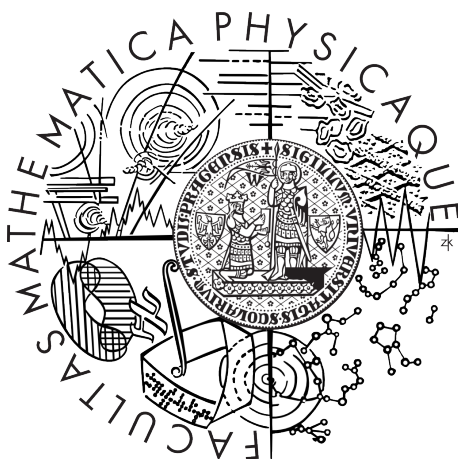


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



David Wagenknecht

Šíření světla v magnetických materiálech

Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Tomáš Ostatnický, Ph.D.

Studijní program: Fyzika - obecná fyzika

Praha 2012

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 21.5.2012

David Wagenknecht

Název práce: Šíření světla v magnetických materiálech

Autor: David Wagenknecht

Katedra: Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Tomáš Ostatnický, Ph.D., Univerzita Karlova v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta - Katedra chemické fyziky a optiky

Abstrakt: Transparentní magnetické materiály, mimo jiné i polovodičové, se v poslední době dostávají do centra zájmu základního i aplikovaného výzkumu z důvodu jejich širokého potenciálu nejenom pro uplatnění v optických aplikacích, ale i jako velmi vhodné systémy pro výzkum základních fyzikálních jevů s využitím optické spektroskopie. Teoreticky se však ukazuje, že by mohly vykazovat i některé jevy nepozorovatelné v jiných systémech, například asymetrii v odrazivosti při opačných úhlech dopadu. V této bakalářské práci je na základě řešení Maxwellových rovnic s uvažováním efektivní permitivity odvozena přenosová matice. Následně je ukázáno z podoby reflexního koeficientu pro jedno rozhraní, že pro transversálně-magnetickou polarizaci a příčnou magnetizaci se asymetrická odrazivost vyskytuje: reflektance se liší pro kladný a záporný úhel dopadu. Odvozené vztahy jsou nakonec použity k výpočtu rozdílů reflektancí pod opačnými úhly v závislosti na důležitých parametrech pro $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ s různými koncentracemi manganu.

Klíčová slova: Transparentní magnetické materiály, $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$, přenosová matice, vrstevnatý systém, reflektance, Maxwellovy rovnice, efektivní permitivita

Title: Light Propagation in Magnetic Materials

Author: David Wagenknecht

Department: Department of Chemical Physics and Optics

Supervisor: RNDr. Tomáš Ostatnický, Ph.D., Charles University in Prague, Faculty of Mathematics and Physics - Department of Chemical Physics and Optics

Abstract: Transparent magnetic materials, among the others semiconductors, have recently come to the focus of interest in both basic and applied research because they have great potential in optical applications and they can be used in optical spectroscopy to investigate fundamental physical phenomena. The theoretical calculations introduce that these materials have some extraordinary properties like asymmetric reflectance when light impact the sample from the opposite angles. In this bachelor thesis, transfer matrix formalism is derived based on Maxwell equations, taking into account special form of effective permittivity. The reflection coefficient for one layer demonstrates, that the asymmetric reflectance appears for transversal-magnetic polarization of light and transversal magnetization in the studied material. The derived formulae are used to calculate the difference in reflectivities for the waves impacting the structure from opposite angles. $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ with different concentrations of manganese is assumed to be the essential transparent magnetic layer in the sample.

Keywords: Transparent magnetic materials, $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$, transfer matrix, layered systems, reflectance, Maxwell equations, effective permittivity

Obsah

Úvod	2
1 Teorie	3
1.1 Základní vztahy	3
1.2 Formalismus přenosové matice	5
1.3 Model transparentních magnetických materiálů	6
1.4 Odvození přenosové matice pro magnetické pole	8
1.5 Diskuze teoretických odvození	12
2 Výpočty pro $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$	15
2.1 Parametry výpočtů	15
2.2 Výsledky pro $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$	16
2.3 Diskuze vypočtených odrazivostí	26
Závěr	28

Úvod

V posledních letech jsou předmětem jak teoretického tak experimentálního výzkumu magnetické polovodičové materiály propustné ve viditelné části elektromagnetického (EM) spektra. Je z nich totiž možné připravit nanostruktury které vykazují zajímavé optické vlastnosti. Tato bakalářská práce se zaměřuje na transparentní magnetické materiály s příčnou magnetizací, konkrétně na asymetrii v odrazivosti. Pro normální optické prvky se reflektance shoduje pro opačné úhly dopadu; v této práci je ukázáno, že pro magnetické materiály se intenzity odraženého světla liší v závislosti na tom, zdali vlna dopadá pod kladným nebo záporným úhlem.

Zkoumané materiály, např. $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$, mají koncentraci volných elektronů $\sim 10^{21} \frac{e^-}{\text{cm}^3}$, což je hodnota o řády odlišná od kovů. Vlivem volných elektronů se tento materiál chová jako vodič, na rozdíl od kovů se v něm ale šíří EM vlny (plazmová frekvence je o několik řádů posunutá). Na základě symetrie systému se lze domnívat, že asymetrická odrazivost bude největší pro struktury s příčnou magnetizací a pro transverzálně-magnetické pole, právě tyto případy jsou proto hlavním cílem studia v této práci.

Šíření světla ve vrstevnatých prostředích se často popisuje pomocí přenosové matice. Jedná se o běžný formalismus používaný mimo jiné pro vyšetření dielektrických zrcadel rozebraný např. v [3]. Chování magnetických materiálů je v našem modelu popsáno efektivní permitivitou, přičemž tento tenzor má nediagonální prvky odpovídající uvažované magnetizaci nenulové. Kvůli tomu má EM pole uvnitř materiálů složitější podobu a šíření světla musí být popsáno komplikovanější podobou přenosové matice, například viz [14] nebo [10]. V této bakalářské práci je proto pro materiály s příčnou magnetizací odvozena přenosová matice 2×2 , která vychází z klasického formalismu používaného pro vyšetření světla ve vlnovodech ([11], [8]) a pro dielektrika se redukuje na běžně užívaný tvar¹.

Metoda přenosové matice je následně využita k prozkoumání nesymetričnosti reflektance pro $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ s různými koncentracemi manganu. Numericky jsou následně spočítány odrazivosti pro různé parametry jako jsou například tloušťky vrstev nebo vlnové délky. To vede k možnosti navržení experimentu za účelem pozorování rozdílných reflektancí pro opačné úhly dopadu světla.

První tři sekce této práce popisují a zavádějí základní a známé vztahy: Nejdříve je definován souřadný systém a popis EM pole. Dále je představena běžná přenosová matice a uvažovaný model magnetických materiálů. Část *Odvození přenosové matice pro magnetické pole* a následující pak obsahují výsledky: Je vytvořena přenosová matice, která je použita k vyšetření nesymetrické odrazivosti obecně a pro konkrétní připravitelný vzorek.

¹Tento přechod se provede položením nediagonálních členů permitivity rovných nule, čímž je získán tvar uvedený v citovaných zdrojích.

1. Teorie

1.1 Základní vztahy

Maxwellovy rovnice jsou běžně užívané v následujícím tvaru¹:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.4)$$

kde \mathbf{E} je intenzita elektrického pole, \mathbf{D} elektrická indukce, \mathbf{B} magnetická indukce a \mathbf{H} intenzita magnetického pole. $\frac{\partial}{\partial t}$ značí parciální derivaci podle času, ρ_f hustotu volného náboje a \mathbf{J}_f je hustota volného proudu.

Není-li uvedeno jinak, je ve všech vztazích uvažován souřadný systém a transversálně-magnetické pole znázorněné na obr. 1.1: Světlo dopadá v rovině yz , tedy kolmo k ose x . TM polarizace má složku magnetické indukce \mathbf{B} rovnoběžnou s osou x a elektrické pole \mathbf{E} obsahuje obě možné komponenty, tedy E_y i E_z :

$$\mathbf{B} = (B_x, 0, 0) \quad , \quad (1.5)$$

$$\mathbf{E} = (0, E_y, E_z) \quad . \quad (1.6)$$

Magnetizace

$$\mathbf{M} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{H} \quad (1.7)$$

je v uvažované optické oblasti rovnoběžná s osou x .

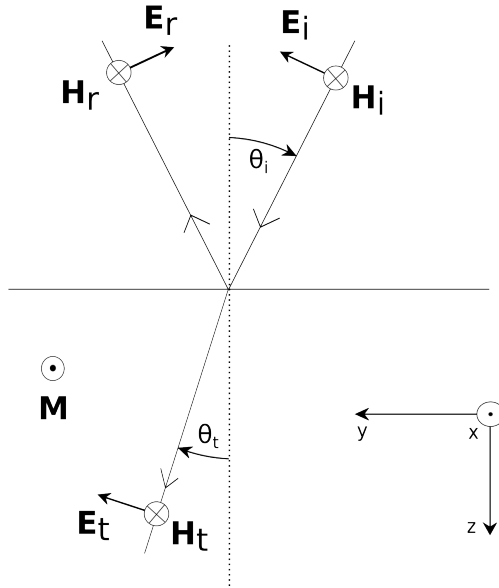
Na rozhraní vrstev rovnoběžných s osou y dopadá vlna pod úhlem θ_i a do druhého prostředí se šíří ve směru daném θ_t .

Pro zjednodušení popisu bude kladným úhlem θ_i nazýván úhel nad osou z (proti směru y) a záporným ten pod ní (po směru y). Na obr. 1.1 je zobrazena kladná hodnota orientovaného úhlu θ_i .

Výše popsaná notace může být přidáním indexů zobecněna na libovolné množství vrstev:

1. Světlo přichází z multé vrstvy, obvykle vzduch nebo vakuum.
2. Obecná vrstva mezi dvěma krajními je značena indexem $j \in \{1, 2, \dots, N-1\}$. K obecnému popsání sousedních vrstev je užito značení $j-1$ a $j+1$ pro předchozí nebo následující vrstvu.
3. Poslední vrstva je N -tá.

¹Zde jsou uvedeny příslušné veličiny tak, jak se běžně používají. V následujících kapitolách bude zavedeno značení pro magnetické materiály a v souladu s ním bude počítáno.



Obrázek 1.1: Uvažovaný souřadný systém s TM polarizací a kladným úhlem θ_i

Je-li E_i , E_r a E_t amplituda elektrické intenzity dopadající na rozhraní, odražené od něj a prošlé skrz a obdobně pro magnetické pole H_i , H_r a H_t , definujeme:

1. Amplitudový koeficient odrazivosti (reflexní koef.) pro elektrické pole

$$r^E = \frac{E_r}{E_i} . \quad (1.8)$$

2. Amplitudový koeficient propustnosti (transmisní koef.) pro elektrické pole

$$t^E = \frac{E_t}{E_i} . \quad (1.9)$$

3. Amplitudový koeficient odrazivosti pro magnetické pole

$$r^H = \frac{H_r}{H_i} . \quad (1.10)$$

4. Amplitudový koeficient propustnosti pro magnetické pole

$$t^H = \frac{H_t}{H_i} . \quad (1.11)$$

Koeficienty pro elektrické a magnetické pole je nutné odlišovat, neboť se obecně mohou lišit.

Reflexní a transmisní koeficienty, také odvoditelné z přenosové matice, popisují amplitudy a jako takové nejsou pozorovatelné. Fyzikálně měřitelné jsou intenzity

$$I \stackrel{\text{def}}{=} \langle |\mathbf{S}| \rangle_T = \frac{1}{T} \int_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} |\mathbf{S}| \, dt , \quad (1.12)$$

kde $\langle |\mathbf{S}| \rangle_T$ značí časovou střední hodnotu Poyntingova vektoru \mathbf{S} přes interval $(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2})$. Podle definice přitom

$$\mathbf{S} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* , \quad (1.13)$$

přičemž \mathbf{H}^* udává komplexně sdruženou hodnotu k \mathbf{H} .

