nemůže tuto hrozbu využít k vytvoření čtveřice (tj. v této linii se

nachází bílý A gobblet nebo černý hráč má k dispozici pouze tyto tři gobblety a žádný z jeho gobbletů nezakrývá jiný černý gobblet).

Definice (Podmínka 2 – P2): Pro pozici AAAbB musí platit, že pokud je na tahu černý hráč, tak svým tahem nemůže vytvořit nezabranitelnou hrozbu.

Dále si nadefinujeme strategii, pomocí které se dostaneme do pozice AAA. Pomocí této strategie se dále udržíme v pozicích definovaných výše.

Definice: Strategie pro hru s A a B.

- 1) Pokud má soupeř tři A gobblety v linii a v této linii nestojí žádný náš A gobblet, přesuneme do této linie jeden z našich volných A gobbletů, pokud volný gobblet nemáme k dispozici, tak pro tah využijeme libovolný.
- 2) Pokud existuje na hrací desce nezakrytý B gobblet soupeře, zakryjeme ho jedním z volných A gobbletů.
- 3) Pokud máme na ruce A gobblet, vyložíme ho na volné pole na diagonále (pokud takové pole neexistuje, tak na libovolné pole). A gobblety vykládáme tak, aby po umístění na hrací desku byly svobodné.
- 4) Pokud nemůžeme provést žádný z výše uvedených tahů, přesuneme volný A gobblet po hrací desce, pokud volný gobblet nemáme k dispozici, tak pro tah využijeme libovolný A gobblet. Pro přesun se snažíme využít pole na diagonále (pokud takové pole neexistuje, tak libovolné) a gobblet přesuneme tak, aby po přesunu byl svobodný.

Pro tahy využíváme napadené gobblety. Pokud žádný z našich gobbletů není napadený, tak využijeme svobodný gobblet. Po našem tahu musí na hrací desce vždy existovat alespoň jeden svobodný A gobblet.

Před samotným důkazem remizovosti uvedených typů pozic si uvedeme jedno pozorování, které dokážeme později.

Pozorování: (tah v pozici AAABB)

Pokud bude bílý hráč hrát podle výše uvedené strategie, tak nikdy svým tahem nedostane hru do pozice AAABB.

Nyní uvedeme tvrzení o remizovosti pozic. Tvrzení říká, že pokud se hra dostane do jedné z těchto pozic, tak hra je remizová. Po tvrzení následuje i jeho důkaz. Tvrzení je uvedeno pro bílého hráče a platí pro situaci, kdy bílý hráč začíná, i kdy bílý hráč nezačíná.

Tvrzení: (remizovost pozic AAA, AAAb, AAbAb, AAAB, AAAbB, AAABB)

Pokud se hra dostane do jedné z pozic AAA, AAAb, AAbAb, AAAB, AAAbB, AAABB, pak bílý hráč nemůže hru prohrát. Po dalších tazích se hra bude vždy nacházet v jedné z pozic AAA, AAAb, AAbAb, AAAB, AAAbB, AAABB.

Důkaz: (remizovost pozic AAA, AAAb, AAbAb, AAAB, AAAbB, AAABB)

Pozice AAA:

- a) Bílý hráč
 - a. Pokud 3 černé A gobblety stojí v jedné linii a v této linii nestojí žádný bílý A gobblet, bílý hráč přesune jeden ze svých A gobbletů do této linie. Hra se bude nacházet v pozici AAAB. P1 platí.
 - b. Pokud se tři černé A gobblety nacházejí v jedné linii a v této linii stojí i bílý A gobblet, bílý hráč přesune jeden ze svých dvou zbývajících A gobbletů po hrací desce. Hra se bude nacházet v pozici AAAB. P1 platí.
 - c. Jinak bílý hráč přesune jeden ze svých A gobbletů libovolně po hrací desce. Hra se bude nacházet v pozici AAAB. P1 platí.
- b) Černý hráč:
 - a. Může pouze přesunout jeden ze svých A gobbletů po hrací desce, tímto tahem nemůže vyhrát hru (černý hráč nemá k dispozici 4 gobblety na hrací desce). Hra se bude nacházet v pozici AAA.

Pozice AAAb:

- a) Bílý hráč:
 - a. Pokud 3 A gobblety černého hráče stojí v jedné linii a v této linii nestojí žádný bílý A gobblet, bílý hráč přesune A gobblet, který nezakrývá černý B gobblet, do této řady. Hra se bude nacházet v pozici AAAb. P1 platí.

