

Univerzita Karlova v Praze
Pedagogická fakulta

Kolektivní reflexe v přípravě studentů učitelství

1. stupně v matematice

Jana Macháčková

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Školitel: Mgr. Marie Tichá, CSc.

Studijní program: Pedagogika

Studijní obor: Didaktika matematiky

2012

Prohlašuji, že jsem tuto disertační práci vypracovala pod vedením školitelky samostatně za řádného použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato disertační práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Duben 2012

Děkuji své školitelce Mgr. Marii Tiché, CSc. za odborné vedení mé disertační práce, za cenné rady a připomínky, zejména za čas a trpělivost, které mi věnovala.

Název:

Kolektivní reflexe v přípravě studentů učitelství 1. stupně v matematice

AUTOR:

Jana Macháčková

KATEDRA (ÚSTAV):

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

ŠKOLITEL:

Mgr. Marie Tichá, CSc.

Abstrakt: Dizertační práce se věnuje rozvíjení sebereflexe učitelů a studentů učitelství jako jedné z cest, která vede k prohlubování didaktických znalostí obsahu. Nejdříve jsou vymezeny obsahy pojmů, které patří mezi východiska práce (kompetence učitele, didaktické znalosti učitele, reflexe, sebereflexe, kolektivní reflexe). Protože experimenty byly prováděny v prostředí zlomků, ve východiscích práce jsou zmíněny i otázky spojené s interpretacemi a reprezentacemi zlomků a některé příčiny problémů se zlomky. Prvním cílem zkoumání bylo sledovat úroveň reflexí učitelů. Druhým cílem bylo na základě těchto zjištění hledat cesty, které umožní rozvíjení reflexí. Při sledování a rozvíjení reflexí byla jako hlavní metoda používána kolektivní reflexe videozáznamu z hodiny. Současně s tím byly používány i další metody (pozorování, skupinové interview). Analýza materiálů získaných z experimentů (práce studentů, výpovědi studentů, osobní poznámky z průběhu experimentů apod.) vycházela z metody zakotvené teorie. Průběh kolektivních reflexí byl v průběhu výzkumu modifikován, aby se ukázalo, za jakých podmínek při provádění kolektivní reflexe videozáznamu se u jejich účastníků objeví jevy, ukazující na vědomou sebereflexi vlastní činnosti. Výsledkem výzkumu je identifikace těchto podmínek a na jejich základě návrh kroků provádění kolektivní reflexe. Závěrem je zvažováno využití navržených kroků kolektivní reflexe pro vzdělávání budoucích učitelů.

Klíčová slova: kompetence učitele, didaktická znalost obsahu, sebereflexe, kolektivní reflexe

TITLE:

Joint reflection in pre-service primary school mathematics teacher training

AUTHOR:

Jana Macháčková

DEPARTMENT:

Department of mathematics and didactics of mathematics

SUPERVISOR:

Mgr. Marie Tichá, CSc.

Abstract: The thesis focuses on the potential of development of pre-service and in-service teachers' self-reflection as one of the ways leading to development of pedagogical content knowledge. The thesis starts with definitions of the background concepts (teacher competences, pedagogical content knowledge, reflection, self-reflection, joint reflection). Also, as the experiments were carried out in the environment of fraction, the introductory part discusses issues related to interpretation and representation of fractions and sources of problems with fractions, their interpretation and representation. The first aim of the research was to monitor the quality of teachers' reflections. The subsequent goal was, on the basis of findings of this monitoring, to look for ways leading to refinement of this reflection. When monitoring and developing reflections, the main method used was the method of joint reflection of a video recording of a lesson. However, other methods were employed simultaneously (observation, group interview). Materials collected in the experiments (students' production, students' statements, personal notes from the course of the experiments etc.) were analyzed using the techniques of grounded theory modified for the research purposes. The progress of joint reflections was modified during the experiment in order to pinpoint the conditions of joint reflection of a video recording under which phenomena signalling conscious and intentional self-reflection of one's own activity could be discerned in the participants. The result of the research is the identification of these conditions and on the basis of these conditions proposition of the sequence of steps of implementation of joint reflections. In the concluding part the author considers the use of the proposed steps in pre-service teacher training.

Keywords: teacher competence, pedagogical content knowledge, self-reflection, joint reflection

Obsah

ÚVOD – MOJE CESTA K REFLEXÍM	1
1 VÝCHODISKA PRÁCE	5
1.1 Kompetence	5
1.1.1 Kompetence učitele	5
1.1.2 Kompetence a znalosti učitele	10
1.2 Znalosti učitele	10
1.2.1 Didaktické znalosti obsahu	14
1.3 Reflexe	17
1.3.1 Reflexe v učitelském vzdělávání	18
1.3.2 Kvalifikovaná pedagogická reflexe (sebereflexe)	19
1.3.3 Co bývá příčinou „nekvalifikované“ reflexe	22
1.3.4 Kolektivní reflexe	25
1.3.5 Kolektivní reflexe a videozáznam z hodiny	27
1.4 O uchopování pojmu zlomek	30
1.4.1 Některé příčiny neporozumění zlomkům	31
1.4.2 Interpretace zlomků	33
1.4.3 Reprezentace	35
1.4.4 Jak je tomu ve škole. Zlomky na 1. stupni základní školy; vytváření představ	38
2 CÍLE PRÁCE	41
3 METODOLOGIE	43
3.1 Vývoj mého zkoumání	43
3.2 Experimenty v mém výzkumu	44
3.3 Metody používané v experimentech	45
4 EXPERIMENTY SE ŽÁKY	49
4.1 Experiment Krychle	49
4.1.1 Cíl experimentu	49
4.1.2 Průběh hodiny	50
4.1.3 Zjištění – reflexe	52
4.2 Dělení pizzy	54
4.2.1 Cíl experimentu	54
4.2.2 Průběh hodiny	55

4.2.3	Zjištění – reflexe	62
4.2.4	Otázky	62
5	EXPERIMENTY ZAMĚŘENÉ NA SLEDOVÁNÍ REFLEXÍ	63
5.1	Dělení pizzy (rozdíly v reflexích)	63
5.1.1	Cíl experimentu	63
5.1.2	Průběh experimentu	63
5.1.3	Zjištění	63
5.1.4	Otázky	65
5.2	Jak reflektují učitelé ze základní školy	65
5.2.1	Cíl experimentu	65
5.2.2	Průběh experimentu	66
5.2.3	Zjištění	67
5.2.4	Otázky	69
5.3	Jak reflektují badatelé a vysokoškolští učitelé	69
5.3.1	Cíl experimentu	69
5.3.2	Průběh dílny	70
5.3.3	Zjištění	70
5.3.4	Otázky	72
5.4	Experiment se studenty učitelství – Pizza	74
5.4.1	Cíl experimentu	74
5.4.2	Průběh experimentu	75
5.4.3	Zjištění	76
5.4.4	Otázky	81
5.5	Experiment se studenty učitelství – Koláč	83
5.5.1	Cíl experimentu	87
5.5.2	Průběh experimentu	87
5.5.3	Zjištění	90
6	ZÁVĚRY	94
6.1	Shrnutí	94
6.2	O možném využití výsledků výzkumu v praxi a o Lesson study	99
	PŘEHLED POUŽITÉ LITERATURY	104
	PŘÍLOHA 1	115
	PŘÍLOHA 2	119

Úvod – moje cesta k reflexím

V roce 2000 mi byla nabídnuta spolupráce na řešení mezinárodního projektu programu Socrates – Comenius *Understanding of classroom culture in different countries* (Hošpesová, Tichá, 2003). V té době jsem měla za sebou devět let praxe na prvním stupni základní školy. Možnost zúčastnit se práce na projektu přišla v době, kdy jsem cítila, že potřebuji pro svoji práci nějaké nové podněty. Těšila jsem se, že poznám něco nového.

Na řešení projektu spolupracovaly týmy učitelek a badatelů z Itálie, Německa a Čech. V našem českém týmu byly čtyři učitelky a dvě badatelky z Prahy a Českých Budějovic. Na počátku práce na projektu, při prvních společných schůzkách českého týmu, jsme spolu s badatelkami diskutovaly o tom, co my učitelky rozumíme označením *kultura vyučování a matematická kultura*. Každá z nás si potom připravila vyučovací hodinu, ve které jsme ukazovaly, co je pro nás důležité z hlediska obsahu i metod, *jak bychom chtěly ostatním členům našich i zahraničních týmů představit výuku našich žáků*. Z těchto připravených hodin byly pořízeny videozáznamy, o kterých jsme společně diskutovaly. Z videonahrávek potom každá z nás vybrala ty pasáže, které podle našeho názoru ilustrují kulturu vyučování v České republice. Vybrané ukázky jsme představily celému mezinárodnímu týmu.

V původním návrhu badatelky předpokládaly, že naše aktivita povede k popisu kultury vyučování matematice v České republice a její charakteristice, k evidenci a popsání rozdílů v přístupech k vyučování v každé spolupracující zemi (a) obecně, (b) v určitých tématech a k využití impulsů, které přicházejí z různých zemí (Hošpesová, Tichá, 2003). Časem se centrum zájmu posunovalo ke sledování a posuzování činností, ke kterým dochází ve vyučování matematice. Postupně, v průběhu kolektivních reflexí, se začala ukazovat potřeba přenést

pozornost na:

- kultivaci znalostí učitelů prostřednictvím reflexe,
- formování citlivějších učitelských přístupů k žakovským způsobům myšlení,
- uvědomování si momentů hodnotných z hlediska žakova poznávání, vytváření citlivosti pro takové momenty a schopnosti využívat je ve vyučování.

Na setkáních českého týmu jsme společně diskutovali o tématech, obsahu a zaměření vyučování. Hledali jsme taková témata, která se nám zdála zajímavá nebo která jsme považovali za složitá nebo problematická a kterým jsme pokládali za potřebné se věnovat. Začali jsme společně realizovat kolektivní reflexe:

- společně jsme hodiny připravovali,
- společně jsme hospitovali v hodinách,
- společně jsme pořizovali videozáznamy,
- společně jsme o videonahrávkách diskutovali.

Kolektivní reflexe měly nás učitelky vést k hlubší formě sebereflexe, a to jak po vyučování, tak v průběhu vyučování¹.

Pro experimentální hodiny, které jsem připravovala v rámci projektu, jsem si zvolila téma zlomek. Vybrala jsem si ho proto, že ho považuji za důležité, ale tehdy jsem si jeho obtížnost a problematiku spojenou s pojmem zlomek uvědomovala jen v omezené míře. Myslela jsem si, že je to téma, které většině žáků potíže nedělá. Ale postupně jsem pochopila, že zlomek naopak patří k nejobtížnějším tématům. Uvědomila jsem si, že naučit zlomky, to znamená vytvářet představy, není otázka jen několika vyučovacích hodin v určitém ročníku, ale že pojem zlomku je potřeba rozvíjet soustavně v dlouhém časovém úseku. Pochopila jsem, že nestačí jen naučit děti provádět početní operace se

¹ Reflection on action, reflection in action, reflection for action (Schön, 1983; Jaworski, 2003).

zlomky, ale je důležité u nich rozvíjet jejich představy vedoucí k pochopení pojmu zlomek. A mám-li představy rozvíjet u žáků, musím sama pojmu zlomek rozumět. Začala jsem se zajímat o články a knihy autorů, které se zabývají pojetím pojmu zlomek, jejich interpretacemi, reprezentacemi a problémy, které brání pochopení pojmu zlomek.

V té době jsem měla možnost zúčastnit se konference CERME 3, konkrétně jednání ve skupině zabývající se vztahem teorie a praxe ve vyučování matematice. Pro mě to byla neobyčejná zkušenost, která se stala impulsem k tomu, že jsem začala přemýšlet o tom, že bych se měla dál vzdělávat. Proto jsem po třinácti letech praxe na prvním stupni základní školy opět začala studovat. Ke studiu jsem se přihlásila s cílem zlepšit vlastní vyučování. Jak jsem se postupně seznamovala s tím, co obnáší doktorské studium, začala jsem formulovat cíle svého výzkumu. Zkušenosti z projektu mě ovlivnily v tom, že jsem se zaměřila na způsob rozvíjení znalostí důležitých pro vyučování, které dnes charakterizují pojmem didaktické znalosti obsahu (Shulman, 1986, 1987). Oslovily mě články autorů Schön (1983), Švec (1995), Krainer, (1999), Jaworski (2003) a dalších, kteří se zabývají významem reflexe vlastního vyučování. Autoři považují reflexi vlastní činnosti za nedílnou součást profesionality učitelů a uvádějí, že systematická reflexe vytváří nové znalosti a může mít vliv nejen na zlepšení vlastního vyučování, ale i na vývoj učitelského vzdělávání.

Začala jsem hledat možnosti, jakými cestami lze potřebu a dovednost reflexe rozvíjet. Na počátku své práce jsem se proto nejdříve zaměřila na sledování reflexí, a to z různých pohledů. Hledala jsem takový postup, který by mi umožnil sledovat reflexe více lidí najednou. Zvolila jsem kolektivní reflexi videozáznamu z vyučovací hodiny. Ukázalo se, že kolektivní reflexe je metoda, která umožňuje reflexe nejenom sledovat, ale také za určitých podmínek rozvíjet. Svoje experimenty jsem prováděla v prostředí zlomků, kterým jsem se věnovala v rámci

řešení projektu Socrates-Comenius, a které se ukázalo jako bohatá půda pro sledování reflexí.

Kromě úvodu je moje práce uspořádána do šesti kapitol².

V první kapitole seznamuji čtenáře s charakteristikou obsahu v práci užívaných pojmů, které vedly k formulaci mých výzkumných otázek. Protože jsem svoje experimenty realizovala v prostředí zlomků, část kapitoly se zabývá uchopováním pojmu zlomek – některými příčinami nepochopení pojmu, charakteristikou jednotlivých interpretací zlomků, významem používání různých modů reprezentací.

Ve druhé kapitole formuluji cíle svého zkoumání.

Ve třetí kapitole nazvané Metodologie popisuji vývoj svého výzkumu a uvádím zde metody, užité při provádění a analýze experimentů.

Ve čtvrté kapitole popisuji dva experimenty se žáky – *Krychle* a *Dělení pizzy*. Experiment *Krychle* ilustruje problémy žáků s představou zlomku. Experiment *Dělení pizzy* se stal prostředkem pro experimenty realizované se skupinami učitelů, badatelů a studentů učitelství, zaměřené na sledování a rozvoj reflexí.

Pátá kapitola obsahuje popis pěti experimentů, zaměřených na sledování a rozvíjení reflexí. Za jádro své práce považuji experimenty *Pizza* a *Koláč*, ve kterých jsem se soustředila na to, zda a jakým způsobem ovlivňuje změna podmínek sledování reflexí jejich rozvíjení.

Kromě popisu experimentů uvádím u každého z nich zjištění a další otázky, které vedly k přípravě a realizaci dalšího experimentu. Šestá kapitola obsahuje závěry mé práce. V této kapitole jsou naznačeny i možnosti využití výsledků mé práce pro vzdělávání budoucích učitelů.

² **Poznámka:** Ve své práci uvádím kromě citací českých autorů i citace autorů, jejichž práce byly napsány v anglickém jazyce. Citace uvádím převážně ve vlastním překladu. Originální znění uvádím vždy jako poznámku pod čarou.

V kapitole Východiska práce, v podkapitole O uchopování pojmu zlomek jsou uvedena schémata, která uvádím v originálním znění. Obávala jsem se, že by překladem pojmů mohlo dojít ke zkreslení nebo posunutí jejich významu.

1 Východiska práce

V kapitole uvádím pojmy, které ve své práci užívám a jejichž obsah se stal východiskem pro formulaci cílů mého zkoumání.

1.1 Kompetence

V češtině se pojem *kompetence* vykládá ve dvou základních významech. Běžně je pojem kompetence chápán jako pravomoc, oprávnění, obyčejně udělované nějakou autoritou nebo patřící autoritě. Druhý význam označuje předpoklad, způsobilost, či dispozice k jakémukoliv jednání.

Jde obecnou způsobilost založenou na vědomostech, zkušenostech, hodnotách a schopnostech, které si subjekt vytvořil v důsledku svého vzdělávání (Coolahan, 1996, s. 14).

Pojem kompetence bývá také chápán jako synonymum pro dovednost či znalost, pro schopnost vykonávat nějakou činnost, být v nějaké činnosti kvalifikovaný. Z této charakteristiky vychází i pojem kompetence učitele.

1.1.1 Kompetence učitele

Pojem kompetence učitele začal nabývat na významu v šedesátých letech dvacátého století. Označoval soubor „osobnostních charakteristik a profesních dispozic učitele, které mu umožňovaly dobře vyučovat“ (Janík, 2009, s. 13). „Pokud učitelovo chování vedlo k dobrým výsledkům, byla mu připsána kompetence“ (ibid, s. 13). V sedmdesátých a osmdesátých letech se vedle pojmu kompetence začíná objevovat i termín *expertnost*. Jsou jím označovány stabilně vynikající výkony určité osoby v určité oblasti. Předmětem výzkumu byly podle Janíka (2009) poznávací struktury a mechanismy, které řídí učitelovo jednání a rozhodování v pedagogických situacích.

V současné době se téměř výhradně používá termín *kompetence*. Pojem *kompetence učitele* se však v pedagogické terminologii objevuje v nejrůznějších podobách a formách a diskuse o jeho sjednocení

probíhají řadu let. Tyto diskuse podle některých autorů poukazují na obsahovou přesycenost a neostrost pojmu (Westera, 2001; Janík, 2005³).

U nás se podrobně přístupům jednotlivých autorů k pojmu kompetence učitele věnuje Janík⁴ (2005, 2009), který vidí pojem kompetence učitele jako teoretický model pro zarámování otázky: V čem tkví podstata dobrého učitele? Pokouší se o sjednocení pojmu a hledá odpovědi na otázky, v čem spočívá jádro kompetence. Do vymezení pojmu se podle Janíka (2005) promítají různá teoretická hlediska a orientace různých autorů. Jednotliví autoři používají vedle sebe odlišné termíny (např. *učitelské kompetence, profesní kompetence, pedagogické kompetence, profesionální kompetence...*).

Někteří autoři používají pojem v jednotném čísle, jiní mluví o kompetencích nebo souboru kompetencí (Švec, 1999). V některých charakteristikách pojmu bývá vyjádřeno, že zčásti jsou kompetence získávány učením, zčásti jsou dané geneticky, podobně jako umělecký nebo sportovní talent. Pro ilustraci uvádím některé z charakteristik pojmu kompetence.

Pedagogický slovník charakterizuje kompetenci jako:

... soubor profesních dovedností a dispozic, kterými má být vybaven učitel, aby mohl efektivně vykonávat své povolání (Průcha, Walterová, Mareš, 2001, s. 103).

³ Westera (2001, s. 1) dokonce hovoří o tom, že pojem kompetence je provázen „zmatením jazyků.“

⁴ Přístupy jednotlivých autorů dělí Janík na: aditivní, preskriptivní a deskriptivní. **Aditivní přístup** je podle Janíka založen na tom, že vznikají dlouhé výčty kompetencí jako požadavků na učitele. Problém vidí v tom, že kompetence jsou někdy řazeny vedle sebe, aniž by se mezi nimi hledaly vzájemné strukturální vztahy a tím ztrácejí výpovědní hodnotu.

Preskriptivní přístup předepisuje soubor kompetencí, kterými mají být učitelé vybaveni. Zpravidla, jak říká Janík, jde o *ideálně typický model kompetencí*, tedy bez jakékoliv opory reality.

Deskriptivní přístup Janík chápe jako *reálný model kompetencí*, který vzniká na základě zkušeností jako popis charakteristických znaků „dobrého učitele“.

Švec užívá pojem *pedagogické kompetence*, které chápe (1999, s. 27) jako „souhrn způsobilostí, kterými by měl být vybaven učitel, aby mohl efektivně vyučovat a vychovávat i zdokonalovat svoji pedagogickou činnost a které by měly být utvářeny, kultivovány a popř. i zdokonalovány u studentů učitelství.“ Mezi *způsobilostí* řadí *vrozené způsobilosti* (např. pedagogické nadání, osobnostní vlastnosti, studentovo pojetí výuky, postoje apod.) a „*způsobilosti získané učením a praktickou pedagogickou činností*.“

Spilková (2004), která užívá pojem *profesní kompetence*, charakterizuje kompetenci jako komplexní schopnost či způsobilost k úspěšnému vykonávání profese a zahrnuje mezi ně znalosti, dovednosti, postoje, hodnoty a osobní charakteristiky.

Vašutová (2004, s. 51) vymezuje kompetenci učitele jako

... otevřený, rozvojeschopný systém profesních kvalit, které pokrývají celý rozsah výkonu profese v komponentách znalostí, dovedností, zkušeností, postojů a osobnostních předpokladů, které jsou vzájemně provázány a chápány celostně. Kompetence je konstruktem, který charakterizuje efektivní jednání učitele.

Jak naznačuje i uvedená charakteristika Vašutové, v současné době se začíná prosazovat strukturální pohled na kompetenci učitele. V tomto pohledu je kompetence chápána celistvě (Westera, 2001; Janík, 2009) jako: „... široké spektrum dovedností vyššího řádu a chování, které jsou projevem schopností zvládat komplexní, nepředvídatelné situace; tato pracovní definice zahrnuje znalosti, dovednosti, postoje, metakognici a strategické myšlení a předpokládá vědomé a záměrné rozhodování“ (Westera, 2001, s. 80)⁵.

⁵ ... competences seem to cover a broad range of higher-order skills and behaviors that represent the ability to cope with complex, unpredictable situations; this operational definition includes knowledge, skills, attitudes, metacognition and strategic thinking, and presupposes conscious and intentional decision making (Westera, 2001, s. 80).

Strukturální pojetí kompetence vybízí jednotlivé autory k potřebě identifikovat, které složky *kompetenci učitele* utvářejí (Janík, 2009).

Ve snaze postihnout strukturu kompetence, bývají zvažovány nejen znalosti, dovednosti a zkušenosti, ale i hodnoty, postoje, osobnostní charakteristiky, dispozice atd. (Westera, 2001; Walterová, 2001; Průcha, 2002; Spilková, 2004; Janík, 2005). Jednotliví autoři uvádějí různé výčty kompetencí, kterými by měl být učitel vybaven, aby mohl úspěšně vykonávat svoji profesi, např.:

- kompetence reflexivní, jako míra připravenosti učitele reflektovat a hodnotit pedagogické jednání, tj. diagnostikovat vlastní činnost a vyvodit z ní poznatky pro pozitivní ovlivnění (Slavík, Siňor, 1993, s. 157),
- kompetence psychodidaktické, komunikativní, diagnostické a intervenční, poradenské a konzultativní, reflexe vlastní činnosti (Spilková, 1999, s. 24–25),
- kompetence k vyučování a výchově (psychopedagogická, komunikativní, diagnostická, osobnostní, rozvíjející adaptivní, informační, výzkumná, sebereflektivní, autoreglativní) (Švec, 1999, s. 22–23),
- kompetence sociální, kompetence ve vztahu k vlastní osobě, (Belz, Siegrist, 2001, s. 166–167),
- kompetence předmětová nebo oborově předmětová, didaktická a psychodidaktická, pedagogická nebo obecně pedagogická, diagnostická a intervenční, sociální, psychosociální a komunikativní, manažerská, normativní, profesně a osobnostně kultivující (Vašutová, 2001, s. 25),
- kompetence řídicí, sebeřídicí a odborné (Nezvalová, 2002, s. 124),
- kompetence pedagogické, psychodidaktické, oborové (Spilková, 2004, s. 112–113),
- kompetence výjivově reflektivní, diagnostická, pomáhající dítěti v roli žáka, sebereflektivní, předmětově diagnostická, předmětově

didaktická, projektivní tvořivosti, pedagogicko-výzkumná, decizní a pedagogicko-organizační, řídicí (Lukášová-Kantorková, 2003, s. 167).

Podle mého názoru všechny aktivity, které se objevují při vyučování, v sobě zahrnuje Helusovo vymezení kompetence. Helus charakterizuje kompetenci jako:

... nutný předpoklad jakékoliv učitelské kvalifikace. Je v ní vyjádřen základní smysl a cíl učitelské profese, který jí vtiskuje charakter povolání k jedné z antropologicky základních služeb člověka člověku (Helus, 2001, s. 37).

Podle Heluse dává kompetence učiteli „potřebnou sebejistotu tváří v tvář rozmanitostí situací, které má ku prospěchu svých žáků a spolu s nimi zvládat“ (Helus, 2001, s. 38).

Za základní východiskové kompetence, které podle něho tvoří nezbytný předpoklad učitelské profese, považuje následující čtyři kompetence:

- **Kompetence pedologická**, zaměřující se na kvalifikovanou orientaci vzdělávacích předpokladů žáka.
- **Kompetence oborově didaktická**, spočívající v kvalifikované orientaci na vzdělávací význam vyučovacího předmětu a jeho realizaci ve vztahu ke konkrétní třídě, konkrétním žákům/studentům. Zahrnuje patřičné zvládnutí vědeckých základů vyučovacího předmětu ... V organickém propojení s tím, ale zahrnuje i didaktickou tvořivost, tzn. způsobilost aktualizovat učivo v jeho kognitivní, motivační a kultivační závažnosti pro žákovy/studentovy samostatně poznávací aktivity, pro vývoj jeho myšlení ...
- **Kompetence pedagogicko-organizační**, která je založena na kvalifikované orientaci řízení vztahů a činností ve třídě tak, aby vznikalo efektivní edukativní prostředí.

- **Kompetence kvalifikované pedagogické sebereflexe** s důrazem na analýzu vlivu vlastního smýšlení a jednání na žáky/studenty, spojená se schopností projektovat své celoživotní vzdělávání (Helus, 2001).

Helus uvádí další kompetence, které zajišťují vyústění předchozích čtyř do vývoje osobnosti, do osobnostních kvalit žáků.

Ve své práci vycházím z vymezení obsahu pojmů oborově didaktické kompetence spolu s obsahem pojmu kompetence kvalifikované pedagogické sebereflexe, jak je ve své práci vymezuje Helus.

1.1.2 Kompetence a znalosti učitele

Přestože podle Janíka (2009) ke shodě názoru na to, které složky tvoří kompetenci učitele, zatím nedošlo, z charakteristik pojmu (a to nejen uvedených v mé práci) je podle mého názoru zřejmé, že v sobě zahrnují její kognitivní složku, která obsahuje *různé druhy znalostí* učitele, tedy určitý komplex znalostí, které jsou předpokladem k účinnému jednání. Zdálo by se tedy, že pojem *znalost*⁶ učitele, jak ho chápeme u nás, je podřízeným pojmem kompetence učitele. Ale zatímco v česky psané literatuře se používá pojem kompetence učitele, v anglicky psané literatuře se podle Tiché a Hošpesové (2007) v podobném významu častěji hovoří o (pedagogických) *znalostech učitele*. Proto zde charakterizují i pojem znalosti učitele, který bývá zmiňován ve vztahu k učitelskému vzdělávání nejen v zahraniční, ale i české literatuře.

1.2 Znalosti učitele

Při vymezení pojmu *znalost učitele* vycházím z často citovaných Shulmanových prací (1986, 1987). Shulman je na základě svých výzkumů přesvědčen, že má-li se učitelství stát profesí, je třeba usilovat

⁶ Podle autorek je pojem kompetence „širší než pojem znalost, protože v sobě zahrnuje i konativní aspekt – nejenom dovednost, ale i ochotu jednat“ (Tichá, Hošpesová, 2007, s. 52).

o uspořádání znalostí do určitého znalostního komplexu, kterou nazývá *poznatková báze učitelství*⁷ (knowledge base for teaching). Jde

... o kodifikovaný nebo kodifikovatelný soubor poznatků, dovedností, porozumění a technologií, etikety a dispozic, kolektivní zodpovědnosti – a současně způsobů, jak reprezentovat a komunikovat⁸ (Shulman, 1987, s. 4).

Ve své práci Shulman (1987, s. 8) předkládá kategorie znalostí, z nichž by se měla poznatková báze sestávat. Jsou to:

- znalosti obsahu (content knowledge),
- obecné pedagogické znalosti (general pedagogical knowledge),
- znalosti kurikula (curriculum knowledge),
- didaktické znalosti obsahu (pedagogical content knowledge),
- znalosti o žákovi a jeho charakteristika (knowledge learners and their characteristic),
- znalost o kontextu vzdělávání (knowledge of educational context),
- znalosti o cílech, smyslu a hodnotách vzdělávání (knowledge of educational ends, purposes a values).

Za základ poznatkové báze učitelství (*knowledge based for teaching*) považuje Shulman především ty znalosti, které jsou vázány na obsah. Specifickou roli při vyučování sehrávají podle Shulmana znalosti obsahu (*content knowledge*), které se skládají ze tří součástí. Jsou to: *znalosti vědních a jiných obsahů, didaktické znalosti obsahu a znalosti kurikula*.

- **Znalosti vědních a jiných obsahů (subject matter content knowledge)** – jsou souhrn faktů a pojmů určitého oboru včetně pochopení jeho struktury. „Učitel musí být schopen nejenom

⁷ Termín *knowledge based for teaching* překládá jako *poznatková báze učitelství* Janík (2005).

⁸...a codified or codifiable aggregation of knowledge, skill, understanding and technology, of ethics and disposition, of collective responsibility – as well as means for representing and communicating it.

definovat známé pravdy určité disciplíny. Musí být také schopen vysvětlit, proč je určité tvrzení oprávněné, proč stojí za to se je naučit, jak se vztahuje k jiným faktům jak v rámci oboru, tak mimo obor, k teorii i k praxi“ (Shulman, 1986, s. 9).⁹ Učitel by měl znát nejenom obsah oboru, který vyučuje, ale měl by rozumět i tomu, odkud dané obsahy vyrůstají. Jedině tak je schopen posoudit, která témata jsou při výuce důležitá a která jsou vedlejší, okrajová.