Zavedme dále pro intenzitu dopadajícího, odraženého a prošlého záření I_i , I_r a I_t odrazivost (reflektanci) R vztahem

$$R = \frac{I_r}{I_i} \quad (1.14)$$

a propustnost (transmitanci) T jako

$$T = \frac{I_t}{I_r} . \quad (1.15)$$

K měření je vhodná viditelnost rozdílu intenzit (kontrast) definovaná vztahem

$$V = \frac{I_{\theta_+} - I_{\theta_-}}{I_{\theta_+} + I_{\theta_-}} , \quad (1.16)$$

kde $I_{\theta_{\pm}}$ značí intenzitu vlny odražené od vzorku, která na něj dopadla pod kladným, respektive záporným úhlem.

1.2 Formalismus přenosové matice

Metoda přenosové matice je běžně používaný algoritmus k popisu šíření světla skrze vrstevnaté struktury. Průchod světla je možné vyšetřit řešením okrajových podmínek plynoucích z Maxwellových rovnic na každém z rozhraní. Tento způsob je sice možný, ale pro velké množství vrstev zbytečně složitý. Místo toho je používán formalismus přenosové matice ([7], [8], [11]), který je sice také založen na okrajových podmínkách pro elektromagnetické (EM) vlny, ty jsou ale řešeny pouze jednou obecně a průchod světla z jednoho rozhraní do druhého je vyjádřen ve formě matice. Následně, pokud jsou známé materiálové vlastnosti vrstevnatého prostředí, redukuje se popis průchodu světla na násobení těchto matic.

Formalismus používaný v [11] zavádí přenosovou matici k popisu amplitud dvou rovinných vln pohybujících se navzájem opačným směrem. Pro transversálně-elektrickou (TE) polarizaci je uvažováno pole ve tvaru

$$\mathbf{E}(y, z) = E_0 \mathbf{x} m(z) e^{i(\beta y - \omega t)} , \quad (1.17)$$

zatímco pro transversálně-magnetickou (TM) pole má tuto podobu magnetická intenzita:

$$\mathbf{H}(y, z) = H_0 \mathbf{x} m(z) e^{i(\beta y - \omega t)} . \quad (1.18)$$

V (1.17) a (1.18) jsou E_0 a H_0 konstanty obsahující příslušné jednotky, \mathbf{x} značí jednotkový vektor ve směru x , β je komplexní konstanta šíření, ω úhlová frekvence a $m(x)$ je komplexní amplituda zavedená vztahem

$$m(x) = A_j e^{\alpha_j(x-d_j)} + B_j e^{-\alpha_j(x-d_j)} , \quad (1.19)$$

kde pro j -tou vrstvu jsou A_j a B_j komplexní amplitudové koeficienty a d_j uvádí pozici rozhraní vrstev j a $j + 1$. Pro vlnový vektor \mathbf{k}_j je definováno $\alpha_j = \sqrt{\beta^2 - |\mathbf{k}_j|^2}$. Za předpokladu výše zavedeného pole má přenosová matice M_j popisující vztah mezi amplitudami

$$\begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} = M_j \begin{pmatrix} A_{j-1} \\ B_{j-1} \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

tvar [11]

$$M_j = \frac{1}{2\rho_j} \begin{pmatrix} \left(\rho_j + \frac{\alpha_{j-1}}{\alpha_j}\right) e^{ik_{y,j}w_j} & \left(\rho_j - \frac{\alpha_{j-1}}{\alpha_j}\right) e^{ik_{y,j}w_j} \\ \left(\rho_j - \frac{\alpha_{j-1}}{\alpha_j}\right) e^{-ik_{y,j}w_j} & \left(\rho_j + \frac{\alpha_{j-1}}{\alpha_j}\right) e^{-ik_{y,j}w_j} \end{pmatrix}, \quad (1.21)$$

kde w_j je tloušťka j -té vrstvy a

$$\rho_j = \begin{cases} 1 & \text{pro transversálně-elektrickou polarizaci} \\ \frac{k_{j-1}^2}{k_j^2} & \text{pro transversálně-magnetickou polarizaci} \end{cases} \quad (1.22)$$

Prvky M_j jsou bezrozměrné, následkem čeho je vztah mezi příchozí vlnou a tou v poslední vrstvě (s indexem n) dán součinem matic:

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = M_n \cdot M_{n-1} \cdots M_1 \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix}. \quad (1.23)$$

Výše popsaný formalismus přenosové matice není jediný možný, ale jeho zavedení a podoba se liší podle autorů a účelu. Například v [3] je definována přenosová matice svazující dva amplitudové koeficienty, které jsou rozdílné pro elektrické a magnetické pole nebo v [14] a [10] je pro anizotropní materiály zavedena matice 4×4 .

1.3 Model transparentních magnetických materiálů

Níže uvedený formalismus je shrnutím postupu, kdy je vliv vodivosti začleněn do efektivní permitivity [4]. Použitý popis transparentních magnetických materiálů odpovídá [5] a [12].

V běžných materiálech je vztah mezi elektrickým polem a indukcí daný permitivitou ϵ_{real} :

$$\mathbf{D} = \epsilon_{\text{real}} \mathbf{E}, \quad (1.24)$$

přičemž ve výpočtech bude uvažováno

$$\epsilon_{\text{real}} = \epsilon \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = n^2 \epsilon_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.25)$$

kde n značí index lomu a ϵ_0 permitivitu vakua.

Značení ϵ_{real} je použito, protože rovnice (1.24) vyjadřuje, jak materiál s touto skutečnou permitivitou reaguje na elektrické pole. V použitém modelu magnetických materiálů je odezva popsána efektivní permitivitou:

$$\mathbf{D}_{\text{eff}} = \epsilon_{\text{eff}} \epsilon_0 \mathbf{E}. \quad (1.26)$$

Efektivní relativní permitivita ϵ_{eff} se liší od skutečné kvůli nenulové vodivosti σ . Na základě uvažovaného popisu transparentních magnetických materiálů (již dříve zmíněné zdroje [5] a [12], transversální magnetizace) budeme uvažovat její speciální tvar

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ 0 & -\sigma_{yz} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

Je-li n index lomu a ω úhlová frekvence světla, potom vztah mezi veličinami výše můžeme napsat jako [13]

$$\tilde{\epsilon}_{\text{eff}} = n^2 + \frac{i\boldsymbol{\sigma}}{\omega\epsilon_0}. \quad (1.28)$$

Na základě dříve uvedené podoby vodivosti (1.27) budeme značit prvky efektivní permitivity následujícím způsobem:

$$\boldsymbol{\epsilon}_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ 0 & -\epsilon_{yz} & \epsilon_{yy} \end{pmatrix}. \quad (1.29)$$

Pro optické aplikace, které jsou předmětem této práce, je možné uvažovat, že permeabilita prostředí μ je izotropní a nezávisí na vlnové délce, z čehož plyne obvyklý vztah mezi intenzitou magnetického pole \mathbf{H} a magnetickou indukcí \mathbf{B} :

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}. \quad (1.30)$$

Materiály s nediagonálními prvky permitivity nenulovými ($\epsilon_{yz} \neq 0$) budou nazývány *magnetické materiály*.

Na základě výše definovaných veličin můžeme přepsat Maxwellovy rovnice (1.1)–(1.4) pro magnetické materiály ve tvaru

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_{\text{eff}} = 0, \quad (1.31)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1.32)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.33)$$

a

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}_{\text{eff}}}{\partial t}. \quad (1.34)$$

1.4 Odvození přenosové matice pro magnetické pole

Transverzálně-magnetické pole Maxwellovy rovnice (1.31)–(1.34) dávají podmínky na tvar elektrického a magnetického pole ve zkoumaných strukturách. Nezávisí-li materiálové vlastnosti na poloze uvnitř každé z vrstev a na čase, bude tvar vln v každé z nich podobný – odlišnost bude pouze u členů popisující amplitudy.

K odvození přenosové matice pro transversální-magnetickou polarizaci podobné (1.21), je vhodné uvažovat magnetické pole tvaru (1.18). Magnetická indukce tedy může mít tvar

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \alpha e^{ik_z z} + \beta e^{-ik_z z} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_y y - \omega t)} \quad (1.35)$$

kde α and β jsou amplitudové koeficienty, y, z a k_y, k_z značí souřadnice a příslušné vlnové číslo. ω je úhlová frekvence vlny a t značí čas.

Ze symetrie problému je možné odhadnout, že elektrická intenzita bude v podobě

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ a_1 \alpha e^{ik_z z} + a_2 \beta e^{-ik_z z} \\ a_3 \alpha e^{ik_z z} + a_4 \beta e^{-ik_z z} \end{pmatrix} e^{i(k_y y - \omega t)}, \quad (1.36)$$

kde $a_i, i \in \{1, 2, 3, 4\}$ jsou obecné koeficienty.

Dosazením (1.35) a (1.36) do (1.31)–(1.34) získáme podmínky na faktory a_i :

$$0 = k_y (a_1 \epsilon_{yy} + a_3 \epsilon_{yz}) + k_z (-a_1 \epsilon_{yz} + a_3 \epsilon_{yy}) \quad (1.37)$$

$$0 = k_y (a_2 \epsilon_{yy} + a_4 \epsilon_{yz}) + k_z (a_2 \epsilon_{yz} - a_4 \epsilon_{yy}) \quad (1.38)$$

$$k_z a_3 - k_y a_1 = \omega \alpha \quad (1.39)$$

$$-k_z a_4 - k_y a_2 = \omega \beta \quad (1.40)$$

$$-k_z \alpha = \mu \omega (a_1 \epsilon_{yy} + a_3 \epsilon_{yz}) \quad (1.41)$$

$$-k_z \beta = \mu \omega (a_2 \epsilon_{yy} + a_4 \epsilon_{yz}) \quad (1.42)$$

$$k_y \alpha = \mu \omega (-a_1 \epsilon_{yz} + a_3 \epsilon_{yy}) \quad (1.43)$$

$$k_y \beta = \mu \omega (-a_2 \epsilon_{yz} + a_4 \epsilon_{yy}) \quad (1.44)$$

Byť se jedná o osm rovnic, nejsou navzájem lineárně nezávislé. Následným vyřešením této soustavy dostaneme hledanou podobu vln uvnitř magnetických materiálů:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \begin{pmatrix} \alpha e^{ik_z z} + \beta e^{-ik_z z} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_y y - \omega t)} \quad (1.45)$$

a

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\mu \omega} \frac{1}{\epsilon_{yy}^2 + \epsilon_{yz}^2} \begin{pmatrix} 0 \\ (-k_z \epsilon_{yy} - k_y \epsilon_{yz}) \alpha e^{ik_z z} + (k_z \epsilon_{yy} - k_y \epsilon_{yz}) \beta e^{-ik_z z} \\ (-k_z \epsilon_{yz} + k_y \epsilon_{yy}) \alpha e^{ik_z z} + (k_z \epsilon_{yz} + k_y \epsilon_{yy}) \beta e^{-ik_z z} \end{pmatrix} e^{i(k_y y - \omega t)}. \quad (1.46)$$

V posledních dvou vztazích jsou místo \mathbf{B} a \mathbf{D}_{eff} vyjádřeny intenzity polí, neboť právě ty jsou třeba v následujících krocích k dosažení do hraničních podmínek.

Maxwell–Faradayova rovnice (1.33) reprezentovaná vztahy (1.39) a (1.40) přitom k řešení dává podmínku

$$k_y^2 + k_z^2 = \mu\omega^2 \left(\epsilon_{yy} + \frac{\epsilon_{yz}^2}{\epsilon_{yy}} \right), \quad (1.47)$$

která svazuje směr šíření světla v dané vrstvě s jejími materiálovými vlastnostmi: Je-li permitivita, permeabilita a úhlová frekvence známa a je-li zadána jedna z komponent vlnového vektoru, druhá² je určena jednoznačně až na znaménko³.