- b. Pokud 3 A gobblety černého hráče stojí v jedné linii a v této linii stojí bílý A gobblet, který zakrývá černý B gobblet, bílý hráč přesune A gobblet, který nezakrývá černý B gobblet, libovolně po hrací desce. Hra se bude nacházet v pozici AAAb. P1 platí.
 - c. Pokud 3 A gobblety černého hráče stojí v jedné linii a v této linii stojí bílý A gobblet, který nezakrývá černý B gobblet, bílý hráč přesune jeden za svých A gobbletů, který zakrývá černý B gobblet, libovolně po hrací desce. Hra se bude nacházet v pozici AAAbB. P1 platí. P2 platí.
 - d. Jinak bílý hráč přesune A gobblet, který nezakrývá černý B gobblet, libovolně po hrací desce. Hra se bude nacházet v pozici AAAb. P1 platí.
- b) Černý hráč:
- a. Může přesunout jeden ze svých A gobbletů, které nezakrývají černý B gobblet, po hrací desce. Hra se bude nacházet v pozici AAAb.
 - b. Může odkrýt svůj B gobblet (přesunutím A gobbletu, který ho zakrývá). Hra se po tomto tahu bude nacházet v pozici AAAB.

Pozice AAbAb:

- a) Bílý hráč:
- a. Pokud 3 A gobblety černého hráče stojí v jedné linii a v této linii nestojí bílý A gobblet, přesune bílý hráč jeden ze svých dvou A gobbletů, který nezakrývá černý B gobblet, do této linie. Hra se bude nacházet v pozici AAbAb. P1 platí.
 - b. Jinak bílý hráč přesune jeden ze svých dvou A gobbletů, který nezakrývá černý B gobblet a nestojí v řadě se třemi černými A gobblety, libovolně po hrací desce. Hra se bude nacházet v pozici AAbAb. P1 platí.
- b) Černý hráč:
- a. Přesune svůj A gobblet, který nezakrývá žádný černý B gobblet, po hrací desce. Hra zůstane v pozici AAbAb.
 - b. Přesune po hrací desce A gobblet, který zakrývá jeden z černých B gobbletů. Hra se dostane do pozice AAAbB.

Pozice AAAB:

- a) Bílý hráč:
 - a. Bílý hráč svým A gobbletem, který nic nezakrývá, zakryje B gobblet černého hráče. Hra se dostane do pozice AAA. P1 platí.
- b) Černý hráč:
 - a. Přesune po hrací desce jeden ze svých A gobbletů nebo svůj B gobblet. Hra zůstane v pozici AAAB.
 - b. Jedním ze svých A gobbletů zakryje svůj B gobblet. Hra se dostane do pozice AAAb.

Pozice AAAbB:

- 1) Bílý hráč:
 - a. Pokud jsou 3 černé A gobblety v linii a v této linii nestojí také bílý A gobblet, bílý hráč přesune jeden ze svých A gobbletů, které nezakrývají žádný černý gobblet, do této linie. Hra se bude nacházet v pozici AAAbB. P1 platí. P2 platí.
 - b. Jinak bílý hráč zakryje černý B gobblet jedním ze svých A gobbletů, které nezakrývají černý B gobblet. Hra se bude nacházet v pozici AAAb. P1 platí.
- 2) Černý hráč:
 - a. Přesune svůj A gobblet, který nic nezakrývá, nebo svůj B gobblet po hrací desce. Hra se po tomto tahu bude nacházet v pozici AAAbB.
 - b. Přesune A gobblet, který zakrývá černý B gobblet, po hrací desce. Hra se dostane do pozice AAABB.
 - c. Zakryje svůj B gobblet A gobbletem, který nic nezakrývá. Hra se bude nacházet v pozici AAbAb.
 - d. Zakryje svůj B gobblet A gobbletem, který zakrývá černý B gobblet. Hra zůstane v pozici AAAbB.

Pozice AAABB (v této pozici je na tahu vždy bílý hráč):

- a) Bílý hráč:
 - a. Pokud gobblety černého hráče tvoří dvojhrozbu (kterou lze eliminovat), ve které se na společném poli protínajících se linií nachází černý B gobblet, bílý hráč ho zakryje jedním ze svých A

gobbletů, které nic nezakrývají. Hra se bude nacházet v pozici AAAB.

P1 platí.

- b. Jinak bílý hráč zakryje černý B gobblet jedním ze svých A gobbletů, které nic nezakrývají. Hra se dostane do pozice AAAB. P1 platí.

□

Nyní dokážeme pozorování uvedené před tvrzením o remizovosti pozic AAA, AAAb, AAbAb, AAAB, AAAbB, AAABB.