- **Didaktické znalosti obsahu (pedagogical content knowledge)** – jdou od znalostí obsahu směrem ke znalostem pro vyučování obsahu. Jde o znalosti, které umožňují učiteli didakticky ztvárnovat obsahy, které chce učit své žáky. Zahrnují „... nejúčinnější formy reprezentace, nejúčinnější analogie, ilustrace, příklady, vysvětlení, způsoby znázorňování a formulování tématu, díky nimž je téma srozumitelné pro jiné“ (Shulman, 1986, s. 9)¹⁰. Učitel musí být podle Shulmana schopen své znalosti a také porozumění obsahu transformovat tak, aby byl daný obsah srozumitelný pro žáky. Také by měl znát, co je v daném tématu snadné a co obtížné, jaké znalosti, prekoncepce a miskoncepce si žáci přinášejí do vyučování. Měl by znát i strategie, jak tyto miskoncepce odstranit.
- **Znalosti kurikula (curriculum knowledge)** – vztahují se ke znalostem prostředků, důležitých k realizaci kurikula. Učitel by měl znát osnovy i dalších předmětů, které studenti v daném ročníku studují, a měl by umět také využívat mezipředmětových vztahů.

⁹ Teachers must not only be capable of defining for students the accepted truths in a domain. They must also be able to explain why particular proposition is deemed warranted, why it is worth knowing, and how it relates to other proposition, both within the discipline and without, both in theory and in practice.

¹⁰... the most useful forms of representation, the most powerful analogies, illustrations, examples, explanations, and demonstrations – in a word, the ways of representing and formulating the subject that make it comprehensible to others.

V současné době je v naší i zahraniční literatuře velká pozornost věnována *didaktickým znalostem obsahu* a jejich rozvíjení. Podle Janíka (2009, s. 10) „jde o to, vytvářet pro (budoucí) učitele příležitost k úvahám nad tím, proč určité učivo vyučují tak, jak ho vyučují, k reflexi své vlastní výuky.“ Tyto myšlenky, zformulované Janíkem plně korespondují s tématem mé práce.

Za důležité považuji zmínit, že přestože Shulmanovy první práce o pedagogických znalostech vznikaly v osmdesátých letech minulého století, koncept didaktických znalostí obsahu a zdůrazňování významu znalosti obsahu v souladu s jeho ztvárněním ve výuce, se objevuje v Evropě a zvláště v Německu mnohem dříve. Už v první polovině dvacátého století se staly významnými Wenigerovy práce. Weniger (1930) od sebe odlišil pojmy didaktika a metodika. *Didaktiku* chápe jako teorii vzdělávacího obsahu a učebního plánu, kdežto pojmem *metodika* rozumí teorii výukových metod (podle Janíka 2005). Za významnou práci v této oblasti je považována i Wagenscheinova práce (1968), která je věnovaná exemplárnímu¹¹ vyučování. Ve stejné době si v Německu otázku o kvalitách učitele a jeho přípravy na vyučování klade Klafki v publikaci *Studien zur Bildungstheorie und Didaktik* (1965)¹². Ve studii *Didaktická analýza jako jádro přípravy na vyučování*¹³, uvedené v publikaci, Klafki jako důležitý krok k přípravě na vyučování staví rozbor *věci* (obsahu), která má být vyučováním zprostředkována. Prvním krokem při přípravě na vyučování má být tedy podle Klafkiho otázka: „Co je to věc? Co je podstatou učební látky?“ (Klafki, 1967, s. 121). Teprve dalším a završujícím krokem přípravy na vyučování je metodická

¹¹ Cílem vzdělávání není kvantitativní úplnost. Žák by si neměl osvojit všechno, ale pouze to podstatné. Exemplární vyučování se proto zaměřuje na výběr učiva. Učivo není pojímáno systematicky, ale vybírají se klíčová témata a jevy, které dokážou dobře reprezentovat celé oblasti poznání.

¹² Česky: Studie k teorii vzdělání a didaktice (1967). Přeložil Jiří Kotásek.

¹³ Z modelu Didaktické analýzy Klafkiho vychází v současnosti Model didaktické rekonstrukce (Kattman, 2007), který se nabízí jako prostředek systematického výzkumu oborové výuky a reflexe vyučování a učení.

úvaha. Klafki (1967, s. 23) doslova uvádí: „Prvním krokem přípravy na vyučování je proniknutí do vzdělávacích obsahů.“

Lze tedy říci, že diskuse o propojování obsahu a jeho ztvárnění má dlouhou historii, přestože koncept didaktických znalostí obsahu je znám teprve od 80. let minulého století.

1.2.1 Didaktické znalosti obsahu

Položila jsem si otázku: *Jak vypadá učitel disponující didaktickými znalostmi obsahu?* Jak podle Janíka (2009) s vtipem uvádí Gudmundsdottir et al. (1995, s. 163¹⁴).

Tento učitel disponuje čímsi chytrým, neviditelným, rozhodujícím, co mu umožňuje vyučovat tak, jak vyučuje.

Klíčovou charakteristikou těchto učitelových znalostí je podle Slavíka (2009), Janíka, (2009) a Kattmana (2009), jejich *dvojdímenzionálnost*, kdy učitel disponuje znalostmi vztahujícími se k reprezentacím obsahu (ohled na obor) a současně porozuměním specifickým učebním obtížím žáků a jejich (pre)konceptům (ohled na žáka). Jinými slovy, učitel musí brát v úvahu *co učit a jak učit*.

Díky těmto znalostem je učitel schopen např.:

- „předvídat efekty určitého způsobu výkladu a (re)prezentace učiva na žákovo porozumění,
- reflektovat možnosti zprostředkování učiva v různých fázích výuky ve vztahu k dalšímu učivu (pojmová – obsahová struktura výuky),
- posoudit kognitivně aktivizační potenciál učebních úloh různého typu,
- porozumět (pre)konceptům a specifickým obtížím žáků (např. typickým chybám, kterých se žáci v souvislosti s řešením určitých problémů dopouštějí),

¹⁴Přeložil Janík (2009).

- smysluplně propojovat perspektivu přirozeného světa žáků s perspektivami oborů vyučovaných předmětů,
- organizovat a citlivě usměrňovat reflexe a diskuse žáků vztahující se k řešení úloh“ (Janík, 2009, s. 11–12).

Podle mého názoru obsah pojmu *didaktické znalosti učitele* (které, jak jsem uvedla, jsou východiskem mnoha zahraničních i našich autorů, zabývajících se vzděláváním učitelů) je shodný s vymezení obsahu pojmu *oborově didaktická kompetence*, jak ji charakterizuje Helus, a proto ve své práci používám rovnocenně oba pojmy.

Znalosti důležité pro vyučování matematice

Jak je uvedeno výše, didaktické znalosti obsahu v sobě zahrnují „amalgám obsahu a didaktiky do učitelova porozumění tomu, jak jednotlivé problémy, témata a pojmy organizovat, ztvárnit a adaptovat s ohledem na zájmy a schopnosti žáků a prezentovat ve výuce“ (Shulman 1987, s. 8–9, překlad Janík, 2009). V didaktických znalostech obsahu vidí Shulman jako důležité následující složky:

- Znalost vztahující se k reprezentaci učiva
- Porozumění specifickým obtížím žáků a jejich (pre)konceptům.

Přestože někteří autoři kritizují Shulmanův koncept pedagogických znalostí jako zbytečný (Carlsen, 1991; Mc Ewan, Bull, 1991), z jeho konceptu propojení znalostí obsahu a didaktiky vychází mnoho autorů, zabývajících se vzděláváním v matematice (např. Carpenter, Moser 1983; Bromme 1994; Fennema, Franke, 1992; Gudmundsdottir, 1995, Ball, 2000; Harel, Kien, 2004, u nás Hošpesová, Tichá 2006, 2009), kteří specifikují znalosti důležité pro vyučování matematice.

Bromme (1994) charakterizuje didaktické znalosti obsahu v didaktických prostředcích a nástrojích učitele, ve způsobu, jak ve třídě prezentuje učivo a jak bere v úvahu promluvy žáků a jejich předchozí znalosti. Vyzdvihuje pět oblastí znalostí:

- Matematika jako disciplína
- Školská matematika
- Filozofie školní matematiky
- Obecné pedagogické znalosti
- Specifické znalosti obsahu

Harel a Kien (2004) navrhují tři spolu související složky, které tvoří základ učitelových znalostí pro výuku matematiky (knowledge base):

- Znalost matematického obsahu
- Znalost studentovy/ žakovské epistemologie
- Znalost pedagogiky

Fennema a Franke (1992) považují za podstatnou součást znalostí učitele následující znalosti:

- Znalost matematiky
- Znalost úrovně žakovského poznání
- Schopnost vyučovat a rozhodovat se

Za zajímavé považuji zdůraznit, že ještě před vznikem Shulmanových prací Kuřina (1982, s. 544) říká, že „vyučování matematice je důležitý společenský jev, který je třeba hodnotit minimálně z následujících tří navzájem se podmiňujících hledisek.“

- *Co učit a v jakém didaktickém systému.*
- *Jak učit z hlediska psychologického.*
- *Jak organizovat vyučování.*

Ze Shulmanova konceptu didaktických znalostí obsahu (pedagogical content knowledge) vychází i publikace Ball, Hill, Schilling (2005), zabývající se znalostmi učitele, důležitými pro výuku matematiky. Ball se ve svých výzkumech v rámci projektu Learning Mathematics for teaching¹⁵ spolu se svými spolupracovníky věnuje měření *znalostí důležitých pro výuku matematiky*. Tyto znalosti nazývají *Mathematical*

¹⁵ Dostupné na: <http://sitemaker.umich.edu./lmt/home>

knowledge for teaching. Jejich výzkumy jsou zaměřeny převážně na vzdělávání učitelů primární školy.

V rámci učitelského vzdělávání hledají mnozí autoři různé cesty, jak z implicitních (tacit)¹⁶ didaktických znalostí obsahu, jimiž učitelé často disponují, aniž by si jich byl vědomi, vytvořit znalosti explicitní¹⁷ (Janík, 2009; Švec, 2009) a hledají cesty rozvíjení těchto znalostí. Rozvíjení didaktických znalostí obsahu bývá provázeno otázkami typu: Které učivo je pro žáky obtížné a proč? Co funguje při objasnění tohoto učiva nejlépe? Co všechno musí znát učitel, aby uměl najít ty nejvhodnější analogie a příklady, na které žáci reagují nejlépe?

Ve svém výzkumu jsem se zaměřila na jednu z mnoha cest, která vede k tomu, aby se z těchto implicitních znalostí, staly znalosti explicitní a přispěly tak k prohlubování profesionality učitele – na rozvíjení reflexe vlastní činnosti.

1.3 Reflexe

Důležitou roli v mém výzkumu hraje zkoumání reflexí a její rozvíjení v učitelském vzdělávání. V následující části kapitoly proto nejprve vymezím pojem *reflexe*. Dále popíšu, jak chápu pojem *kvalifikovaná pedagogická reflexe, sebereflexe a kolektivní reflexe*. Uvedu, proč reflektování vlastního vyučování bývá často označováno jako *nekvalifikované* a zaměřím se na videozáznam z hodiny jako prostředek umožňující rozvíjení reflexe vlastní činnosti.

¹⁶ Implicitní (tacit) znalosti jsou charakterizovány následujícími znaky (Sternberg, 1999, Švec, 2009):

- mají charakter procedurálních znalostí,
- jsou zakotveny ve zkušenostech,
- řídí chování subjektu,
- nejsou snadno přístupné introspekci, jsou spojeny s explicitními znalostmi.

¹⁷ Explicitní znalosti jsou znalosti vyjádřené, vědomé, formulované, neskryté (Slovník cizích slov, dostupný na: <http://slovník-cizich-slov.abz.cz/>)

1.3.1 Reflexe v učitelském vzdělávání

Psychologický slovník (Hartl, Hartlová, 2009) charakterizuje pojem reflexe jako: „1) odrážení, 2) druh sebezpozorování, obrácení myšlení na sebe, do vlastního vědomí a prožitků.“ Reflexe je považována za určující prvek procesu učení, následuje po učební nebo praktické zkušenosti. Smyslem reflexe je podle Slavíka (1997, s. 68)

... získat náhled na ty jevy v dosahu naší zodpovědnosti, které mají nezanedbatelný vliv na nás nebo na naše okolí, a proto vyžadují hodnotící diskusi a kontrolu.

Zásadní roli pedagogických reflexí v učitelském vzdělávání zdůrazňuje mnoho autorů. Význam reflexe v kontextu vzdělávání a profesionální praxe má dlouhou historii a je zmíněn už na konci devatenáctého století v práci Deweye *The Reflex Arc Concept in Psychology* (1896).

Velká část autorů, kteří se zabývají významem reflexe v učitelském vzdělávání (např.: Grimet, 1986; Korthagen, 1992; Jaworski, 2003; Artzt, Armour-Thomas, 2002; Nezvalová, 2003; Scherer, Steinbring, 2003 a další) vychází z Schönova pojetí reflexe, podle kterého je reflexe důležitým hlediskem akčního výzkumu. Schön (1983) ve své knize *The Reflective practitioner: How professionals think in action* poukazuje na význam reflektivní praxe pro rozvoj znalostí (nejen) učitele. Zdůrazňuje zvláště důležitost explicitní reflexe po vyučování, kterou pojmenovává *reflection on action*. Říká, že učitel by měl být schopen provést reflexi svého minulého jednání tak, aby příště dokázal lépe reagovat na neočekávané jevy v hodině. *Reflection on action* tedy vidí jako cestu k *reflection in action*, hlubší formě reflexe, která se uskutečňuje vědomě v průběhu vyučování, kdy učitel aktivně reaguje na neočekávané události, dokáže je zhodnotit a přizpůsobit tak svoje vyučování momentálně nastalé situaci.

Jaworski k Schönovu pojmu *reflection on action* a *reflection in action* přidává pojem *reflection for action*, která pojem (podobně jako Schön

pojem reflection in action) charakterizuje jako kritický pohled na to, co se stalo v minulosti při vyučování a který vede ke zvýšené pozornosti toho, co právě ve vyučování probíhá, takže učitel je schopen v situaci, se kterou se již setkal, reagovat lépe. Stejně jako Schön zdůrazňuje, že reflexe hraje důležitou roli v akčním výzkumu, který provádějí učitelé. Dodává, že to, že se učitelé zúčastňují výzkumu, kladou si otázky o své praxi a rovněž zkoumají aspekty své praxe, přispívá k rozvoji jejich znalostí (Jaworski, 2003).

1.3.2 Kvalifikovaná pedagogická reflexe (sebereflexe)

Jak uvádí Hošpesová a Tichá (2007), na intuitivní úrovni je reflexe přítomna v každé lidské činnosti. Aby reflexe mohla přispět k rozvíjení znalostí učitele, měla by být nejen intuitivní, ale vědomá. Takovou reflexí nazývají Hošpesová a Tichá (2007) kvalifikovanou pedagogickou reflexí, kterou spolu s nimi rozumím jako „... reflexi, která obsahuje úvahy o cíli a obsahu vyučování, metodách práce a jejich realizaci a neznamena jen zpětný pohled. Zahrnuje popis a analýzu klíčových prvků a jevů i vlastních zkušeností, jejich hodnocení a uspořádávání, hledání příčin určitého konkrétního jednání i možností jiného a rozhodování o nové strategii“ (Hošpesová, Tichá, 2007, s. 52). Je to proces, který se skládá:

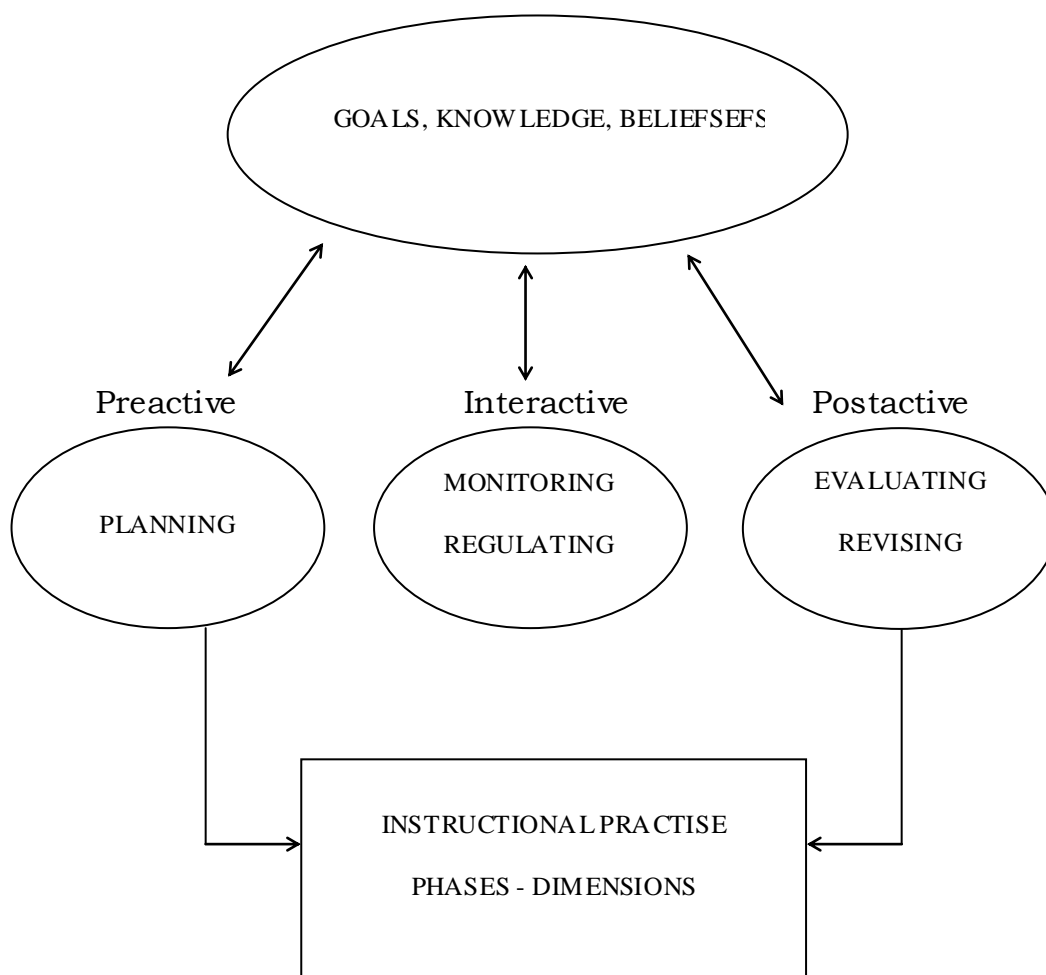
- „z opětovné prezentace reflektovaného jevu (vybavením z paměti, zhlédnutím záznamu),
- z popisu jevu,
- z vymezení klíčových prvků (ty podmiňují vývoj a změny jevu),
- z hodnocení a vysvětlení (v závislosti na cílech a kontextech jednání).

Vyústěním reflexe je:

- prognóza (odhad budoucího vývoje a jevu),

- preskripce (stanovení více nebo méně závazného „předpisu“ dalšího postupu, který má napravit případné chyby a přijatelněji vést k cíli“ (Slavík, Siňor, 1993, s. 157).

Podobně vymezují pojem reflexe i Artzt, Armour-Thomas (2002), které charakterizují reflexi jako přemýšlení o učení, a to před vyučováním, v průběhu vyučování a po vyučování. Autorky navrhují model cyklu reflexe (Obr. 1), který podle nich vede k prohlubování znalostí učitele matematiky.



Obr. 1

Tento model ukazuje, že každé vyučování obsahuje složky, které spolu úzce souvisejí. Těmito složkami jsou:

- **cíle** (goals) – očekávání toho, co chce učitel v hodině dosáhnout, **znalosti** (knowledge) – určitý systém, který (v souladu se Shulmanovým požadavkem na didaktické znalosti obsahu) zahrnuje znalosti o dětech, obsahu a pedagogice a **beliefs** – určité přesvědčení o studentech, o svém vlastním vyučování,
- **poznávací proces**, který v sobě zahrnuje **plánování** (planning) a monitorování (monitoring) – metakognitivní strategie, kdy dochází ke kontrole a modifikaci průběhu vyučování (instructional practise) a **hodnocení a revizi** (evaluating and revising), ke kterým dochází po vyučování, kdy učitel zvažuje, zda dosáhl svých cílů nebo ne.

Artzt a Armour-Thomas ve své knize *Becoming a Reflective Mathematics Teacher* doporučují při reflexi vlastní činnosti vycházet z hospitací kolegů a doporučují, co je při vzájemných hospitacích důležité pro reflexi vlastní činnosti pozorovat.

Sebereflexe

Někteří autoři (Kemmis, 1985; Smékal, 1989; Švec, 1995; Helus, 2001) požívají jako synonymum pojmu reflexe pojem *sebereflexe* (self reflection), který podle mého názoru výstižně vystihuje, že jde o vnitřní komunikaci se sebou samým, poznávání sama sebe. Smékal (1989, s. 57) charakterizuje sebereflexi jako

... uvědomování si obsahů svého vědomí a charakteristik osobnosti i výsledků jednání na pozadí, resp. v konfrontaci s morálními normami nebo aspoň obrazy ideálního já. Při sebereflexi dochází k popisu, analýze, hodnocení a uspořádávání vlastních zkušeností z pedagogických situací.

Švec (1995), který se zabývá sebereflexí v přípravě budoucích učitelů, charakterizuje sebereflexi jako uvědomování si svých prožitků a také zkušeností z modelových nebo reálných pedagogických zkušeností. Při sebereflexi vede učitel nebo student učitelství se sebou vnitřní dialog.

Tento dialog může být navozen z vnějšku nebo může vycházet z vnitřní potřeby, ke které mohou studenta učitelství nebo učitele dovést zkušenosti a prožitky z pedagogických situací ze seminářů nebo reálné praxe. „Učitel (student učitelství) si při vnitřním dialogu odpovídá na otázky, které postihují uvědomění si nebo popis dané pedagogické situace, její analýzu a příčiny, popř. i možnosti jiného řešení této situace“ (Švec, 1995, s. 13).

Sebereflexi Švec chápe jako proces, kdy učitel nebo student učitelství analyzuje a srovnává nové a starší soubory pedagogických zkušeností, nová a dřívější rozhodnutí v podobných pedagogických situacích, a tím může vést reflexe k sebezdokonalování. Podle Mareše (1990/91) sebereflexe může ovlivňovat i učitelovo pojetí výuky, tedy to, co si učitel (student učitelství) myslí, co a jak chce v pedagogických situacích udělat a co skutečně v těchto situacích udělá. Jak reflexe ovlivňuje pojetí výuky, se stalo i předmětem mého zkoumání.

Uvedla jsem, že pokud má mít reflexe nějaký přínos pro prohlubování znalostí učitele, měla by být doplněna přívlastkem *kvalifikovaná*. Ze své zkušenosti (diskuse s učiteli, experiment *Jak reflektují učitelé ze základní školy*) mám poznatky, že ne vždycky tomu tak bývá.

1.3.3 Co bývá příčinou „nekvalifikované“ reflexe

Podle Slavíka (2009, s. 35) překážkou pro kvalifikovanou reflexi je to, že „... vztah mezi učivem a žákovskou odezvou je složitě zprostředkovaný, protože do hry vstupuje řada proměnných v komplikované struktuře vzájemných vazeb. Proto se učitelé spokojí obvykle s tím, že problémy vznikající na průsečíku mezi žádoucím obsahem učební činnosti a reálným jednáním žáka řeší intuitivními změnami na vstupu, tj. víceméně nezdůvodněnými zásahy přímo ve třídě, nikoliv zkoumáním pravděpodobných kauzálních vztahů.“ Slavík podtrhuje, že to má škodlivý vliv na efektivitu a odbornou úroveň oborových didaktik. Uvádí také, že nejpřirozenějším místem pro uplatnění odborného jazyka

reflexe je hospitační rozhovor (rozbor), tj. rozmluva učitele profesionála po akci s jiným profesionálem nad průběhem a výsledky určitého úseku výuky. Z vlastní zkušenosti vím, že v současné době se na školách hospitace ve výuce téměř neprovádějí.

Problém bývá podle Slavíka i v tom, že komplexita praktické zkušenosti vyplývající z jejího narativního charakteru zpravidla nutí učitele zohledňovat více teoretických rámců najednou. Všechny teoretické obory přináší velké množství poznatků, a aby učitel všechny poznatky mohl používat, měl by jim dobře a s pochopením porozumět. Musí je také umět výběrově aplikovat v tom kontextu, který k němu patří. Přitom je podle Slavíka (2009, s. 36) nezbytné,

... aby reflexe neupadla do chaosu a nezahltla se v komplexitě reálného průběhu výuky, je nutné odněkud vyjít, někudy se ubírat a k něčemu dospět, aby to mělo pro učitele smysl jako přínosný poukaz na úspěchy, poučení z chyb a vodítko ke zlepšení budoucího výkonu.

Slavík také zdůrazňuje, že v průběhu reflektování musí učitel hledat příléhavé pojmy pro popis anebo vysvětlování. Proto pokud se má reflexe stát jednou z cest, jak rozvíjet profesní myšlení učitelů, potřebuje pro reflexi vlastní výukové činnosti bohatý zvláštní jazyk. Často ale podle Slavíka (2004, 2009) vyučující používá k vysvětlování své profesní zkušenosti namátkou vybrané pojmy z různých teoretických oblastí, uvízlé v paměti. Tyto pojmy ale dále soustavněji nedomýšlí v tom rámci, ze kterého pocházejí a v němž nabývají svůj hlubší smysl. Na to, že reflexe může postrádat hlubší smysl, poukazuje i Schön (1987). Říká, že reflektování vlastní činnosti často postrádá hlubší popis strategií a jednání ve výuce, a tak i zkušenosti vyučující aplikují svoje odůvodnění do svého jednání spíš implicitně než vědomě.

Jako jednu z příčin nekvalifikované reflexe vidím to, že ve školní praxi není zvykem příliš často přihlížet vyučovacím hodinám ostatních vyučujících ať přímo nebo prostřednictvím videozáznamu, nehospituje

se a společně neanalyzuje. A už vůbec není obvyklé společně diskutovat o tom, co se při vyučování stalo. Společná diskuse by v žádném případě neměla sloužit k hodnocení, ale výhradně k dalšímu profesnímu rozvoji vlastního jednání ve vyučovacích hodinách (Scherer, Söbeke, Steinbring, 2004). Důležitou podmínkou společných diskusí o výuce je, aby se každý účastník opravdu otevřel analýze vlastního vyučování. To vyžaduje určitou míru důvěry mezi účastníky diskuse (jak můžu potvrdit z vlastní zkušenosti z praxe i z programu Socrates-Comenius). Vybudovat takovou míru důvěry, aby účastník nechápal diskusní příspěvky, alternativní návrhy a kritické body jako osobní útoky a nezaujal obranný postoj, je citlivá a hlavně dlouhodobá záležitost (Scherer, Söbeke, Steinbring, 2004).

K tomu, aby se intuitivní reflexe stala reflexí uvědomovanou, se používají různé metody a techniky, které se často navzájem kombinují. Uvádím některé z nich:

- Pozorování pedagogické reality – hospitace, náslechy (Švec, 1994)
- Posthospitační rozhovory (Borko et al., 1998; Slavík, 2009)
- Deníky (budoucích) učitelů (Švec, 1994; Maneekhao, Watson, Todd, 2001)
- Reflektivní bilance (Slavík, Čapková, 1994)
- Metafory¹⁸ (Švec, 1994)
- Akční výzkum (Jaworski, 1994; Schön, 1987; Richardson, 1996; Janík, 2007)
- Použití videozáznamu z hodiny (Hiebert, Stigler, 2000; Scherer, Steinbring, 2003; Janík, Miková, 2006; Tichá, Hošpesová, 2007; Stehlíková, 2009, atd.)¹⁹

¹⁸ Podle Švece (1994) pomocí metafor vyjadřuje (budoucí) učitel své prožitky a zkušenosti z reflektovaných situací, v nichž se pohyboval a je dnal. Metafory vyjadřují připodobnění zážitků, pocitů i zkušeností studenta z pedagogických situací jiným přiléhavým objektům a činnostem. Metafory zároveň vyjadřují i přání a očekávání studenta.

¹⁹ Další studie jsou dostupné na <http://timssvideo.com/timss-video-study>

- Společné diskuse vyučovací hodiny (Artzt, Armour-Thomas, 2002; Tichá, Hošpesová, 2007)

Ve svém výzkumu se zabývám jednou z uvedených metod, která může vést k rozvoji kvalifikované reflexe, a to kolektivní reflexí.

1.3.4 Kolektivní reflexe

Důležitým zdrojem informací, které mohou podporovat sebereflexi učitelů (studentů), jsou názory jiných osob na jejich jednání při výuce. Podle Švece (2009) zdrojem sebereflexe učitelů (studentů) nejsou jenom vlastní zkušenosti z praxe, ale i pozorování toho, jak v určité pedagogické situaci jedná a reaguje někdo jiný. Jak uvádějí Scherer, Steinbring (2003), ve výuce je učitel přímo zapojen do interakce se žáky a při reflexi vlastní činnosti nemůže současně zaujímat roli pozorovatele procesu, který si udržuje odstup. Zdůrazňují:

Výuková činnost však vyžaduje i kritickou reflexi a tedy odstup, díky němuž je možno zpětně přemýšlet o vlastní činnosti (Scherer, Steinbring, 2003, s. 9).

Jak uvádí i další autoři, pozorování vyučovací hodiny, ať už přímo při hospitaci nebo zprostředkovaně (prostřednictvím videozáznamu), může být pro učitele (studenty) modelem řešení určitých pedagogických situací, kritickou reflexí jejich pedagogických zkušeností nebo zkušeností jiných (van Manen, 1977; Kemmis, 1985; Carderhead, 1998).

