MATEMATICKÝ ÚSTAV AV ČR

Akademie věd České republiky

Matematický ústav

Žitná 25
115 67 Praha 1
Česká republika

tel.: 222 090 711
fax: 222 211 638
http://www.math.cas.cz

20. května 2006

Oponentský posudek diplomové práce Evy Ondráčkové
Výpočetní složitost v teorii grafů

Předložená práce se zabývá řadou oblastí propojených tématem grafové operace zvané Seidelovo přepnutí.

Jednoznačným kladem práce je rozsah kontextu v teorii složitosti a teorii grafů, ve kterém je tato operace zkoumána. Jsou zde výsledky týkající se NP-úplnosti a obtížnosti aproximace, studium tříd grafů, které se danou operací dají převést na graf bez daného podgrafu, a charakterizace tříd pomocí vyloučených podgrafů. Tyto oblasti patří k základním kamenům (více než samotné Seidelovo přepnutí), a proto je zvládnutí jejich technik velmi přínosné.

Jednotlivé výsledky jsou spíše drobné, ale dohromady tvoří pěkný soubor. Nejelegantnější mi připadá polynomiální algoritmus v kapitole 5, nejnáročnější je asi charakterizace grafů s přepnutími bez $K_{1,2}$ pomocí zakázaných podgrafů v kapitole 6.

Následuje několik konkrétních poznámek.

Ve větě 3.1 stačí čas $O(n^{k+1}p(n))$ místo uváděných $O(n^{k+3}p(n))$. Trik je v tom, že probíraná přepnutí daného grafu $G' = S(G, A)$ není třeba konstruovat explicitně. Místo toho si lze zapamatovat pouze množinu A a v algoritmu pro rozpoznávání třídy $\mathcal{A}$ při každém testu hrany v konstantním čase z G a A spočítá, zda je v G'. Je snadné pro každý vrchol všechna přípustná A najít v čase $O(n^k)$. Tato poznámka se ovšem týká spíše citovaného článku.

V sekci 4.5 si myslím, že je možné dokázat nejen NP-úplnost toho, že nějaké přepnutí má kliku velikosti cn, ale i NP-těžkost aproximace největšího c, pro které to platí.

Důsledek 4.24 platí i s předpokladem $P \neq NP$, což plyne z nedávného výsledku Zuckermana (STOC 2006).

Při formulaci vět v kapitole 6 mi připadá zvláštní vyjmenovávání všech přepnutí zakázaných podgrafů. Je to podobné, jako kdyby byly vyjmenovávány všechny jejich izomorfní kopie. Třeba ve větě 6.2 by stačilo formulovat bod (2) jako "Every graph in $\mathcal{S}$ is C_5-free".

Lemma 6.6 je potřeba už k porozumění předchozích sekcí kapitoly 6.

Je trochu nepřehledné, že se stejný graf označuje P_3 i $K_{1,2}$, navíc by někde mohlo být poznamenáno, že grafy bez P_3 jsou právě disjunktní sjednocení klik; tím by byl i jasnější směr důkazu věty 6.5.

Důkaz věty 6.5 je technicky nejnáročnější. Je ale veden zbytečně složitě. Na začátku lemmatu 6.8, po vybrání výskytu $K_{1,2}$ je možné vzít takové přepnutí G'' grafu G', že vrchol v_1 sousedí se všemi ostatními vrcholy. Zjevně G'' obsahuje zakázaný podgraf právě když G' obsahuje zakázaný podgraf, protože množina zakázaných podgrafů je uzavřená na přepnutí. Tím pádem můžeme dále studovat G''. Pak množiny vrcholů B, C, D a E jsou prázdné a množství probíraných případů se podstatně sníží.

Celkově je prezentace velmi pěkná, nenašel jsem žádné nepřesnosti či chyby. Práce je dobře a přehledně strukturovaná, dobře se čte. Také angličtina je vynikající. Výše uvedené poznámky jsou spíš detaily.

Eva Ondráčková prokázala schopnost samostatné práce i orientaci v poměrně obsáhlé oblasti teoretické informatiky. Práce je prezentována dobře, obsahuje nové výsledky i dobře uspořádaný přehled výsledků z řady souvisejících článků. Práci doporučuji uznat jako diplomovou a hodnotit známkou výborně.

Doc. RNDr. Jiří Sgall, DrSc.
sgall@math.cas.cz