Přenosová matice Cílem výpočtů je napsání amplitudových koeficientů α a β v maticové podobě, nejdříve pro jednu vrstvu chceme tvar

$$\begin{pmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11,j}^1 & m_{12,j}^1 \\ m_{21,j}^1 & m_{22,j}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{j-1} \\ \beta_{j-1} \end{pmatrix}, \quad (1.48)$$

kde spodní indexy j a $j-1$ značí dvě obecné sousední vrstvy a m_{kl} s $k, l \in \{1, 2\}$ bude obecné značení maticových prvků⁴. K tomu je vhodné zavést pro vzdálenost měřenou ve směru z a pro polohu rozhraní j -té vrstvy $d_{z,j}$ veličinu

$$w_j \stackrel{\text{def}}{=} z - d_{z,j}, \quad (1.49)$$

která má význam tloušťky dané vrstvy. Následně je možné přepsat pole (1.45) a (1.46) v obecném tvaru

$$H_x^j = (\alpha_j e^{ik_{z,j}w_j} + \beta_j e^{-ik_{z,j}w_j}) e^{i(k_y y - \omega t)} \quad (1.50)$$

$$E_y^j = A_j (P_j \alpha_j e^{ik_{z,j}w_j} + Q_j \beta_j e^{-ik_{z,j}w_j}) e^{i(k_y y - \omega t)}, \quad (1.51)$$

kde koeficienty A_j , P_j a Q_j pro j -tou vrstvu jsou

$$A_j \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\mu\omega} \frac{1}{\epsilon_{yy,j}^2 + \epsilon_{yz,j}^2}, \quad (1.52)$$

$$P_j \stackrel{\text{def}}{=} -k_{z,j}\epsilon_{yy,j} - k_{y,j}\epsilon_{yz,j}, \quad (1.53)$$

a

$$Q_j \stackrel{\text{def}}{=} k_{z,j}\epsilon_{yy,j} - k_{y,j}\epsilon_{yz,j}. \quad (1.54)$$

(1.45) a (1.46) značí skutečná pole, nikoli efektivní. Důsledkem toho je možné psát známé okrajové podmínky na rozhraní dvou materiálů (např. [2]) při geometrii ukázané na schématu 1.1 ve tvaru

$$\mathbf{n}_z \times (\mathbf{E}^{j-1} - \mathbf{E}^j) = 0 \quad (1.55)$$

$$\mathbf{n}_z \times (\mathbf{H}^{j-1} - \mathbf{H}^j) = 0 \quad (1.56)$$

kde

$$\mathbf{n}_z = (0, 0, 1). \quad (1.57)$$

²Stále je uvažován dopad v rovině kolmé k rozhraní.

³Pro dopad pod kladným i záporným úhlem se světlo může šířit ve směru z i opačně. V takovém případě by se ve vztazích (1.45) a (1.46) zaměnily významy koeficientů α a β .

⁴Horní index 1 značí právě prvky matice pro jednu vrstvu.

Protože uvažujeme TM polarizaci ve tvaru (1.5) a (1.6), přejdou hraniční podmínky na

$$E_y^{j-1} = E_y^j \quad (1.58)$$

a

$$H_x^{j-1} = H_x^j . \quad (1.59)$$

Nyní dosazením (1.50) a (1.51) do těchto dvou vztahů získáme dvě rovnice pro dvě neznámé α_j a β_j a jejich vyřešením získáme podobu amplitud ve zkoumaném místě v závislosti na poli v předchozí vrstvě a materiálových vlastnostech:

$$\alpha_j = \frac{-A_j Q_j (\alpha_{j-1} + \beta_{j-1}) + A_{j-1} (P_{j-1} \alpha_{j-1} + Q_{j-1} \beta_{j-1})}{A_j (P_j - Q_j)} e^{ik_{z,j} w_j} \quad (1.60)$$

a

$$\beta_j = \frac{A_j P_j (\alpha_{j-1} + \beta_{j-1}) - A_{j-1} (P_{j-1} \alpha_{j-1} + Q_{j-1} \beta_{j-1})}{A_j (P_j - Q_j)} e^{-ik_{z,j} w_j} . \quad (1.61)$$

což po porovnání s (1.48) můžeme zapsat v žádaném tvaru přenosové matice pro magnetické pole

$$\begin{pmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \end{pmatrix} = \frac{1}{P_j - Q_j} \begin{pmatrix} (-Q_j + \frac{A_{j-1}}{A_j} P_{j-1}) e^{ik_{z,j} w_j} & (-Q_j + \frac{A_{j-1}}{A_j} Q_{j-1}) e^{ik_{z,j} w_j} \\ (P_j - \frac{A_{j-1}}{A_j} P_{j-1}) e^{-ik_{z,j} w_j} & (P_j - \frac{A_{j-1}}{A_j} Q_{j-1}) e^{-ik_{z,j} w_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{j-1} \\ \beta_{j-1} \end{pmatrix} . \quad (1.62)$$

Jednoduchým dosazením (1.52)–(1.54) do (1.62) a následnou úpravou je možné vyjádřit explicitní tvar maticových elementů přenosové matice pro jednu vrstvu:

$$m_{11}^1 = \left(k_{z,j} \epsilon_{yy,j} - k_{y,j} \epsilon_{yz,j} - (-k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j-1} - k_{y,j-1} \epsilon_{yz,j-1}) \frac{\epsilon_{yy,j}^2 + \epsilon_{yz,j}^2}{\epsilon_{yy,j-1}^2 + \epsilon_{yz,j-1}^2} \right) \frac{e^{ik_{z,j} w_j}}{2k_{z,j} \epsilon_{yy,j}} , \quad (1.63)$$

$$m_{12}^1 = \left(k_{z,j} \epsilon_{yy,j} - k_{y,j} \epsilon_{yz,j} - (k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j-1} - k_{y,j-1} \epsilon_{yz,j-1}) \frac{\epsilon_{yy,j}^2 + \epsilon_{yz,j}^2}{\epsilon_{yy,j-1}^2 + \epsilon_{yz,j-1}^2} \right) \frac{e^{ik_{z,j} w_j}}{2k_{z,j} \epsilon_{yy,j}} , \quad (1.64)$$

$$m_{21}^1 = \left(k_{z,j} \epsilon_{yy,j} + k_{y,j} \epsilon_{yz,j} + (-k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j-1} - k_{y,j-1} \epsilon_{yz,j-1}) \frac{\epsilon_{yy,j}^2 + \epsilon_{yz,j}^2}{\epsilon_{yy,j-1}^2 + \epsilon_{yz,j-1}^2} \right) \frac{e^{-ik_{z,j} w_j}}{2k_{z,j} \epsilon_{yy,j}} \quad (1.65)$$

a

$$m_{22}^1 = \left(k_{z,j} \epsilon_{yy,j} + k_{y,j} \epsilon_{yz,j} + (k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j-1} - k_{y,j-1} \epsilon_{yz,j-1}) \frac{\epsilon_{yy,j}^2 + \epsilon_{yz,j}^2}{\epsilon_{yy,j-1}^2 + \epsilon_{yz,j-1}^2} \right) \frac{e^{-ik_{z,j} w_j}}{2k_{z,j} \epsilon_{yy,j}} . \quad (1.66)$$

Protože jsou prvky přenosové matice bezrozměrné, získáme zjevnou iterací vztah mezi amplitudovými koeficienty pro N vrstev jako součin matic

$$\begin{pmatrix} \alpha_N \\ \beta_N \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \end{pmatrix} , \quad (1.67)$$

kde

$$M = M_N \cdot M_{N-1} \cdot \dots \cdot M_2 \cdot M_1 = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \quad (1.68)$$

Především pro experimentální účely je vhodné odvodit reflexní a transmisní (amplitudové) koeficienty r a t , neboť ty mají přímý vztah k (intenzitní) odrazivosti R a propustnosti

T coby měřitelným veličinám. Z uvažované podoby polí je vidět, že α_0 odpovídá amplitudě příchozí magnetické vlny, zatímco β_0 může být interpretována jako amplituda odražené magnetické vlny. Světlo vycházející z vrstevnatého systému v N -té vrstvě je popsáno koeficientem α_N . Z toho vyplývá, že

$$\frac{\beta_0}{\alpha_0} = r^H \quad (1.69)$$

a

$$\frac{\alpha_N}{\alpha_0} = t^H, \quad (1.70)$$

přičemž horní index H je použit, aby nedošlo k záměně s transmisním koeficientem elektrického pole. Bude-li světlo dopadat na vzorek pouze z jedné strany, tedy $\beta_N = 0$ a pokud pro jednoduchost budeme předpokládat $\alpha_0 = 1$, pak z dvou rovnic odpovídajících přenosové matici okamžitě vyplývá:

$$r^H = -\frac{m_{21}}{m_{22}} \quad (1.71)$$

a

$$t^H = m_{11} - m_{12} \frac{m_{21}}{m_{22}}. \quad (1.72)$$

Elektrické pole se liší od magnetického o faktory závisující na materiálových vlastnostech příslušné vrstvy. Proto musí být soustava rovnic (1.67) vynásobena patričnými koeficienty, abychom získali veličiny popisující elektrickou intenzitu. Po této úpravě získáváme:

$$r^E = -\frac{m_{21} Q_0}{m_{22} P_0} \quad (1.73)$$

a

$$t^E = \left(m_{11} - m_{12} \frac{m_{21}}{m_{22}} \right) \frac{A_N P_N}{A_0 P_0}. \quad (1.74)$$

Nyní se zaměříme na zkoumání jednoho rozhraní, u následujících vztahů proto horní index 1 v R^1 a T^1 bude značit veličinu popisující tento případ. Bud' z prostého matematického dosazení (1.45) a (1.46) do (1.12) a následně upravením, případně z fyzikální úvahy, že dopadající a odražená vlna se šíří stejným prostředím plyne, že odrazivost je

$$R^1 = \left| \frac{\beta_{j-1}}{\alpha_{j-1}} \right|^2. \quad (1.75)$$

U trasmitance se dá z definice dokázat, že

$$T^1 = \frac{\epsilon_{yy,j-1}^2 + \epsilon_{yz,j-1}^2}{\epsilon_{yy,j}^2 + \epsilon_{yz,j}^2} \sqrt{\frac{(k_{y,j}^2 + k_{z,j}^2) (\epsilon_{yy,j}^2 + \epsilon_{yz,j}^2)}{(k_{y,j-1}^2 + k_{z,j-1}^2) (\epsilon_{yy,j-1}^2 + \epsilon_{yz,j-1}^2)}} \left| \frac{\alpha_j}{\alpha_{j-1}} \right|^2. \quad (1.76)$$

Je vhodné si povšimnout podobnosti (1.75) a (1.71). Z ní je vidět, že

$$R = \left| \frac{m_{21}}{m_{22}} \right|^2, \quad (1.77)$$

neboť, připomeňme popis systému s mnoha vrstvami (1.68), m_{21} a m_{22} jsou prvky přenosové matice popisující celou soustavu. Vztah (1.77) již tedy může být po dosazení vhodných maticových elementů užít k popisu celého systému, nikoli jen jednoho rozhraní.