Důkaz: (tah v mezipozici AAABB)

Z důkazu tvrzení o remizovosti pozic AAA, AAAb, AAbAb, AAAB, AAAbB, AAABB vyplývá, že do pozice AAABB se hra může dostat pouze tahem černého hráče z pozice AAAbB. Tudíž v této pozici bude vždy na tahu bílý hráč.

□

Pro důkaz remizovosti hry pouze se dvěma typy gobbletů stačí dokázat následující tvrzení.

Tvrzení: (remizovost hry s AB gobblety)

V případě, že hráči mají k dispozici pouze gobblety 2 velikostí (např. A a B gobblety), hra je remizová.

Důkaz: (remizovost hry s AB gobblety)

Hra se pomocí strategie pro hru s AB gobblety dostane do AAA. Tato pozice je pro bílého hráče remizová (což bylo dokázáno v předcházejícím důkazu).

Tvrzení platí jak pro začínajícího, tak pro nezačínajícího hráče.

□

6.2. Programový důkaz

V této kapitole jsou popsány důkazy remizovosti hry s A a B gobblety, které byly provedeny pomocí algoritmů uvedených v kapitole Algoritmy použité pro důkazy. Nejprve bude popsán důkaz pomocí algoritmu 1, který ověřuje strategii popsanou v písemném důkazu hry s A a B gobblety, uvedeném v předchozí kapitole. Jako druhé bude popsáno použití algoritmu 4, který vytváří certifikáty pro jednotlivé hráče, které určují, zda-li je pozice prohraná.

1) Algoritmus 1

Tento algoritmus vyžaduje na vstupu tři funkce: FceB (definující množinu B), FceW (definující množinu W) a StratW. Nejdříve popíšeme tyto funkce, které byly použity pro důkaz.

Množiny B a W (definované funkcemi FceW a FceB) neobsahují počáteční pozici.

Popis funkce FceW:

- Pokud jsou na hrací desce pouze gobblety černého hráče-> prohra.
- Pokud má některý z hráčů na ruce nějaký gobblet:
 - o Pokud černý A gobblet zakrývá černý B gobblet-> prohra.
 - o Pokud je na hrací desce více černých A gobbletů než bílých A gobbletů-> prohra.
 - o Pokud je na hrací desce nezakrytý černý B gobblet-> prohra.
 - o Pokud na hrací desce neexistuje svobodný bílý A gobblet:
 - Pokud nemá bílý hráč na ruce žádný A gobblet a na hrací desce existuje A gobblet, který nezakrývá černý B gobblet-> prohra.
- Pokud se hra nachází v AAABB-> prohra.
- Pokud černý hráč vytvořil linii-> prohra.
- Pokud na hrací desce existuje hrozba černého hráče, kterou může využít k vytvoření linie-> prohra.
- Pokud černý hráč svým tahem může vytvořit dvojhrozbu, kterou nelze eliminovat-> prohra.

Popis funkce FceB:

- Pokud jsou na hrací desce pouze gobblety bílého hráče-> prohra.
- Pokud má některý z hráčů na ruce nějaký gobblet:
 - o Pokud černý A gobblet zakrývá černý B gobblet-> prohra.
 - o Pokud je počet černých gobbletů na hrací desce o jedna vyšší než počet bílých A gobbletů a na hrací desce existuje nezakrytý černý B gobblet-> prohra.
 - o Pokud na hrací desce existuje víc než jeden nezakrytý černý B gobblet-> prohra.

- Pokud je počet nezakrytých černých B gobbletů na hrací desce větší než počet bílých A gobbletů, které nic nezakrývají-> prohra.
- Pokud je na hrací desce černý B gobblet a po odebrání tohoto gobbletu z hrací desky na hrací desce neexistuje svobodný bílý A gobblet-> prohra.
- Pokud na hrací desce existuje hrozba černého hráče, která není eliminovaná a černý B gobblet, který není součástí hrozby-> prohra.
- Pokud na hrací desce existuje hrozba černého hráče a jediný bílý A gobblet, který nic nezakrývá, je součástí této hrozby-> prohra.
- Pokud černý hráč vytvořil linii-> prohra.
- Pokud existuje dvojhrozba černého hráče, kterou nelze eliminovat-> prohra.