Získat odstup, a tím i kritický pohled na vlastního vyučování, je podle mnoha autorů možné prostřednictvím kolektivní reflexe (Cobb et al., 1997; Lopez-Real, 2003; Hošpesová, Tichá, 2007), protože při kolektivní reflexi učitel (student) v průběhu diskuse konfrontuje vlastní pohled na vyučování s pohledem jiných osob. Jak uvádějí někteří autoři, kritická reflexe vlastní činnosti přispívá k rozvoji znalostí důležitých pro výuku matematiky (Krainer, 1999; Jaworski, 1994; Bruner, 1996; Artzt,

Armour-Thomas, 2002). Podle Krainera (1999, s. 108). „... systematická reflexe jejich práce (učitelů) vytváří nové znalosti, které pozitivně ovlivňují jejich práci. Učitelova systematická reflexe jeho vlastní praxe může nejen zlepšit jeho vlastní vyučování, ale může mít vliv na budoucí vývoj učitelského vzdělávání, matematického vzdělávání, nebo pro osobní a profesionální růst²⁰.“

Možnostmi, jak zlepšit vyučování matematice cestou kolektivní reflexe, se zabývá také publikace *The Teaching Gap* od Stiglera a Hieberta (1999). Stigler a Hiebert specifikují výuku jako kulturní aktivitu. Říkají, že podobně jako u jiných kulturních činností není možné si vyučování osvojit striktními pravidly nebo návodem. „To lze získat z velké části participací, účastí a nácvikem v sociálním kontextu s kolegy – učiteli²¹.“ (Stigler, Hiebert, 1999, s. 81).

Stigler a Hiebert poukazují také na to, že vyučování je systém a ne pouhá sbírka jednotlivých schopností a vědomostí. Tento systém by měl obsahovat kromě získávání znalostí také pozorování, analyzování a pochopení jednotlivých procesů vyučování. Zdůrazňují *vědomou percepci a společnou reflexi každodenních výukových činností*, která pomáhá rovněž při budování a udržování *kolektivní paměti* učitelské profese. Významem kolektivních reflexí pro vzdělávání v matematice se podrobně zabývají Scherer a Steinbring (2003)²². Zdůrazňují, co by mělo být hlavním předmětem společné reflexe – např. při práci se studenty oboru učitelství, mezi kolegy učiteli a také v kontaktu s vědci. Jako

²⁰ ...systematic reflection on their (teachers') work creates new knowledge within turn positively influences their work...The teachers' systematic reflections on their own practice may not only improve their own teaching but may also have consequences for the further development of teacher education, for mathematics education, or for the personal and the professional development.

²¹ Na pozadí těchto úvah vyzdvihují Stigler a Hiebert (1999) jako jeden ze stěžejních úspěchů výuky matematiky změnu cíle naší pozornosti a formulují následující princip pro zlepšení matematického vyučování: zaměření se na výuku, ne na učitele.

²² Podle nich se výukové procesy v matematice stále častěji chápou jako aktivní vědomostní konstrukce žáků, kteří společnou reflexí aktivně objevují a získávají zobecňující názory.

předmět společné reflexe by podle autorů měla být vlastní výuka a během ní pozorované interaktivní vytváření matematických znalostí.

1.3.5 Kolektivní reflexe a videozáznam z hodiny

Společně reflektovat mohou učitelé nebo studenti učitelství hodinu, kterou měli možnost pozorovat při hospitaci, nebo může ke kolektivní reflexi sloužit videozáznam z hodiny.

Využití videozáznamu pro reflektivní praxi zdůrazňuje řada autorů. Už v roce 1976 Mareš ve svém příspěvku *Využití televizní techniky při přípravě učitelů* zdůrazňuje výhody videozáznamu z hodiny pro reflexi výuky. Poukazuje na to, že při retrospektivní analýze (reflexi) po vyučování se projevuje mnoho zkreslujících efektů lidské psychiky, které mohou vytěsnit důležité momenty nebo naopak nadsadit méně závažné jevy. Dodává, že zkušenosti z posthospitačních rozhovorů potvrzují, že v reflexi zážitků učitele z výuky se mnohdy ztrácejí okamžiky pro jeho práci rozhodující. Videozáznam podle Mareše zachytí pedagogické situace mnohem komplexněji než lidská paměť, protože dovoluje vracet se k jednotlivým epizodám, popisovat je, hodnotit a reflektovat jejich klíčové momenty. Výhodu videozáznamu vidí Mareš v tom, že umožňuje učitelům a dalším odborníkům nejen zamýšlet se nad průběhem výuky, ale především o něm *společně diskutovat*. Podle Slavíka a Siňora (1993) v diskusi mohou být nejenom účinně odkrývány různé stránky výchovného procesu, ale rozmanitost pohledů snižuje i nebezpečí jednostranné interpretace a nekontrolovatelného individuálního zkreslení. Dodávají (ibid, s. 159): „Z praktického hlediska je videozáznam prostředkem, jenž usnadňuje rychlé přenášení zkušeností mezi učiteli. Pro zkušené učitele přináší použití videozáznamu vlastní výuky možnost vyvarovat se stereotypů a regresivního vývoje své profesní dráhy a zejména dovoluje rozsáhlejší vstupy praxe do učitelské přípravy na fakultách.“

Autoři, kteří se u nás zabývají možnostmi využít videozáznam z hodiny pro analýzu vyučovací hodiny (např.: Slavík, Siňor, 1993) nebo pro vzdělávání učitelů (Janík, Míková, 2006; Stehlíková, 2009), často vycházejí z Schönova (1983, 1987) konceptu reflexivní praxe. Stehlíková (2009) vidí reflexi videozáznamu z vlastní hodiny jako jednu z možností rozvíjení didaktických znalostí obsahu. Zdůrazňuje, že „...důležitou součástí didaktických znalostí obsahu je schopnost všimnout si kritických momentů ve výuce a využít je v další práci...“(Stehlíková, 2009, s. 111).

Prvním rozsáhlejším výzkumem vyučování a učení, při kterém se využívalo videozáznamu, byla TIMSS video studie (video study) v roce 1993 (Stigler, Hiebert, 1999). Sledovala dva cíle, a to: zjistit: 1) jak se vyučuje matematice v osmých třídách v USA, Německu a Japonsku a 2) jak američtí učitelé pohlíží na reformy ve vzdělávání a zda ve svém vyučování reformy uskutečňují. V návaznosti na TIMSS video study z roku 1995 byla realizovaná TIMSS video study v roce 1999.

U nás se podrobně video studiemi, jejich přípravou, realizací (jako je počet a postavení videokamer, analýzou dat apod.) zabývá publikace Janíka a Míkové (2006). Autoři podtrhují význam videozáznamu pro učitelské vzdělávání. Podle nich ale není smyslem těchto záznamů ilustrovat určitý aspekt výuky, tyto záznamy se mají stát výchozím bodem pro analytickou práci s nimi, tj. pro stimulaci učebních a myšlenkových procesů u studentů. Zdůrazňují, že cílem reflexe založené na videozáznamu je vnímat, uvědomovat si své jednání ve výuce, poznávat své subjektivní teorie a strategie jednání, které jsou na nich založeny. To podle nich představuje první krok pro další práci, kdy např. učitel na *základě diskuse s kolegy* hledá nové alternativy svého jednání. Autoři dodávají, že reflexe by měla otevírat prostor pro nové alternativy jednání a současně by měla být nástrojem pro další profesní rozvoj. Analytická práce s videozáznamem umožňuje podle Janíka a Míkové rozvíjet *schopnost učitele reflektovat své jednání a jednání*

žáků²³. Díky videozáznamu z hodiny lze proces vyučování a učení sledovat v jejich vzájemné souvislosti. Současně s tím lze pozornost věnovat i kategorii obsahu.

Přestože je videozáznam vnímán jako nástroj podporující profesionální komunikaci a profesionální myšlení, kromě nových příležitostí přináší také problémy (Mareš, 1976; Slavík, Siňor, 1993; Scherer, Steinbring, 2003). Prvořadým z nich je problém výběru a uspořádání faktů a také informací, o nichž se má diskutovat. „Pojmy, které mohou vytvářet vodítko pro diskusi nad videozáznamy výuky, získávají smysl pouze v nějaké uspořádané a teoretické soustavě – v posuzovacím systému“ (Slavík, Siňor, 1999, s. 159).

Slavík a Siňor upozorňují na to, že široké pozorovací pole videozáznamu svádí k přílišnému soustředění na detail (hrozí náhodné zdůrazňování nepodstatných jevů pod vlivem různých efektů skupinové komunikace) nebo k neúčelnému rozdělování pozornosti. V nadměrné složitosti expozice pak učitelé ztrácejí přehled o některých podstatných souvislostech.

Je proto důležité, aby reflektující diskuse nad videozáznamem výuky byla od počátku vymezena určitými orientačními body (pojmy) a získala svůj zřetelný řád, ve kterém lépe vyniknou ty jevy, které indikují kvality pedagogické činnosti a slouží jako základ její reflexe (Slavík, Siňor, 1993, s. 159).

Jednou z otázek mého výzkumu je právě i otázka, která se zabývá hledáním takového řádu.

Práce, která podstatným způsobem ovlivnila směr mého zkoumání, je práce Scherer a Steinbringa *Praxisleitfaden zur kooperativen Reflexion des eigenen Mathematikunterrichts*. Práce obsahuje jakýsi návod na to, které aspekty lze při kolektivním reflektování s podporou videozáznamu

²³ „Vyučování a učení je těsně provázáno, tak těsně, že pro účely pedagogického výzkumu je žádoucí studovat spíše v jejich spojitosti, jako integrovaný celek, než jako oddělené jevy“ (Shuell, 1996, s. 743, citováno podle Míková, Janík, 2006).

analyzovat. V příloze uvádím důležitá hlediska (podle mého názoru) pro analýzu kolektivního reflektování videozáznamu, uvedená v článku, kterými jsem se inspirovala při hledání metody pro moje zkoumání.

Práce, které se věnují hledáním cest vedoucích k rozvíjení znalostí důležitých pro vyučování a na které jsem se snažila svým výzkumem navázat, jsou práce, které se zabývají zdokonalováním oborově didaktické kompetence učitele a které proto považuji za jednu z hlavních inspirací k hledání cílů mého výzkumu. Tyto práce se zaměřují na tvorbu úloh a následnou společnou reflexi videozáznamu, ukazují na diagnostickou, edukační a motivační roli společných reflexí (např. Macháčková, Tichá, 2006; Tichá, Hošpesová, 2006; Tichá, Hošpesová, 2007; Tichá, Hošpesová, 2009 a další).

1.4 O uchopování pojmu zlomek

Potřeba dobré úrovně oborově didaktické kompetence učitele, zvláště znalosti obsahu, se výrazně projevuje v prostředí zlomků, tj. při vyučování tématu *zlomek*. Didaktikové matematiky se shodují v názoru, že pojem zlomku je velmi obtížný a přináší mnoho problémů nejenom žákům, ale i učitelům (např. Freudenthal, 1983²⁴; Behr et al., 1983; Vergnaud, 1983; 1986; Ohlsson, 1988; Streefland, 1991²⁵; English, Halford, 1995; Lamon, 2006). Současně ale uvádějí významnou roli pojmu zlomek v matematickém vzdělávání pro rozvíjení matematické gramotnosti. Například Divíšek (1989, s. 65) píše:

Učivo o zlomcích v sobě zahrnuje významný gnozeologický aspekt. Pochopit celou šíři problémů teorie reálných čísel bez znalosti zlomků (uspořádaných dvojic celých čísel) není prakticky vůbec možné. Aritmetické učivo o zlomcích je rovněž nezbytným předpokladem pro ovládnutí úprav algebraických výrazů, řešení rovnic a nerovnic i řešení úloh o funkcích.

²⁴ It is the wealth of phenomena mastered by fractions and ratio that caused the trouble.

²⁵ Fractions are troublesome and complex subject.

1.4.1 Některé příčiny neporozumění zlomkům

Podle Streeflanda (1991) problémy, které provázejí pochopení pojmu zlomek, jsou důvodem, proč takový významný didaktik, jako je Van Hiele, položil otázku: *Neměli bychom zlomkovou aritmetiku odstranit*²⁶? Streefland uvádí dva zdroje, které zejména způsobují problémy se zlomky, a to:

- podceňování složitosti tohoto tématu pro děti,
- mechanický přístup ke zlomkům, odtržení od reality, zaměření se na rigidní uplatňování pravidel.

Příčinu problémů se zlomky vidí někteří autoři i v tom, že přístup k vytváření představ pojmu zlomek bývá formální podle úzce vymezených pravidel prakticky od samého počátku (Kieren, 1988; Streefland, 1991). „To může vést k tomu, že dítě získá dočasně útržky nějakých znalostí, ale ne znalosti, které jsou trvalé a užitečné“ (Kieren, 1988, s. 177²⁷). Podle Freudenthala (1983), přestože se děti ve většině případů naučí provádět operace se zlomky, některé z nich vůbec netuší, co to zlomek je. Freudenthal vidí problém také v tom, že při výuce zlomkům se nevěnuje tolik pozornosti vytváření představ jako při výuce přirozených čísel. Podle jeho názoru právě to je důvodem, proč zlomky působí víc problémů než přirozená čísla a proč se mnoho lidí nikdy zlomky nenaučí. Za překážky, které vedou ke špatnému pochopení pojmu zlomek, je tedy považována hlavně *nedostatečná pozornost věnovaná vytváření představ a skutečnost, že učitelé nevěnují dostatečnou pozornost různým modům reprezentace* (např. Kieren, 1998; Freudenthal, 1983; Streefland 1991).

Další překážkou v porozumění zlomkům se mohou stát i *intuitivní znalosti dítěte*, které bývají zdrojem žákovských miskonceptů (Fischbein, 1987) a které jsou vůči potřebným pojmovým změnám velmi rezistentní.

²⁶ Couldn't we just do away fractional arithmetic?

²⁷ This may result in temporary achievements with fragments of knowledge but not in lasting, useful, powerful personal knowledge.

Takovými znalostmi může být například i nepřesné chápání dělení na stejné části nebo nepřesné užívání pojmu jedna polovina (Davis, 1989; Hart, 1989; Streefland, 1991; Tichá, 2003).

Překážkou v porozumění zlomkům se může stát i *ukotvení v celých číslech*, kdy děti symboly – zápis zlomku – a/b – nevnímají jako zlomek, ale jako dvě nesouvisející celá čísla (Hart, 1989; Streefland, 1991).

Ve škole se často setkávám s tvrzením kolegyň, které koresponduje s tím, co napsal M. Hejný (2004, s. 349):

Učitelé, s nimiž jsme o náročnosti představy zlomku diskutovali, tvrdili, že představa zlomku sama o sobě nedělá dětem žádné potíže. Ty nastanou, až se se zlomky začne pracovat. Takový pohled je ale rozporuplný. Mít představu o jistém pojmu přeci neznamená umět tento pojem popsat v jediném kontextu, ale umět s ním zacházet v různých kontextech.

Z vlastní zkušenosti vím, že dětem nedělá problém rozdělit celek na části, např. na osminy a vyznačit počet částí, např. $5/8$, ale často se setkávám s tím, že přestože žáci uvedený postup znají, tvrdí, že například $1/4 > 1/3$. To je jen jedna z ukázek toho, že žáci nemají kvalitní představy pojmu zlomek. Tady se také vynořuje významná překážka pro řešení úloh se zlomky, a to: *neuvědomění si role celku, neschopnost identifikovat celek*.

V úvodu tohoto článku jsem se zmínila o tom, že zlomek je tématem, které způsobuje problémy nejenom žákům, ale i učitelům. V jedné třídě vyučující vyzvala žáky, aby překládáním rozdělili pruh papíru na čtyři shodné části a ty pak od sebe rozdělili. Potom měli zapsat, co vidí. Žáci postupně navrhli několik možností ($1/1$, $4/1$, $4/4$, 1 , 4) – bylo vidět, že se snaží přijít s návrhem, který by mohla učitelka přijmout. Ta nakonec akceptovala jako správnou pouze odpověď $4/4$ a ostatní návrhy bez vysvětlení zamítla. Vysvětlila, že chtěla, aby žáci došli k závěru, že celek

má čtyři čtvrtiny²⁸. Tato epizoda ilustruje poměrně častý jev – pokud existuje více odpovědí na položenou otázku, vyučující akceptují pouze ty, které jim v daném okamžiku vyhovují a všechny ostatní, byť správné, zamítají.

Jak jsem uvedla, mám zkušenost, že ne všichni učitelé s názorem, že učivo o zlomcích je velmi obtížné, souhlasí. Jako důvod vidím to, že při výuce zlomků zřejmě kladou hlavní důraz na zvládnutí provádění operací se zlomky (spokojí se s tím, že žáci umí sčítat a násobit zlomky) a zanedbávají budování představ, které jsou potřebné pro schopnost interpretovat zlomek při řešení a tvoření úloh. Právě skutečnost, že zlomek může být interpretován různě, uvádějí mnozí naši i zahraniční autoři jako významný zdroj nesnází se zlomky, za zdroj miskoncepcí.

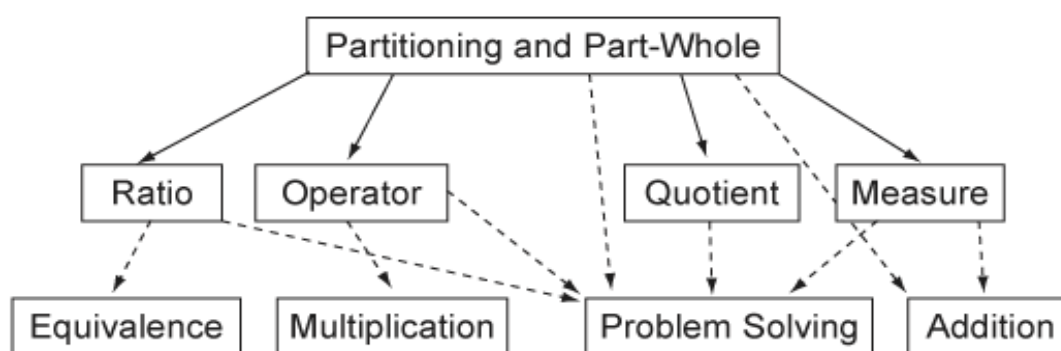
Hlavní zdroje nesnází se zlomky můžeme stručně označit: *různorodost interpretací, nedostatečná zásoba a jednotvárnost reprezentací, neschopnost identifikovat celek*. Podívám se na ně poněkud podrobněji.

1.4.2 Interpretace zlomků

Otázky kolem různých interpretací zlomků berou mnozí autoři jako východisko svých bádání pro hledání příčin neporozumění pojmu zlomek (například Ohlsson, 1983; Freudenthal, 1983; Behret al., 1983; Pitkethly, Hunting, 1996; Charalambous, Pita-Pantazi, 2007 a mnozí další). Pro jednotlivé interpretace zlomku používají označení subkonstrukt. Jejich charakteristiky jednotlivých subkonstruktů vycházejí z Kierenovy práce (1976). Kieren uvedl, že pojem zlomek v sobě zahrnuje několik subkonstruktů. Postupně omezil počet subkonstruktů na čtyři: *measure, ratio, operator a quotient*. Vyslovil názor, že pro pochopení pojmu zlomek je důležité porozumět všem těmto subkonstruktům a také jejich vzájemným vztahům. Důležitou (do jisté míry vedoucí) roli připsal vztahu část-celek (part-whole), který nechápe jako samostatný subkonstrukt, ale ukazuje, že tento vztah

²⁸ Podrobněji v Hošpesová, Tichá (2009).

prostupuje všemi uvedenými čtyřmi subkonstrukty a je základem pro jejich porozumění. Na Kierenovy myšlenky navázali a dále je rozvinuli Behr et al. (1983). Vztah část-celek chápou jako samostatný subkonstrukt, který navíc propojuje s procesem rozdělování. Navrhli schéma (Obr. 2), které propojuje různé interpretace zlomků se základními operacemi se zlomky a s řešením úloh.



Obr. 2

Autoři dodávají vysvětlení: „Schéma ukazuje, že: a) vztah část-celek spolu s procesem rozdělování je považován za základ pro rozvoj porozumění ostatním subkonstrukty, b) poměr je považován za nejpřirozenější cestu k pochopení ekvivalence a pro proces hledání ekvivalentních zlomků a c) subkonstrukty operátor a míra jsou důležité pro rozvoj porozumění multiplikativním a aditivním operacím se zlomky²⁹.“ (Behr et al. 1983, s. 98). Porozumění všem pěti subkonstrukty je pak autory pokládáno za nezbytný předpoklad pro řešení úloh a problémů se zlomky.

Někteří autoři pracují s konkrétními příklady zlomků. Například English a Halford (1995) ukazují, že například zlomek $\frac{3}{4}$ může mít několik následujících významů:

²⁹ The diagram suggest that (a) partitioning and the part-whole subconstruct of rational numbers are basic to learning other subconstructs of rational numbers, (b) the ratio subconstruct is most natural to promote the concept equivalence (c) the operator and measure subconstruct are very useful in developing and understanding of multiplication and addition.

- Jsou to tři díly ze čtyř ekvivalentních částí (part-whole)
- 3 děleno 4 (quotient)
- Tři čtvrtiny z nějakého čísla, předmětu nebo souboru předmětů (operator)
- Tři díly ku čtyřem dílům, tři celky ku čtyřem celkům (ratio)
- Jako bod na číselné ose mezi čísly 0 a 1 (measure)

Z uvedených charakteristik subkonstruktů vychází ve svých pracích mnoho dalších autorů (např. Charalambous, Pitta-Pantazzi, 2007; Lamon, 2006; Marshal, 1993; Smith, 2002). Charakteristiky se u jednotlivých autorů v drobných rysech liší.

Podnětné jsou i další práce, ve kterých se v souvislosti s Leshovým schématem objevují úvahy o konceptuálním a procesuálním porozumění a znalostech (Charalambous, Pitta-Pantazi, 2007; Baker et al., 2009).

1.4.3 Reprezentace

Jak jsem již uvedla, jako jedna z dalších vážných příčin, které způsobují neporozumění zlomkům, se uvádí to, že učitelé *nevěnují dostatečnou pozornost různým modům reprezentace*, které jsou důležité pro vytváření představ pojmu zlomek. Hejný a Kuřina (2009, s. 154) zdůrazňují, že:

Konkrétní představy jsou východiskem a nutným předpokladem pro budoucí porozumění abstraktní znalosti, pro její organické včlenění do kognitivní struktury žáka. Jestliže se ve vyučování modelům nevěnuje dostatečný čas, jestliže je abstraktní znalost předkládána žákovi příliš brzy, nemůže žák včlenit novou vědomost do sítě již připravených konkrétních poznatků a je nucen uchopit ji pouze memorováním jako víceméně izolovaně stojící paměťový údaj. Tak dochází k formálnímu poznání.

Mnohokrát bylo zdůrazněno, že pro vyučování matematice mají *zásadní význam reprezentace činnostní, ikonické a symbolické*. Ve škole jsou

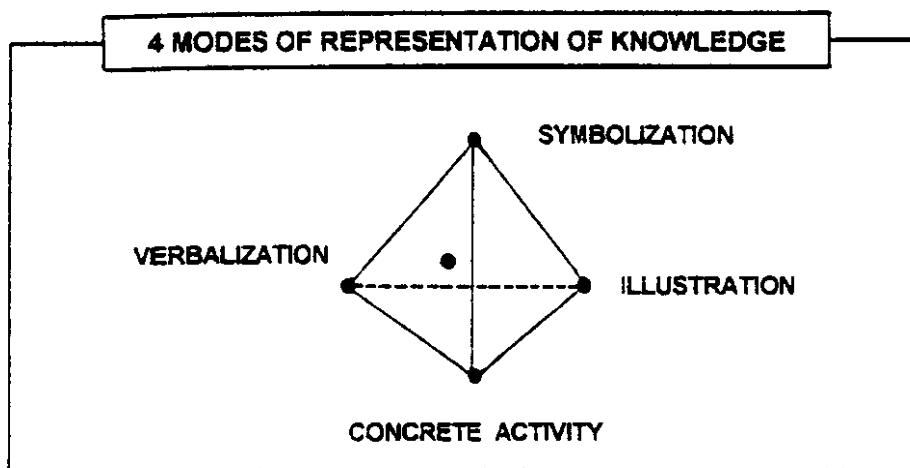
však často činnostní a ikonické reprezentace opomíjeny a zanedbávány (Tichá, 2003; Tichá, Macháčková, 2006; Kuřina, 1992). Autoři se shodují v tom, že porozumění pojmu zlomek souvisí se soustavným využíváním různých způsobů reprezentací a se schopností překládat mezi nimi (Janvier, 1987; Halford, 1993; Prediger, 2006; Lesh, Post, Behr 1987; Tichá, 2003). Zdůrazňují, že otázkám reprezentace je nutné věnovat náležitou pozornost. Jak uvádíme v práci Tichá, Macháčková (2006), učitelé mají někdy tendenci upřednostňovat symbolickou reprezentaci. Žáci to poznají a zpravidla se snaží uspokojit učitele. Mnohdy se dá také říci: čím starší žák je, tím více tihne k šablonám. Žáci opouštějí vizuální reprezentaci, řešení úsudkem, experimentální řešení a přecházejí k symbolické reprezentaci. Bohužel se často setkáváme s tím, že dokonce i zkušení učitelé považují dlouhodobé budování představ, které je potřebné pro uchopení pojmu zlomek s porozuměním, za zbytečné a nahrazují je nácvikem kalkulu, který přináší téměř okamžitý efekt.

Důležitou roli reprezentací při výuce matematiky podtrhuje Kuřina (1991, s. 12). Uvádí, že věnovat náležitou pozornost otázkám reprezentace znamená: „...věnovat náležitou péči rozvíjení představ při zavádění pojmů, pěstování různých jazyků při vyučování, včetně otázek neverbálního vyjadřování a vizualizace.“ V článku *Matematika jako struktura nebo matematika jako složka kultury?* F. Kuřina (1992, s. 72) připomíná Brunerovu myšlenku:

Nejdůležitějším pojmem při studiu procesu rozvoje intelektu je idea reprezentace... Jevy můžeme reprezentovat pomocí činností, s nimiž jsou bezprostředně svázány, nebo pomocí zobrazení, nebo pomocí slov či jiných symbolů.... Jde tedy o reprezentace činnostní, ikonické a symbolické.

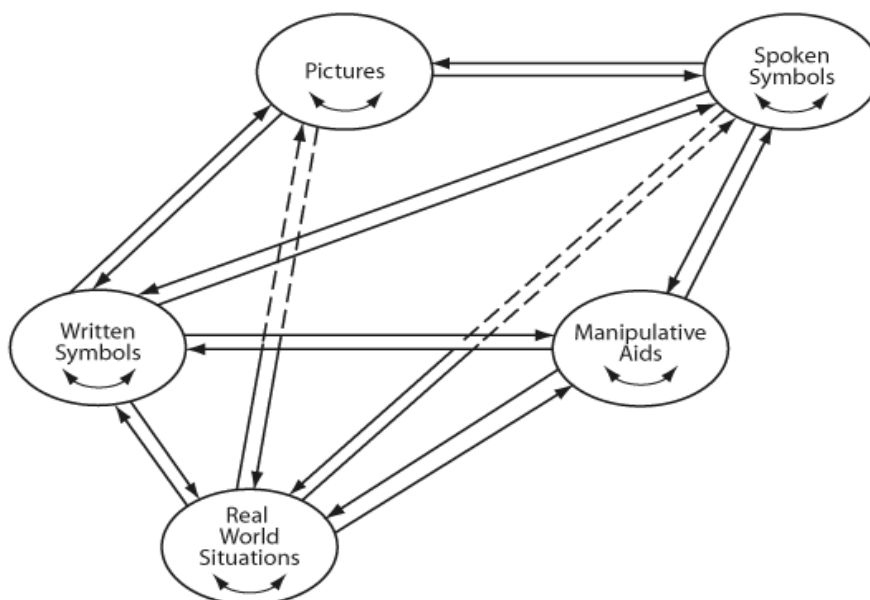
Kuřina upozorňuje na její podobnost se základními myšlenkami Komenského: „Míti znalosti znamená něco zobraziti, ať už myšlenkou, rukou, či jazykem.“ V článku *Understanding – the problem of school*

practice F. Kuřina (1995) zobrazil ve formě čtyřstěnu podle jeho názoru překvapivě identický model reprezentací, které podle něho postupně v průběhu 350 let zformulovali Komenský, Bruner a Orstad (Obr. 3).



Obr. 3

V literatuře je možné setkat se s různými modely vztahů mezi reprezentacemi. Často uváděný je Leshův model³⁰ (Obr. 4).



Obr. 4

³⁰ Model byl používán v rámci projektu Rational Number Project. Dostupný z <http://www.cehd.umn.edu/rationalnumberproject/rnp2.html>

Model podle autora ukazuje vztahy mezi reálnou situací, symboly psanými a mluvenými, manipulativními činnostmi, obrázky. Matematické otázky jsou převáděny z reálné situace (real word situation) k symbolům buď přímo nebo přes manipulativní činnosti, obrázky nebo slovní symboly. To znamená, že obrázky (pictures) nebo nějaké předměty (manipulative aids) mohou být použity jako prostředník mezi realitou a písemným symbolem (written symbols). Mluvený jazyk/symboly (spoken symbols) mohou fungovat jako prostředník mezi skutečnou situací a obrázky nebo mezi obrázky a písemnými symboly.

1.4.4 Jak je tomu ve škole. Zlomky na 1. stupni základní školy; vytváření představ

Jak jsem již uvedla, za významný pro porozumění všem interpretacím zlomku je považován *vztah část-celek* (part-whole). Chápání vztahu celku a části je podle Kierena (1988) důležité jak pro užití matematiky v praxi, tak v pojmotvorném procesu – pomáhá k přirozenému přechodu od *běžného jazyka k jazyku zlomků*. Právě proto by vztahu část-celek měla být už na prvním stupni základní školy věnována náležitá pozornost.

V práci Hošpesové, Kuřiny, Tiché (2003) se uvádí, že vztah část-celek je provázán na další matematické struktury. Jeho pochopení ovlivňuje pojmotvorný proces (množina objektů s určitými vlastnostmi), je aplikovatelný v mnoha oblastech matematiky i společenské, přírodní a technické praxe.