1.5 Diskuze teoretických odvození

Přenosová matice pro elektrické pole Popsaná přenosová matice určuje vztah mezi koeficienty α a β , což odpovídá amplitudám magnetické intenzity. Podobný formalismus není možné za předpokladu polí ve tvaru (1.50) a (1.51) odvodit analogicky pro elektrické pole: Soustava rovnic vzniklá z okrajových podmínek nemá řešení za předpokladu, že amplitudy $A_j P_j \alpha_j$ a $A_j Q_j \alpha_j$ chceme vyjádřit pomocí součinů $A_{j-1} P_{j-1} \alpha_{j-1}$ nebo $A_{j-1} Q_{j-1} \alpha_{j-1}$. Vyjde totiž

$$A_j P_j \alpha_j = \frac{-A_j Q_j (\alpha_{j-1} + \beta_{j-1}) + A_{j-1} (P_{j-1} \alpha_{j-1} + Q_{j-1} \beta_{j-1})}{P_j - Q_j} e^{i w_j k_{z,j} P_j} \quad (1.78)$$

a

$$A_j Q_j \beta_j = \frac{-A_j P_j (\alpha_{j-1} + \beta_{j-1}) + A_{j-1} (P_{j-1} \alpha_{j-1} + Q_{j-1} \beta_{j-1})}{-P_j + Q_j} e^{-i w_j k_{z,j} Q_j}; \quad (1.79)$$

je tedy sice možné napsat vystupující amplitudy elektrického pole využitím α_{j-1} , β_{j-1} a materiálových vlastností A_i , P_i a Q_i pro $i \in \{j-1, j\}$ v separovaném stavu, taková přenosová matice ale není bezrozměrná. Funguje bez problému pro jednu vrstvu, ale není možné mezi sebou matice násobit, a proto se nejedná o vhodný popis pro složitější systémy.

Zjednodušení přenosové matice pro případ dielektrik Výše odvozená podoba klasické přenosové matice popisuje magnetické materiály, které se od běžných dielektrik liší pouze členem efektivní permitivity $\epsilon_{yz} \neq 0$. Po vynulování tohoto prvku se tedy námi odvozená přenosová matice musí redukovat na běžný tvar. Pokud je $\epsilon_{yz} = 0$, bude platit:

$$A_j = \frac{1}{\mu \omega} \frac{1}{\epsilon_{yy,j}^2}, \quad P_j = -k_{z,j} \epsilon_{yy,j} \quad \text{a} \quad Q_j = k_{z,j} \epsilon_{yy,j}. \quad (1.80)$$

(1.62) tedy přejde na

$$\begin{pmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \end{pmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} \left(-1 - \frac{A_{j-1}}{A_j} \frac{k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j-1}}{k_{z,j} \epsilon_{yy,j}}\right) e^{i k_{z,j} w_j} & \left(-1 + \frac{A_{j-1}}{A_j} \frac{k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j-1}}{k_{z,j} \epsilon_{yy,j}}\right) e^{i k_{z,j} w_j} \\ \left(-1 + \frac{A_{j-1}}{A_j} \frac{k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j-1}}{k_{z,j} \epsilon_{yy,j}}\right) e^{-i k_{z,j} w_j} & \left(-1 - \frac{A_{j-1}}{A_j} \frac{k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j-1}}{k_{z,j} \epsilon_{yy,j}}\right) e^{-i k_{z,j} w_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{j-1} \\ \beta_{j-1} \end{pmatrix} \quad (1.81)$$

a po úpravě na

$$\begin{pmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \left(1 + \frac{k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j}}{k_{z,j} \epsilon_{yy,j-1}}\right) e^{i k_{z,j} w_j} & \left(1 - \frac{k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j}}{k_{z,j} \epsilon_{yy,j-1}}\right) e^{i k_{z,j} w_j} \\ \left(1 - \frac{k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j}}{k_{z,j} \epsilon_{yy,j-1}}\right) e^{-i k_{z,j} w_j} & \left(1 + \frac{k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j}}{k_{z,j} \epsilon_{yy,j-1}}\right) e^{-i k_{z,j} w_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{j-1} \\ \beta_{j-1} \end{pmatrix}, \quad (1.82)$$

což, jak plyne ze spojitosti tečných složek vlnových vektorů, odpovídá (1.21).

Odrazivost pro jedno rozhraní Zkoumejme koeficient odrazivosti magnetické intenzity pro jednu vrstvu. Prostým dosazením vyjde

$$r^{H,1} = \frac{m_{21}}{m_{22}} = \frac{k_{z,j} \epsilon_{yy,j} + k_{y,j} \epsilon_{yz,j} + (-k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j-1} - k_{y,j-1} \epsilon_{yz,j-1}) \frac{\epsilon_{yy,j}^2 + \epsilon_{yz,j}^2}{\epsilon_{yy,j-1}^2 + \epsilon_{yz,j-1}^2}}{k_{z,j} \epsilon_{yy,j} + k_{y,j} \epsilon_{yz,j} + (k_{z,j-1} \epsilon_{yy,j-1} - k_{y,j-1} \epsilon_{yz,j-1}) \frac{\epsilon_{yy,j}^2 + \epsilon_{yz,j}^2}{\epsilon_{yy,j-1}^2 + \epsilon_{yz,j-1}^2}}. \quad (1.83)$$

Zavedme označení

$$\tilde{n}_2 = \sqrt{\frac{\epsilon_{yy}^2 + \epsilon_{yz}^2}{\epsilon_{yy}}} \quad (1.84)$$

$$\tilde{\epsilon} = \frac{\epsilon_{yz}}{\epsilon_{yy}} \quad (1.85)$$

a uvědomme si, že z geometrie vyplývá $k_y = |\mathbf{k}| \sin \theta$ a $k_z = |\mathbf{k}| \cos \theta$ z čehož díky spojitosti tečných složek $k_{y,j} = k_{y,j-1}$ můžeme psát

$$k_{z,j-1} = |\mathbf{k}_j| \frac{n_{j-1}}{n_j} \cos \theta_{j-1} . \quad (1.86)$$

Nyní po dosazení (1.84), (1.85) a (1.86) do (1.83) a úpravě vyjde

$$r^{H,1} = \frac{\tilde{n}_i \cos \theta_t - \tilde{n}_t \cos \theta_i + \sin \theta_t \left(\tilde{n}_i \frac{\epsilon_{yz,t}}{\epsilon_{yy,t}} + \frac{\tilde{n}_t^2}{\tilde{n}_i} \frac{\epsilon_{yz,i}}{\epsilon_{yy,i}} \right)}{\tilde{n}_i \cos \theta_t + \tilde{n}_t \cos \theta_i + \sin \theta_t \left(\tilde{n}_i \frac{\epsilon_{yz,t}}{\epsilon_{yy,t}} + \frac{\tilde{n}_t^2}{\tilde{n}_i} \frac{\epsilon_{yz,i}}{\epsilon_{yy,i}} \right)} , \quad (1.87)$$

přičemž, protože se jedná o koeficient pro jedno rozhraní, proběhla záměna indexů $j-1 \rightarrow i$ a $j \rightarrow t$. Pro případ $\epsilon_{yz,i} \neq 0$ nebo $\epsilon_{yz,j} \neq 0$ zůstane v tomto vztah sinus. To je funkce lichá, důsledkem čehož se bude odrazivost lišit pro případ dopadu pod kladným nebo záporným úhlem.

Transversálně-elektrická polarizace Otázkou na místě je, zdali se asymetrie v odrazivosti projeví i pro druhou – tedy transverzálně-elektrickou – polarizaci. Pro tento případ uvažujme elektrické pole ve tvaru

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \alpha e^{ik_z z} + \beta e^{-ik_z z} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_y y - \omega t)} \quad (1.88)$$

při zachování stejného označení a materiálových vlastností jako v kapitole 1.4. Snadno se lze přesvědčit, že z Maxwellových rovnic (1.31)–(1.34) vyplývá intenzita magnetického pole v podobě

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu\omega} \begin{pmatrix} 0 \\ k_z (\alpha e^{ik_z z} - \beta e^{-ik_z z}) \\ -k_y (\alpha e^{ik_z z} + \beta e^{-ik_z z}) \end{pmatrix} e^{i(k_y y - \omega t)} . \quad (1.89)$$

Vztahy (1.88) a (1.89) se neliší od těch použitých k odvození jednoduché přenosové matice v kapitole 1.2. To je způsobeno uvažovaným tvarem vodivosti (1.27), která má v prvním řádku nediagonální členy rovny nule, jsou tedy stejné jako u běžných dielektrik. Nemá tedy smysl pokračovat v dalším odvozování přenosové matice, neboť již na základě této podoby polí je možné konstatovat, že pro příčnou magnetizaci a TE polarizaci nebude asymetrie v odrazivostech pozorována. Tento efekt by se mohl projevit pro jinou než transverzální magnetizaci, což ale není předmětem studia této práce.

Shrnutí teoretických odvozování Již předchozí výpočty [13] ukázaly, že transparentní magnetické materiály, například $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$, mohou vykazovat nesymetrickou odrazivost: Reflektance se liší v závislosti na tom, dopadá-li světlo na vzorek pod kladným, nebo záporným úhlem. K pozorování tohoto efektu jsou nutné dva předpoklady:

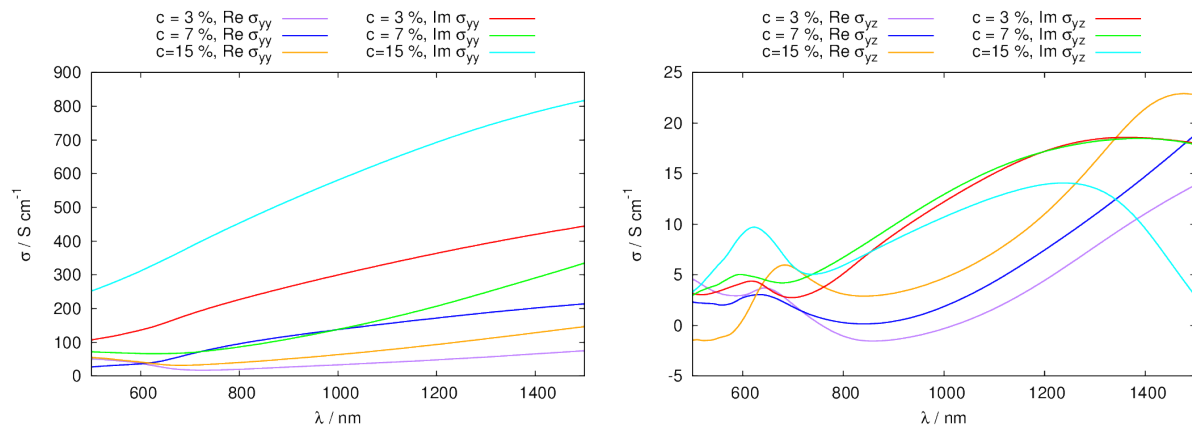
1. Jev se vyskytuje u materiálů popsaných (1.29) s $\epsilon_{yz} \neq 0$ za předpokladu že
2. na vzorek dopadá transverzálně-magnetická polarizace.

Stejný efekt přitom plyne z formalismu přenosové matice.

2. Výpočty pro $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$

2.1 Parametry výpočtů

Ve výpočtech pro $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ byla použita vodivost zkoumaného materiálu v závislosti na koncentraci manganu. Data byla spočítána užitím Kubovy formule a osmipásového k.p modelu GaMnAs s kinetickou výměnnou interakcí, viz [5] a [12]. Konkrétní hodnoty dodal vedoucí této práce a jsou zaneseny na grafech 2.1.



Grafy 2.1: Použité vodivosti pro tři koncentrace manganu v $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$.

K vyšetření reflektancí bylo také nutné znát indexy lomu pro čistý GaAs . Jednak proto, že poslední z vrstev byla z galium arsenidu a za druhé se dle (1.28) podílela na reálné části permitivity $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$. Pro danou vlnovou délku byl index lomu dopočítáván užitím Sellmeierovy formule, přičemž koeficienty byly získány z databáze `refractiveindex.info` [1], originální data pochází z [6]:

$$n^2 \approx 3.5 + \frac{7.4969\lambda^2}{\lambda^2 - 0.4082^2} + \frac{1.9347\lambda^2}{\lambda^2 - 37.17^2}. \quad (2.1)$$

Pro všechny vrstvy je kvůli viditelnému spektru uvažována permeabilita $\mu = 1$.