Popis funkce StratW:

- Pokud mají hráči nějaké gobblety na ruce
 - Pokud existuje na hrací desce hrozba černého hráče
 - Pokud v hrozbě stojí černý B gobblet, pokusit se ho zakrýt A gobbletem, který nic nezakrývá
 - Pokud je v linii, v které je hrozba volné pole, tak na volné pole vyložit A gobblet z ruky nebo přesunout A gobblet, který nic nezakrývá, na volné pole hrozby
 - Pokud na hrací desce existuje nezakrytý černý B gobblet, zakrýt ho A gobbletem, který nic nezakrývá
 - Pokud máme na ruce nějaký A gobblet, vyložit ho na hrací desku na diagonálu
 - Pokud nelze provést žádný z výše uvedených tahů, tak přesunout po hrací desce A gobblet, který nic nezakrývá
- Pokud se hra nachází v pozici AAAB, tak zakrýt černý B gobblet
- Pokud se hra nachází v pozici AAABB
 - Pokud na hrací desce existuje dvojhrozba s B gobbletem na společném poli, tak zakrýt tento B gobblet A gobbletem, který nic nezakrývá
 - Pokud na hrací desce existuje hrozba černého hráče
 - Pokud je v hrozbě černý B gobblet, zakrýt tento B gobblet A gobbletem.

- Pokud je v hrozbě volné pole, přesunout na toto pole A gobblet, který nic nezakrývá
 - Pokud není možné provést žádný z výše uvedených tahů, zakrýt černý B gobblet na hrací desce
- Pokud existuje v pozici hrozba černého hráče
 - Pokud je v hrozbě volné pole
 - Pokud je hra v pozici AAA, tak přesunout A gobblet na toto pole
 - Pokud je hra v pozici AAAb, AAbAb nebo v pozici AAAbB, přesunout A gobblet, který nic nezakrývá, na toto pole
 - Pokud v hrozbě stojí bílý A gobblet
 - Pokud je hra v pozici AAA, tak přesun libovolného jiného A gobbletu po hrací desce
 - Pokud je hra v pozici AAAb
 - Pokud v hrozbě stojí A gobblet, který zakrývá černý B gobblet, tak přesunout A gobblet, který nic nezakrývá, po hrací desce
 - Pokud v hrozbě stojí A gobblet, který nezakrývá černý B gobblet, tak přesunout jiný A gobblet po hrací desce
 - Pokud je hra v pozici AAbAb, tak přesun A gobbletu, který nic nezakrývá a nestojí v hrozbě, libovolně po hrací desce
 - Pokud je hra v pozici AAAbB, tak zakrýt černý B gobblet A gobbletem, který nestojí v hrozbě
- Pokud v pozici neexistuje hrozba
 - Pokud se hra nachází v pozici AAA, tak přesunout libovolný A gobblet po hrací desce
 - Pokud se hra nachází v pozici AAAb nebo pozici AAbAb, tak přesunout A gobblet, který nic nezakrývá, po hrací desce
 - Pokud se hra nachází v pozici AAAbB, tak zakrýt černý B gobblet

V průběhu výpočtu programu bylo zpracováno 53000960 pozic pro bílého hráče a 18642288 pozic pro černého hráče. Ani jeden hráč se svým tahem nedostal do pozice, kterou by program označil jako prohranou. Doba výpočtu algoritmu byla přibližně 7 hodin.

Tímto výsledkem bylo dokázáno, že strategie definovaná výše uvedenými funkcemi je remizová.

2) Algoritmus 4

Tento algoritmus byl použit k vytvoření certifikátů a jejich ověření. Programově byly vytvořeny Algoritmy 2 a 3. Pomocí jejich opakovaného spouštění byl realizován algoritmus 4.

Algoritmus 4 na vstupu očekává dvě funkce FceB a FceW (definující množiny B a W). První běh algoritmu byl realizován s následujícími počátečními funkcemi FceB a FceW:

FceW:

- Zkontroluje, zda-li černý hráč nemá vytvořenou linii čtyř gobbletů, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, že v pozici neexistují tři nezakryté černé B gobblety, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, zda-li nemůže černý hráč vyhrát hru jedním tahem, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, zda pozice není v seznamu výjimek pro certifikát černého hráče, pokud ano – prohra.

FceB:

- Zkontroluje, že v pozici neexistuje linie čtyř černých gobbletů, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, zda pozice není v seznamu výjimek pro certifikát bílého hráče, pokud ano – prohra.

