

**Posudek na disertační práci RNDr. Jonathana Venera
„Ultrafilters and Independent Systems“**

Práce se zabývá vybranými kapitolami z teorie ultrafiltrů. První část směřuje k jednomu hlavnímu výsledku, a to absolutní existence určitého typu ultrafiltrů v přírůstku Stone-Čechovy kompakтификаce přirozených čísel. Motivace pro takový výsledek je v explicitním důkazu nehomogenosti tohoto prostoru. Vývoj této otázky je obsírně představen. (Tady by čtenář přivítal důkaz věty 2.28 jako jeden ze stěžejních kroků kapitoly 2 k hlavnímu výsledku. Důkaz věty 2.47 není správný.) Kombinací zavedených technik z této oblasti se autorovi podařilo ke známým typům existujících v ZFC přidat další (věta 2.52). Vzhledem k důležitosti této hlavní věty se zdá její důkaz poněkud povrchní.

Druhá část se zabývá konsistentními tvrzeními. Kapitoly 3.1 a 3.2 prezentují známé skutečnosti o konsistentní existenci ultrafiltrů. Další dvě kapitoly obsahují především výsledky, které obdržel autor spolu s M. Hrušákem a A. Blassem.

Kapitola 3.3 se věnuje pojmu Canjarova ultrafiltru. Tento pojem je definován přes vlastnost odvozeného forcingu. Hlavní výsledek (věta 3.39) dává kombinatorickou ekvivalenci (silný P-bod), přičemž dosud byla známa jenom jedna implikace této ekvivalence. Pomocí této ekvivalence se znova dokazuje konsistence Canjarova ultrafiltru (věta 3.41).

Kapitola 3.4 jedná o okruh otázek ve spojení s definovatelnými ideály. Tady by se měla vyzdvihnout věta 3.49, která konstatuje ekvivalenci mezi forcingovou vlastností (kvocient podle ideálu přidává P-bod) a složitostí ideálu (lokálně F_σ). (Důkaz příkladu 3.50 je neúplný, příklad by měl být přesto správný. Věta 3.51 je špatně formulována, platí opak.) Dále obsahuje kapitola ekvivalence mezi forcingovými vlastnostmi (kvocient podle ideálu přidává Q-bod, rapid ultrafiltr) a postavením ideálu v uspořádání KB (věty 3.56 a 3.59) jakož i řadu příkladů k uvedeným pojmům, kde se musí vyzdvihnout příklad 3.61, který vyvrací domněnku od Laflamme.

Celá práce se snaží o podání motivací předkládaného materiálu a jeho zapojení do kontextu a svědčí o znalosti širších souvislostí.

Práce by si zasloužila větší pečlivost. Množství překlepů, nepřesností a nepodložených tvrzení (obzvlášť v 2. kapitole) klade velké nároky na čtenáře.

Disertační práce dokládá schopnost autora k samostatné vědecké práci a proto doporučuji její přijetí.



Egbert Thümmel

Říčany dne 28.7.2011