Transparentní magnetické krystaly s popsánymi vlastnostmi je složité připravit, a navíc je nutné brát ohled i na možné experimentální uspořádání. Proto je dále nutné uvážit následující faktory:

1. Vrstva $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ je nanosená na GaAs (bez příměsí),
2. je možné ji připravit maximálně 50 nm tlustou,
3. měření by mělo být proveditelné v optickém spektru,
4. úhly dopadu musejí být malé (do 15°) a
5. jev budeme považovat za pozorovatelný, bude-li kontrast (1.16) větší než 5 %.

Aby byly výpočty ověřitelné a nesymetrická odrazivost změřitelná a aby teorie nebyla vzdálená experimentu, bude vhodné držet se při kalkulacích právě těchto podmínek. V principu není problém spočítat téměř jakýkoli systém vrstev. Aby byly grafy navzájem porovnatelné a aby nebyla ztracena návaznost na experimentální možnosti, je ve všech případech uvažován tento systém vrstev:

1. Světlo dopadá ze vzduchu nebo vakua s indexem lomu $n_0 = 1$.
2. První vrstva je dielektrikum s tloušťkou w_1 a indexem lomu n_1 .
3. Následuje vrstva $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ s tloušťkou¹ w_2 , indexem lomu n_2 a koncentrací manganu² c_2 .
4. Jako podklad je užit čistý GaAs.

2.2 Výsledky pro $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$

V následujících grafech se vyskytují popisky s tímto významem:

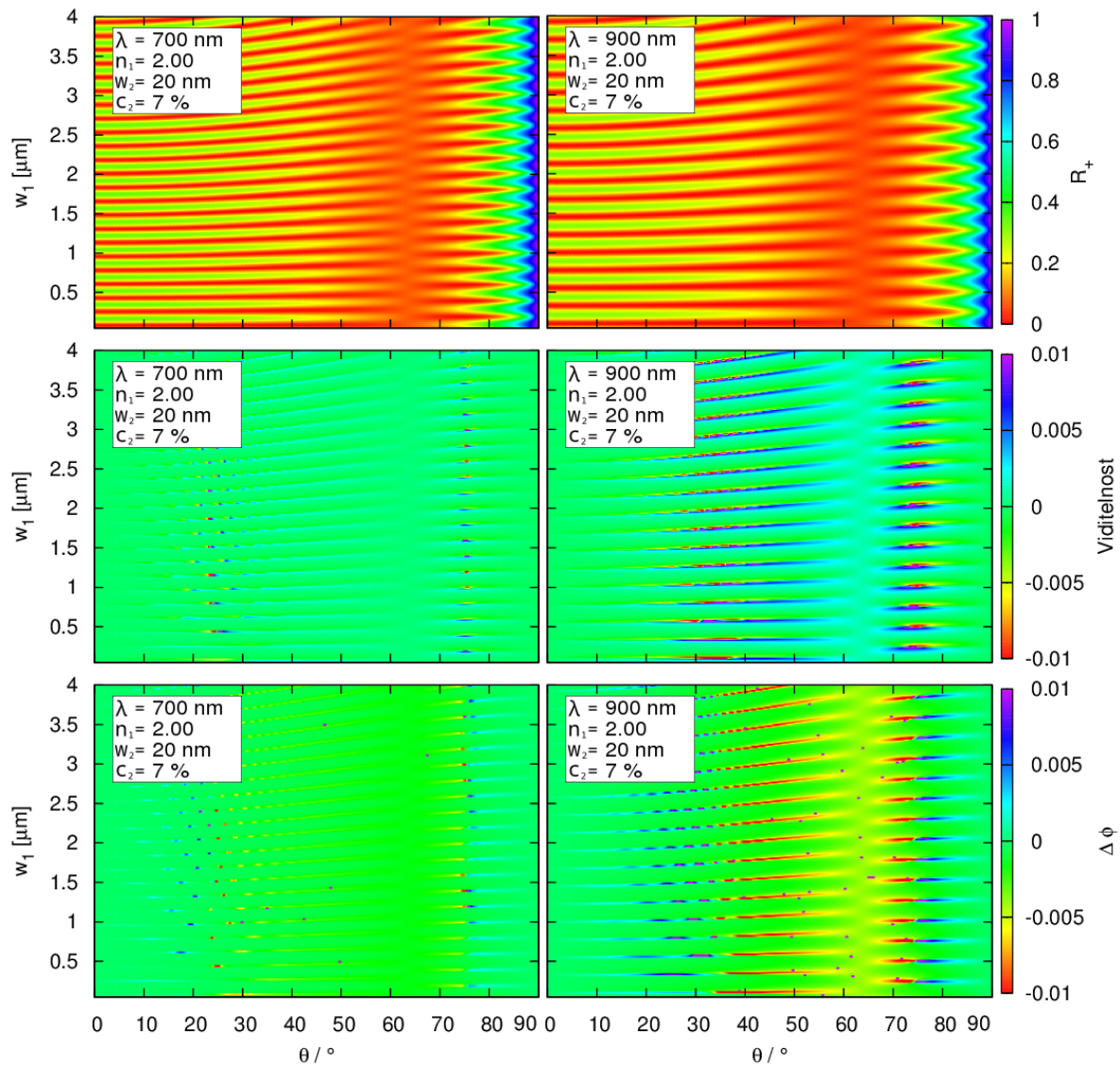
λ	Vlnová délka dopadajícího záření
w_1	Tloušťka první vrstvy (dielektrikum)
n_1	Index lomu první vrstvy (dielektrikum)
w_2	Tloušťka druhé vrstvy (vždy $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$)
c_2	Koncentrace vrstvy (vždy $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$)
Kontrast	Veličina definovaná vztahem (1.16)
R_{\pm}	Odrazivost pro kladný, respektive záporný úhel
ΔR	Rozdíl odrazivosti pro kladný, respektive záporný úhel
$\Delta\Phi$	Rozdíl fáze odražených vln

Je-li v grafech použita logaritmická stupnice, jedná se o logaritmus z absolutní hodnoty zobrazené veličiny (je tedy ztracena informace o jejím znaménku).

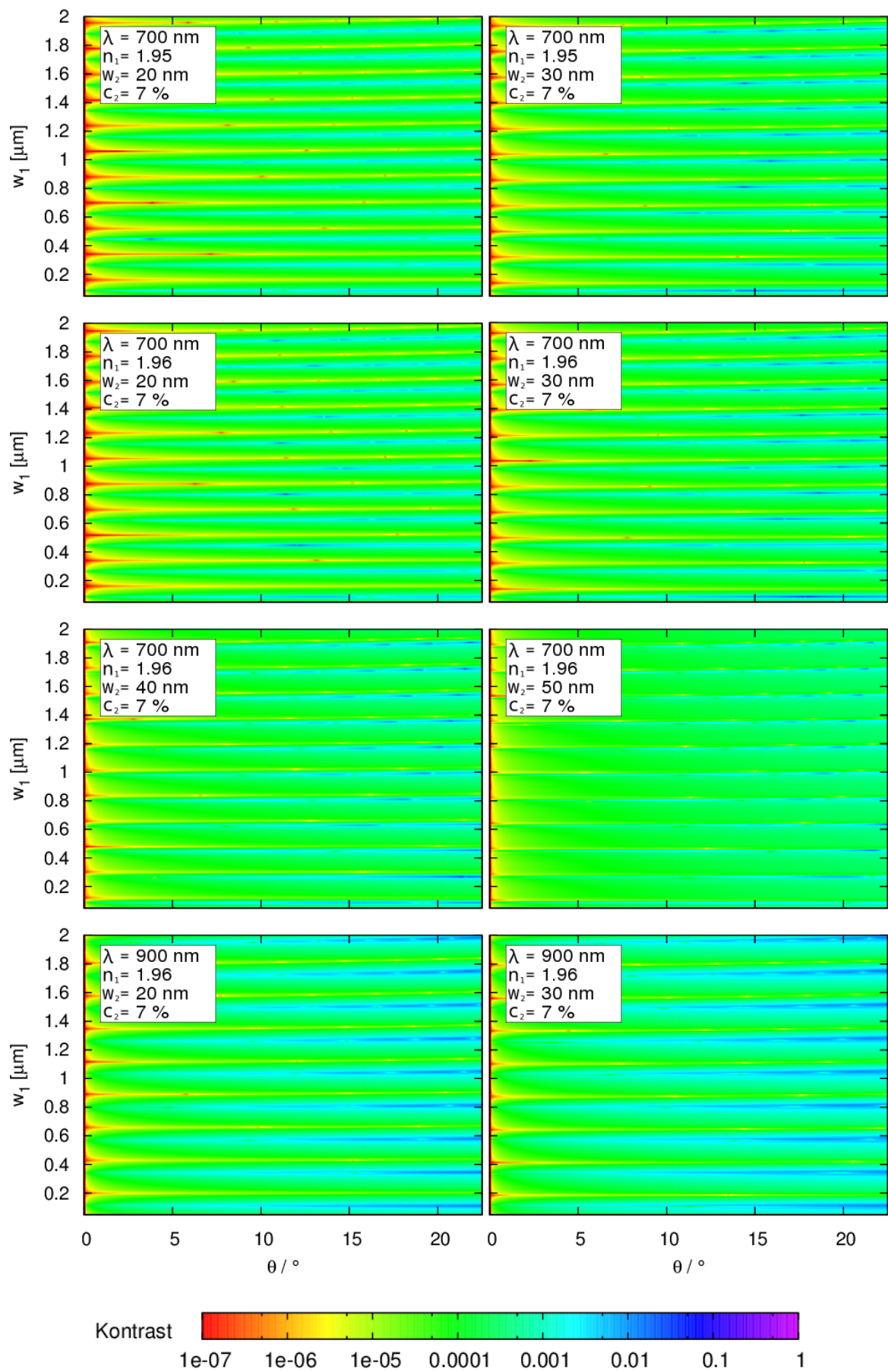
Grafy uvedené v této sekci představují řezy šestiřozměrným prostorem (možné parametry jsou: λ , w_1 , w_2 , n_1 , c_2 a θ). Grafy byly vybrány tak, aby na nich byla zachycena oblast s lokálním extrémem kontrastu mající velikost alespoň 5 %. Většina z možných kombinací proměnných je nezajímavá, to je vidět například ze souhrnných grafů 2.2. Výběr probíhal vykreslením s hrubými měřítky a následným přibližováním relevantních oblastí.

¹Ve většině případů $w_2 = 20$ nm.