S procesem dělení celku na části se děti samozřejmě setkávají ještě dříve, než nastoupí do školy. Od malička se v běžné každodenní konverzaci setkávají s pojmy: půlka chleba, čtvrtka chleba, osmina pizzy, čtvrt hodiny, půl hodiny, dva a půl kilometru, tři čtvrtě litru mléka apod.

Po nástupu do školy se děti s pojmy vztahujícími se ke zlomkům setkávají už od prvního ročníku základní školy. V úlohách se objevují názvy polovina, třetina, čtvrtina, atd., kterými se označují skupiny vzniklé dělením celku na dvě, tři, čtyři i více částí. Jak píše Hruša (1962), Divíšek (1989) a další, v tomto případě ale ještě nejde o zlomky jako čísla ani o rozšíření oboru přirozených čísel. „Uvedené pojmy jsou jen jedním způsobem vyjádření jistých početních operací s přirozenými čísly“ (Hruša, 1962, s. 70). Na druhé straně, jak píše Hruša (1962), děti se již od prvního ročníku v souvislosti s dělením roku na roční období seznamují např. s pojmem čtvrt roku, v souvislosti s dělením školního roku se seznamují s pojmem půl roku (pololetí). Učí se poznávat hodiny a setkávají se s pojmy čtvrt (hodiny), půl (hodiny), tři čtvrtě (hodiny). Podle Hruši (1962, s. 70) tady jde o zlomky jako čísla „přestože se děti ještě zlomky neučí zapisovat.“ Zdůrazňuje:

Učivo o zlomcích musí být nutně konkretizováno nějakými úlohami z okruhu žákova zájmu, z obvodu žákovi známého a jemu blízkého (Hruša, 1962, s. 71).

Chápání vztahu část-celek se už v předškolním věku začíná rozvíjet díky zkušenostem z praktického života, a to v souvislosti se spravedlivým dělením. V situacích, kdy děti spravedlivě rozdělují, se také začínají seznamovat s kmenovými zlomky.³¹ Hejný (2004) zdůrazňuje, že kmenový zlomek je nosný pojem, kterému je potřeba věnovat dostatek pozornosti. A opět tu zdůrazňuje, jako mnoho jiných autorů, že při jeho vyvozování je důležité postupovat od činnostních reprezentací a geometrického modelování k reprezentacím symbolickým, od předmětných představ k myšlenkovým³².

³¹ **Osobní poznámka:** V rámci svého doktorského studia jsem se zbyvala rozkladem zlomků na kmenové zlomky. Podnětem k této práci se staly konzultace s docentkou Marií Kubínovou, docentem Milanem Trchem a profesorem Milanem Komanem. Pokoušela jsem se hledat cesty, jakými způsoby lze rozložit různé zlomky na součet kmenových zlomků. Smyslem mého hledání bylo proniknout hlouběji do problematiky kmenových zlomků.

³² Zaujaly mě zajímavé zkušenosti a ukázky práce žáků na projektech vztahujících se k problematice kmenových zlomků a možnosti využití počítání s kmenovými zlomky

Uvedla jsem, že k chápání pojmu část-celek vedou činnosti dělení celku na části. Tyto činnosti by měly zohledňovat *tři polarity* (Tichá, Macháčková, 2006). První je *kvalita děleného objektu* (celku). Jedná se o polaritu *konkrétní versus diskrétní*. Druhá se vztahuje k slovnímu vyjádření – *spravedlivě rozděl třem dětem versus vezmi si jednu třetinu koláče*. Třetí polarita se vztahuje k činnostem žáka. Jde o polaritu *evidence versus konstrukce*. Zásadní úlohu pro dělení objektu na části hraje uvědomění si toho, co je celek. Zlomky se na prvním stupni zpravidla zavádějí jako kvantitativní údaje ve veličinách nebo jako operátory. Uvedené aspekty (*operátorový a veličinový*) nejsou oddělovány. Zkušenosti z experimentů ukazují, že operátorový a veličinový aspekt preferují i studenti učitelství při tvoření úloh (Macháčková, Tichá, 2007).

Jak prolíná celou touto částí kapitoly, zlomek je důležité a obtížné téma, které přináší problémy žákům od základní školy až studentům po školu vysokou. Ukazují to i práce žáků a studentů učitelství, kteří tvořili úlohy na téma zlomek. Tvoření úloh bylo využito jako diagnostický prostředek pro zjišťování úrovně porozumění a představ. V úlohách vytvořených studenty jsou často zohledněny současně právě zmíněné dva aspekty. Práce studentů učitelství ukazují, že i pro studenty je hlavním problémem při řešení a tvorbě úloh neschopnost identifikovat celek. Proto jsem se rozhodla, když jsem připravovala experimenty pro výzkum reflexí (zkoumání jejich charakteristik, vývoje, kultivace), připravit videonahrávku vyučovací epizody zaměřené právě *na identifikaci celku a chápání jeho role*.

v práci Marie Kubínové: *Projekty ve vyučování matematice, cesta k tvořivosti a samostatnosti*. Ukazuje, jak práce s kmenovými zlomky přirozeně vede žáky k pochopení podstaty a významu rozšiřování a krácení zlomků, metody hledání společného jmenovatele pro porovnávání, sčítání a odčítání zlomků. Avšak takový stupeň abstrakce, který ukazují práce dětí, je třeba dlouhodobě připravovat (Kubínová, 2002).

2 Cíle práce

Kapitola Východiska práce ukazuje, čím byly inspirovány cíle mé práce.

Rámcovým cílem práce bylo přispět k rozvíjení profesních kompetencí učitele. Zaměřila jsem se na kvalifikovanou pedagogickou reflexi jako na jednu z cest, jak tohoto cíle dosáhnout. Sledovala jsem proto reflexe z různých úhlů pohledu.

Konkrétním cílem bylo sledovat a identifikovat různé jevy, které souvisí s reflexí vlastního vyučování.

Nejdříve jsem se zaměřila na sledování reflexí u učitelů různých stupňů škol. Později jsem se zaměřila na studenty učitelství prvního stupně základní školy.

Na počátku výzkumu jsem si vymezila následující otázky.

- Jaká je úroveň reflektování u učitelů a studentů?
- Splňuje jejich reflektování výuky požadavky na kvalifikovanou reflexi?
- Čeho si při sledování hodiny učitelé a studenti všímají?
- Co může přispět k rozvoji sebereflexe?

Cíle mého výzkumu byly částečně ovlivněny i metodou, kterou jsem pro sledování reflexí užívala, metodou kolektivní reflexe a její modifikací v průběhu provádění experimentů. Postupně, jak jsem měnila průběh kolektivní reflexe, k výše položeným otázkám jsem přidala následující otázky:

- Za jakých podmínek při provádění kolektivní reflexe se projeví jevy ukazující na vědomou sebereflexi vlastní činnosti?
- Které kroky by měla kolektivní reflexe obsahovat, aby k rozvíjení sebereflexe přispěla?

Cílem zkoumání reflexí a hledání cest jejich rozvíjení je zkvalitňování metody, která by přispěla k tomu, aby se sebereflexe vlastní činnosti stala vědomou součástí práce učitele.

3 Metodologie

V kapitole Metodologie popíšu vývoj svého zkoumání a charakterizuji zde experimenty, uvedené v práci. Uvedu metody, které jsem ve svém výzkumu používala a jejich stručnou charakteristiku.

3.1 Vývoj mého zkoumání

Když jsem nastoupila do doktorského studia, moje zkušenosti s výzkumem byly velmi malé. První experimenty, které jsem na počátku studia realizovala, měly charakter akčního výzkum. Byly to experimenty se žáky a vycházely z potřeb mojí třídy. Protože spolupráce na projektu Socrates-Comenius mě přivedla k tomu, že jsem se začala více zajímat o budování představ pojmu zlomek, moje první experimenty na počátku studia byly zaměřeny na sledování toho, jak žáci chápou pojem zlomek, na vztah část-celek a na to, jaké strategie volí při řešení zadaných úloh. Z většiny z těchto experimentálních hodin byly pořizovány videozáznamy.

Analýzy videozáznamů z vlastních hodin mě dovedly k hlubší formě sebereflexe, která mě motivovala k hledání příčin, proč mají děti problémy se zlomky a jakou roli v tom, že mají problém s nepochopením, hraju já. Tuto fázi svého zkoumání bych nazvala *teacher researcher*³³. Reflexe vlastního vyučování mě motivovala nejen k dalšímu vzdělávání, ale i k hledání toho, jakým směrem se bude moje zkoumání ubírat. Postupně jsem se odpoutala od sledování vlastní třídy a vlastního vyučování a začala jsem hledat odpověď na otázku, jak může reflexe vlastní činnosti ovlivňovat znalosti důležité pro vyučování matematice. Tak jsem se od akčního výzkumu dostala ke kvalitativnímu výzkumu, ve kterém jsem se zaměřila na sledování reflexí a jevů, které s nimi souvisejí.

³³ Teacher researcher je označení pro učitele, který se zabývá výzkumem svého vlastního vyučování (Jaworski, 2003; Schön, 1983).

První experimenty se žáky považuji za důležitou součást své práce, protože díky jejich přípravě a realizaci jsem získávala zkušenosti s výzkumem. Postupně jsem při analýze videozáznamu z vlastního vyučování získávala zkušenosti s reflektováním výuky, a to mě přivedlo k otázce, jak jsou na tom s reflektováním jiní učitelé. Začala jsem nejprve reflexe sledovat a potom hledat cesty jejich rozvíjení. Výsledky experimentů přinášely nové otázky (jak je charakteristické pro kvalitativní výzkum), které ovlivňovaly přípravu a realizaci dalších experimentů.

3.2 Experimenty v mém výzkumu

Experimenty, které jsem v rámci svého výzkumu realizovala, uvádím v následující tabulce. Současně v tabulce uvádím sledované jevy v dané skupině experimentů.

<i>Prováděné experimenty</i>	<i>Sledované jevy</i>
Experimenty se žáky	Hledání příčin nepochopení pojmu zlomek u žáků, sledování vlastní sebereflexe, příprava experimentů zkoumající reflexe
Experimenty s učiteli ze základních škol, s vysokoškolskými učiteli, s badateli	Experimenty zaměřené na sledování reflexí
Experimenty se studenty učitelství	Experimenty zaměřené na hledání podmínek (rozvíjení metody), které vedou k reflexi vlastní činnosti

Tabulka 1

Za klíčové experimenty ve svém zkoumání považuji zvláště experimenty se studenty učitelství. Každý experiment zaměřený na sledování a rozvíjení reflexí vycházel z analýzy a ze zjištění předcházejících experimentů. Cíle, průběh a zjištění z prováděných experimentů popíšu podrobně v kapitole 4 a 5. Některé z mých experimentů již byly publikovány na konferencích, v publikacích a na letní doktorandské

škole. U konkrétních experimentů uvádím příslušný odkaz. V práci o nich píšu z pohledu přímého realizátora a z vlastního úhlu pohledu, který sleduje cíle mého výzkumu.

3.3 Metody používané v experimentech

Jak jsem uvedla, vhodným prostředím pro sledování reflexí se ukázalo téma zlomek, na které jsem soustředila u svých prvních experimentů se žáky. Hledala jsem vhodný nástroj, který by mi reflexe umožnil sledovat. Tím nástrojem se stal videozáznam z vyučovací hodiny. V kapitole Cíl práce jsem uvedla, že pro sledování reflexí jsem zvolila metodu kolektivní reflexe videozáznamu z hodiny. Kromě kolektivní reflexe jsem v průběhu výzkumu používala i další metody, které vyplývaly z povahy mých experimentů. Jednotlivé metody se vzájemně prolínaly. Všechny metody, které jsem ve svém výzkumu použila, jsem shrnula do tabulky (Tabulka 2). V tabulce jsou také uvedeny materiály, které jsem uvedenými metodami získala a které jsem postupně analyzovala. Oporou při vyhledávání metod (tedy těch, které mi pomohou najít odpovědi na položené otázky, mi byly převážně práce Gavory (2000), Hendla (2005) a Švaříčka (2007). Při analýze získaných materiálů jsem vycházela z metody zakotvené teorie Glasera a Strausse³⁴. Metodu ve své knize *Basics of Qualitative Research. Grounded Theory of Qualitative Research* rozpracovali Strauss a Corbinová.³⁵ Upravila jsem ji pro potřeby svého zkoumání. Při analýze materiálů získaných z experimentů jsem vyhledávala ty fenomény, které podle mého názoru ukazují na vědomou sebereflexi vlastní činnosti.

³⁴*The Discovery of Grounded Theory*, 1967

³⁵ Studovala jsem český překlad *Základy zakotvené teorie*

<i>Použité metody</i>	<i>Získané materiály</i>
<i>Kolektivní reflexe</i>	Písemné záznamy, komentáře k událostem, zápisky k výpovědím účastníků, práce účastníků reflexí
<i>Videonahrávky z hodiny³⁶</i>	Přepis videonahrávek
<i>Skupinové interview</i>	Písemné záznamy, písemné odpovědi účastníků interview – učitelů, studentů
<i>Pozorování</i>	Písemné záznamy z hodiny, komentáře k událostem v hodině, zápisky k pozorovaným jevům, reflektivní poznámky po vyučování
<i>Metoda životní historie</i>	Moje vlastní písemné záznamy událostí, pocitů a postojů

Tabulka 2

Kolektivní reflexe

Je to metoda, při níž jsem získávala materiály prostřednictvím diskuse o otázkách, které samovolně vznikají a probíhají v debatě na předem určené téma. Diskuse s větší skupinou osob mi umožnila nejenom sledovat a zkoumat postoje a názory jednotlivců, ale i celé skupiny.

Důležitou roli při kolektivní reflexi hraje moderátor diskuse. Jeho úkolem je účastníky podněcovat, podporovat v zapojení do diskuse a pomáhat jim ve vyjadřování názorů, postojů a pocitů. Za chybu je považováno, pokud moderátor diskuse tlačí účastníky do předem uvažovaných schémat nebo v průběhu diskuse hodnotí jejich názory. Do diskuse zasahuje tehdy, když potřebuje usměrnit diskusi pro případ jejího odchýlení od tématu nebo když chce navodit jiné téma. Ukázalo se, že důležitou úlohu pro průběh diskuse může hrát pomocný moderátor, který pomáhá hlavnímu moderátorovi přirozenou formou doplňovat diskusi.

³⁶ Videonahrávky z hodiny považuji spíše než za metodu, za prostředek umožňující kolektivní reflexe, ale protože byl důležitou složkou mých experimentů, uvádím ho v přehledu užívaných metod.

Videozáznam z hodiny

Videozáznam z hodiny jsem na počátku výzkumu používala jako jednu z metod pro sledování žáků a vlastního vyučování. Později mi videozáznam sloužil jako důležitý prostředek pro provádění kolektivních reflexí.

Jako výhodu videozáznamu vidím to, že:

- Umožňuje zachytit zkoumané jevy či situace, které lze opakovaně analyzovat různými způsoby a z různých hledisek.
- Jeden aspekt může nezávisle na sobě analyzovat více osob, např. při provádění kolektivní reflexe.
- Při nejasných situacích je možné si videozáznam přehrát několikrát, při analýze se lze zaměřit pokaždé na jiný aspekt zkoumané skutečnosti, např.: na nejasnou výpověď žáka nebo učitele.

Ve své práci jsem používala nejenom videonahrávky celé třídy ale i videonahrávky menších skupin. Pořídít videozáznam menší skupiny jsem se rozhodla tehdy, když jsem chtěla podrobněji zachytit některé jevy, které jsem na videonahrávce celé třídy nedokázala postihnout.

Důležitou součástí analýzy dat z videozáznamu je jeho přepis. Buď jde o přepis celé nahrávky či její části, přepis nějakého jevu nebo rozhovoru. Moje zkušenosti ukázaly, že se jedná o činnost časově náročnou, ale velmi důležitou – někdy až teprve při pořizování přepisu videonahrávky, kdy jsem si opakovaně videonahrávku přehrávala, jsem zpozorovala některé jevy nebo události, které jsem ani při opakovaném sledování nepostřehla. Přepisy videonahrávek uvedené v práci, jsou zapsané v původním znění, bez korekce chyb.

Pozorování

Na počátku svého zkoumání jsem používala participační pozorování, které jsem prováděla přímo ve své třídě. Toto přímé pozorování bylo postupně doplněno videozáznamem z hodiny. Pozorování bylo také

později součástí kolektivní reflexe, kdy jsem sledovala jednání studentů v průběhu kolektivních reflexí.

Skupinové interview

Skupinové interview jsem použila při experimentu s učiteli a při experimentu se studenty učitelství. Za skupinové interview je považováno interview s více než třemi osobami najednou. Ve svém výzkumu jsem používala interview polostrukturované. Předem jsem si připravila otázky, které jsem podle potřeby doplňovala dalšími otázkami podle toho, jak účastníci, kterými byli učitelé nebo studenti, odpovídali. Skupinové interview jsem používala i ve všech experimentech, ve kterých jsem sledovala reflexe, a to jako zdroj zjišťování názorů respondentů experimentů, jejich postojů, pocitů.

Metoda životní historie

Součástí mého zkoumání je i popis vlastní zkušenosti. Popisuji to nejdůležitější, co se mi v průběhu zkoumání přihodilo, svoje zkušenosti a pocity. Hledám podněty a situace, které formovaly moji profesní dráhu a ovlivňovaly i provádění mých experimentů.

4 Experimenty se žáky

Uvedla jsem, že experimenty se žáky považuji za důležitou součást svého výzkumu, protože mě dovedly k přípravě experimentů s učiteli a studenty učitelství, ve kterých jsem zkoumala reflexe a možnosti jejich rozvíjení.

Když jsem připravovala svoje experimentální hodiny se žáky, zaměřila jsem se na klasické činnosti při budování představ vztahu část-celek, a to na:

- dělení celku na části – překládání papíru na části – na poloviny, čtvrtiny, osminy šestnáctiny atd.,
- vybarvování částí shodných obdélníků,
- porovnávání velikostí kmenových zlomků pomocí porovnávání přeložených pruhů papíru nebo vybarvených částí,
- hledání ekvivalentních zlomků příkládáním přeložených proužků papíru na sebe,
- konstrukční úlohy – stavby z krychlí, kdy žáci při jejich stavění měli splnit určité požadavky na to, jaká část stavby má mít odlišnou barvu apod.,
- spravedlivé rozdělování jak v diskrétním tak kontinuálním prostředí.

4.1 Experiment Krychle

Experiment *Krychle* jsem realizovala se 30 žáky 5. ročníku základní školy ve školním roce 2004/2005.

4.1.1 Cíl experimentu

Cílem bylo ukázat, jak děti chápou vztah část-celek při použití trojrozměrného modelu, krychlí. V několika předchozích hodinách jsem se snažila, aby děti měly možnost pracovat s různými modely, jak dvojrozměrnými, tak trojrozměrnými, aby pracovaly jak v kontinuálním

tak diskrétním prostředí. Protože jsme se problematikou zlomků, vztahem část-celek zabývali několik předchozích hodin, měla jsem pocit, že se u dětí představy vytváří, že už chápou vztah mezi částí a celkem. Ukázalo se však, že tomu tak nebylo u všech dětí.

4.1.2 Průběh hodiny³⁷

Zadala jsem dětem následující úlohu: *Postavte stavbu z devíti krychlí tak, aby jedna třetina stavby byla červená.* Děti měly k dispozici žluté a červené krychle. Pracovaly ve dvojicích. Procházela jsem třídou, děti mi ukazovaly svoje stavby, vysvětlovaly svá řešení.



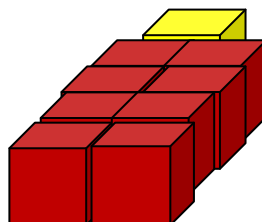
Většina z dětí úlohu vyřešila rychle, ale jedna dvojice dívek stále nebyla s řešením hotova, přestože předchozí úlohy řešily obě dívky bez problémů. Bezradně seděly nad hromádkou krychlí, stále je přesouvaly, ale nebyly schopny úlohu vyřešit. Bylo vidět, že potřebují pomoc.

Uvádím přepis rozhovoru, který jsem vedla s jednou z děvčat s Denisou, ve snaze dovést obě děvčata k řešení.

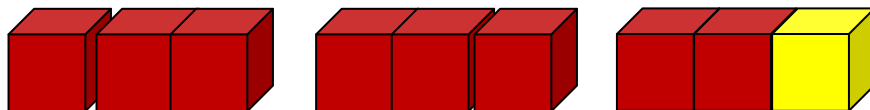
1. Učitelka: *Vy potřebujete kolik krychlí?*
2. Denisa: *Devět. Děvčata ale nic nedělají.*
3. Učitelka: *Najděte si devět nějakých krychlí. To je úplně jedno.*
Děvčata oddělují devět krychliček.

³⁷ Publikováno v Macháčková, 2011.

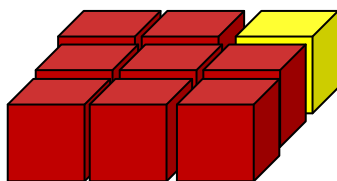
4. Učitelka: *Co teď s těmi krychlemi potřebujete udělat? Na co je potřebujete rozdělit? Děvčata mlčí.*
5. Učitelka: *Na kolik částí?*
6. Denisa: *Nejistě. Na tři...*
7. Učitelka: *Potřebujete mít jednu třetinu. Na kolik částí?*
8. Denisa: *Už jistěji. Na tři.*
9. Učitelka: *Dodává. Na tři, na třetiny. Děvčata rovnají krychle, ale přes tvrzení Denisy, že potřebují tři části, se jim stále nedaří třetiny vytvořit. Krychle uspořádávají tímto způsobem.*



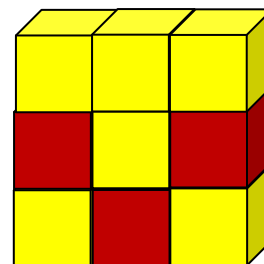
10. Učitelka: *Jsou to tři stejné části?*
11. Denisa: *Nejsou...*
13. Učitelka: *Třetiny jsou stejné části, je to tak? Tak to zkuste nějak udělat. Děvčata si stále nevědí rady.*
14. Učitelka: *Můžu vám pomoci? Přidává další dvě krychle, počítá je, rozděluje krychle na tři hromádky. Jedna, druhá, třetí..A zase: jedna, druhá, třetí... Příkládá krychle. Zkuste pokračovat.*
15. Učitelka: *Opakuje. Jedna, druhá..Postupně ke každé hromádce přidává po jedné krychli.*
16. Denisa: *Třetí. Příkládá krychli.*



17. Učitelka: *Rovná krychle.*



18. Učitelka: *Ukažte mi jednu třetinu.*
Denisa ukazuje jednu třetinu krychlí.
19. Učitelka: *A jakou má mít barvu?*
20. Denisa: *Červenou.*
21. Učitelka: *Zkuste s tím něco udělat, aby jedna třetina byla červená.*
Děvčata váhají.
22. Učitelka: *Jakou barvu bude mít zbytek?*
23. Denisa: *Žlutou.*
24. Učitelka: *Tak to zkuste nějak udělat.*
25. Denisa: *Úspěšně řeší úlohu. Druhá dívka je stále nejistá.*
26. Učitelka: *A teď to dejte dohromady, aby to byla stavba.*
27. Denisa: *Já už vím!* Děvčata dokončují stavbu.



4.1.3 Zjištění – reflexe

Videonahrávku z hodiny jsem viděla několikrát bezprostředně po jejím natočení, ale tehdy jsem nedokázala posoudit, jakou úlohu jsem sehrála v tom, abych děvčatům pomohla v řešení úlohy. Až teprve s odstupem času, v době, kdy jsem podobné úlohy zadávala ve svých dalších třídách, jsem si videonahrávku znovu několikrát přehrála a zamýšlela se nad tím, proč obě dívky měly potíže vyřešit právě tuto úlohu. Většina dětí s ní totiž problémy neměla. Protože jsem sama dělala přepisy rozhovorů, teprve při přepisu jsem si uvědomila, že některé moje otázky nebyly kladeny příliš vhodně. Některé z nich byly dokonce matoucí, řekla bych až zavádějící. Z mého jednání i z intonace hlasu je na videozáznamu znatelná určitá netrpělivost. Nemohla jsem tehdy pochopit, jak je možné, že dívky mají s úlohou takový problém, když při řešení předcházejících úloh jsem žádný problém ani u jedné z nich nezaznamenala. Dneska vím, že jsem se v diskusi s děvčaty měla vrátit

k některé z jejich předchozích zkušeností a pomoci jim najít souvislosti, nechat jim víc času na přemýšlení. Tato epizoda a další zkušenosti mě vedly k otázkám: *Jak bych postupovala ve stejné situaci dnes, jaké otázky bych dívkám kladla?* V tabulce 3 uvádím otázky, které jsem kladla tehdy a otázky, které jsem měla raději pokládat. V některých situacích se mi dnes daří dopředu předvídat, které problémy mohou děti při řešení úloh mít a na co bych se měla zeptat, abych dětem usnadnila porozumění (*reflection for action*).

<i>Jaké jsem kladla otázky tehdy</i>	<i>Jaké otázky bych kladla nyní</i>
1. Vy potřebujete kolik krychlí?	Podívejte se znovu, jaké je zadání úlohy. Z kolika krychlí má být stavba postavena?
3. Najděte si devět krychlí, to je úplně jedno.	Kolik krychlí si tedy musíte oddělit?
4. Co teď s těmi krychlemi potřebujete udělat? Na co je potřebujete rozdělit?	Jak má ta stavba vypadat? Mají mít všechny krychle stejnou barvu? Jaká část má být červená? Co to znamená jedna třetina? Zkuste si vzpomenout, jak jsme dělili obdélníky. Podívejte se, jak jste dělili obdélníky na třetiny. Co vidíte? Kolik je tam třetin? Ukaž mi jednu třetinu, dvě, tři. Jsou stejné? Co to znamená, že jsou stejné?
5. Na kolik částí? Potřebujete mít jednu třetinu (červenou), na kolik částí?	Když má být jedna třetina stavby červená, kolik částí bude žlutých? Kolik stejných částí bude mít celek? Kolik třetin jsme objevili v obdélníku? (práce s vybarvováním částí obdélníků předcházela aktivitě s krychlemi) Na kolik stejných „hromádek“/částí, si musíte rozdělit těch devět krychlí? Jak to bude vypadat? Představte si, že dělíte ty krychle na tři stejné části, protože jimi chcete podělit kamarády. Jak to uděláte? Ukažte mi jakou hromádku, každý dostane? Atd.

Tabulka 3

Postupně, jak jsem získávala zkušenosti s přípravou experimentů se žáky, analýzou videozáznamu a reflektováním vlastní činnosti, rozhodla jsem se připravit experiment zaměřený na sledování reflexí.

V kapitole o zlomcích jsem uvedla, že největší problém při řešení úloh se zlomky jak u žáků základních škol, tak u studentů učitelství je identifikovat celek, a proto jsem se rozhodla pro výzkum reflexí připravit videonahrávku vyučovací epizody zaměřenou právě na *identifikaci celku a chápání jeho role*. Začala jsem hledat vhodnou úlohu, která by mi sledování reflexí umožnila.

4.2 Dělení pizzy

Při přípravě následujícího experimentu jsem se inspirovala příspěvkem Ruti Steinberg, předneseném na konferenci SEMT 03. Ruti Steinberg (Steinberg et al., 2003) v něm popsala jeden experiment, který realizovala s učiteli. Experiment byl zaměřen právě na to, jak učitelé chápou roli celku. Autorka učitelům předložila dvě varianty žákovského řešení jedné úlohy a ti měli rozhodnout, které ze dvou řešení úlohy je správně. Bylo pro mě zajímavé, že učitelé na řešení ani po dvouhodinové diskusi nepřišli. Úloha v příspěvku mě zaujala a chtěla jsem si ji se svými žáky vyzkoušet. Po písemné konzultaci s R. Steinberg jsem ve školním roce 2005/2006 úlohu v modifikované podobě zadala 24 žákům čtvrtého ročníku, které jsem v té době učila tři měsíce. Protože se ve třídě sešlo hodně nadaných dětí, byla jsem přesvědčena, že si s úlohou poradí. Z hodiny byl pořízen videozáznam a přepis.

4.2.1 Cíl experimentu

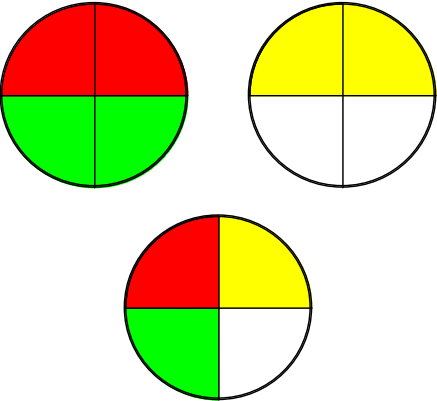
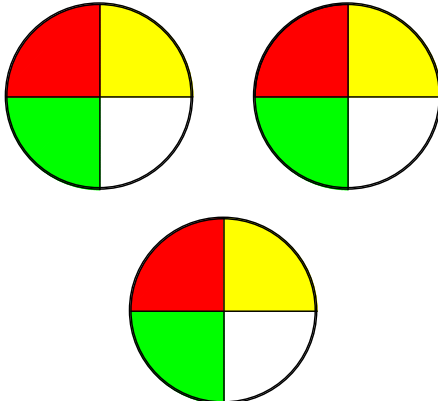
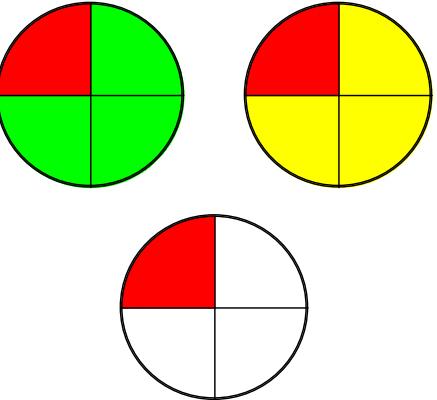
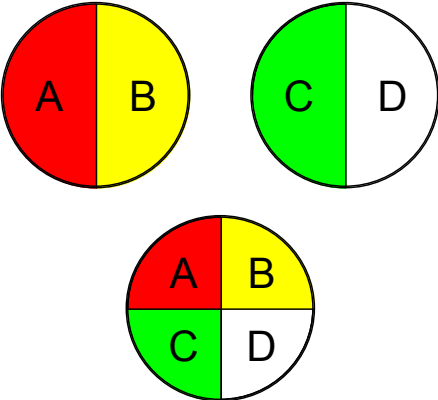
Cílem bylo:

- sledovat, jak budou žáci řešit danou úlohu a jak rozhodnou o správnosti řešení,
- připravit si prostředek (vhodnou videonahrávku) pro experimenty zaměřené na sledování reflexí.