V průběhu zpracování algoritmu byly seznamy výjimek pro množiny B a W dále rozšiřovány o další pozice, které byly označeny jako prohra. Průběh algoritmu byl následující:

- vytvoření certifikátu pro bílého hráče
- vytvoření certifikátu pro černého hráče

- ověření certifikátů pro bílého hráče + aktualizace certifikátu pro bílého hráče (certifikát nebyl aktualizován)
- ověření certifikátů pro černého hráče + aktualizace certifikátu pro černého hráče (certifikát nebyl aktualizován)

Algoritmus byl spouštěn zvlášť pro pozice, kde žádný z hráčů nemá na ruce gobblety, a pro pozice, kde alespoň jeden z hráčů má na ruce nějaký gobblet.

Běh algoritmu pro pozice, kde alespoň jeden hráč má na ruce nějaký gobblet, rozšířil seznam výjimek pro B o 156892 pozic a seznam výjimek pro W o 1935 pozic. Doba běhu programu byla následující:

- 1. běh přibližně 16 hodin
- 2. běh přibližně 29 hodin
- 3. běh přibližně 17 hodin
- 4. běh přibližně 28 hodin

Běh algoritmu pro pozice, kde hráči nemají na ruce žádné gobblety, rozšířil seznam výjimek pro B o 343362 pozic a seznam výjimek pro W o 830 pozic. Doba běhu programu byla následující:

- 1. běh přibližně 23 hodiny
- 2. běh přibližně 35 hodin
- 3. běh přibližně 24 hodiny
- 4. běh přibližně 35 hodin

7. Hra s ABC gobblety

V této kapitole se zaměříme na hru s gobblety velikostí A, B a C. Opět předpokládáme, že hrajeme za bílého hráče. Černý hráč hraje s gobblety velikostí A, B a C. Bílý hráč používá pouze gobblety velikostí A a B, gobblety velikosti C nemá vůbec k dispozici.

Pro hru s A, B a C gobblety se nepodařilo provést písemný důkaz a ani důkaz pomocí algoritmů popsaných výše. V následujících kapitolách budou neúspěšné pokusy o důkaz popsány podrobněji.

7.1. Písemný důkaz

Jak již bylo uvedeno výše, kompletní písemný důkaz pro hru s A, B a C gobblety proveden nebyl. Nyní si popíšeme, proč písemný důkaz nebyl proveden.

Nejdříve si uvedeme jedno tvrzení, které říká, že pokud se hra s ABC gobblety dostane do určité pozice, tak je ji možné převést na hru pouze s AB gobblety a hra je tedy pro bílého hráče remizová.

Tvrzení: (remizová pozice ABC)

Pokud se hra s ABC gobblety dotane do pozice, ve které jsou všechny černé C gobblety zakryty bílými B gobblety. Dále pozice musí splňovat některou z definic pozic AAA, AAAb, AAbAb, AAAB, AAAbB a AAABB s podmínkami P1 a P2 uvedených v důkazu hry s AB gobblety. Pokud pozice tyto dvě podmínky splňuje, je pro bílého hráče remizová.

Důkaz: (remizová pozice ABC)

Odstraněním bílých B gobbletů a černých C gobbletů z hrací desky se hra převede na hru s AB gobblety. Hra s AB gobblety je remizová, toto jsme dokázali v předchozí kapitole.

Při hře s ABC gobblety je potřeba, aby bílý hráč využil svých B gobbletů k zakrytí černých C gobbletů. Pokud jsou všechny černé C gobblety zakryty bílými B gobblety, tak bílý hráč už pro své tahy B gobblety nevyužívá – tj. je možné tyto gobblety z hrací desky odstranit.

□

Nyní jsme dokázali, že po dosažení určité pozice je hra s A, B a C gobblety remizová. Dále byl proveden pokus najít cyklus pozic, ve kterém se hra udrží (stejně jako v případě hry s A a B gobblety). Nyní si zdefinujeme pozici, která byla použita jako počáteční pro nalezení cyklu.

Definice: Pozice 0 Černý hráč má k dispozici 3 A gobblety. Zbylé černé gobblety jsou zakryté. A gobblety černého hráče nic nezakrývají nebo zakrývají bílé B gobblety. Černé C gobblety jsou zakryty dvěma černými B gobblety a jedním bílým B gobblem. Bílé A gobblety zakrývají černé B gobblety.

Z pozice 0 byl proveden rozbor tahů, které mohou hráči v pozici provést a byly vytvořeny další pozice cyklu. Počet pozic oproti hře s A a B gobblety (ve které máme definováno 6 pozic) narostl, a tak tento důkaz nebyl dokončen. Důvodem nedokončení důkazu bylo množství pozic, které by cyklus obsahoval. Rozbor pozic by byl rozsáhlý a nepřehledný, místo písemného rozboru bylo tedy přistoupeno k pokusu o nalezení strategie pomocí algoritmů uvedených výše.