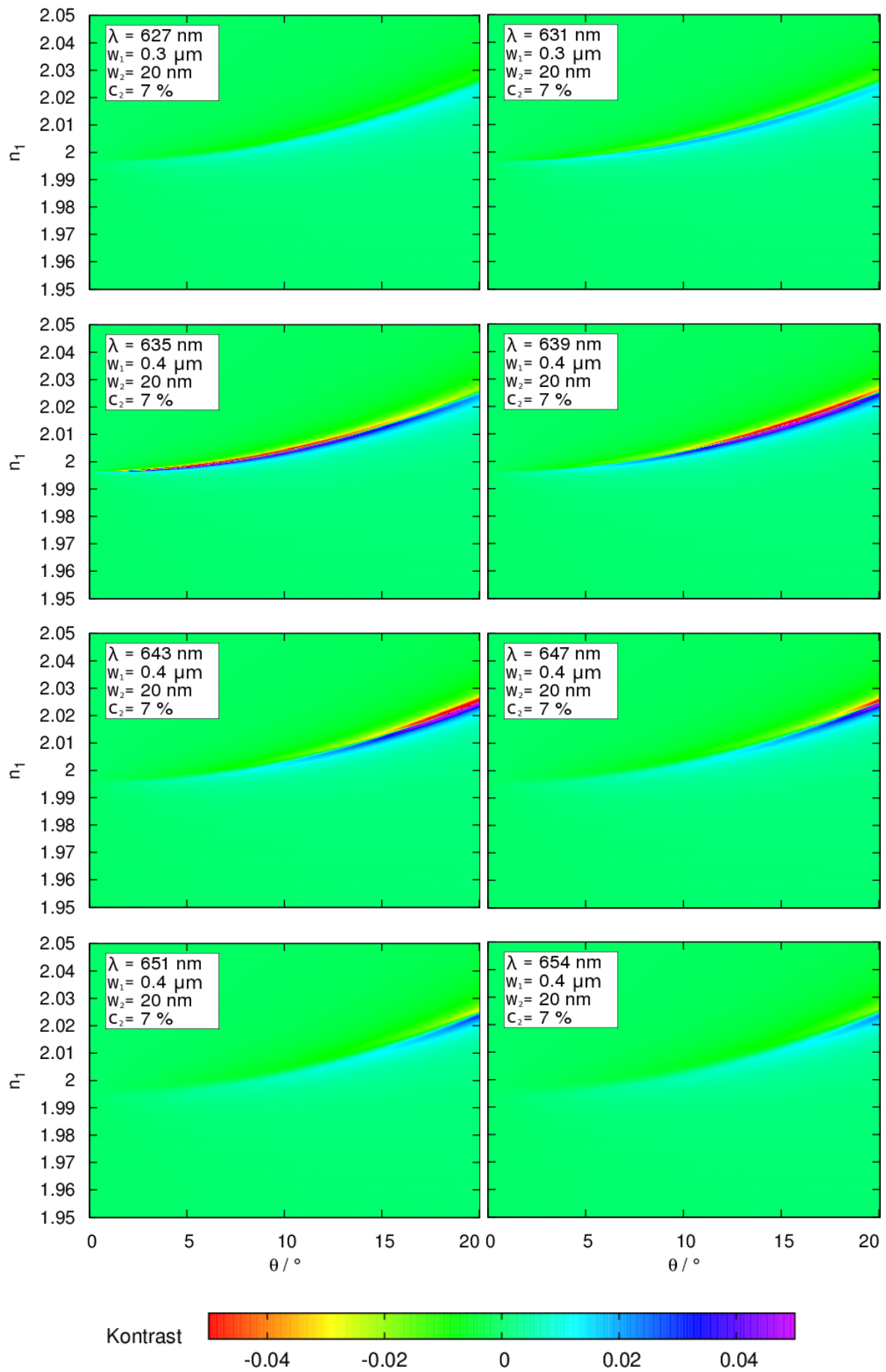
²Ve většině případů $c_2 = 7\%$.



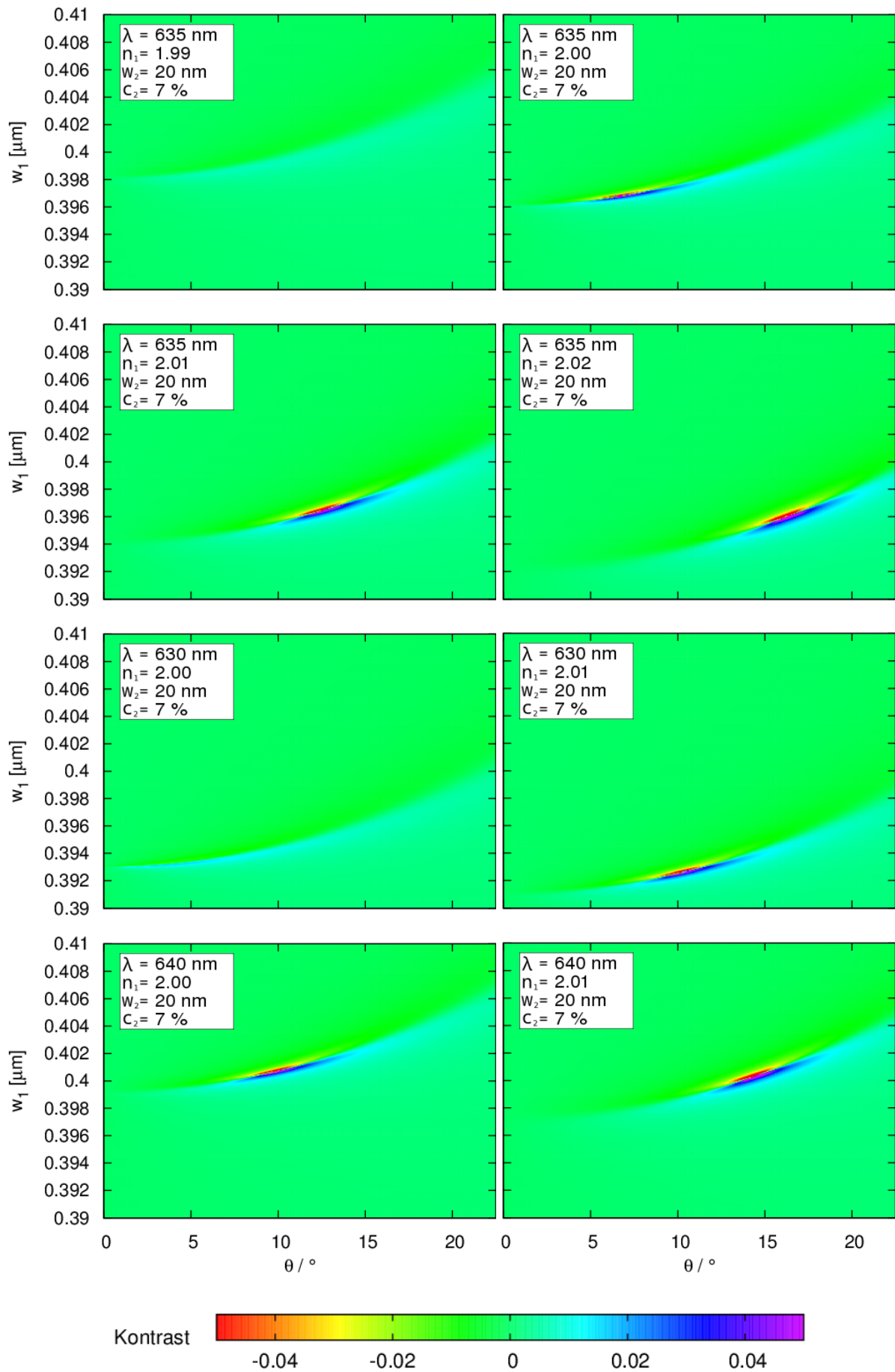
Grafy 2.2: $\lambda = 700\text{nm}$, $n_1 = 2.00$, $w_2 = 20\text{nm}$, $c_2 = 7\%$



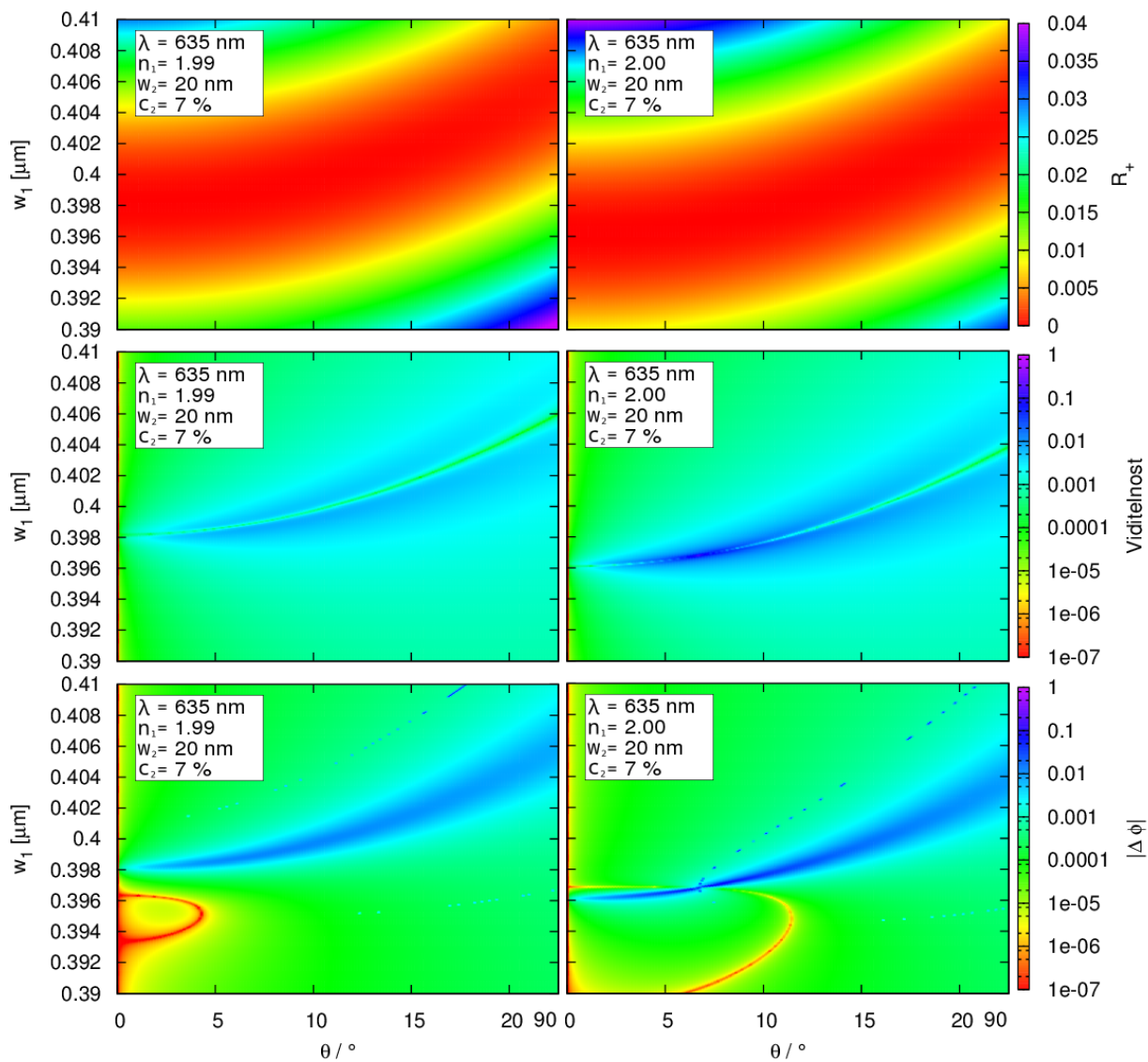
Grafy 2.3: Velký rozsah w_1 pro dvě vlnové délky a tloušťky $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ 20, 30, 40 a 50 nm