4.2.2 Průběh hodiny

Hodinu jsem rozdělila na dvě části. V první části hodiny jsem dětem zadala známou úlohu: *Spravedlivě rozděl tři pizzy čtyřem dětem.* Úlohu jsem dětem předložila s úmyslem připravit je na řešení úlohy v druhé části hodiny. Děti jsem uvedla do situace: *Maminka koupila 3 pizzy a ty tři pizzy měla spravedlivě rozdělit mezi čtyři děti. Zkuste přemýšlet, jak byste to udělali.*

Děti pracovaly individuálně nebo ve dvojicích, řešení si zakreslovaly na papír. Potom svoje řešení prezentovaly ostatním na tabuli.

	
Obr. 5: Martin	Obr. 6: Honzík
	
Obr. 7: Michal	Obr. 8: Lucka

Uvádím přepis části rozhovoru, ve kterém děti vysvětlují svoje řešení dělení pizzy.

1. Učitelka *Martine, pojď nám to teď vysvětlit k tabuli. Mohl bys nám to nakreslit?*
2. Martin *Já jsem si rozdělil všechny na čtvrtiny. A z toho bych dal dvě ty čtvrtiny jednomu, potom dvě čtvrtiny druhému a tady stejně. Potom ty tři čtvrtiny rozdělím.*
3. Učitelka *A potom bys rozdělil čtyři čtvrtiny.*
4. Martin *Takže tři čtvrtiny každému.*
5. Učitelka *Tři čtvrtiny by dostal každý. Dobře, Martine, posaď se. Má někdo jiné řešení? Honzíku.*
6. Honzík *Jenom by to bylo trochu jednodušší, kdyby se každému jednomu se dala jenom čtvrtka z každého ... Jenom čtvrtka.*
7. Učitelka *Každému jenom čtvrtka ... Tomu jsem moc nerozuměla.*
8. Honzík *Jde k tabuli a kreslí 4 panáčky (Obr. 6). Bych vzal jednu čtvrtku z toho koláče. Ukazuje na čtvrtinu a prvního panáčka. Jeden dostane čtvrtku, druhý dostane čtvrtku. Ukazuje vždy na panáčka a další čtvrtku z nakresleného kruhu. A takhle se rozdělí všechny tři koláče*
9. Učitelka *Aha, takhle. Takže postupně bys každému ...*
10. Honzík *Ano, postupně. Takže by to bylo možná jednodušší.*
11. Učitelka *Aha, jednodušší, že bys to nemusel počítat. Dobře, Michale.*
12. Michal *Já bych z každý tý pizzy ubral jednu čtvrtinu a tu bych dal jednomu tomu. Tady ta pizza by patřila tady tomu. Ukazuje na panáčka a první kruh. Tři čtvrtiny by patřily tady tomu. Ukazuje na druhého panáčka. Tady ten zbytek by patřil tomu a tady ten zbytek tomu.*



Ukazuje vždy zřetelně na čtvrtiny zbývajících kruhů a na zbývající panáčky.

13. Učitelka *Aha. Takhle bys to udělal.*
14. Michal *Kdyby se ubrala ta čtvrtina, tak by zbyla třičtvrtina. A pak zase.*
15. Učitelka *Co by zbylo? Jedna třičtvrtina jsi říkal.*
16. Lucka *Já bych z toho udělala jenom poloviny. Maže rozdělení na čtvrtiny u prvního a druhého kruhu. Kruhy nechává rozdělené na poloviny. Pak bych to rozdělila, to by bylo pro jednoho – ukazuje na prvního panáčka a zapisuje do poloviny prvního kruhu písmeno „A“, pak pro druhýho, pro třetího, pro čtvrtýho. Postupně zapisuje do vyznačených polovin prvního a druhého kruhu písmena „B“, „C“ a „D“. A tady bych rozdělila zase. Zapisuje do vyznačených čtvrtin třetího kruhu postupně písmena „A“, „B“, „C“ a „D“. A pak budou mít stejně.*
17. Učitelka *Dobře Lucko. Výborně.*

V druhé části hodiny děti měly rozhodnout (stejně jako učitelé v experimentu R. Steinberg) o správnosti řešení předložené úlohy. Děti jsem uvedla do situace následujícím krátkým příběhem: *Paní učitelka v jedné škole zadala tuto úlohu „Spravedlivě rozděl 3 pizzy čtyřem dětem.“ Děti tu úlohu řešily tak, jak máte napsáno na pracovním listě. A vy byste měli rozhodnout, které z následujících řešení úlohy je správné a své rozhodnutí odůvodnit. Je to řešení a) nebo b)? Nebo jsou správně obě řešení?* Děti měly k dispozici následující pracovní list.

Pracovní list

			1/4
--	--	--	-----

(a) Každou pizzu rozdělíš na 4 stejné části. Každé dítě dostane jednu čtvrtinu z každé pizzy. Dostane tři čtvrtky, to jsou tři čtvrtiny.

			1/4
--	--	--	-----

(b) Každou pizzu rozdělíš na 4 stejné části. Dohromady je to 12 kousků. Každé dítě dostane tři kousky. To je tři z dvanácti. Odpověď je tři dvanáctiny.

			1/4
--	--	--	-----

Dětem jsem zadání úlohy přečetla a vybídla je k tomu, aby si úlohu ještě jednou přečetly samy a všimly si pozorně obou řešení uvedených v pracovním listě. Potom jsem dětem položila následující otázky:

- *Je možné, aby se ty tři čtvrtiny rovnaly těm třem dvanáctinám?*
- *Zkuste mi říct, co si myslíte, že je správně, co není správně a proč.*
- *Je správně řešení A?*
- *Nebo je správně řešení B?*
- *Mohou být obě řešení správná?*
- *Nebo není správně ani jedno z nich?*
- *Zkuste mi to vysvětlit.*

Myslela jsem si, že úloha v první části hodiny dětem pomůže najít cestu k řešení úlohy v druhé části. Většina dětí si však souvislost obou úloh neuvědomila. Než začaly úlohu řešit, musela jsem dost času věnovat ujasnění úlohy. Dětem nebyl jasný počet kusů pizzy a počet dětí, které si pizzu mají rozdělit. Několikrát jsem je upozornila: *Je to stejná úloha, jako jste dělali.* Až později jsem si uvědomila, že jsem se s dětmi měla vrátit vhodnými otázkami k první části hodiny. Po vyjasnění kolik pizz a kolika dětem se má rozdělit, jsem nechala žákům chvíli na přemýšlení a potom jsem se snažila vést diskusi, která by je dovedla k řešení úlohy. Uvádím zde přepis videonahrávky té části hodiny, která se stala prostředkem experimentů s učiteli a studenty učitelství.

1. Pavel *No, ale něco nám zbyde...*
2. Učitelka *Nezbude, to jsme vyřešili. Teď přemýšlejte nad těmi dvěma řešeními, jestli mají něco společného nebo jestli nemají něco společného.*
3. Učitelka *Tady to vypadá, že tři čtvrtiny jsou stejné jako tři dvanáctiny. Je to tak?*
4. Hlasy *Je.*
5. Učitelka *Čím to můžeme vysvětlit nebo vyvrátit? Jakube.*

6. Jakub *Tady ty kousky, ty dvanáctiny, co jsme měli, dávají jako velkej celek.*
7. Učitelka *Jak to myslíš, jak velkej celek? Zkus to vysvětlit trošku líp, moc ti nerozumím.*
8. Učitelka *Jedno dítě řeklo, že každé dítě dostane tři čtvrtiny pizzy. Ale druhé dítě řeklo, že každé dítě dostane tři dvanáctiny.*
9. Honzík *To je trošku nesmysl.*
10. Učitelka *Proč je to nesmysl?*
11. Honzík *Protože ty dvanáctiny, to by...*
12. Učitelka *Tady je dokonce napsáno, že je to 12 kousků. Je to 12 kousků? 1, 2,... 11, 12. Takže tady to dítě řeklo, že dostalo tři dvanáctiny pizzy a to druhé, že dostalo tři čtvrtiny.*
13. Hlas *Skočí učitelce do řeči. To druhé mělo pravdu.*
14. Učitelka *Kdo měl vlastně pravdu? Měl vůbec někdo pravdu?*
15. Pavel *Oba dva měli pravdu. Když dostalo každé dítě 3 kousky, tak máme 4 děti, jako nám to vyjde. A když dostali jednu třičtvrtinu, tak nám to taky vyjde, protože dostanou tyhle 3 kousky a tyhle 3 zůstanou na konci volný pro to čtvrté dítě. Ukazuje na svém obrázku.*
16. Učitelka *Jakub se opět hlásí. Jakub se rozmyslel.*
17. Jakub *Pravdu má podle mě to béčko. Protože to je 12 kousků, ze všech třech pizz. Takže to má pravdu.*
18. Učitelka *Takže myslíš, že má pravdu. Co myslíš ty, Martine?*
19. Martin *Já myslím, že má pravdu jenom to áčko...*
20. Učitelka *A proč.*

21. Martin *Protože to béčko nejsou tři dvanáctiny, ale tři kousky z dvanácti.*
22. Učitelka *Aha. Dobře, Martine, takhle přemýšlíš. Slovem „dobře“ tu nevyjadřuje správnost odpovědi, je to konstatování, „přítakání“.*
Kdo by k tomu ještě něco měl. To jsou pořád stejný ručičky. Ostatní taky přemýšlejí, Honzíku.
23. Honzík *Já bych taky souhlasil s Martinem. Protože vlastně tady je napsáno, že tři z dvanácti. Tam by nemohlo být tři dvanáctiny, pak by šla jen jedna čtvrtina. My musíme dostat víc než jednu čtvrtinu, my musíme dostat tři čtvrtiny.*
24. Učitelka *Oni dostanou tři čtvrtiny, ale on to pojal tak, že tady to jsou tři čtvrtiny, jedna čtvrtina, druhá čtvrtina, třetí čtvrtina. Ukazuje v pracovním listě.*
25. Honzík *Takže každéj musí dostat tři čtvrtiny, a tam je pouze jenom jedna čtvrtina.*
26. Učitelka *Když se na to podíváme, tak je to jedna čtvrtina, druhá čtvrtina, třetí čtvrtina. A potom zase jedna, dva, tři, ... jedna, dva, tři, ... jedna, dva, tři. Tak, proč by to nemohly být najednou jedna, dva, tři ... jedenáct, dvanáct, tři dvanáctiny? Pavle.*
27. Pavel *Já si myslím, že má pravdu áčko i béčko.*
28. Učitelka *Ale proč?*
29. Pavel *Když si to spočítám, tak jsou 4 děti a každý dostane z téj jedný pizzy jednu čtvrtinu. Takže, když jsou 4 děti a ta pizza je rozdělená na 4 čtvrtiny, tak to vyjde a nezbyde nic. Stejně tak u těch dvanáctin, když každý dostane tři dvanáctiny, tak to taky vyjde a taky nezbyde nic.*
30. Učitelka *Třeba. Dobře. Lucko.*
31. Lucka *Paní učitelko, já si myslím, že ne. To béčko to myslelo, jako že je to celý jedna pizza. Tak by nám to nevyšlo,*

protože by sice každý dostal taky stejně, ale menší kousky, než u toho áčka.

32. Děti *Ne, to ne.*
33. Učitelka *Já myslím, že by nedostal. Já myslím, že by asi nedostal menší kousky, protože my rozdělíme každou pizzu na čtyři kousky a dohromady 4 krát 3 je 12. Ale tobě to tak připadá.*
- Myšlenky se opakují, je patrná snaha po srozumitelnosti a precizaci formulací, pak najednou nastane obrat.*
34. Jakub *Já si myslím, že to mají obě dvě blbě.*
35. Učitelka *Proč?*
36. Jakub *Já nevím... Prostě – každá pizza je rozdělená na čtyři stejné části. Takže těch je dvanáct... děti jsou čtyři... každý dostane 3 kousky... takže je to 12 celkem... každé dostal $3/12$. To béčko je dobře. Špatně jsem to přečetl (nespecifikuje, co špatně přečetl, ale v předchozí části mluvil o tom, co zbude).*
37. Lucka *Oba mají pravdu, protože u toho béčka... je to 4 stejný části ... to vyjde úplně*
38. Honzík *Já si teďka myslím, že béčko má pravdu. Protože béčko sice má tři dvanáctiny. Ale kdybychom vzali, že jedna čtvrtina je tam jeden kousek. Jsou tam tři dvanáctiny. Jedna čtvrtka, druhá čtvrtka a třetí čtvrtka a to nám vyjde jedna třičtvrtina ... Já si myslím, že mají obě dvě pravdu. Že to áčko, že to bere z jedné pizzy a béčko ze všech tří pizz.*
39. Učitelka *Ze všech tří pizz. Co jakoby se ze všech tří pizz vyrobilo?*
40. Pavel *Jako kdyby to byl celek.*
41. Honzík *Jenom u toho áčka jsou 3 celky a u toho béčka je právě jeden celek jakoby se všechny tři pizzy spojily v jednu obrovitánskou. Naznačuje rukama kruh.*

Zajímavý je vývoj Honzíkových úvah. Ke konci hodiny působí dojmem, že si nevšímá dění ve třídě, ale přitom se plně koncentruje na své úvahy.

4.2.3 Zjištění – reflexe

Přes počáteční nejasnosti, kolik pizz se dělí a kolika dětem, žáci úlohu vyřešili v poměrně krátkém čase. Z přepisu videozáznamu je zřejmé, že už na počátku společné diskuse Pavel přišel na to, že správně v úloze jsou obě řešení, že záleží na tom, co беру jako celek. Záměrně jsem nechala jeho odpověď otevřenou. Nechtěla jsem hodinu tak rychle ukončit. Chtěla jsem, aby k vlastnímu řešení došlo co nejvíce žáků. Proto jsem na odpovědi dětí odpovídala často slovem *dobře*, kterým jsem nevyjadřovala správnost odpovědi, ale přitakání. Snažila jsem se otázkou *proč* přimět děti k vysvětlení jejich vlastního řešení a k precizaci jejich argumentace. Domnívala jsem se, že taková společná diskuse může pomoci ostatním dětem při pochopení úlohy a hledání správného řešení. Myslím si, že přepis rozhovorů to i ukazuje. Byla jsem příjemně překvapena tím, že přestože se zdálo, že některé děti příliš diskusi nevnímají a ne vždy se do ní zapojují, ukázalo se, že diskusi vnímají a nad úlohou přemýšlejí (Honzík).

4.2.4 Otázky

Po zhlédnutí videozáznamu se ukázal můj původní předpoklad při přípravě experimentu, že to je bohatý materiál pro experimenty zaměřené na sledování reflexí. Bezprostředně po realizaci vyučovacího experimentu *Dělení pizzy* jsme se rozhodli porovnat, zda a jak se liší pohledy různě zaměřených osob na jednu vyučovací hodinu.

5 Experimenty zaměřené na sledování reflexí

5.1 Dělení pizzy (rozdíly v reflexích)

Videozáznam z hodiny jsme reflektovaly tři:

- já jako učitelka, která navrhla a vyučovala hodinu,
- badatelka, která hodinu natáčela a podílela se na jejím přepisu,
- badatelka, která se hodiny nezúčastnila, ale z části videozáznamu pořídila přepis.

5.1.1 Cíl experimentu

Cílem experimentu bylo porovnat rozdíly reflexí různých osob na jednu vyučovací hodinu.

5.1.2 Průběh experimentu

Pro sledování reflexí jsem vybrala tu část videonahrávky z výše uvedené hodiny, ve které se děti měly rozhodnout, které ze dvou řešení předložené úlohy je správně³⁸. Videonahrávku jsme zhlédly každá z nás nejdříve individuálně a teprve potom jsme se všechny tři sešly ke společné reflexi, abychom prodiskutovaly, co nás v hodině zaujalo, co se nám zdálo zajímavé nebo důležité. Svoje poznatky ze sledování videozáznamu jsme každá písemně zaznamenala.

5.1.3 Zjištění

Ukázalo se, že každá z nás se při sledování videozáznamu věnovala jiným aspektům. Projevily se rozdíly, které byly dány nejen různorodostí našich rolí, ale rovněž různými zkušenostmi, rozdílnými znalostmi a zájmy. Já jako učitelka jsem se zaměřila především na děti a na to, kde jsou možné příčiny nepochopení. Zaměřila jsem se i na důležitost společné reflexe pro učitele jako aktivity, umožňující všimnout si věcí,

³⁸ Přepis části hodiny je uveden ve třetí kapitole Experimenty se žáky – Dělení pizzy.

které by jinak zůstaly nepovšimnuty a na hlubší porozumění toho, jak děti přemýšlejí a argumentují svá řešení. Zamýšlela jsem se i nad tím, jak by se kolektivní reflexe dala přenést do školy, jak přesvědčit učitele o užitečnosti společných diskusí, jak vytvořit takovou atmosféru, aby si učitelé potřebu kolektivních reflexí uvědomili. Uvádím přepis části výpovědi, kterou jsem po skončení experimentu zapsala:

Při sledování videa není jednoduché oddělit vnější a vnitřní pohled na moje působení v hodině. Myslím si, že není možné sama sebe sledovat jako jinou osobu. Při sledování videozáznamu jsem prožívala hodinu znovu krok za krokem. Viděla jsem spoustu věcí, kterých jsem si v hodině nevšimla. Zjistila jsem, proč mi v některých případech děti nerozuměly, ale na druhou stranu, v některých případech jsem, i přes snahu porozumět, nepochopila, proč se některé věci staly tak, jak se staly, a nedokázala jsem vyřešit, proč k některým nedorozuměním, ať už z mé strany nebo ze strany dětí, došlo. Proto se mi zdá užitečné, když hodinu sleduje ještě někdo jiný, protože diskuse může vést k rozluštění některých nejasností. Při analýze hodiny lze objevit hodně věcí, které v průběhu hodiny uniknou, ale pak dojdou k momentu, kdy se mi zdá, že už nic nového nelze objevit, ale pohled jiných lidí a společná diskuse ukáže ještě další věci, kterých jsem si nevšimla. Každý člověk má svůj vlastní pohled. A proto je kolektivní reflexe prospěšná, protože umožňuje pohled na vlastní činnost jinýma očima.

Reflexe mi pomáhá nejenom odhalit to, jak děti přemýšlejí, ale také má vliv na kultivaci mého projevu. Díky možnosti vidět svoje na točené hodiny a díky následujícím reflexím jsem se naučila lépe předvídat pravděpodobné problémy a pohotověji reaguji na neočekávané problémy, které se během vyučování objeví, nechávám dětem dostatek času na to, aby mohly přemýšlet a aby si svoje myšlenky mohly uspořádat.

Badatelka, která hodinu natáčela, uvedla, že se zaměřila na hledání toho, kdy a kde se u žáků objevují problémy, jak by se daly eliminovat a jak zredukovat možné nedostatky v porozumění. Dále se zaměřila na

působení učitelky v hodině, a to na úroveň porozumění matematickému obsahu, na rozvoj pre-konceptů, na povahu zdůvodňování a na průběh komunikace. Všimla si obtíží dětí, zejména inhibujícího vlivu předchozích znalostí a formálních znalostí bez porozumění.

Badatelka, která se podílela na prepisu, uvedla, že její pozornost byla zaměřena zejména na celkový dojem z hodiny: na to, jak jsou děti pokročilé, jak má učitelka podle jejího názoru dobře strukturovanou hodinu. Dále se zaměřila na to, co se zrovna děje ve třídě. Uvedla: *Pokusila jsem se přijít na to: jaké myšlenky předcházely jednotlivým žákovským výpovědím, jak se žáci navzájem ovlivňují, jak se stalo, že učitelka přinutila tolik žáků aktivně se zúčastnit vyučování*³⁹.

5.1.4 Otázky

Zjištění z tohoto experimentu vyvolalo následující otázky: *Jak by tento videozáznam refletovali jiní učitelé? Čeho si učitelé při sledování hodiny všimají? Sledují to samé, co jsme sledovaly my nebo se jejich pohledy budou lišit?*

5.2 Jak reflektují učitelé ze základní školy

Oslovili jsme učitele z prvního i druhého stupně základní školy, kteří neměli zkušenost s reflektováním vyučování videonahrávky z hodiny. Experimentu jsem realizovala se třemi učiteli základní školy (jednalo se o případové studie). Videonahrávka a prepis vyučovací hodiny byly využity také v seminářích pro učitele i studenty učitelství. Získali jsme tak reakce dalších respondentů (jsou zohledněny v Tabulce 4).

5.2.1 Cíl experimentu

Cílem experimentu bylo zjistit:

- čeho si učitelé při sledování vyučovací hodiny všimají,

³⁹ Podrobně v Hošpesová, Macháčková, Tichá, (2006) a v Macháčková, Tichá, (2006).

- jakým způsobem svoje výpovědi zaznamenávají,
- co považují za podstatné z hlediska vyučujícího a žáka,
- jak hodnotí práci učitele a činnosti a výpovědi žáků

5.2.2 Průběh experimentu

Učitelům jsme poskytli videonahrávku vyučovací hodiny a přepis rozhovorů. Požádali jsme je, aby zhlédli videonahrávku a napsali, co je zaujalo. Potom jsme se s nimi setkali ke společné diskusi. Ještě před setkáním jsme učitelům dali k dispozici překlad části publikace *Praxisleitfaden zur kooperativen Reflexion des eigenen Mathematikunterrichts* (Scherer, Söbeke, Steinbring, 2004), jakýsi stručný „návod“ na to, jak sledovat hodinu videozáznam hodiny, čeho je důležité si všimnout z hlediska učitele a žáka⁴⁰.

Předpokládali jsme, že si učitelé příručku přečtou a porovnají svůj postup pozorování videozáznamu s „návodem“, který obdrželi. Při společném setkání se ukázalo, že učitelé si zřejmě neuvědomili význam textu, který obdrželi. Než došlo ke společnému setkání, učitelé nám předem poslali svoje výpovědi, ve kterých zaznamenali, co je na videozáznamu z hodiny zaujalo.

Na základě analýzy těchto písemných záznamů jsme si předem pro učitele připravili otázky, které se měly stát podkladem pro společnou diskusi. Učitelů jsme se na začátku našeho setkání zeptali:

- Jak jste záznam sledovali?
- Kolikrát jste se potřebovali na videozáznam podívat?
- Zaujaly vás některé části víc než ostatní?
- Jaký byl podle vás záměr učitelky?
- Zaujalo vás některé dítě?
- Proč se podle vás učitelka zaměřuje na toto téma hodiny?

⁴⁰ Uvedeno v Příloze 1.

Otázky jsme při setkání s učiteli podle potřeby doplňovali dalšími otázkami jako: *Proč vás některé části zaujaly více než ostatní? Co bylo cílem učitelky? Kam se chtěla s dětmi dostat? Pokud vás některé z dětí zaujalo, proč tomu tak bylo? Na co jste kladli důraz a co bylo v popředí vašeho zájmu při sledování videozáznamu? Využili jste nějak „průvodce“ sledování videozáznamu z hodiny, který jste obdrželi?*

V průběhu setkání jsme jednotlivé výpovědi učitelů písemně zaznamenávali do předem připravených rámcových otázek.

5.2.3 Zjištění

Zjistili jsme, že zaznamenané výpovědi učitelů neobsahují poznámky o zajímavých momentech (které se zdály zajímavé nám) z vyučování. Písemné výpovědi učitelů byly z velké části „převyprávěním“ toho, co se v hodině stalo a hodnocením práce učitelky.

Očekávala jsem, že se v průběhu našeho společného setkání s učiteli se rozpoutá diskuse o tom, co učitelé na videozáznamu sledovali. Spíše než o společnou diskusi se jednalo o skupinový rozhovor, kdy učitelé individuálně odpovídali na námi položené otázky. Přestože jsme se pokoušeli o kolektivní diskusi videozáznamu, jak jsme ji znali z předchozích experimentů z projektu Socrates-Comenius, diskusi se nepodařilo rozpoutat.

Analýza písemných záznamů (zápisků z průběhu společného setkání a písemných výpovědí učitelů) ukázala, že společné setkání se stalo spíše kritikou práce učitelky v hodině, kterou na videozáznamu účastníci sledovali, než zamyšlením se nad cílem vyučování a důvody, proč učitelka prováděla některé kroky při výuce, co bylo smyslem jejích otázek apod.

Ukázalo se, co učitelé sledují a co podle mého názoru důležitého nepostřehnou (Tabulka 4).

Sledují	Zanedbávají, nepostřehnou
Dodržování tradičních zvyklostí „jak má být postavena“ vyučovací hodina po formální stránce.	Matematické jádro, záměr učitele a jeho realizaci. Možné alternativy vyučování.
Výrazné, ale z hlediska záměru učitelky často podružné, momenty, které zaujmou „na první pohled“.	Pohled do hloubky na méně zřetelné, ale pro vývoj hodiny podstatné, momenty.
Obecné didaktické (metodické) otázky.	Konkrétní příklady nepochopení a jeho příčiny.
Co lze považovat za „chyby učitele“.	Důvody, proč učitel učinil krok, který oni eventuálně považují za chybný (Tabulka 5).
Zda učitel udělal vše, co oni považují za potřebné.	Zda kroky, které oni považují za potřebné, jsou v souladu se záměrem učitele.
Jak probíhá komunikace ve vyučování.	Zda a jak žáci reagují na výpovědi spolužáků.

Tabulka 4

V následující tabulce uvádím reakci účastnice setkání na jednu epizodu z vyučování. K tomu přikládám komentář, který vysvětluje můj záměr, na který se ale v průběhu společného setkání nikdo nezeptal.

Přepis rozhovoru	Výpověď účastnice setkání	Můj komentář
<p>Jakub: <i>Pravdu má podle mě to béčko. Protože to je 12 kousků, ze všech třech pizz. Takže to má pravdu.</i></p> <p>Učitelka: <i>Takže myslíš, že má pravdu. Co myslíš ty, Martine?</i></p>	<p><i>Jakub řekl, že řešení B ukazuje, že všechny tři pizzy tvoří celek. Cítil to, ... ale nedokázal to vysvětlit. Já bych mu pomohla najít řešení. Učitelka jeho vysvětlení ignorovala a nepomohla mu. Řekla jenom: Takže myslíš, že má pravdu.</i></p>	<p>Jakubovu odpověď jsem zaznamenala, ale korekcí jeho tvrzení bych v podstatě diskusi ukončila. Využila jsem naopak Jakubovu poznámku k tomu, aby se stala podnětem pro další diskusi, protože jsem chtěla dát příležitost všem dětem, ale i Jakubovi, který neměl úplně jasno, aby pomocí diskuse samy přišly na správné řešení, aby si všechny uvědomily důležitost role celku.</p>

Tabulka 5

Protože jsme se při společném setkání snažili o to, aby učitelé přišli na to, jak užitečný může být i jiný úhel pohledu na vyučování, než je ten jejich, očekávala jsem, že učitelé budou porovnávat vlastní pojetí vyučování podobného tématu s pojetím sledovaným na videozáznamu. Očekávala jsem, že budou zvažovat i jiné alternativy vyučování. Učitelé ale stále zůstávali u svých původních tvrzení, která uvedli ve svých písemných výpovědích ještě před setkáním, a ke zvažování výhod jiných alternativ vyučování nedošlo. Analýza materiálů z experimentu učitelů *neukázala na jevy související s vědomou reflexí vlastní činnosti.*

5.2.4 Otázky

Experiment s učiteli vyvolal otázku: *Jak jsou na tom s reflektováním učitelé připravující budoucí učitele?*

5.3 Jak reflektují badatelé a vysokoškolští učitelé

Výše uvedené otázky se staly podnětem pro dílnu s názvem „Společná reflexe ve vzdělávání učitelů“ na konferenci CIEAEM 58 (International commission for the study and improvement of mathematics education) v roce 2006 v Srní. Dílny se zúčastnilo 26 badatelů z různých zemí Evropy, Ameriky a Nového Zélandu. Pracovali ve 3-4 členných skupinách.

5.3.1 Cíl experimentu

Cílem bylo sledovat, jak a zda se liší reflexe učitelů ze základních škol a reflexe badatelů a vysokoškolských učitelů připravujících budoucí učitele, kteří by se ve vzdělávání budoucích učitelů měli zabývat otázkami reflexí. Zda se díky tomu u nich, na rozdíl od učitelů základních škol, objeví jevy, ukazující na vědomou seberefexi vlastní činnosti.

5.3.2 Průběh dílny

Dílna byla rozdělena na dvě části, *teoretickou a praktickou*.