7.2. Programový důkaz

Pro důkaz remizovosti hry s A a B gobblety byly použity algoritmy 1 a 4. Ani jeden z těchto algoritmů bohužel nevedl k dokázání remizovosti hry. Nyní si popíšeme použití jednotlivých algoritmů.

1) Algoritmus 1

Pro hru s A, B a C gobblety byl algoritmus 1 spouštěn pro pozice, ve kterých jsou na hrací desce umístěny všechny gobblety, s následujícími vstupními funkcemi.

StratW

- Pokud v pozici existuje dvojhrozba.
 - Pokud je společné pole obsazeno a nestojí na něm A gobblet, přesunout A gobblet na toto pole.
 - Pokud je společné pole neobsazeno.
 - Pokud v dvojhrozbě stojí B gobblet, pokusit se ho zakrýt.
 - Jinak přesunout A gobblet na společné pole.
- Pokud v pozici existuje potenciální dvojhrozba.
 - Zjistit, zda-li je potřeba potenciální dvojhrozbu eliminovat.

- Pokud ano.
 - Pokusit se zakrýt černý B gobblet v hrozbě, pokud existuje.
 - Pokusit se zakrýt černý C gobblet v hrozbě, pokud existuje.
 - Přesunout A gobblet na společné pole hrozby.
- Pokud v pozici existuje hrozba
 - Zakrýt černý C gobblet v hrozbě, pokud existuje.
 - Zakrýt černý B gobblet v hrozbě, pokud existuje.
 - Přesunout do hrozby A gobblet.
- Zakrýt černý C gobblet na hrací desce.
- Zakrýt černý B gobblet na hrací desce.
- Přesunout A gobblet po hrací desce.

FceW

- Pokud se hra nachází v pozici AAABB (pro hru s A, B a C gobblety)-> prohra.
- Pokud je na hrací desce jeden A gobblet, který zakrývá černý B gobblet.
 - Pokud je na hrací desce nezakrýtý B gobblet, zjistit, zda-li na hrací desce existuje hrozba.
 - Pokud hrozba neexistuje-> prohra.
 - Pokud hrozba existuje, zjistit, zda-li ji soupeř nemůže využít. Pokud ano-> prohra.
- Zkontrolovat, zda-li neexistuje čtveřice černých gobbletů, pokud ano-> prohra.
- Zkontrolovat, zda-li neexistuje hrozba černého hráče, pokud ano-> prohra.
- Zkontrolovat, zda-li černý hráč nemůže vytvořit nezabranitelnou hrozbu, pokud ano-> prohra.
- Zkontrolovat, zda-li na hrací desce neexistují dvojhrozby, kterých může černý hráč využít. Pokud ano-> prohra.

FceB

- Pokud na hrací desce existuje čtveřice černého hráče-> prohra.
- Zkontrolovat, že na hrací desce neexistují nezabranitelné hrozby černého hráče, pokud ano-> prohra.

- Zkontrolovat, že na hrací desce neexistuje hrozba a potenciální dvojhrozba černého hráče, pokud ano-> prohra.

Při běhu algoritmus vždy narazil na pozice, ve kterých neexistoval tah do pozice neprohra. V průběhu spouštění algoritmu byly vstupní funkce StartW, FceW a FceB upravovány podle výstupů, které algoritmus vydával. Finální podoba funkcí je popsána výše.

Ověření remizovosti hry přes tento algoritmus nebylo dokončeno a bylo přistoupeno k nalezení certifikátu (seznamu výjimek) pomocí algoritmu 4.

2) Algoritmus 4

Algoritmus 4 byl pro hru s A, B a C gobblety spouštěn s následujícími vstupními funkcemi FceW a FceB.

FceW:

- Zkontroluje, zda-li černý hráč nemá vytvořenou linii čtyř gobbletů, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, že v pozici neexistují tři nezakryté černé B gobblety, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, zda-li nemůže černý hráč vyhrát hru jedním tahem, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, zda-li černý hráč nemůže vytvořit nezabranitelnou hrozbu, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, zda-li na hrací desce neexistují nezabranitelné hrozby, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, zda pozice není v certifikátu černého hráče, pokud ano – prohra.

FceB:

- Zkontroluje, že v pozici neexistuje linie čtyř černých gobbletů, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, zda-li na hrací desce neexistuje nezabranitelná hrozba, pokud ano – prohra.
- Zkontroluje, zda pozice není v certifikátu bílého hráče, pokud ano – prohra.