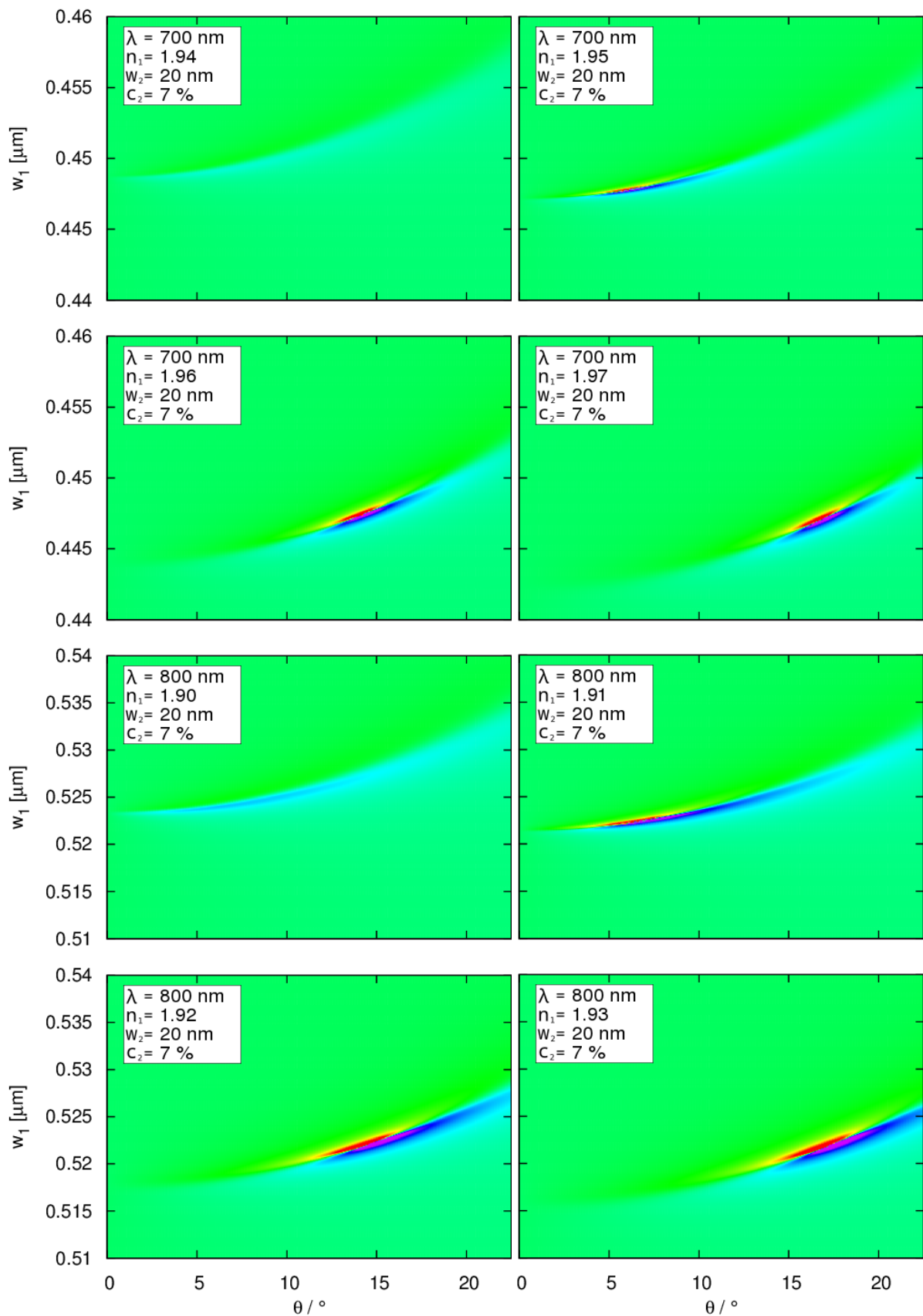
Grafy 2.4: Konstantní optická tloušťka $w_1 n_1 = \frac{5}{4} \lambda$.



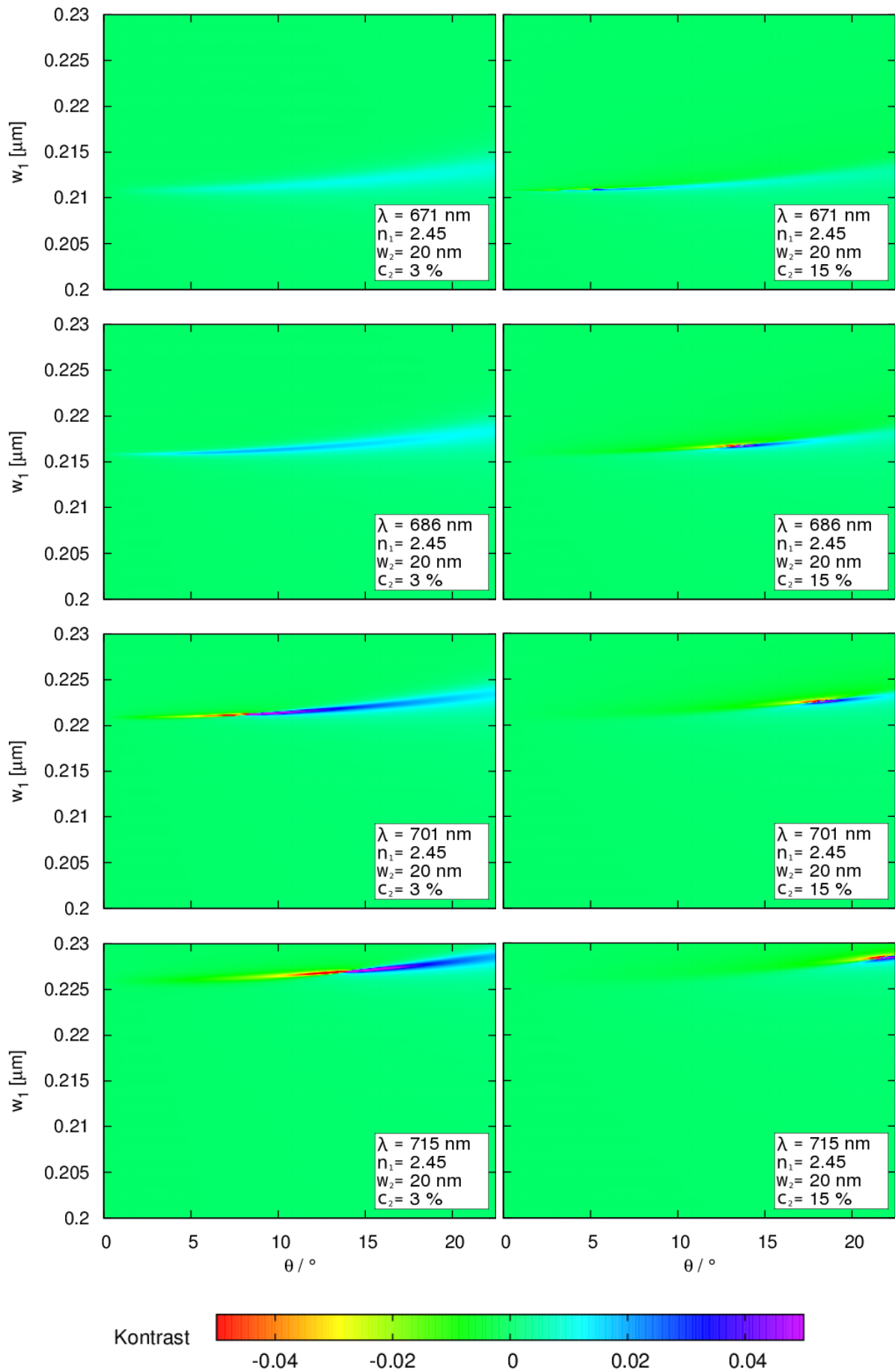
Grafy 2.5: Porovnání blízkých indexů lomu n_1 při třech vlnových délkách.



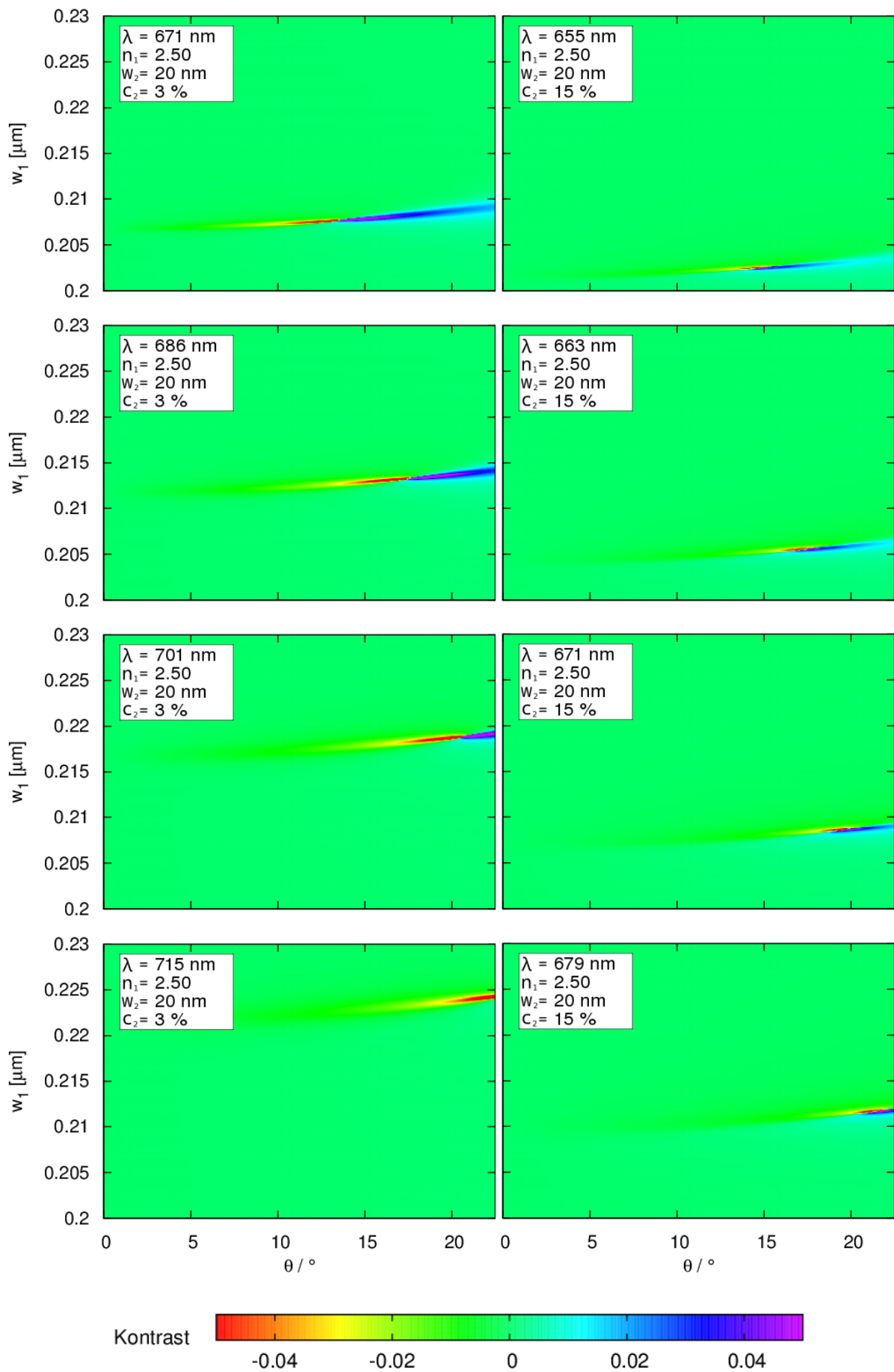
Grafy 2.6: Oblast s vysokým kontrastem pro nízké úhly: $\lambda = 635$ nm, $w_2 = 20$ nm, $c_2 = 7\%$