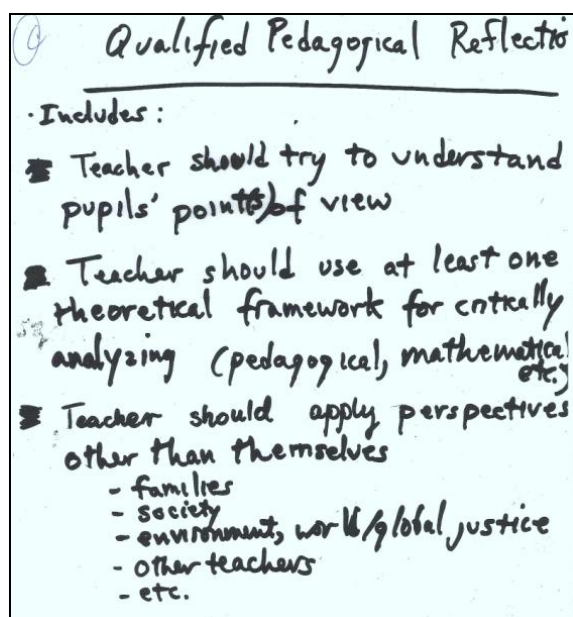
V první, teoretické části, účastníci ve skupinách diskutovali, jak oni sami chápou pojem reflexe. Jednotlivé skupiny si připravily pro ostatní skupiny prezentace, ve kterých odpovídaly na otázku: *Co je kvalifikovaná pedagogická reflexe a co by měla obsahovat?* Touto formou otázky jsme účastníkům experimentu dali možnost (na rozdíl od předchozího experimentu) vymezit reflexi pomocí charakteristických znaků.

V druhé, praktické části dílny, zhlédli účastníci stejný videozáznam z hodiny, který sledovali i učitelé ze základních škol v předchozím experimentu. Domnívali jsme se, že sledování videozáznamu rozpoutá u badatelů a vysokoškolských učitelů diskusi, která povede ke sledování důležitých (které se zdály důležité nám) momentů ve vyučování.

K dispozici měli účastníci dílny (stejně jako učitelé v prvním experimentu) přepis části videozáznamu.

5.3.3 Zjištění

Na otázku „*Co je kvalifikovaná pedagogická reflexe a co by měla obsahovat*“ účastníci dílny uvedli charakteristické znaky reflexe. Odpovídali, že kvalifikovaná pedagogická reflexe zahrnuje: *pochopení žákova úhlu pohledu, používání teoretického rámce pro kritickou analýzu (matematického, pedagogického atd.), zohledňování různých perspektiv, např.: rodinu,*



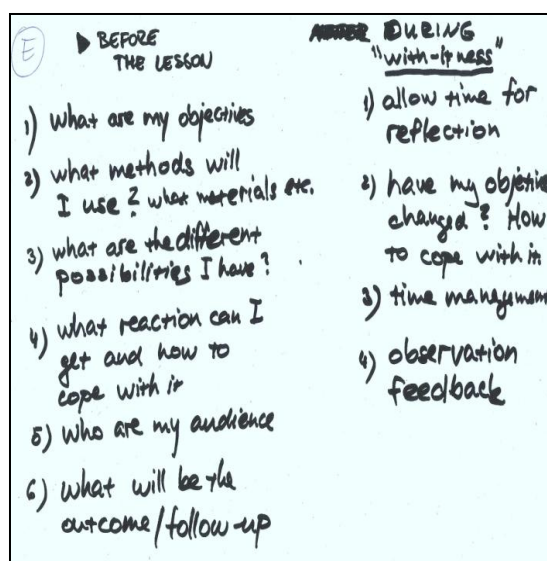
společnost, životní prostředí, globální spravedlnost, ostatní učitele.

Rovněž uvedli, že reflexe obsahuje úvahy o: kurikulu, didaktických strategiích, myšlení studentů, interakci mezi studenty, navrhování vhodných matematických aktivit, hodnocení, afektivní složky matematické činnosti (postoje, názory atd.).

Účastníci dílny uvedli, že reflexe by měla zahrnovat úvahy:

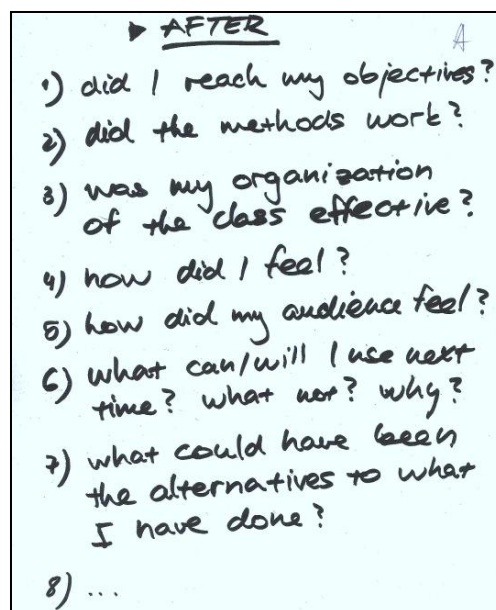
- před vyučováním,
- v průběhu vyučování,
- po vyučování.

Dále uvedli, že **úvahy před vyučováním** by měly obsahovat následující otázky: *Jaké jsou moje cíle? Jak dosáhnout daných cílů? Jaké metody použiju? Jaké různé alternativy mohu použít? Jaké reakce mám od žáků očekávat a jak na ně mám reagovat? Kdo jsou moji žáci? Jaký můžu očekávat výsledek?*



V průběhu vyučování by podle respondentů měl učitel sledovat zpětnou vazbu, měl by být schopen se vyrovnat se změnou cílů, sledovat časový plán v hodině.

Úvahy po vyučování by podle nich měly obsahovat následující otázky: *Dosáhl jsem vlastních cílů? Byly moje metody práce úspěšné? Byla moje organizace ve třídě účinná? Jaké jiné alternativy jsem mohl použít místo těch, co jsem použil? Jak mám jistotu, že jsem naučil to, co jsem chtěl? Jak probíhala spolupráce ve třídě? Kteří studenti měli problémy a jaké? Jaké jsou moje pocity?*



Přestože z písemných výpovědí, které účastníci dílny zaznamenali v první části dílny, je zřejmé, že účastníci dílny zformulovali, co by měla reflexe obsahovat a jaký je její cíl, poznámky z druhé části dílny o jejím průběhu a zaznamenané reakce účastníků z druhé části dílny spolu nekorespondují. Analýza materiálů ukázala na určitou disproporci mezi první, teoretickou částí dílny a druhou, praktickou částí.

Ve společné reflexi účastníci dílny nediskutovali ani použité metody, ani nezvažovali různé alternativy, ani důvody učitele k určitému jednání nebo reakci na žákovské výpovědi a ani důvody žákovských nepochopení, jak uvedli při formulaci cílů reflexe. Místo diskuse hodnotili cíl učitele, použití vhodnosti či nevhodnosti modelů, reakce učitele a žáků, interakce žáků se spolužáky a učitelem, kladli otázky, které jim měly usnadnit porozumění toho, co se v průběhu vyučování stalo. Otázky a poznámky však probíhaly v obecné rovině, ne vždycky se vztahovaly na dění v hodině.

Ukázalo se, že podobně jako v experimentu s učitelem, se *jevy ukazující na vědomou reflexi vlastní činnosti neobjevily*, přestože v úvodní části experimentu respondenti uvedli její charakteristické znaky.

5.3.4 Otázky

Výsledky experimentů vyvolaly následující otázky:

Jak zorganizovat kolektivní reflexi videozáznamu, aby její účastníci skutečně společně diskutovali o tom, co se na videozáznamu odehrává, aby si všímali podstatných momentů (výpovědi žáka, učitele) ve vyučování a dokázali určit cíl a záměr učitele? Jak by taková kolektivní reflexe měla vypadat, aby dovedla její účastníky k úvahám o jiných alternativách vyučování, než jsou ty jejich, a dovedla je tak k sebereflexi vlastní činnosti?

Závěry předchozích experimentů jsem prezentovala na třetí mezinárodní letní doktorandské škole YERME Summer School (Young European

Researchers in Mathematics Education – YESS) ve Finsku v roce 2006. Diskuse s účastníky YESS⁴¹ mě přivedly ke změně organizace kolektivní reflexe videozáznamu. Výrazně mě ovlivnily následující komentáře, které vzešly z diskuse nad mým příspěvkem. Protože jednacím jazykem byla angličtina, uvádím je přesně tak, jak byly formulovány: *Reflection and self-reflection are related to self-experience, that is why your expectation not meet it, good idea, not to be involved. Why do you think something happens when you give someone the tape without instructions? Give some question before teachers watch video. Familiar teachers with the problem before it*⁴².

Uvědomila jsem si, že pokud má dojít ke společné diskusi o tom, jak uvažují žáci a jak uvažuje učitel, a k diskusi nad obsahem vyučovaného tématu (jako tomu bylo v průběhu společných reflexí programu Socrates-Comenius a v experimentu Dělení pizzy (rozdíly v reflexích)), účastníci reflexe by měli být nějakým způsobem seznámeni s úlohou, kterou žáci na videozáznamu řeší.

- Při organizování kolektivních reflexí v rámci projektu Socrates-Comenius učitelky, které hodinu nevyučovaly, se společně buď podílely na přípravě, nebo společně diskutovaly téma, které se bude vyučovat a natáčet.
- V experimentu Dělení pizzy (rozdíly v reflexích) na kterém se podílely společně s učitelkou dvě badatelky, jedna z nich byla přítomna vyučování a pořizovala z vyučování videozáznam a druhá se podílela na zhotovení přepisu části videozáznamu.

Začala jsem uvažovat o tom, že učitel, pokud není osobně účastníkem vyučování, to znamená jejím realizátorem, který hodinu připravuje nebo spoluautorem (podílí se na přípravě hodiny, přepisu videozáznamu,

⁴¹ Účastnila jsem se pracovní skupiny *Teacher education, teachers' conceptions* vedenou Dinou Tirosh.

⁴² Reflexe a sebereflexe souvisí s vlastní zkušeností, to je důvod, proč tvoje očekávání nebylo splněno. Dobrý nápad by byl, aby se nějak zapojili. Proč si myslíš, že se něco stane, když dáš někomu nahrávku bez návodu? Dej učitelům před sledováním videa nějaké otázky. Seznam je před sledováním nějak s problémem (překlad autorka).

atd.), stává se pouhým pozorovatelem nebo divákem, pokud není poučen o tom, co by měl v dané vyučovací jednotce sledovat.

To mě vedlo k dalším otázkám: *Jak provádět kolektivní reflexi videozáznamu z hodiny, kterou učitelé nebo studenti sami nevyučovali ani neměli možnost podílet se na její přípravě, aby vedla k reflexi jejich vlastního vyučování? Jak účastníkům kolektivní reflexe zprostředkovat osobní zkušenost s hodinou reflektovanou na videozáznam? Které kroky by kolektivní reflexe videozáznamu měla obsahovat, aby to mělo nějaký smysl?*

Všechny tyto otázky mě vedly ke změně provádění kolektivní reflexe v dalším experimentu. Protože se ukázalo organizačně náročné najít skupinu učitelů ochotných podílet se na mých experimentech, obrátila jsem se na studenty učitelství.

5.4 Experiment se studenty učitelství – Pizza

Prostředkem experimentu se stal videozáznam z hodiny, kde děti dělily pizzu. Použila jsem záměrně stejný videozáznam jako v předchozích experimentech, abych měla možnost porovnávat reakce účastníků předchozích experimentů, učitelů ze základní školy a učitelů z univerzit, kteří reflektovali videozáznam bez předchozí přípravy a reakce studentů, u kterých jsem sledovala reflexe za jiných podmínek. Experiment byl realizován se dvěma skupinami studentů učitelství prvního stupně základní školy v zimním semestru 2009. Účastnilo se 24 studentů 4. a 5. ročníku.

5.4.1 Cíl experimentu

Cílem bylo zjistit, jak budou studenti za jiných podmínek, než učitelé v předchozích experimentech, reflektovat videozáznam z hodiny, čeho si budou všimnout a zda sledování videozáznamu z hodiny a společná diskuse ukáží (na rozdíl od předchozích experimentů) nějaké jevy, související s reflexemi.

5.4.2 Průběh experimentu

Pro experiment jsem si předem připravila „scénář“, jak bude kolektivní reflexe probíhat. Scénář obsahoval následující kroky:

- Seznámení studentů s úlohou, kterou řeší žáci na videozáznamu.
- Předložení krátké osnovy, která by jim měla pomoci při vypracovávání vlastní přípravy.
- Vypracování přípravy.
- Sledování videozáznamu, při kterém by studenti porovnali svoji přípravu na hodinu s tím, co vidí na videozáznamu.
- Společná diskuse o videozáznamu z hodiny

V úvodu semináře jsme požádali studenty, aby se zamysleli nad tím, jak by danou úlohu (str. 57) předložili svým žákům. Každý ze studentů dostal stejný pracovní list s úlohou, který měli i žáci, a písemnou osnovu, která měla studentům pomoci při vypracování jejich přípravy na hodinu:

- Zkuste si promyslet, jak byste daný problém předložil/a svým žákům.
- Pokuste se promyslet přípravu, podle které byste postupoval/a.
- Jakého (vzdělávacího) cíle lze řešením tohoto problému dosáhnout?
- Jaké postupy, metody a formy práce by podle Vás byly úspěšné?
- Jaké obtíže byste mohli očekávat?

Všimla jsem si, že někteří studenti, než začali psát přípravu na hodinu, strávili nějaký čas řešením dané úlohy. Potom, co studenti přípravu vypracovali, přehrála jsme jim videozáznam z hodiny. Předem jsme je upozornila, aby se pokusili *všimnout si něčeho zajímavého, nějaké*

zajímavé epizody či výroky dítěte nebo učitelky, a požádala jsem je, aby si svoje poznatky poznamenali.

Po zhlédnutí ukázky jsem je požádala, aby se pokusili porovnat svoje pojetí výuky s pojetím, které viděli na videozáznamu a svoje postřehy opět zaznamenali. Potom jsem jim postupně pokládala otázky, které vedly k diskusi nad obsahem videozáznamu:

- *Jaká byla struktura hodiny?*
- *Zaujaly vás některé děti?*
- *Zaujaly vás některé jejich myšlenky? Čím?*
- *Všimli jste si různých přístupů některých dětí?*
- *Na co byste upozornili svoje kolegy? Jaké problémy měla učitelka a proč? Jak probíhala komunikace v hodině?*
- *Na co byste chtěli upozornit kolegy? Myslíte si, že jste stačili postřehnout všechno? Atd.*

V závěru semináře jsem studenty opět požádala, aby svoje postřehy z diskuse písemně zaznamenali a aby se pokusili odpovědět na následující otázky:

- *Ovlivnilo sledování videozáznamu nějak vaše původní pojetí (původní přípravu na hodinu)?*
- *Ovlivnila vás nějakým způsobem následující diskuse?*
- *Jak byste navrhovali pracovat s videozáznamem z hodiny?*

5.4.3 Zjištění

Výpovědi studentů⁴³ jsem porovnávala s jejich přípravami na hodinu. Zaměřila jsem se na jevy, charakteristické pro vědomou reflexi vlastní činnosti. Nejčastější jevy, které se ve výpovědích ukázaly, byly výpovědi týkající se:

- *znalostí matematického obsahu (studentů),*
- *přínosu diskuse,*

⁴³ Uvedené výpovědi studentů jsou přepsány doslova, nejsou upraveny ani po stylistické ani po gramatické stránce.

- pojetí výuky a jeho změn.

Matematický obsah

Ukázalo se, že přestože v předchozích seminářích studenti diskutovali o tématu zlomek, otázky vztahu část-celek, někteří z nich měli sami problém vyřešit úlohu, kterou řešili žáci čtvrtého ročníku.

- Diskuse se spolužačkami ovlivnila moje přesvědčení o tom, že obě řešení jsou chybně, až když jsem se k tomu vrátila potřetí, uvěřila jsem spolužačkám, že obě řešení jsou dobře, uvědomila jsem si omyl.


Pracovní list

			$\frac{1}{4}$
			$\frac{1}{4}$
			$\frac{1}{4}$

(a) Každou pizzu rozdělíš na 4 stejné části. Každé dítě dostane jednu čtvrtinu z každé pizzy. Dostane tři čtvrtky, to jsou tři čtvrtiny. **CHYBA**
Z ČEHO?

(b) Každou pizzu rozdělíš na 4 stejné části. Dohromady je to 12 kousků. Každé dítě dostane tři kousky. To je tři z dvanácti. Odpověď je tři dvanáctiny. **CHYBA**
Z ČEHO?

Ⓐ 3 pizzy → 4 děti



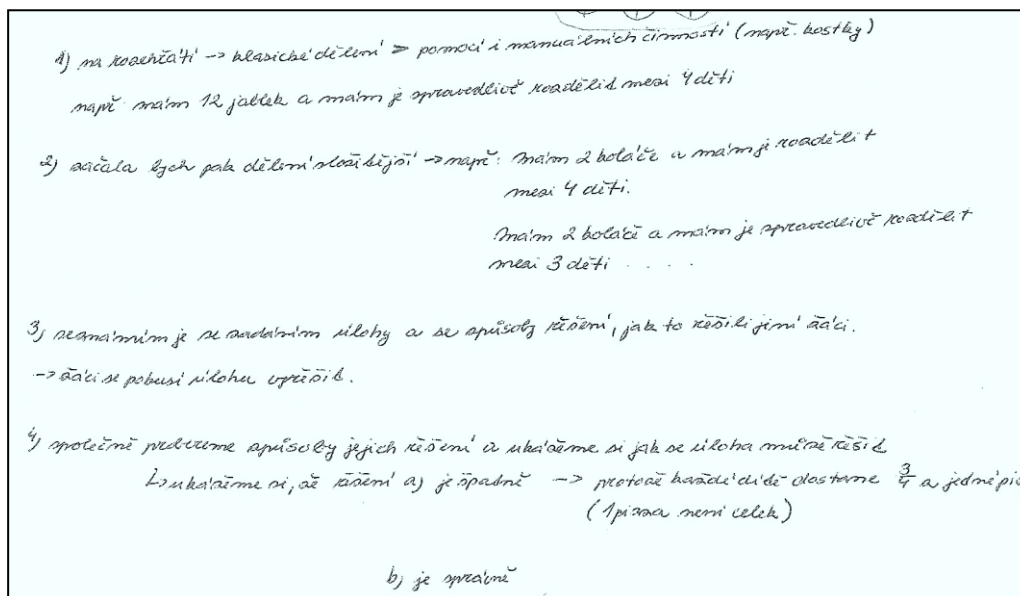
4 každé dostane $\frac{3}{4}$ z 1 pizzy
což je $\frac{3}{4}$ z $\frac{12}{12} \Rightarrow \frac{1}{4}$ ze všech pizz

⇒ Každé dítě dostane k každé pizzy $\frac{1}{4}$
a celkové množství nedostane $\frac{3}{4} \Rightarrow$

2 tohoto
hlediska
(hlediska
sadahu)
CHYBNĚ
OBE

- Uvědomila jsem si, že při tvorbě hodiny a zapsání cíle jsem se soustředila na komunikační složku a zanedbala složku „matematickou“ – proč je toto dělat, kam tím směřuji.
- Teď bych asi přípravu dělala mnohem snadněji, neboť jsem věděla, že obě řešení jsou správná, ale spolužačka říkala, že nejsou, tak jsem si věřila tak na 93%. Pořád ve mně hlodal červík, jestli dělám dobře. Spíše mě ovlivnila naše diskuse, je lepší, když to je možné s někým rozebrat a popovídat si, co vidí druzí.

- Při přípravě jsem si myslela, že správně je řešení b. Videozáznam a diskuse mi ukázaly, že správně jsou obě řešení.



Přínos diskuse

Výpovědi studentů ukazují na to, že si uvědomili, že diskuse nad videozáznamem může být zdrojem inspirace pro jejich další vyučování, pro zvažování alternativ, a že přináší prospěch nejenom učitelům, ale zprostředkovaně i dětem. Ze společné diskuse vyplynulo, že studenti si také uvědomili, že je užitečné sledovat videozáznam s kolegy, kteří jim umožní jiný pohled na působení učitele v hodině. Objevily se i výpovědi že je užitečné, když se diskuse účastní i „odborník na matematiku“, protože někteří z nich si (jak je uvedeno výše) až po diskusi uvědomili, že měli problém i s obsahem.

- Myslím, že je dobré, když se učitelé sejdou a řeknou si navzájem, co by kdo dělal jinak a proč, a naopak, co se mu líbilo, je to přínosné jak pro učitele, který učil, např. na videu a i pro jeho kolegy, kteří se na to dívali – mohou si navzájem radit, ale i inspirovat.

- *Spíš mě ovlivnila diskuse, je lepší, když je to možné s někým rozebrat, popovídat si o tom, co vidí druzí. Video by bylo nutné vidět vícekrát*
- *Myslím, že tato diskuse nad videem je určitě užitečná a přínosná, protože si můžeme lépe všimnout reakcí dětí. Tím, že učitel píše přípravu a vede hodinu, se často dostává do situace, že je příliš svázaný vlastním očekáváním. Potom přijde-li nějaké dítě s něčím jiným, svým, učitelka jej často přehlíží.*

Pojetí výuky

Ve výše uvedených výpovědích se ukazuje, že u některých studentů došlo k porovnání jejich vlastního pojetí s pojetím sledovaným na videozáznamu. Ukázalo se, že zvažují i jiné alternativy vyučování. Někteří z nich uvedli, že by svoji přípravu na hodinu po sledování videozáznamu a společné diskusi změnili. Ukazují to i následující výpovědi.

- *V přípravě jsem plánovala skupinovou práci. Po zhlédnutí videa bych pro vlastní porovnání postupu dětí volila metodu frontální. Celkově mě překvapilo, jak žáci pružně a rychle uvažovali (ve srovnání se mnou).*
- *Určitě mě to ovlivnilo, protože já mám tu přípravu úplně jinou. Asi je dobře, že se dětem neřekla správná odpověď na začátku... Kdyby se jim řekla správná odpověď, tak by nad tím nepřemýšlely.*
- *Zhlédnutí videa mě ovlivnilo, uvědomila jsem si, že můj postup by nebyl zcela ideální, poučila bych se z přístupu ostatních, možná bych k tomu přidala něco svého.*
- *Diskuse mi přinesla nové pohledy na vedení hodiny, Každý přinesl nějaký názor, ze kterého jsem si po střípkách utvořila „hrubý podklad „pro svoji hodinu. Určitě bych se inspirovala tím, že bych nechala dětem příklad promyslet nejprve samostatně nebo ve dvojicích a až poté bych vedla diskusi.*

Někteří studenti, přestože ocenili **přínos diskuse** a zvažovali jiné alternativy vyučování jako přínosné, uvedli, že přesto by hodinu zkusili odučit podle své původní přípravy.

- *Přípravu na hodinu bych v podstatě zanechala, jen teď vidím, že je lepší, aby se děti zamyslely samy nad úlohou teprve poté jim dát řešení.*
- *Myslím, že na videu byla spousta zajímavých momentů, ale pokud jej člověk vidí jednou, tak jich postřehne pouze pár. Zajímavější pro mě byla proto diskuse. Svoji přípravu na hodinu bych nezměnila.*
- *Po diskusi jsem byla mnohem bohatší, ale myslím si, že bych zkusila odučit hodinu tak, jak jsem ji předtím napsala.*
- *Je dobré konzultovat různé přístupy, protože si tím rozšíříme obzory, otevře nám to oči směrem, kterým bych vůbec neuvažovala. Hodinu bych udělala tak, jak jsem ji připravila.*

Výsledky z experimentu ukázaly na některé jevy, související s vědomou reflexí vlastní činnosti, jako jsou: *úvahy nad vlastní neznalostí matematického obsahu, zvažování jiných alternativ výuky, porovnávání vlastního pojetí s pojetím sledovaným na videozáznam, úvahy o změně pojetí výuky, úvahy nad tím, jak je důležité, aby děti měly možnost přemýšlet a přijít na řešení samy, aby jim řešení nebylo předáno učitelem.* Uvedená zjištění mě vedla k předběžnému návrhu provádění kolektivních reflexí v následujících třech krocích⁴⁴. Návrh je uveden v následující tabulce (Tabulka 6).

⁴⁴ Průběžné výsledky experimentu jsem publikovala na konferenci Cerme 4 a v Lyonu a na konferenci ATEE 2010.

Fáze	Činnosti	Výzvy a otázky
1	Příprava na hodinu	Jak byste daný problém předložili svým žákům? Jakého cíle byste chtěli dosáhnout? Jaké formy a metody práce by mohly být úspěšné? Jaké překážky/obtíže můžete očekávat?
2	Sledování videozáznamu z hodiny – porovnání vlastního pojetí s videozáznamem	Najděte nějakou zajímavou epizodu, vyjádření dítěte, učitele...Jaká je stavba/struktura hodiny? Všimli jste si z nějakého důvodu některého z dětí? Atd.
3	Společná diskuse	Jaké problémy jste zaznamenali u učitele, proč? Zdály se vám nějaké nápady dětí zajímavé, zvláštní? Byli jste schopni zaznamenat vše? Proč ne? Kdo by měl podle vás videozáznam z hodiny sledovat?

Tabulka 6

5.4.4 Otázky

Svoje poznámky a výpovědi studentů z experimentu Pizza jsem po čase znovu procházela a znovu analyzovala. Znovu jsem sledovala videozáznam z hodiny, který jsem pro sledování reflexí používala⁴⁵. Přestože výsledky z experimentu Pizza ukazují na některé jevy, charakteristické pro sebereflexi vlastní činnosti, postrádala jsem další jevy, které by se podle mého názoru při sebereflexi měly objevit, a to úvahy o jednání žáků a učitele.

Uvědomila jsem si také, že studenti, přestože jsem je na to ještě před sledováním videozáznamu upozornila, nevšimli si některých důležitých

⁴⁵ Cenné pro mě byly i konzultace a rady Laurindy Brown a Barbary Jaworski na čtvrté doktorandské škole (YESS 4) v Turecku, které mě dovedly k úvaze, že by provádění kolektivní reflex mohlo přispět i ke vzdělávání budoucích učitelů.

momentů (např. *zajímavé výpovědi dítěte nebo učitele*) a vybavili si je až zpětně při společné diskusi.

- *Na videu jsem si napoprvé nepostřehla, kdo mluví, až mě po diskusi překvapilo, jak málo věcí jsem si všímala.*
- *Myslím, že na videu byla spousta zajímavých momentů, ale pokud jej člověk vidí jednou, tak jich postřehne pouze pár.*

To, že si některé události, které jsme po sledování videozáznamu diskutovali, studenti vybavovali jen zprostředkovaně, jsem vnímala jako nedostatek a možnou příčinu toho, že se v jejich výpovědích *neobjevily úvahy ani o žákovi ani o učiteli.*

Začala jsem hledat odpovědi na otázky: *Jak to udělat, aby některé zajímavé momenty na videozáznamu nezůstaly nepovšimnuty a byly využity k diskusi? Jakým způsobem lze studenty na vhodné momenty k diskusi upozornit? Pomůže změna průběhu diskuse k tomu, aby studenti při sledování videozáznamu věnovali více pozornosti žákům a také roli učitele ve výuce?*

Připomněla jsem si znovu také to, že ve výpovědích studentů se objevily poznámky o tom, že studenti sami vnímali jako nedostatek nepochopení obsahu vyučovaného tématu. V písemných výpovědích studentů se objevila i následující výpověď.

- *Moje příprava je velmi nepromyšlená, nejsem schopná si představit výuku této látky s dětmi. A to ani, když jsem viděla video – stejně nevím, jak bych to měla dělat já.*

Tyto skutečnosti mě dovedly k tomu, že jsem při přípravě dalšího experimentu začala přemýšlet nad modifikací průběhu kolektivní reflexe, aby se úvahy studentů v jejím průběhu zaměřili i na žáka a učitele.

5.5 Experiment se studenty učitelství – Koláč

Pro následující experiment jsem si připravila hodinu, ve které děti řešily úlohu: *Koupil jsem si s bratrem koláč. Bratr si vzal šestinu. Já jsem si vzal pětinu zbytku a Tomáš si vzal čtvrtinu dalšího zbytku. Kdo měl víc?*

Experiment byl realizován v semináři se 12 studenty učitelství prvního stupně ZŠ v rámci semináře Didaktické situace ve vyučování matematice v zimním semestru 2011.

Uvádím část přepisu videonahrávky z hodiny, která se stala podkladem ke kolektivní reflexi se studenty učitelství.

1. Učitelka *Tu úlohu si přečtete. A i když budete znát hned řešení, nebudete vykřikovat, nebudete ho říkat, ve dvojicích se poradíte a budete přemýšlet, jak byste třeba vysvětlili svoje řešení někomu, kdo tomu nerozumí. Chápete mě? Davide, rozumíš mí? Ano? To znamená, že nějakým způsobem zaznamenáte a potom až všichni si o tom popřemýšlí, popovídají ve dvojicích, vyřeší tu úlohu, tak se pokusíme o tom diskutovat, budeme se bavit, jak to kdo vyřešil. Jasný? Výborně... Anička se hlásí.*
2. Učitelka *Copak je?*
3. Anička: *Jestli si můžu namalovat, to co dělám.*
4. Učitelka *Myslíš, že můžeš nebo nemůžeš? Co vám vždycky říkám? Děti začínají řešit úlohu.*
5. Učitelka: *Podívejte se vždycky, jestli řešíte to, co ta úloha po vás chce. Jestli neřešíte jiný úkol. Pozor na to zadání, protože každé to slovo má svůj význam. Kdyby někdo nerozuměl zadání... Děti začínají kreslit kruhy a dělit je na části.*
6. Učitelka: *Sleduje, jak děti znázorňují. Když se peče nějaký koláč, je ten koláč vždycky kulatý?*
7. Oliver: *My pečeme vždycky kulatej.*
8. Učitelka: *Vy pečete vždycky kulatej? A kdo nepeče kulatej. Peče*

někdo na plech koláč?