Algoritmus 4 byl spouštěn pro pozice, ve kterých jsou na hrací desce umístěny všechny gobblety (tj. hráči nemají žádné gobblety na ruce). Při spouštění algoritmu byl prováděn první krok – vytvoření certifikátu pro bílého hráče. Počet zpracovaných pozic při tomto běhu přesáhl počet 257682791. Při běhu byl vytvořen seznam výjimek, který se nevešel do paměti počítače, na kterém byl algoritmus spouštěn a tento fakt vedl k selhání běhu algoritmu. Algoritmus běžel přibližně 104 hodiny.

Problém selhání běhu programu spočívá v množství pozic, které musí program zpracovat. Podle odhadů počtu pozic pro jednotlivé varianty hry, obsahuje hra s A, B a C gobblety 10 000 krát více pozic než varianta, ve které mají hráči k dispozici pouze A a B gobblety. Pro nejjednodušší variantu trval výpočet přibližně 8,5 dne (207 hodin), pro hru s A, B a C gobblety by tedy výpočet běžel 85 000 dní, což je přibližně 232 let. Tento odhad v sobě zahrnuje jak vytvoření certifikátu, tak jeho ověření. Pokud bychom měli k dispozici již vygenerovaný certifikát, tak pro jeho ověření jsme v případě hry s A a B gobblety potřebovali přibližně 4 dny (104 hodiny). Pro hru s A, B a C gobblety bychom tedy potřebovali 40 000 dní, což je přibližně 109 let.

Běh programu selhal na nedostatku paměti, u které nejsme schopni odhadnout, kolik jí program bude potřebovat. Odhad velikosti paměti nejsme schopni udělat, protože neznáme počet pozic, které program vyhodnotí jako prohrané (a zařadí je do seznamu výjimek). Pokud bychom tedy měli prostor nechat program počítat měsíce, tak bychom s největší pravděpodobností opět narazili na problém s pamětí (uložením prohraných pozic).

Z výše uvedeného tedy vyplývá, že hra se třemi typy gobbletů se na běžně dostupném hardware nedá spočítat v rozumném čase. Pokud bychom tedy chtěli spočítat hru se třemi gobblety, museli bychom použít více počítačů, případně se pokusit zlepšit použitý algoritmus.

Naše verze algoritmu generuje všechny pozice bez ohledu na symetrie. Generování pozic by se tedy dalo vylepšit, tak aby algoritmus generoval pouze nesymetrické pozice. Dále by se generování mohlo zlepšit tak, aby nebyly generované prohrané pozice (např. pozice obsahující čtveřici).

Dalším možným vylepšením by bylo rozšíření funkcí, které definují počáteční stav certifikátu. Tato úprava řeší problém s velikostí certifikátu. Tímto problémem

jsme se zabývali v případě použití algoritmu 1, který nevyužívá množiny vyjímek, ale všechny prohrané pozice má definovány pomocí funkcí (FceW, FceB).

Z uvedených možných vylepšení jsme se zabývali hlavně snížením počtu generovaných pozic. Byl proveden pokus úpravy generování pozic, tak aby bylo generováno co nejméně symetrických pozic. Bohužel tento pokus nijak výrazně nesnížil počet generovaných pozic.

8. Hra s ABCD gobblety

Výše popsané algoritmy nebyly pro hru s A, B, C a D gobblety spouštěny. Důvodem byl neúspěšný průběh pokusů pro hru pouze s třemi typy gobbletů. Vzhledem k tomu, že se nepovedlo pro hru s třemi gobblety vytvořit písemný důkaz (kvůli počtu pozic, které by se musely vzít v úvahu) a ani se nepodařilo najít strategii pomocí uvedených algoritmů, nemělo smysl pokoušet se vytvářet písemný důkaz nebo použít uvedené algoritmy pro hru se všemi typy gobbletů.

Pro hru se všemi typy gobbletů byla navržena agresivní strategie, jejímž cílem bylo dostat hru do pozice, kde má soupeř k dispozici pouze své A gobblety. Ostatní gobblety by měly být zakryté – nejlépe našimi gobblety. Problémem této strategie je, že se proti ní dá použít protistrategie, která znemožní dosažení požadovaného výsledku. Nyní si uvedeme popis této agresivní strategie:

Definice: (agresivní strategie pro hru s A, B, C a D gobblety)