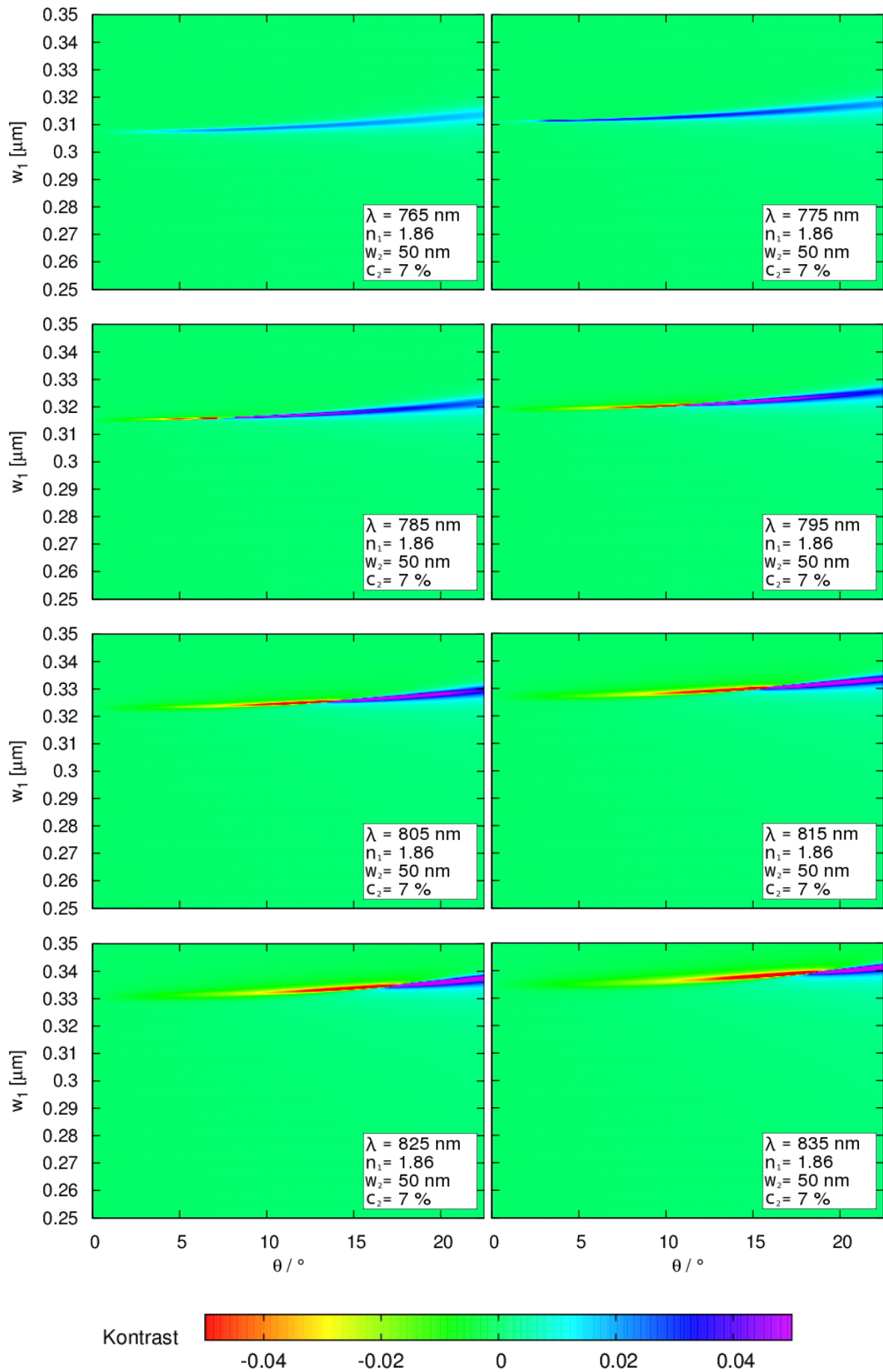
Grafy 2.7: Porovnání indexů lomu pro dvě vysoké vlnové délky.



Grafy 2.8: Porovnání vlivu koncentrací Mn; pro $c_2 = 7\%$ je $\lambda = 700 \text{ nm}$ na grafu 2.7.



Grafy 2.9: Spolu s grafy 2.8 srovnání vlivu n_1 pro koncentrace manganu 3 a 15 %.



Grafy 2.10: Detail extrému odrazivosti nejtlustší možné vrstvy Ga_{1-x}Mn_xAs

2.3 Diskuze vypočtených odrazivostí

Numerické hledání extrémů reflektancí Z vypočtených dat pro $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ jsou ukázány typické hodnoty nesymetrických odrazivostí. Pokud bychom chtěli vyšetřovat nejlepší hodnoty pro měření, přešla by úloha na numerické hledání globálních extrémů vícerozměrných funkcí. Byť existuje řada algoritmů vyvinutých k tomuto účelu (od komparativních metod, přes gradientní hledání až po aplikaci náhodných čísel), je vždy problém zaručit, že porovnávané extrémy jsou všechny.

Diskuze nalezených maxim V grafech 2.2 a 2.3 je vidět očekávané opakování maxim odrazivosti v závislosti na tloušťce první vrstvy, přičemž perioda vzoru je $w_1 n_1 = \lambda/2$.

Z grafů 2.2 jsou také vidět dvě zásadní věci:

1. Maximální kontrasty (jdoucí i k deseti procentům) se vyskytují pro nízké hodnoty odrazivosti (v řádech 10^{-6}).
2. Kromě rozdílu v kontrastech dochází také k posunu fází vln, někdy i v řádech jednotek procent. Při vhodně navrženém experimentu by i tento jev mohl být pozorovatelný.

Konstantní tloušťka $0.4 \mu\text{m}$ je ukázána na grafu 2.4. Třetí z nich (635 nm) představuje jedno z nejlepších maxim mezi všemi spočtenými výsledky, minimálně tedy, co se hodnocení podle velikosti úhlu týká: jev se objevuje pro méně než pět stupňů. Stejně parametry jsou i na grafech 2.5 a 2.6, které mají tloušťku w_1 na svislé ose. První série porovnává dvě vlnové délky pro různé indexy lomu; na druhé je pro ilustraci konkrétních hodnot kromě kontrastu v logaritmické škále i velikost odrazivosti a vzájemné zpoždění odražených vln. Oblast mezi $n_1 = 1.990$ a $n_1 = 2.000$ byla prozkoumána důkladněji s jemnějším krokem. Rozumné podmínky pro naměření efektu ($|V| > 0.05$ při malých úhlech) byly nalezeny následující:

1. Na 635 nm pro $n_1 = 1.997$, $w_1 = 397$ nm, $w_2 = 20$ nm, $c_2 = 7\%$ a $\theta > 2^\circ$.
2. Na 640 nm pro $n_1 = 1.992$, $w_1 = 401$ nm, $w_2 = 20$ nm, $c_2 = 7\%$ a $\theta > 3^\circ$.

Nelze očekávat, že experiment bude prováděn přesně za těchto parametrů. Ve skutečnosti je pravděpodobnější, že pro daný index lomu n_1 bude nutné určit tloušťku w_1 a vlnovou délku, při které bude jev pozorovatelný. Hodnoty výše ale ukazují, že tomu tak může být i pro velmi malé úhly.

Pokud je oslaben požadavek na dopad světla blízko kolmici, nabízí se mnoho kombinací parametrů, kdy lze asymetrickou odrazivost naměřit v rozsahu deseti až patnácti stupňů. Na grafech 2.7 je ukázáno, jak se poloha extrémů mění v závislosti na vlnové délce a indexu lomu. Při $\lambda = 700$ nm se jev začíná vyskytovat mezi deseti a patnácti stupni, přičemž na hranici infračervené oblasti ($\lambda = 800$) se relevantní maximum vyskytuje ještě dříve. Z toho lze usoudit, že ke kvalitnějšímu pozorování by bylo vhodné mít aparaturu umožňující nastavení úhlu dopadu v rozmezí $(-15^\circ, 15^\circ)$ na dlouhých vlnových délkách.

Jako další stupeň volnosti může být uvažována koncentrace manganu v $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$. K porovnání s dříve zkoumanými sedmi procenty manganu byly zvoleny³ koncentrace tři a patnácti procent. Jak je vidět z grafů 2.8

1. $V < -5\%$ pro $c_2 = 3\%$, $\lambda = 715$ nm, $w_1 = 227$ nm, $n_1 = 2.45$ and $w_2 = 20$ nm

2. $V \rightarrow 0$ pro $c_2 = 15\%$, $\lambda = 715$ nm, $w_1 = 227$ nm, $n_1 = 2.45$ and $w_2 = 20$ nm

Podobné srovnání je i na grafech 2.9. Efekt je pro obě tyto koncentrace slabší než pro dříve počítaných 7 % Mn. Nejvýraznější extrémy kontrastu byly nalezeny pro vlnovou délku $\lambda = 701$ nm, ačkoli vzhledem k pozorovatelnosti jevu od deseti (3 % Mn), respektive od dvaceti stupňů (15 % Mn) nelze tyto koncentrace k měření doporučit.

Částečně ovlivnitelná je i tloušťka druhé vrstvy ($\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$). Současné vzorky mají $w_2 = 20$ nm, ačkoli je možné připravit i tlustší vrstvy. Celkové shrnutí tohoto faktoru je na grafech 2.3. Konkrétní podoba jednoho z maxim je na grafech 2.10, které ukazují, že jev se i při tlustší druhé vrstvě chová stejně (s rostoucí vlnovou délkou je intenzivnější, ale posouvá se do větších úhlů) a obdobně se shoduje tvar maxima.

³Tyto rozsahy byly vybrány až po předchozím prozkoumání větších rozsahů tlouštěk a indexů lomu první vrstvy.

Závěr

Pro transparentní magnetické materiály byl za uvážení příčné magnetizace odvozen formalismus přenosové matice. Z ní bylo pro případ jedné vrstvy ukázáno, že v souladu s předchozími výpočty [13] dochází pro transversálně-magnetický mód k porušení symetrie v odrazivosti. Pro uvažovanou podobu magnetizace jev nenastává pro transversálně-elektrické pole. Pokud bychom chtěli efekt pozorovat i pro tuto druhou polarizaci, bylo by nutné mít jinou než příčnou magnetizaci. Odvozená přenosová matice vychází z klasické podoby používané ve vlnovodech ([8], [11]) a po dosazení materiálových vlastností dielektrik se na tento jednodušší tvar redukuje.

Metoda přenosové matice byla použita k výpočtu asymetričnosti reflektance pro systém ze čtyř vrstev: vzduch, materiál s proměnnými vlastnostmi, $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ a čistý GaAs, přičemž koncentrace manganu ve vzorku byla uvažována 3, 7 nebo 15 %. Bylo ukázáno, že pro dostupné tloušťky $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ (v řádech desítek nanometrů) by jev mohl být ve viditelné oblasti a pro malé úhly pozorovatelný buď přímo měřením kontrastu nebo interferenční metodou porovnáním fází vln dopadajících na vzorek z opačných úhlů. Odvozená přenosová matice může být použita k výpočtu pro libovolné jiné vrstevnaté struktury.

Literatura

- [1] Optical constants of GaAs (gallium arsenide). <http://refractiveindex.info/?group=CRYSTALS&material=GaAs>, citováno 14.4.2012.
- [2] B. Sedlák a I. Štoll. *Elektrina a magnetismus*. 2002. Praha, Academia. Second edition ISBN 80-200-1004-1.
- [3] E. Hecht. *Optics*. 2002. Addison-Wesley. 4th edition. ISBN 0-321-18878-0.
- [4] H. Ebert. Magneto-optical effects in transition metal systems. Rep. Prog. Phys. 59 (1996) 1665–1735.
- [5] M. Abolfah, R. Jungwirth, J. Brum, a A.H. MacDonald. Theory of magnetic anisotropy in $\text{III}_{1-x}\text{Mn}_x\text{V}$ ferromagnets. 2001. Physical Review B, Volume 63, 054418.
- [6] M. Bass, C. DeCusatis, J. Enoch, G. Li, V.N. Mahajan, V. Lakshminarayanan, E. Van Stryland, a C. MacDonald. *Handbook of Optics: Optical Properties of Materials, Nonlinear Optics, Quantum Optics*. 2009. McGraw-Hill, ISBN 9780071498920.
- [7] M. Born a E. Wolf. *Principles of optics*. 2005. 7th edition. ISBN 0521642221.
- [8] M. Rejman. Modelování optického zisku v planárních vlnovodech s „prosakujícími“ mody. 2007. Diplomová práce.
- [9] P. Malý. *Optika*. 2008. Praha, Karolinum. First edition ISBN 978-80-246-1342-0.
- [10] P. Yeh. Optics of anisotropic layered media: A new 4×4 matrix algebra. Surface Science 96 (1980) 41–53.
- [11] R. E. Smith, S. N. Houde-Walter a G. W. Forbes. Mode determination for planar waveguides using the four-sheeted dispersion relation. 1992. IEEE Journal of Quantum Electronic, vol 28, no 6.
- [12] T. Jungwirth, J. Sinova, J. Mašek, J. Kučera a A.H. MacDonald. Theory of ferromagnetic (III, Mn)V semiconductors. Rev. Mod. Phys. 78. 809 (2006).
- [13] T. Ostatnický. Fresnel equation for magnetic materials, 3.6.2011. Nепublikováno.
- [14] Š. Višňovský. *Optics in Magnetic Multilayers And Nanostructures*. 2006. CRC, ISBN 9780849336867.