9. Petr: *My pečeme na plech*
10. Učitelka *To jsem se tak chtěla zeptat. Jestli by to třeba nějak nepomohlo. Děti začínají kreslit obdélníky a dělit je na části.*
11. Učitelka: *Na videozáznamu vysvětluje řešení dívky, která úlohu začala řešit špatně. Já jsem tady po Aničce chtěla, aby..ona to měla takhle vid'. Ukazuje v obrázku kruhové diagramy rozdělené na části.., aby mi to takhle rozkreslila líp. Ona začíná znova vlastně. Anička původně nakreslila kruh, ale po poznámce o tom, že koláč se peče na plech, začíná kreslit obdélníky.*
12. Tomáš *Vysvětluje Oliverovi svoje řešení. Ukazuje na svůj obrázek. Tady tenhleten nesnědl nejvíc. Právě... Každý sněd stejně, protože...tady...vidíš...hele... on si vzal prostě šestinu, já jsem si vzal pětinu zbytku (důrazně). Takže logicky jsem z toho vlastně viděl tady to, že každý sněd stejně. Ale je nelogický to napsat. Což bude těžký.*
13. Oliver *Jo. Já bych to napsal takhle. Všichni měli stejně kousků.*
14. Tomáš: *Ale proč?*
15. Oliver *Proč? To mi nedošlo.*
16. Tomáš *Protože jsme to vypočítali (?). Ale to není logický.*
17. Oliver *To není logický. To nám dá fušku.*
18. Učitelka *Vybízí děti k zdůvodňování řešení. Tak, Noemi nám řekne svoje řešení. Kdyby někdo to potřeboval načrtnout na tabuli a chtěl, tak může. Dávejte všichni dobrý pozor. Všichni dostanete slovo, kdo budete chtít, ano? Ale budete dávat, Tomáši, pozor na to, co tady říká někdo jiný a nebudete mu skákat do řeči. Až domluví, řeknete svoji připomínku, kterou k tomu třeba máte. Rozumíte mi všichni? Tak Noemi...*
19. Noemi *Takže mě vyšlo, že mají všichni stejně, protože jakoby Tomáš si vzal tu jednu šestinu a..z toho koláče. To bylo stejně velké. A potom já jsem si vzala jednu pětinu, ale*

pořád to bylo stejné, stejnej kousek jako ta šestina, protože jakoby akorát tam jeden ten chyběl. Ale pořád to bylo stejný. No a ten bratr si potom vzal jednu čtvrtinu, tam byly čtyři dílky, ale pořád to bylo stejně, jako si vzal ten Tomáš.

20. Učitelka *Mě akorát zaujalo: Noemi tady má ... já to napíšu, aby to šlo rychleji. Píše na tabuli. Noemi tady napsala, my jsme se o tom bavily. Já: jedna šestina, pak tady má, že bratr jedna šestina a Tomáš ... tady máš šest šestin, je to dobře?*
- 21 Noemi *Jedna šestina!*
22. Učitelka *Jedna šestina. Dobře. Tomáš, řekla, jedna šestina. A já jsem se Noemi zeptala: jak to, když tady to je napsáno, ukazuje na zadání úlohy, kde je napsáno, že jeden snědl jednu šestinu, druhý jednu pětinu zbytku a třetí jednu čtvrtinu zbytku a ona mi řekla, že vlastně všichni mají ty dílky stejné. A teď nám to Noemi vysvětlila. Proč tam má napsáno jedna šestina? Proč tam trvá na tom, že každý má jednu šestinu? Péťo!*
23. Petr *Ona vlastně... ten začátek úplně, bylo šest dílků. Jeden si vzal tu jednu šestinu a zbylo tam sice ještě pět dílků, ale vlastně to byla, byly furt ty šestiny, akorát že tam jedna ta šestina nebyla. A pak zase ten Tomáš si vzal, ten taky si vzal tu jednu šestinu, ale z těch pěti, ale furt to byla ta jedna šestina. A ten Tomáš si vzal zase jednu šestinu, ale už tam byly jenom čtyři dílky a ostatním vlastně byly ty šestiny.*
24. Učitelka *Aha? A z čeho si ostatní vlastně vzali tu šestinu?*
25. Petr *Z toho koláče.*
26. Jakub *Z celku.*
27. Učitelka *Z jakého celku?*
- 28 Jakub *No z toho koláče.*
29. Petr *Z těch šestin.*
30. Michal *Šest šestin.*

31. Učitelka *Ze šestin. A ještě jinak by to šlo říct jinak? Z jakého celku by to...z jakého celku?*
32. Michal *Jedna celá.*
33. Učitelka: *Jedna celá je to bezesporu.*
34. Hlas: *Z jednoho koláče.*
35. Učitelka *Z jednoho koláče. Ale z jakého koláče?*
36. Petr *Z toho koláče, kterýho koupili.*
37. Učitelka *Z toho koláče, který koupili. Takže z toho ...*
38. Hlas *Koupeného.*
39. Učitelka *Koupeného původního koláče..Mám pravdu? Asi mám pravdu. Kdo by dovedl reagovat na vysvětlení Míny (Noemi).*
40. Anička *Hlásí se. Když jsem teda měla těch šest šestin a bratr si vzal tu jednu šestinu, tak zbylo vlastně pět šestin nebo to jde taky říct čtyři čtvrtiny a když Tomáš si vzal jednu z těch čtvrtin, tak mi zbyly tři tře... tři čtvrtiny nebo jde taky říct tři třetiny, takže když ten koláč se rozdělil na ty šestiny, tak každé si vzal po jednom z toho kousku, akorát, že vždycky když jeden si vzal, tak tam zbylo těch kousků míň a kdyby to se bez těch kousků, co si už někdo vzal, vypočítalo jako celek, tak vlastně z toho se může vzít další ten kousek a vyjde to nastejno.*
41. Učitelka *Aha, jinak by to...ještě něco chceš říct, Aničko?*
42. Anička *Takže vlastně to je tak, že každé si vzal jednu šestinu a dohromady tedy snědli polovinu toho koláče.*
43. Učitelka *Může někdo na tu Aničku reagovat? Míno?*
44. Mína *Že jakoby těch dílků sice jako bylo míň, ale pořád byly stejný. Sice jich teda ubývalo...*
45. Petr *Znovu se vkládá do diskuse. Je vidět, že v průběhu diskuse precizuje svoje tvrzení. Že když na začátku to dělili na těch šest, tak to rozdělili na všechny stejný dílky a když se ten jeden odendal, když už tam nebyl,*

tak vlastně byly pět, ale všechny byly stejný, ty pětiny. A když se ten další odendal, tak všechny byly stejný, byly tam čtyři a zase to byly čtvrtiny a v podstatě to byly šestiny, protože ten začátek byl rozdělen na šestiny.

46. Jakub Dodává. *Takže se totiž vlastně zmenšuje ten počet a ne velikost. Zmenšuje se počet.*
47. Hlas *Počkej, ale počet čeho*
48. Jakub *Počet dílků. Počet dílků toho koláče se zmenšuje, ale velikost toho dílku samotného je pořád stejná.*

5.5.1 Cíl experimentu

Cílem bylo na základě zjištění z předchozího experimentu sledovat, zda modifikace podmínek pro provádění reflexí prohloubí úroveň reflexí studentů. Zda svoji pozornost budou věnovat žákům a učitelí. Pokusila jsem se změnit podmínky tak, aby studenti měli možnost reagovat na některé zajímavé epizody z vyučování bezprostředně a ne až po skončení videozáznamu. To znamená, že na rozdíl od předchozího experimentu *Pizza*, kdy společná diskuse o videozáznamu probíhala po jeho skončení, zvažovala jsem společnou diskusi v tomto experimentu realizovat v průběhu jeho sledování.

5.5.2 Průběh experimentu

Pro přípravu experimentu jsem si vytvořila scénář, který obsahoval následující kroky:

- Diskuse o tématu (zlomek, vztah část-celek)
- Seznámení studentů s úlohou, kterou řeší žáci
- Předložení krátké osnovy, která by jim měla pomoci při vypracovávání vlastní přípravy
- Vypracování přípravy
- Sledování videozáznamu, při kterém byl videozáznam na předem připravených místech zastaven ke společné diskusi

- Porovnávání původního pojetí/přípravy na hodinu

Průběh tohoto experimentu se od předchozího lišil tím, že jsem do provádění kolektivních reflexí jako první krok zařadila diskusi o tématu hodiny, kterým byl vztah část-celek. V diskusi studenti hledali, jakého cíle je potřeba v daném tématu dosáhnout, jaké problémy se mohou objevit jak u žáků, tak u učitelů, kde se mohou objevit příčiny nebo překážky nepochopení. Snažila jsem se, aby si studenti uvědomili, že je důležité, aby děti rozuměly tomu, co je celek. V další části semináře jsem studenty seznámila s úlohou. Potom studenti plánovali, jak by hodinu učili a individuálně vypracovali vlastní přípravu na hodinu. Na pracovním listě, na kterém měli napsané zadání úlohy, měli následující otázky, které měli při vypracování přípravy zvažovat:

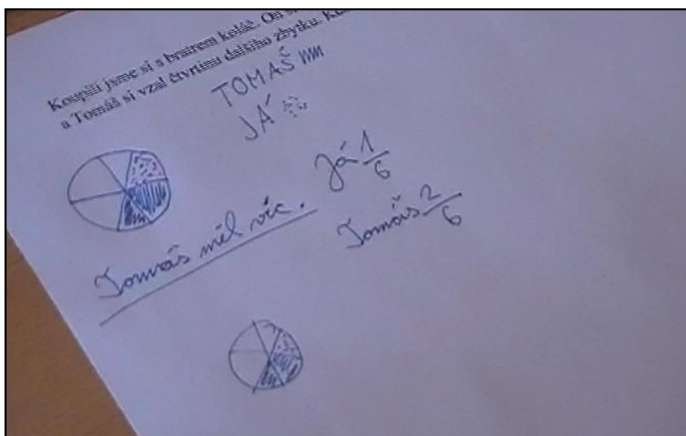
- Jak byste danou úlohu/problém předložili svým žákům?
- Jak by podle vás vypadala hodina, ve které by žáci úlohu řešili?
- Nad čím vším se musíte zamyslet, než úlohu předložíte žákům?
- Co všechno si musíte uvědomit?
- Co by měli žáci znát, aby úlohu byli schopni řešit?
- K čemu je úloha dobrá? Co může/pomáhá rozvíjet?
- Jak očekáváte, že by žáci úlohu řešili?
- Kde byste mohli očekávat překážky /problémy při řešení úlohy?

Po vypracování přípravy studenti sledovali videozáznam. V průběhu sledování jsem videozáznam několikrát zastavila a kladla jsem studentům otázky, které měli vést ke společné diskusi o tom, co se v daném momentu v hodině událo. Např:

- *Proč asi všechny děti volí znázornění koláče do kruhových diagramů?*
- *Proč mají děti problém znázornit tímto způsobem šestinu? Co by bylo lepší?*
- *Proč se učitelka ptá, zda doma pečou vždy kulatý koláč?*
- *Co se na základě této připomínky přihodilo?*

- Proč některé z dětí neřeší úlohu správně, kde je důvod?
- Sledujte dialog žáků. Co o něm můžete říct? Co se snaží Tomáš Oliverovi vysvětlit? Jak chápe roli celku Tomáš, jak Oliver?
- Jak se mění nebo precizují výpovědi dětí v hodině? Co je ovlivňuje? Všimněte si Aničky, jak odůvodňuje svoje řešení. Co z toho můžete usoudit o Aničce? Chápe správně roli celku?
- Všimněte si Petra. Jakým způsobem mění svoji výpověď v průběhu diskuse? Je jeho druhá výpověď něčím ovlivněna? Čím?
- Co se učitelka snaží, aby si děti uvědomily? (roli celku).

Takovým způsobem probíhala diskuse po celou dobu sledování videozáznamu.



Uvedu jeden konkrétní příklad. Videonahrávku jsem zastavila v okamžiku, kdy je záběr kamery zaměřen na pracovní list dítěte. Zeptala jsem se studentů, zda považují

řešení dítěte za správné. Studenti přišli na to, že řešení je chybné. Moje další otázka byla: *Jaké mohou být příčiny tohoto špatného řešení?* Následovala krátká diskuse, při které studenti zvažovali různé možnosti chybného řešení. Na skutečný důvod, který v tomto případě byl příčinou chyby (špatně pochopené zadání) ale nepřišli. Vyzvala jsem je tedy, aby pozorně sledovali videozáznam, že důvod řešení se objeví později, v další části hodiny.

Tím jsem se snažila, aby studenti skutečně pozorně videozáznam sledovali.

Diskuse probíhala i po skončení sledování videozáznamu, kdy jsme se se studenty opět vrátili k obecnějším otázkám, diskutovaným na

začátku, k tomu, jak je důležité vědět, jakou roli v budování představ pojmu zlomek hraje schopnost identifikovat celek.

Po společné diskusi studenti porovnávali svoje pojetí/svoji přípravu na hodinu s tím, co pozorovali na videozáznamu. Hodnotili:

- zda a proč by svoji přípravu na hodinu změnili,
- kde měli zpočátku sami problém,
- zda úvodní diskuse nad tématem nebo sledování videozáznamu a kolektivní diskuse nějak změnilo jejich pojetí, a pokud ano, jakým způsobem,
- zda u sebe vidí nějaké nedostatky nebo nepochopení a proč tomu tak je.

Studenti svoje výpovědi zaznamenali písemně. O svoje názory se podělili v závěru semináře s ostatními.

Stejný postup, jako je popsán výše, jsem použila znovu se stejnou skupinou studentů, ale prostředkem kolektivní reflexe se stal videozáznam z hodiny, který jsem vybrala ze svého archivu videonahrávek z vyučování. I tato nahrávka byla zaměřena na roli celku. Na videonahrávce skupina dětí řešila následující úlohu: *Tady máte tři úplně stejné papírové papírky. Jeden z nich je polovina, druhý třetina a třetí čtvrtina. Jak je to možné?* Opakováním experimentu s použitím jiné videonahrávky jsem chtěla potvrdit, že uvedený postup provádění reflexí není závislý jen na jedné videonahrávce, a že výsledky obou experimentů prokážou stejné jevy ukazující na úroveň sebereflexe studentů.

5.5.3 Zjištění

Potvrdilo se moje očekávání, že změna postupu (zejména průběh diskuse) v provádění kolektivní reflexe vedla k tomu, že studenti skutečně věnovali více pozornosti jak *žákům, tak učiteli*. Příkládám to faktu, že na rozdíl od experimentu Pizza, kdy kolektivní reflexe

probíhala až po ukončení sledování videozáznamu, v tomto experimentu kolektivní reflexe probíhala v průběhu jeho sledování. Díky tomu studenti měli možnost reagovat na některé epizody, výpovědi dětí nebo učitele bezprostředně a diskuse, které probíhaly, byly mnohem konkrétnější.

Žáci

Ukázalo se, že studenti si uvědomili, že je důležité věnovat pozornost výpovědím a činnostem žáků, protože jim to může pomoci při chápání toho, jak žáci uvažují, kde a proč jsou zdroje/příčiny žakovských neporozumění.

- *Myslím, že sledování a obrázky mi pomohli pochopit, jak někteří žáci přemýšlejí.*
- *Video z hodiny mi přijde jako skvělý materiál, jelikož si dokážu představit, jak děti přemýšlí a proč dojdou k určitému výsledku.*
- *Nikdy nevíme, jak to vidí žák, tak si musíme nechat čas na to, abychom mohli žáka vyslechnout.*
- *Určitě je dobré vidět, jak to děti řeší různě, jak reagují na řešení druhých.*
- *Video mě ovlivnilo v mnoha směrech. Především – reakce dětí na úlohu, jak nad ní uvažují, jak ji řeší, jak ji uchopí.*
- *Zajímavým momentem pro mě bylo – v závěru – dívka, která se dosud příliš neprojevovala, ukázala, že vše kolem sebe ale sledovala, a tak že tomu porozuměla.*

Role učitele

Výpovědi studentů ukazují i na to, že si uvědomují, jak vedení hodiny učitelem může přispět k tomu, jak budou žáci při řešení úloh úspěšní.

- *Učitelova reakce je inspirací k tomu, jak pokládat zásadní otázky a máme i možnost zkusit si na ně odpovědět.*
- *Také se mi líbilo „nenápadné“ navedení učitelky, že si žáci můžou znázornit koláč i jiným způsobem.*

- *Hodina se mi líbila, obzvláště, jak diskutovaly děti a řešení jim nebylo předáno učitelem, přicházely na ně samy.*
- *Návodné otázky paní učitelky – na něco se ptám a tím tě posunu kupředu k myšlení.*

Pojetí výuky

I v tomto experimentu se ukázalo, že studenti porovnávali svoje pojetí/přípravu na hodinu s tím, co měli možnost sledovat na videozáznamu.

- *Nyní bych si nechala více času na diskusi o způsobech řešení jednotlivých žáků – více prostoru na to, aby si žáci vysvětlili své postupy (myšlenkové pochody, operace).*
- *Uvědomila jsem si, že musím dát dětem dostatek času na přemýšlení, pokud si nevědí rady, pomalu je navádět (neříkat jim hned, co mají dělat).*
- *Video mě ovlivnilo, že jsem názorně viděla, jak je velmi důležité, aby si žáci navzájem ukazovali a vysvětlovali svá řešení – tato věc mohla ostatní děti navést ke správnému řešení. Vysvětlení žák žákovi je mnohem lepší než kdyby pořád mluvil učitel.*
- *Dobrá je volba spolupráce ve dvojicích, kdy žáci spolu diskutují, může je to společně zavést k výsledku.*

Za důležité považuji i to, že studenti nezaznamenali, na rozdíl od předchozího experimentu, že by měli problém s obsahem vyučovaného tématu, sledovaným na videozáznamu, přestože v úvodní diskusi o tématu se některé nedostatky v chápání role části a celku u některých studentů objevily. Příkládám to tomu, že jako první krok kolektivní reflexe jsem zařadila diskusi o tématu, že jsem se v průběhu diskuse snažila o to, aby si studenti uvědomili, jak je důležité u dětí zdůrazňovat uvědomění si celku a že jsme se k této diskusi vrátili i potom, co jsme diskutovali o konkrétních jevech, sledovaných na videozáznamu.

Výsledky z experimentů podle mého názoru ukázaly na jevy, související s vědomou sebereflexí vlastní činnosti a potvrdily moji domněnku, že průběh kolektivní reflexe videozáznamu z hodiny prováděný výše uvedeným způsobem může přispět k sebereflexi vlastní činnosti. Na základě zjištění z experimentů jsem navrhla kroky provádění kolektivní reflexe. Návrh postupu na provádění kolektivních reflexí uvádím v kapitole *Závěry*.

6 Závěry

6.1 Shrnutí

Cílem práce bylo přispět k rozvíjení oborově didaktické kompetence. Zaměřila jsem se na kvalifikovanou pedagogickou reflexi jako na jednu z cest, jak tohoto cíle dosáhnout. Nejprve jsem proto *sledovala reflexe* z různých úhlů pohledů a na základě sledování reflexí jsem *identifikovala různé jevy*, které s nimi souvisí. Později jsem se zaměřila na *hledání cesty rozvíjení sebereflexe*.

První experimenty, které jsem realizovala se svými žáky, měly charakter akčního výzkumu a vycházely z potřeb mojí třídy (experiment Krychle, Dělení pizzy). Postupně jsem se od akčního výzkumu dostala přes zkoumání vlastního působení v hodině až ke kvalitativnímu výzkumu, k experimentům, ve kterých jsem se zaměřila *na zkvalitňování metody, která rozvíjí sebereflexi vlastní činnosti*. To považuji za hlavní přínos své práce.

Experimenty, při kterých jsem sledovala reflexe, jsem realizovala:

- s učiteli ze základních škol,
- s badateli a vysokoškolskými učiteli vzdělávajícími budoucí učitele.

Experimenty, ve kterých jsem se zaměřila na rozvíjení reflexí, jsem realizovala se studenty učitelství prvního stupně základní školy.

Jako jednu z metod sledování reflexí jsem zvolila metodu kolektivní reflexe videozáznamu z hodiny, která mi umožnila reflexe nejen sledovat, ale i rozvíjet. Tuto metodu jsem současně kombinovala s dalšími metodami: pozorováním a skupinovým rozhovorem. Postupně jsem modifikovala provádění kolektivních reflexí a sledovala, zda a za jakých podmínek se u účastníků experimentů objeví jevy, ukazující na vědomou sebereflexi vlastní činnosti.

Při prvních dvou experimentech, které jsem realizovala s učiteli ze základních škol a s badateli a vysokoškolskými učiteli, jsem se zaměřila na to, *čeho si učitelé při výuce všímají, co považují za podstatné z hlediska vyučujícího a žáka a jak hodnotí práci učitele a výpovědi žáka.* Výsledky z těchto experimentů ukázaly, že pokud účastníci kolektivní reflexe mají diskutovat o videonahrávce, kterou nemají spojenou s nějakou osobní zkušeností (to znamená např. s tím, že sami ji učili, diskutovali společně o tématu hodiny, podíleli se na přípravě hodiny apod.), respondenti nediskutují, co se v hodině stalo, ale spíše hodnotí a kritizují cíl učitele, použití vhodnosti či nevhodnosti modelů, reakce učitele a žáků, interakce žáků se spolužáky. Nezvažují v potřebné míře záměr učitele a jeho realizaci ani možné alternativy vyučování. Jejich připomínky se často odehrávají v obecné rovině a nereflektují dění na videozáznamu. Přestože se nedomnívám, že by v případě prvních dvou experimentů (Jak reflektují učitelé ze základní školy, Jak reflektují badatelé a vysokoškolští učitelé) zaměřených na sledování reflexí, nedošlo u jejich účastníků vůbec k žádnému porovnávání vlastního pojetí výuky s pojetím sledovaným na videozáznamu, ve výpovědích učitelů nebyly jevy související s vědomou sebereflexí explicitně vyjádřeny.

Zjištění z těchto experimentů mě vedla k úvahám nad změnou organizace provádění kolektivní reflexe videozáznamu. Zvažovala jsem, *jak účastníkům dalšího experimentu Pizza, kterými byli studenti učitelství, zprostředkovat osobní zkušenost s tím, co mají na videozáznamu sledovat a reflektovat.* Kladla jsem si následující otázky: *Jak provádět kolektivní reflexi videozáznamu z hodiny, kterou učitelé nebo studenti sami nevyučovali ani neměli možnost podílet se na její přípravě, aby vedla k reflexi jejich vlastního vyučování? Které kroky by kolektivní reflexe videozáznamu obsahovat, aby to mělo nějaký smysl?* Experiment Pizza probíhal podle následujícího scénáře:

- Seznámení studentů s úlohou, kterou řeší žáci.

- Předložení krátké osnovy, která by jim měla pomoci při vypracovávání vlastní přípravy.
- Vypracování přípravy na hodinu.
- Sledování videozáznamu, při kterém by studenti porovnali svoji přípravu na hodinu s tím, co vidí na videozáznamu.
- Společná diskuse o videozáznamu.

Výsledky experimentu ukázaly na některé jevy, charakteristické pro sebereflexi vlastní činnosti. Kromě ocenění přínosu diskuse se ukázalo, že studenti si uvědomili nutnost znalosti obsahu, pokud mají dané téma vyučovat. Kromě toho se zde objevily i výpovědi, ukazující na to, že studenti porovnávali vlastní pojetí výuky/vlastní přípravu na hodinu s tím, co měli možnost sledovat na videozáznamu, zvažovali různé alternativy. Ve výpovědích ale chyběly úvahy nad tím, jak a proč žáci uvažují, kde mohou být příčiny jejich neporozumění a jakou roli v tom může hrát učitel. Proto jsem pro provádění experimentu *Koláč* průběh společné diskuse nad videozáznamem změnila tak, abych studentům umožnila si těchto jevů všimnout. Experiment probíhal podle následujícího změněného scénáře. Výrazně jsem označila pozměněné kroky ve srovnání s předchozím experimentem.

- **Diskuse o tématu (zlomek, vztah část-celek).**
- Seznámení studentů s úlohou, kterou řeší žáci.
- Předložení krátké osnovy, která by jim měla pomoci při vypracovávání vlastní přípravy.
- Vypracování přípravy.
- **Sledování videozáznamu, při kterém byl videozáznam na předem připravených místech zastaven ke společné diskusi.**
- Porovnávání původního pojetí/přípravy na hodinu.

Jako první krok kolektivní reflexe v experimentu *Koláč* jsem zařadila diskusi o obsahu tématu sledovaného na videozáznamu. Reagovala

jsem tak na výpovědi některých studentů z experimentu *Pizza*, kteří uvedli, že sami měli problém porozumět úloze, kterou řešili žáci základní školy. Změnila jsem i průběh společné diskuse. Společná diskuse už neprobíhala až po skončení sledování videozáznamu jako v předchozím experimentu, ale v průběhu sledování videozáznamu, kdy jsem videozáznam na předem připravených místech zastavila, abychom prodiskutovali konkrétní jevy. Tentokrát se pozornost studentů zaměřila i na žáka i na učitele.

Podle mého názoru se potvrdilo, že uvedený postup provádění kolektivní reflexe vede k vědomé sebereflexi vlastní činnosti. Souhrnem lze říci, že ve výpovědích studentů z experimentu *Pizza* a *Koláč* se objevily následující jevy, které podle mého názoru ukazují na *vědomou sebereflexi vlastní činnosti*, a to:

- úvahy o obsahu,
- úvahy o metodách práce,
- hledání příčin konkrétního jednání, které by je dovedlo k cíli,
- úvahy o žákovi,
- úvahy o roli učitele při výuce,
- hodnocení vlastních zkušeností (porovnávání vlastního pojetí s pojetím sledovaným na videozáznamu),
- zvažování alternativ a jiných možností jednání,
- úvahy o změně strategie.

Domnívám se, že výsledky experimentů potvrzují diagnostickou, edukační a motivační roli provádění kolektivních reflexí, jak jsem uvedla v kapitole *Východiska práce*.

Experimenty potvrdily, že kolektivní reflexe videozáznamu umožňuje v diskusi jejím účastníků ukázat jiné názory různých osob na jednu vyučovací hodinu a tím přispívá ke zvažování alternativ a jiného jednání ve výuce. Díky kolektivní reflexi mohou její účastníci zjistit u sebe nebo kolegů nedostatky, miskoncepce, neporozumění obsahu. To může vést

k motivaci tyto nedostatky odstranit a vést k dalšímu vzdělávání. Výsledkem závěrů z mých experimentů je návrh kroků na provádění kolektivní reflexe videozáznamu.

Fáze	Činnosti
1. Diskuse o tématu	Studenti spolu s vyučujícím diskutují o tématu hodiny. V diskusi se seznamují s daným matematickým obsahem, stanovují si cíle, kterých je potřeba dosáhnout, diskutují o problémech, které dané téma učitelům nebo dětem může přinést, jaké se mohou objevit překážky při pochopení atd.
2. Příprava na hodinu	Studenti si vytvoří přípravu na hodinu. Plánují hodinu tak, jak by ji sami vyučovali. Vyučující klade studentům otázky, nad kterými by se při tvoření přípravy měli zamyslet: Jakého cíle chcete v hodně dosáhnout? Jaké formy a metody práce by mohly být úspěšné? Jaké překážky můžete očekávat? Apod.
3. Společná diskuse	Studenti sledují videozáznam z hodiny, kde je vyučováno téma, na které si vytvořili vlastní přípravu. Vyučující si připraví některé zajímavé nebo neobvyklé momenty z videozáznamu, jako je nějaké vyjádření učitele nebo žáka a při jeho promítání záznam na těchto místech zastaví. Studenti jsou vyzváni otázkami k tomu, aby diskutovali, co je na tvrzení žáka nebo učitele zajímavé nebo neobvyklé, zda je reakce učitele nebo žáka adekvátní, jak žáci reagují na podněty učitele, jaká je jejich schopnost argumentace, jaké překážky brání žákům při pochopení úlohy apod. Diskuse probíhá i po ukončení videozáznamu. Na základě diskuse nad konkrétními jevy (aktivitami dětí nebo učitele) dochází k přesunu od konkrétních problémů sledovaných na videozáznamu zpět k obecným otázkám diskutovaným na začátku.
4. Nová příprava na hodinu	Na základě (sebe)reflexe studenti, pokud je potřeba, vypracují novou přípravu na hodinu.

Tabulka 7

6.2 O možném využití výsledků výzkumu v praxi a o Lesson study

Současně s návrhem kroků provádění kolektivní reflexe jsem začala zvažovat, co znamenají výsledky mého zkoumání pro praxi. V seminářích s učiteli působícími v praxi jsem si vyzkoušela, že postup provádění kolektivní reflexe, jak jej navrhuji, lze použít při vzdělávání budoucích učitelů. Hledala jsem v literatuře, zda někde existuje podobný model prohlubování znalostí důležitých pro vyučování matematice cestou kultivace sebereflexe vlastní činnosti. Uvědomila jsem si, že jsem sama s podobným modelem získala v průběhu studia zkušenost. Tou zkušeností se stala Lesson study⁴⁶.

Co je Lesson study

Lesson study je forma workshopu, která má svoje kořeny v Japonsku. Workshop je určen jak pro začínající, tak pro zkušené učitele. Součástí workshopu je přímé pozorování vyučovací hodiny a následná diskuse o průběhu vyučování. Učitelé si v průběhu diskuse po vyučování vyměňují různé názory na hodinu, kterou pozorovali. Diskuse je zaměřena na vyučovaný obsah, žákovské strategie, a hlavně na roli učitele v hodině. Lesson study vychází z tradičního pojetí japonské vyučovací hodiny, které zahrnuje následující fáze:

- Presentace problému
- Individuální řešení problému studenty/žáky
- Diskuse celé třídy o metodách řešení problému
- Shrnutí/závěr učitele (Cvičení/rozšíření tématu)

Roli učitele v těchto jednotlivých fázích hodiny popisují následující pedagogické termíny: *Hatsumon*, *Kikan-Shido*, *Neriage*, *Matome*.

Hatsumon. *Hatsumon* znamená *položení klíčové otázky*, která má vyprovokovat studenty k přemýšlení o předloženém problému. Na

⁴⁶ Moje charakteristika Lesson study vychází z práce Shimizu (1999).

začátku hodiny klade učitel žákům takové otázky, které vedou žáky k přemýšlení o problému, který budou řešit.

