

Nespojitá Galerkinova metoda pro řešení stlačitelného vazkého proudění

Předložená doktorská práce je zaměřena na numerickou simulaci interakce dvoudimenzionálního stlačitelného vazkého proudění a vibrujícího leteckého profilu se dvěma stupni volnosti. Proudění tekutiny je popsáno pomocí Navierových-Stokesových rovnic formulovaných za pomoci ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) metody pro časově závislé oblasti. Autor se v práci především věnoval teoretické analýze úplné časoprostorové nespojitě Galerkinovy metody pro skalární konvektivně difuzní rovnici s nelineární konvekcí a nelineární difuzí. Numerické řešení proudění tekutiny byly získány pomocí dvou metod a to semiimplicitní nespojitou Galerkinovou metodou (tzv. BDF metodou) a aplikací diskretizace nespojitě Galerkinovy metody jak v prostoru tak i v čase (STDGM - úplná časoprostorová nespojitá Galerkinova metoda). Autor také podrobně popsal algoritmy u obou studovaných metod.

Vibrace profilu byly popsány pomocí systému obyčejných diferenciálních rovnic, které byly řešeny metodou Runge-Kutta 2.řádu. Autor pro řešení velkých řídkých soustav rovnic zvolil metodu GMRES s blokově diagonálním předpokmáněním. Popsané metody byly naprogramovány v jazyce C a navíc vypracovaný program byl za pomoci OpenMP paralelizován za účelem zrychlení výpočtů.

Obě výše popsané metody byly použity pro řešení reálných případů. Autor dosáhl dobré shody se široce využívaným komerčním programem NASTRAN, pomocí kterého lze určit kritickou náběžnou rychlost. Z dosažených výsledků lze usoudit, že stlačitelnost má malý vliv pro proudění s nízkou náběžnou rychlostí proudu. Autor také studoval numerickou simulaci interakce pro vysoké náběžné rychlosti. Zde se již ukázalo, že stlačitelnost má již výraznější vliv na řešení a tím použití nestlačitelného modelu je již nevhodná.

Doktorská práce je rozdělena do 11 kapitol. Po Úvodu je v druhé, třetí a čtvrté kapitole formulován skalární modelový problém a zformulován diskrétní problém. 5.-7. kapitola je věnována odhadům chyb. Hlavní autorův teoretický výsledek je zformulován ve větě 26 (sedmá kapitola), ve které jsou odvozeny odhady chyby časo-prostorové nespojitě Galerkinovy metody pro skalární nestacionární rovnici s nelineární konvekcí a nelineární difuzí v závislosti na parametru triangulace a časového kroku. K získání těchto odhadů autor postupně odvodil celkem 19 pomocných lemmat, jedné věty (abstraktní odhad chyby) a 3 tvrzení. Důkazy některých lemmat jsou nejen obtížné, ale také důmyslné a využívají hluboké znalosti Sobolevových a Bochnerových prostorů a dalších znalostí z funkcionální analýzy a numerických metod (např. Multiplikativní věta o stopách, inverzní nerovnost, projekce v Sobolevových prostorech a j.). Popis stlačitelného vazkého proudění v omezené oblasti je uveden v osmé kapitole. V této kapitole je také popsána interakce mezi profilem a obtékajícím plynem. V následující 9. kapitole je pak uvedena diskretizace příslušných rovnic z osmé kapitoly pomocí nespojitě Galerkinovy metody a to nejprve jako semi-diskretizaci v prostoru kombinovanou s BDF (backward difference formula) metodou v čase a pak i úplnou

časoprostorovou nespojitou Galerkinovou metodou. Desátá kapitola je věnována algoritmizaci včetně doporučení numerického výpočtu jednorozměrných a dvourozměrných integrálů. Numerické výsledky včetně popisu sestaveného programu jsou uvedeny v poslední 11. kapitole.

Předložená práce je sepsána pečlivě a srozumitelně. Je rozsáhlá a kromě nových teoretických výsledků obsahuje numerickou realizaci otestovanou na konkrétních příkladech zpracovaných do grafů a obrázků. Nenašel jsem v ní žádné podstatné chyby. Získané výsledky rozšiřují dosud známou teorii aplikace nespojité Galerkinovy metody k řešení stlačitelného vazkého proudění. Autor v předložené doktorské práci prokázal, že je schopen řešit velmi složité matematické problémy. Jednoznačně doporučuji přijmout předloženou práci k obhajobě. Dále doporučuji, aby po úspěšné obhajobě byl Mgr. Janu Česeneku udělen titul Ph.D.

V Praze dne 29. července 2011.



Doc. RNDr. Karel Najzar, CSc.
KNM MFF UK
Sokolovská 83
186 75 Praha 8