

STOCHASTICKÁ INFERENCE V MODELU EXTRÉMních UDÁLOSTÍ

Oponent: Prof. RNDr. Jana Jurečková, DrSc

Jan Dienstbier si ke své práci zvolil velmi zajímavé, ale matematicky náročné téma, kombinující teorii extrémních hodnot s lineárním regresním modelem. Metody teorie extrémních hodnot jsou delikátní již v modelu s jednou skalární náhodnou veličinou, a jejich obtížnost se stupňuje přítomností regresní matice. Kandidát s porozuměním prostudoval řadu titulů knižní i časopisecké literatury o extrémních hodnotách, a hlavní výsledky shrnuje v rozsáhlé první kapitole práce.

Hlavní náplní práce jsou extrémy jen zčásti; velká část práce je věnována stejnoměrným asymptotickým reprezentacím Bahadurova typu regresního α -kvantilu $\hat{\beta}_n(\alpha)$ v lineárním regresním modelu $\mathbf{Y}_n = \mathbf{X}_n\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}_n$, a dále stejnoměrným řádům konzistence těchto kvantilů. Autor se snažil rozšířit reprezentace na co nejširší třídu rozdělení pravděpodobností chyb a zajistit jejich stejnoměrnost pro co nejširší interval $(\alpha_n^*, 1 - \alpha_n^*) \subset (0, 1)$. Tyto reprezentace mají četné aplikace a věnovala se jim řada autorů; v práci však postrádám jejich stručný přehled, jakožto popis současného stavu problematiky. V literatuře mají tyto reprezentace často pomocný charakter při studiu asymptotického chování různých odhadů, testů a dalších procedur.

VÝSLEDKY PRÁCE A AKTUÁLNOST TÉMATU: Chování extrémních regresních kvantilů a regresních kvantilů vyšších řádů je velmi zajímavé a dosud ne zcela probádané téma, kde se ještě můžeme dočkat překvapujících výsledků, nebo naopak můžeme najít metody k ověření některých našich domněnek. Jan Dienstbier v některých případech zlepšil řád stejnoměrné konzistence regresních kvantilů a zeslabil předpoklady proti výsledkům v literatuře, zejména rozšířil reprezentaci regresních kvantilů na rozdělení s těžkými chvosty. Proces zprůměrovaných reziduí regresního kvantilu aproximoval gaussovským procesem a aproximace využil ke konstrukci odhadu Pickandsova typu pro Paretův index rozdělení pravděpodobností chyb regresního modelu, a ke studiu jeho asymptotického chování.

POUŽITÉ METODY A POSTUPY: Autor se podrobně seznámil a aktivně využil delikátní a náročné metody, vypracované v literatuře pro extrémní hodnoty a speciálně pro regresní kvantily tam, kde nestačí standardní metody. Kromě standardních metod navázal na metody Chernozhukova, Dreese, Gutenbrunera et.al., Jurečkové, Koenkera et al., Pollarda a jiných. Jedná se např. o aproximaci po částech lineární funkce funkcí kvadratickou, metodu řetězení (chaining method), aproximaci gaussovským procesem, využití konvexního aparátu, velmi jemných pravděpodobnostních nerovností Bernstein-Bennett-Hoeffdingova typu, a jiné. Jedná se o náročné metody, často netradiční, a zvládl je natolik, že je dokázal aktivně využít.

Pomocí těchto metod nejprve studoval asymptotiku posloupnosti

$$\sup_{\alpha_n^* \leq \alpha \leq 1 - \alpha_n^*} \left\| n^{1/2} \sigma_\alpha^{-1} (\hat{\beta}(\alpha) - \beta(\alpha)) \right\|,$$

kterou v některých případech rozšířil na větší třídu rozdělení pravděpodobností zahrnující i těžká rozdělení a na $\alpha_n^* = n^{-1+\delta}$, $\delta > 0$, za určitých podmínek na regresní matici. Tento výsledek lze zřejmě použít pro testy v lineárním modelu založené na regresních pořadových skórech, neboť zmenšuje jejich cenzurování. Tuto aplikaci kandidát neuvažoval, to je možnost další práce.

Později se zaměřil na posloupnost $\bar{\mathbf{x}}_n^\top \hat{\beta}(\alpha)$ zprůměrovaných reziduí, která je monotonní v α a chová se podobně jako jednotlivý kvantil v modelu s parametrem polohy. Lze ji tedy podobně aplikovat. Speciálně Dienstbier rozšířil Dreesovy aproximace zprůměrovaných reziduí gaussovským procesem a na základě toho studoval asymptotické chování odhadů Paretova indexu Pickandsova typu. Odhady numericky ilustroval na simulovaných datech. Pomocí výše citovaných metod studoval i vlastnosti tzv. dvoustupňových regresních kvantilů a extrémních regresních kvantilů.

FORMÁLNÍ ZPRACOVÁNÍ: Student se seznámil s netradičními a náročnými metodami a aktivně jich využil ve své práci. Samozřejmě takovou práci nelze psát ve spěchu a je třeba několikrát zkontrolovat možná přehlédnutí a drobné omyly, což autor často neudělal. Bohužel proto je práce obtížná ke sledování, zvláště pro čtenáře, který se s novou problematikou seznamuje. Anglické formulace

bývají nepřesné a někdy zkreslující. Práce obsahuje kvalitní výsledky, a proto případnou publikaci je třeba připravit s mimořádnou pečlivostí.

DÍLČÍ POZNÁMKY:

- str. 36: “and in the new edition Huber & Ronchetti (2000)”
- str. 37: “we shall find important”
- str. 38: konzistence čeho ?
- str. 39: dimension of what?
- str. 40 “In fact,...”: myšlenku by bylo třeba vysvětlit.
- str. 65: $\log^{1+\delta}$: logaritmus čeho ?
- str. 65: Zkontrolujte inkluzi následující po (2.124)
- str. 67: Spíš by se mělo psát “Tails of averaged regression quantiles residuals” nebo podobně. Výraz “tails of regression quantiles” je matoucí.
- str. 68: Ve vzorci (2.138) jsou na levé straně nesprávné argumenty.
- str. 68: Ve vzorci (2.151) jsou na levé straně nesprávné argumenty.

Práce by zasloužila pečlivějšího zpracování, zkontrolování textu i dílčích výsledků, a někdy vhodnějšího vyjadřování. To lze omluvit mimořádnou náročností problematiky a autorovou nezkušeností. Na druhé straně je třeba zdůraznit, že Jan Dienstbier aktivně zvládl náročné metody a využil je k dosažení nových zajímavých výsledků, na které je možno dále navázat. Tím jednoznačně prokázal svou schopnost samostatné a aktivní vědecké práce, a proto doporučuji, aby na základě jeho dizertační práce byla Mgr. Janu Dienstbierovi udělena hodnost PhD.

V Praze 29. října 2011

prof. RNDr. Jana Jurečková, DrSc.