- 1) Pokud na hrací desce existuje nezakrytý soupeřův D gobblet, zakryjeme ho naším C gobbletem.
- 2) Pokud na hrací desce existuje nezakrytý soupeřův C gobblet, zakryjeme ho naším B gobbletem.
- 3) Pokud na hrací desce existuje nezakrytý soupeřův B gobblet, zakryjeme ho naším A gobbletem.
- 4) C gobblet vykládáme až poté, co soupeř vyloží svůj D gobblet. C gobblet vykládáme na pole mimo diagonálu.
- 5) B gobblet vykládáme až poté, co soupeř vyloží svůj C gobblet. B gobblet vykládáme na pole mimo diagonálu.
- 6) A gobblet vykládáme, pokud nemůžeme provést žádný z výše uvedených tahů.
- 7) Pokud nelze provést žádný z výše uvedených tahů, přesuneme některý z našich gobbletů po hrací desce (pro tento tah využíváme gobblety, které nic nezakrývají, pokud existují, pokud takovýto gobblet neexistuje, tak pro tah využijeme náš A gobblet).

Výše popsaná strategie funguje pro hru s A a B gobblety, kde jsme schopni zakrýt všechny soupeřovy B gobblety hned, co je soupeř vyloží. Pro hry s větším

počtem gobbletů už může soupeř hrát tak, aby nám v tomto postupu zabránil. Uvedená strategie tedy není remizová. Protistrategií může být například následující strategie:

- 1) Pokud je na desce soupeřův gobblet, který můžeme zakrýt – zakryjeme ho.
- 2) Pokud máme na ruce nějaký gobblet, vyložíme ho na hrací desku.
- 3) Jinak přesuneme gobblet po hrací desce. Pro přesun využíváme gobbletů, které nic nezakrývají, pokud žádný takový gobblet nemáme, využijeme libovolný.

Cílem protistrategie je tedy zabránit protihráči zakrýt nám všechny gobblety (B, C a D). Pokud by se soupeři povedlo zakrýt nám všechny B, C a D gobblety vždy nejbližším větším gobbletem, prohráli bychom hru.

Tato strategie měla sloužit jako základ pro nalezení remizové strategie pro hru s A, B, C a D gobblety. Kvůli výše uvedeným důvodům nebylo hledání remizové strategie pro hru s A, B, C a D gobblety dokončeno.

Závěr

Remizovou strategii se podařilo nalézt pro hru, která byla omezena pouze na dva typy gobbletů. Pro hru s tímto omezením byl proveden písemný a algoritmický důkaz remizovosti. Důkaz remizovosti pro hru se třemi gobblety nebo se čtyřmi gobblety proveden nebyl.

Předpoklad, že remizovost hry bude možné spočítat na běžně dostupném hardware, byl tedy mylný. Pokusy provedené pro složitější varianty hry selhaly na velkém množství pozic, které hra obsahuje. Doba výpočtu použitého algoritmu byla v řádu měsíců, bohužel takový čas k dispozici nebyl. Výpočty dále narážely na problém s pamětí (ve které se během výpočtu vytvářel certifikát pro hru). Zde jsme bohužel nebyli schopni odhadnout, kolik paměti bude program pro svůj běh potřebovat. Řešením problému s pamětí by mohla být komplikovanější implicitní definice certifikátu. Problémem tohoto řešení je, že by se několikařádově zvýšila časová náročnost testu příslušnosti pozice do certifikátu.

Pro spočítání certifikátu pro hru se třemi typy gobbletů bychom tedy potřebovali řádově stovky počítačů, další řád bychom mohli získat lepším hardware a obětováním více času. Dalším vylepšením by mohlo být využití symetrií (zlepšení o další řád). Tato zlepšení odpovídají situaci s rychlým testem příslušnosti do certifikátu, proto je potřeba ještě uvažovat zpomalení související s reprezentací certifikátu a testem příslušnosti pozice do certifikátu.

Pokud bychom chtěli spočítat hru se všemi typy hracích kamenů, tak bychom potřebovali o dalších 5 řádů více výpočetního výkonu.

Vzhledem k výše uvedenému je zřejmé, že předpoklad práce, že důkaz remizovosti hry Gobblet bude možno provést na běžně dostupném HW, byl mylný.

Seznam použité literatury

[1] Gigamic. Gobblet – pravidla hry, 2003.

[2] Game complexity - Wikipedia, the free encyclopedia. 11.10.2011.

<http://en.wikipedia.org/wiki/Game_complexity>

[3] H. Jaap van den Herik, Jos W.H.M. Uiterwijk, Jack van Rijswijck. Games solved: Now and in the future, Artificial Intelligence 134 (2002) 277-311

[4] Game theory - Wikipedia, the free encyclopedia.

<http://en.wikipedia.org/wiki/Game_theory>