Kikan-Shido. Kikan-Shido znamená *instrukce u studentova stolu*. Zahrnuje cílevědomé sledování řešení jednotlivých studentů. Zpočátku učitel sleduje, jak studenti pracují a průběžně jejich řešení sám pro sebe vyhodnocuje. V některých případech, pokud si studenti nevědí rady, ukazuje jim směr, kterým se mají při řešení problému vydat. Postupně monitoruje jednotlivé přístupy studentů k řešení problému, na které se ptá v další fázi hodin – neriage.

Neriage. Termín Neriage popisuje dynamiku a přirozenou podstatu diskuse celé třídy v průběhu hodiny. V japonštině termín Neriage znamená *hnětení nebo pilování*. Japonští učitelé považují Neriage za rozhodující pro úspěch nebo neúspěch hodiny. Na základě pozorování v průběhu Kikan-Shido učitel vyvolává žáky, aby v určitém pořadí prezentovali svoje řešení. Učitel vyvolává děti v takovém pořadí, aby v závěru byla prezentována řešení nejs sofistikovnější. Role učitele ale není ukázat nejlepší řešení. Jeho úkolem je vést diskusi směrem k určité představě nebo pojmu.

Matome. Matome znamená *rekapitulaci*. V této fázi učitel zopakuje diskusi studentů a shrme, co se studenti v průběhu hodiny naučili (podle Shimitzu, 1999).

S Lesson study jsem se setkala v srpnu 2009 na konferenci SEMT 09, kdy mě Brian Doig a Susie Groves oslovili, zda bych nechtěla spolupracovat na realizaci jejich dílny s názvem Lesson study – Could it work for you? (Doig, Groves, Macháčková, 2009). Cílem dílny bylo ukázat, jak může Lesson study fungovat. V rámci konference jsem vyučovala hodinu, ve které děti řešily známý problém (s. 57): *Rozděl spravedlivě tři pizzy čtyřem dětem*. Hodinu jsem vedla podle plánu⁴⁷. Nejdříve jsem seznámila děti s úkolem (hatsumon), který mají řešit:

⁴⁷ Plán, který jsme společně s B. Doigem a S. Groves připravili, je uveden v Příloze 2.

Čtyři děti se chtějí spravedlivě rozdělit o tři pizzy. Jak by to mohly udělat? Jakou část pizzy každé dítě dostane?

V průběhu hodiny jsem sledovala (kikan-shido), jaké strategie děti při řešení používají, abych ve společné diskusi (neriage) mohla vyvolávat děti k prezentaci vlastního řešení podle úrovně sofistikovanosti. V závěru hodiny (matome) jsem shrnula, co jsme se v hodině dozvěděli.

Jak spolu souvisí Lesson study a kolektivní reflexe

Uvědomila jsem si, že Lesson study a kolektivní reflexe videozáznamu mají společné znaky, které uvádím v následující tabulce (Tabulka 8).

Lesson study	Kolektivní reflexe videozáznamu
Učitelé nebo studenti společně diskutují témata hodin a jejich cíle, problémy, otázky, náměty pro výuku, a společně spolupracují na řešení problémů, společně pozorují hodinu, společně reflektují dění v hodině a společně spolupracují na odstranění problémů, které se vyskytly při výuce.	Studenti společně diskutují o tématech hodin a jejich cílech, společně diskutují pravděpodobné problémy při výuce daného tématu a jejich příčiny, společně pozorují a reflektují hodinu natočenou na videozáznamu, společně se v diskusi zamýšlejí nad problémy, sledované na videozáznamu z hodiny.
Výsledkem má být zlepšení matematických znalostí a tím i zlepšení vyučování matematice (Murata, 2011).	Výsledkem má být vědomá sebereflexe, která může být jednou z cest rozvíjení didaktických znalostí učitele důležitých pro vyučování matematice (jedné ze složek kompetence učitele).

Tabulka 8

Současně s tím jsem porovнала cyklus Lesson study s kroky provádění kolektivní reflexe videozáznamu z hodiny, které jsem na základě výsledků z experimentů navrhla (Tabulka 9).

Cyklus Lesson study (Murrata, 2011)	Fáze kolektivní reflexe
Stanovení cílů daného tématu	Diskuse o tématu
Plánování hodiny	Příprava na hodinu
Pozorování vyučovací hodiny, sběr dat pro diskusi	Společná diskuse o probíhajícím videozáznamu
Diskuse, přehodnocení toho, jak výuka probíhala a co by bylo potřeba udělat lépe.	
Je-li potřeba, jiné vyučování s novou skupinou dětí	Nový návrh, příprava na hodinu

Tabulka 9

Lesson study bývá uváděna jako metoda, která v Japonsku hraje významnou roli pro prohlubování znalostí důležitých pro výuku matematiky (Stigler, Hiebert, 1999). V současné době probíhají diskuse o adaptaci Lesson study i do jiných vzdělávacích kultur než japonská, kde Lesson study vznikla⁴⁸. Uvědomuji si, že vzdělávání souvisí s kulturou, ve které se realizuje. Stigler a Hiebert (1999) hovoří o tom, že vzdělávání je *kulturní aktivita*, která se nezískává nácvikem, ale participací, účastí na vyučování. Dodávají že „... výuka není pouhá dovednost, ale spíše komplexní kulturní činnost, která je určována přesvědčením a zvyky, které částečně fungují mimo oblast našeho vědomí“⁴⁹ (Stigler a Hiebert 1999, s. 103). S obdobnými myšlenkami se můžeme často setkat u F. Kuřiny.

Pro Lesson study je charakteristické, že učitelé jsou přítomni ve vyučovací hodině a přímo sledují, co se v hodině odehrává. Podle mého

⁴⁸ Otázky adaptace Lesson study do jiných vzdělávacích kultur jsou součástí konference ICME 12. Dostupný z: <http://www.icme12.org/sub/dg/Dgload.asp>

⁴⁹ ...teaching is not simple skill but rather a complex cultural activity, that is highly determined by beliefs and habits that work partly outside the realm of consciousness (Stigler, Hiebert, 1999, s. 103).

názoru, díky kulturním odlišnostem vzdělávání, u nás taková setkávání přímo v hodině nebudou v dohledné době obvyklá. Domnívám se ale, že by přímé sledování hodiny mohlo nahradit sledování videozáznamu.

Současně s tím si uvědomuji i problémy a další otázky, které evokují výsledky mého zkoumání.

Důležitý pro provádění reflexí je vhodný videozáznam z vyučovací hodiny. S tím souvisí i otázka, kde získat dostatečnou zásobu videozáznamů z hodiny pro diskusi nejenom o tématu zlomek, ale i o dalších matematických tématech. Pro svoje experimenty jsem používala videozáznamy z hodin, které jsem sama připravila a učila. Uvědomuji si, že není jednoduché najít učitele, ochotné připravit videozáznam z vlastní hodiny a tento videozáznam dát k dispozici pro společnou diskusi.

Uvědomuji si také, že povaha mého výzkumu neumožňuje jeho širší zobecnění. Přesto se domnívám, že kroky provádění kolektivní reflexe, které jsem navrhla, mohou přispět k rozvíjení vědomé sebereflexe vlastní činnosti, a tím se stát i příspěvkem k prohlubování didaktických znalostí učitele.

Návrh na provádění kolektivní reflexe videozáznamu (Tabulka 7) chápu jako příspěvek k metodologii práce se studenty učitelství a domnívám se, že uvedený postup může přispět ke vzdělávání budoucích učitelů. Jsem si vědoma toho, že kolektivní reflexe videozáznamu je pouze jedna z mnoha cest, která k rozvíjení znalostí učitelů může přispívat.

Uvědomuji si také, že pokud má dojít k tomu, aby se sebereflexe vlastní činnosti stala vědomou součástí práce učitele, nestačí pouze „absolvovat“ jeden nebo dva semináře kolektivních reflexí, ale že je potřeba budovat vědomí nutnosti sebereflexe vlastní činnosti mnohem soustavněji a různými metodami.

Přehled použité literatury

- ARTZT A. F., ARMOUR-THOMAS, E. *Becoming a Reflective Mathematics Teacher*. Mahwah, NJ: LEA, 2002.
- BAKER, W., CZARNOCHA, B., DIAS, O., DOYLE, K. M., PRABHU, V. On Adult Students Learning Fractions at a Community College. *Didactica Mathematicae*, 2009, s. 5–41.
- BALL, D. L. Bridging practices: Interwining Content and Pedagogy in teaching and Learning to Teach. *Journal of Teacher Education*, 2005, vol. 51, no. 3, s. 241–247.
- BALL, D. L. HILL, H. C., BASS, H. Knowing Mathematics for teaching: Who knows Mathematics Well Enough To Teach Third Grade, and How Can We Decide? *American Educator*, 2005, s. 14–66.
- BEHR, M., LESH, R., POST, T., SILVER, E. Rational Number Concepts. In LESH, R., LANDAU, M. (ed.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, New York: Academic Press, 1983, s. 91–125.
- BELZ, H., SIEGRIST, M. *Klíčové kompetence a jejich rozvíjení*. Praha: Portál, 2001.
- BORKO, H., LIVINGSTON, C., McCALEB, J., MAURO, L. Students teachers' planning and post-lessons reflections: Patterns and implications for teacher preparation. In CALRHEAD, J. (ed.), *Teachers' professional learning*. New York: The Falmer Press, 1988, s. 65–83.
- BRUNER, J. *The culture of education*. Cambridge, MA: Harvard University Press 1996.
- BULLOUGH, R. V., STOKES, D. K. Analyzing personal teaching metaphors in preservice teacher education as a means for encouraging professional development. *American Educational Research Journal*, 1994, vol. 31, no. 1, s. 197–224.
- BROMME, R. Beyond Subject Matter: A Psychological Topology of Teachers' Professional Knowledge. In BIEHLER, R. et al. (eds.), *Didactic of Mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publisher, 1994, s. 73–78.
- CARDERHEAD, J. Learning from Inductory School Experience. *Journal of Education for Teaching*, 1998, vol. 14, no. 1, s. 75–83.

- CARLSEN, V. Subject Matter Knowledge and Science Teaching: A Pragmatic Perspective. *Advances in Research on Teaching*. Greenwich, CT: Jal, 1991, vol. 2, s. 115–186.
- CARPENTER, T. P., MOSER, J. M. The acquisition of addition and subtraction concepts. In LESH, R., LANDAU, M. (eds.), *The acquisition of mathematical concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983, s. 7–14.
- CHARALAMBOUS, CH. Y., PITTA-PANTAZI, D. Drawing on theoretical model to study students' understanding of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 2007, s. 293–316.
- COBB, P., BOUFI, A., MCCLAIN, K., WHITENACK, J. Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1997, vol. 28, no. 3, s. 258-277.
- COOLAHAN, J. Rada Evropy: Vznikající pojem ve všeobecném povinném vzdělávání. In *Klíčové kompetence Eurydice*, 1996, Přístup z internetu URL: <http://www.eurydice.org>.
- DAVIS G., E. Attainment of rational number knowledge. In: ELLERTON, N., CLEMENTS, K. (eds.), *To challenge to change*. Victoria: Mathematical Ass. of Victoria, 1989.
- DEWEY, J. The Reflex Arc Concept in Psychology. *Psychological Review* 3, 1896, s. 357–370.
- DIVÍŠEK, J. et al. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: SPN, 1989.
- DOIG, B., GROVES, S., MACHÁČKOVÁ, J. Lesson study – could it work for you? In *SEMT '09 – International Symposium, Elementary Maths Teaching. Proceedings*. NOVOTNÁ, J., MORAOVÁH. (eds.), Praha: UK PedF, 2009, s. 307.
- ENGLISH, L. D., HALFORD, G. S. *Mathematics Education Models and Processes*. Mahwah, New Jersey: Laurence Erlbaum, 1995.
- FENNEMA, E., FRANKE, M. Teachers' knowledge and its impact. In. GROUWS, D. (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, 1992, s. 147–164.
- FISCHBEIN, E. *Intuition in Science and Mathematics. An educational approach*. Boston: Mathematics Education Library, 1987.
- FREUDENTHAL, H. *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dodrecht: D. Reidel Publishing Company, 1983.

- GAVORA, P. *Úvod do pedagogického výzkumu*. Brno: Paido, 2000.
- GLASER, B., STRAUSS, A. *The Discovery of Grounded Theory: Strategy for Qualitative Research*. New York: Aldine, 1967.
- GRIMMET, P. The nature of reflection and Schön's conception in perspective. In: GRIMMET, P., ERICKSON, G. (eds.), *Reflection in teacher education*. New York, NY: Teacher college press, 1988.
- GUDMUNDSÓTTIR, S., REINHARTSE, A., NORTDTØMME, N. P. „Etwas Kluges, Entscheidenes und Unsichtbares.“ Über das Wesen des pädagogischen Wissens über die Unterrichtsinhalte. *Zeitschrift für Pädagogik*, 1995, s. 163–174.
- HALFORD, G. S. (*Children's Understanding: The Development of Mental Models*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1993.
- HAREL, G., KIEN, L. H. Mathematics Teachers' knowledge base: preliminary results. In: *Proceedings of the 28 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2004, vol. 3, s. 25–32.
- HART, K. Fractions: Equivalence and addition. In JOHNSON, D. C. (ed.), *Children's Mathematical Frameworks 8-13: A Study of Classroom Teaching*, Windsor, Berks: Nfer-Nelson, 1989, s. 46–75.
- HARTL, P., HARTLOVÁ, H. *Psychologický slovník*. Praha: Portál, 2009.
- HEJNÝ, M. Zlomky. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. (eds.), *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: UK PedF, 2004, 2. díl, s. 343–370.
- HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika: Konstruktivistické přístupy k vyučování*. 2. aktualizované vydání. Praha: Portál, 2009.
- HELUS, Z. Čtyři teze k tématu Změna školy. *Pedagogika*, 2001, vol. 51, 25–41.
- HENDL, J. *Kvalitativní výzkum – základní metody a aplikace*. Praha: Portál, 2005.
- HIEBERT, J., STIGLER, J. W. A proposal for improving classroom teaching: Lessons from the TIMSS Video Study. *The Elementary School Journal*, 2000, vol. 101, no1, s. 3–20.

- HOŠPESOVÁ, A., KUŘINA, F., TICHÁ, M. *Celek a část v primárním matematickém vzdělávání*. Nepublikovaný interní materiál (podklad pro workshop na konferenci SEMT '03), 2003.
- HOŠPESOVÁ, A., MACHÁČKOVÁ, J., TICHÁ, M. Joint reflection as a way to cooperation between researchers and teachers. Teachers researching with university academics (Research Forum RF01). In NOVOTNÁ, J., MORAHOVÁ, H., KRÁTKÁ, M., STEHLÍKOVÁ, N. (eds.), *Proceedings of PME 30*. Praha: PedF UK, 2006, s. 99–103.
- HOŠPESOVÁ, A., TICHÁ M. Zdokonalování kultury vyučování matematice cestou kolektivní reflexe. In *Od činnosti k poznatku*. Sborník konference. Plzeň: ZČU, 2003, s. 96–106.
- HOŠPESOVÁ, A., TICHÁ, M. Kvalifikovaná pedagogická reflexe – cesta ke zlepšení kultury vyučování? In HOŠPESOVÁ, A., STEHLÍKOVÁ, N., TICHÁ M. (eds.), *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2007, s. 49–80.
- HOŠPESOVÁ, A., TICHÁ, M. Rozvíjení didaktických znalostí obsahu matematického vzdělávání v přípravě učitelů 1. Stupně. In JANÍK T. a kol. (eds.), *Možnosti rozvíjení didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelů*. Brno: Paido, 2009, s. 119–128.
- HRUŠA, K. *Metodika počtů pro pedagogické instituty*, Praha: SPN, 1962.
- JANÍK, T. *Znalost jako klíčová kategorie učitelského vzdělávání*. Brno: Paido, 2005.
- JANÍK, T. Pedagogical content knowledge v oborově didaktickém a kurikulárním výzkumu. In JANÍK T. a kol. (eds.), *Pedagogical content knowledge nebo didaktická znalost obsahu?* Brno: Paido, 2007, s. 41–52.
- JANÍK, T. *Didaktické znalosti obsahu a jejich význam pro oborové didaktiky, tvorbu kurikula a učitelské vzdělávání*. Brno: Paido, 2009.
- JANÍK, T., MIKOVÁ, M. *Videostudie aneb výzkum výuky založený na analýze videozáznamu*. Brno: Paido, 2006.
- JANVIER, C. Translation Processes in Mathematics Education. In JANVIER, C. (ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Hillsdale, NJ: LEA, 1987, s. 27–32.
- JAWORSKI, B. *Investigating Mathematics Teaching: A Constructivist Enquiry*. London: The Falmer Press, 1994.

- JAWORSKI, B. Research practice into/influencing mathematics teaching and learning development: Towards a theoretical framework based on co-learning partnerships. *Educational Studies in Mathematics*, 2003, vol. 54, no. 2-3, 249–282.
- KATTMAN, U. Didaktická rekonstrukce učitelského vzdělávání a reflexe výuky. In. JANÍK, T., a kol. (eds.), *Možnosti rozvíjení didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelů*. Brno: Paido, 2009, s. 17–27.
- KEMMIS, S. Action Research and the Politics of Reflection. In BOYD, D., KEOGH, D., WALBER, D. (eds.), *Reflection: Turning Experience into Learning*. London: Kogan Page, 1985, s. 139–164.
- KIEREN, T. E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In LESH, R. (ed.), *Number and Measurement: Papers from a Research, Workshops*, Columbus, OH: ERIC/SMEAC, 1976.
- KIEREN, T. E. Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In HIEBERT, J., BEHR, M. (eds.), *Number concepts and operations in the middle grades*. Reston, VA: Hillsdale, NJ, NCTM, 1988, s. 162–181.
- KLAFKI, W. *Studie k teorii vzdělání a k didaktice*. SPN:Praha, 1967.
- KORTHAGEN, F. Techniques for Stimulating Reflection in Teacher Education Seminars. *Teaching & Teacher Education*, vol. 8, no. 3, Great Britain., 1992, s. 265–274.
- KRAINER, K. PFL-Mathematics: Improving professional practice in mathematics teaching. In JAWORSKI, B., WOOD, T., DAWSON, S. (eds.), *Mathematics Teacher Education: Critical International Perspectives*. *Studies in Mathematics Teacher Education*, Series no. 12, Palmer Press, US, 1999.
- KUBÍNOVÁ, M. *Projekty (ve vyučování matematice) – cesta k tvořivosti a samostatnosti*. Praha: UK PedF, 2002.
- KUŘINA, F. Matematika jako struktura nebo matematika jako složka kultury? *Pedagogika XLII*, 1992, č. 1, s. 69–75.
- KUŘINA, F. Modernizace vyučování matematice a geometrie. *Matematika a fyzika ve škole*, 1982, roč. 12, č. 8, s. 541–550.
- KUŘINA, F. Understanding – the problem of school practice. *ADUC*, 4, 1995, s. 15–32.

- KUŘINA, F. Vyučování matematice a otázky reprezentace. In *Didaktické aspekty a prostředky vyučování matematiky a informatiky; zborník 3*. Nitra: PedF, 1991, s. 4–13.
- LAMON, S. J. *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers.*, 2. vydání, Mahwah, NJ: LEA, 2006.
- LESH, R., POST, T., BEHR, M. Representations and Translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, N. J.: LEA, 1987, s. 33–40.
- LOPEZ-REAL, F. Real Collaborative Reflection Through Sharing Significant Incidents. In PETER-KOOPER A. et. al. (eds.), *Collaboration in teacher education*. Netherlands. Kluwer Academic Publishers, 2003, s. 235–251.
- LUKÁŠOVÁ-KANTORKOVÁ, H. *Učitelská profese v primárním vzdělávání a pedagogická příprava učitelů (teorie, výzkum, praxe)*. Ostrava: PedF OU, 2003.
- MACHÁČKOVÁ, J. How joint reflection could contribute to teacher's professionalism. In: *ATEE Winter Conference 2010: Early Years, Primary Education and ICT*, Praha, UK PedF, 2010, s. 16–23.
- MACHÁČKOVÁ, J. Svět školní třídy: Moje třída. In HOŠPESOVÁ A. a kol. (eds.), *Matematická gramotnost a vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2011, s. 100–105.
- MACHÁČKOVÁ, J., TICHÁ, M. Assessment of knowledge and conceptions through problem posing: The case of fraction. In *SEMT '07 – International Symposium, Elementary Maths Teaching. Proceedings*, NOVOTNÁ, J., MORAOVÁ H. (eds.), UK PedF, Praha 2007, s. 178–186.
- MACHÁČKOVÁ, J., TICHÁ, M. Po stopách rozvíjení kompetencí učitelů: pohledy zevnitř i zvenku. In UHLÍŘOVÁ M. (ed.), *Matematika jako prostředí pro rozvoj osobnosti žáka primární školy*. Olomouc: PedF UP, 2006, s. 140–144.
- MANEEKHAO, K., WATSON TODD, R. Two kinds of becoming: The researcher's tale and the mentor's tale. In EDGE, J. (ed.), *Action research*. Alexandria, VA: TESOL, 2001.
- MAREŠ, J. Učitelovo pojetí výuky (1. díl). *VV – nezávislá revue pro výchovu a vzdělávání*, roč. 1, č. 2, 1990/91, s. 31–33.

- MAREŠ, J. Využití televizní techniky při přípravě učitelů. *Pedagogika*, 1976, roč. 26, č. 3, s. 443 – 453.
- MARSHALL, S. P. Assessment of Rational Number Understanding: A Schema-Based Approach. In: CARPENTER, T. P., FENNEMA, E., ROMBERG T. A. (eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research*, New Jersey: LEA, 1993, s. 261–288.
- McEWAN, E., BULL, B. The Pedagogic Nature of Subject Matter knowledge. *American Education research Journal*, 1991, vol. 28, no. 2, s. 316–334.
- MURATA, A.. Introduction: Conceptual Overview of Lesson Study. In: LYNN C, ALTSON H., MURATA A. *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education*, 2011, s. 1–11.
- NEZVALOVÁ, D. Evropské dimenze v pregraduální přípravě učitelů a pedagogické kompetence. In *Acta Paedagogica Annus II*. Prešov: Edičné stredisko FHPV a FF PU, 2002.
- NEZVALOVÁ, D.: Akční výzkum ve škole. *Pedagogika*, roč. 3, 2003, s. 300–308.
- OHLSSON, S. Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts. In HIEBERT J., BEHR M. (eds.), *Number concepts and operations in the middle grades*. Reston, VA: NCTM, 1988, s. 55–92.
- PITKETHLY, A., HUNTING, R. A review of recent research in the area of initial fraction concepts, *Educational Studies in Mathematics*, 1996, vol. 30, s. 5–38.
- PREDIGER, S. Continuities and Discontinuities for fractions. A proposal for analysing in different levels. In: NOVOTNÁ, J., MORAOVÁ, H. KRÁTKÁ, M. (eds.), *Internationalernational Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, vol. 4, Praha 2006, s. 377–384.
- PRŮCHA, J. *Učitel*. Praha: Portál 2002.
- PRŮCHA, J., WALTEROVÁ E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*, Praha: Portál, 2001.
- RICHARDSON, V. The Role of Attitudes and Beliefs in Learning to Teach. In. SIKULA, J. (ed.), *Handbook of Researchon Teacher Education*. 2. vyd. New York: Simon and Schuster Macmillan, 1996, s. 102–119.

- SCHERER, P., SÖBBEKE, E., STEINBRING, H. *Praxisleitfaden zur kooperativen Reflexion des eigenen Mathematikunterrichts*. Manuskript: Universitäten Bielefeld & Dortmund, 2004.
- SCHERER, P., STEINBRING, H. The professionalism of mathematics teachers' knowledge – teachers common reflect feedback to their own instruction activity. In *Proceeding of CERME-03*. [CD ROOM]. Pisa University, 2003.
- SCHÖN, D. *Educating the Reflective Practitioner*, San Francisco: Jossey-Bass, 1987.
- SCHÖN, D. *The Reflective Practitioner. How professionals think in action*. London: Temple Smith, 1983.
- ŠVARŤÍČEK, R. a kol. (eds.), *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. Praha: Portál, 2007, s. 207–247.
- SHIMIZU, Y. Aspects of mathematical teacher education in Japan: Focusing on the teachers' roles, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1999, vol 2., 107–116.
- SHULMAN, L., S. Knowledge of teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, vol. 57, n. 1, 1987, s. 1–22.
- SHULMAN, L., S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 1986, vol. 15, s. 4–14.
- SLAVÍK, J. *Od výrazu k dialogu a výchově*. Artefiletika. Praha: Karolinum, 1997.
- SLAVÍK, J. O teorii pro posthospitační rozhovor aneb reflexe příběhu výuky jako prostředek rozvíjení didaktických znalostí obsahu. In: JANÍK, T. a kol. (eds.), *Možnosti rozvíjení didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelů*. Brno: Paido, 2009, s. 33–44.
- SLAVÍK, J. Profesionální reflexe a interpretace výuky jako prostředník mezi teorií a praxí. Konference *Oborové didaktiky v pregraduálním učitelském studiu*. Brno: PedF MUNI, 2004, www.ped.muni.cz.
- SLAVÍK, J., ČAPKOVÁ, D. Reflexe učitelské profese: Divadlo, dílna a těžký život v pojetí výuky. *Pedagogika*, 1994, roč. 44, č. 4, s. 377–388.
- SLAVÍK, J., SIŇOR, S. Kompetence učitele v reflektování výuky. *Pedagogika*, roč. 43, č. 2, 1993, s. 155–164.
- SMÉKAL, V. *Psychologie osobnosti*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989.

- SMITH, J. P. The Development of Students' Knowledge of Fractions and Ratios. In LITWILLERB., BRIGHT G. (eds.), *Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions: Yearbook*. Reston: NCTM 2002, s. 3–17.
- SPIPKOVÁ, V. Současné a perspektivní změny vzdělávání učitelů primárních škol v ČR na pozadí západoevropského vývoje. In *Universitní vzdělávání učitelů primární školy na přelomu století: sborník z vědecké konference*. Praha: PedF UK, 1999, s. 23–30.
- SPIPKOVÁ, V. *Současné proměny vzdělávání učitelů*. Brno: Paido, 2004.
- STEHLÍKOVÁ, N. Využití videozáznamu pro rozvoj didaktických znalostí obsahu. In JANÍK, T. a kol. (eds.), *Možnosti rozvíjení didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelů*. Brno: Paido, 2009, s. 111–118.
- STEINBERG, R. et al. Using children's thinking to improve teaching of fractions: Can $3/12$ be the same as $3/4$? In NOVOTNÁ, J. (ed.), *Proceedings SEMT '03*. Praha: UK PedF, 2003, s. 144–147.
- STIGLER, J. W., HIEBERT, J. *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Summit Books, 1999.
- STRAUSS, A., CORBINOVÁ, J. *Základy kvalitativního výzkumu*. Boskovice: Albert, 1999.
- STREEFLAND, L. *Fractions in Realistic Mathematics Education. A Paradigm of Developmental Research*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1991.
- ŠVARŤÍČEK, R. a kol. *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. Praha: Portál, 2007.
- ŠVEC, V. Intervence do procesu utváření didaktických znalostí obsahu: inspirace teorií k jednání. In JANÍK T. a kol. (eds.), *Možnosti rozvíjení didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelů*. Brno: Paido, 2009.
- ŠVEC, V. Ke vztahu pedagogické teorie a praxe v přípravě a dalším vzdělávání učitelů. *Speciální pedagogika: časopis pro teorii a praxi speciální pedagogiky*. Praha: UK PedF, 1994, č. 12/13, s. 26–32.
- ŠVEC, V. *Pedagogická příprava budoucích učitelů: problémy a inspirace*. Brno: Paido, 1999.

- ŠVEC, V. Význam sebereflexe v učitelské přípravě, *Pedagogická orientace*, 15, 1995, s. 12–21.
- TICHÁ, M. Following the path of discovering fractions. In J. NOVOTNÁ (ed.), *Proceedings SEMT '03, plenary lectures*. Praha: UK PedF, 2003, s. 17–27.
- TICHÁ, M., HOŠPESOVÁ, A. Qualified Pedagogical Reflection as a Way to Improve Mathematics Education. *Journal for Mathematics Teachers Education. Special Issue: Inter-Relating Theory and Practice in Mathematics Teacher Education*. Springer Netherlands, 2006, vol. 9, no. 2, s. 129–156.
- TICHÁ, M., HOŠPESOVÁ, A. Rozvíjení didaktických znalostí obsahu matematického vzdělávání v přípravě učitelů 1. stupně. In JANÍK, T. a kol. (eds.), *Možnosti rozvíjení didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelů*. Brno: Paido, 2009, s. 119–128.
- TICHÁ, M., HOŠPESOVÁ, A.: Reflection - one of the ways of teacher professionalization. In SZENDREI J. (ed.), *Proceedings CIEAEM59; Mathematical activity in classroom practice and as a research object in didactics: two complementary perspectives. For the Memory of Tamás Varga*. Dobodókö - Budapest, Hungary. Varga Tamás Foundation, 2007, s. 241–245.
- TICHÁ, M., MACHÁČKOVÁ, J. Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice (Cesty k porozumění zlomkům). In *Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP – studijní materiály k projektu CZ. 04. 1. 03/3. 1. 15. 1/0237*. Praha: JČMF, 2006.
- VAN MANEN, M. Linking ways of knowing with ways of being practical. *Curriculum Inquiry*, 1977, vol. 6, s. 205–228.
- VAŠUTOVÁ, J. Model tvorby profesního standardu učitelů. In WALTEROVÁ, E. (ed.), *Učitelé jako profesní skupina, jejich vzdělávání a podpůrný systém (2. díl)*. Praha: PedF UK, 2001.
- VAŠUTOVÁ, J. Profese učitele v českém vzdělávacím kontextu. Brno: Paido, 2004.
- VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In LESH, R., LANDAU, M. (eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*. Orlando: Academic Press, 1983, s. 127–173.
- WAGENSCHHEIN, M. *Verstehenlernen*. Weinheim und Basel: Beltz Verlag 1968.

- WALTEROVÁ, E. (ed), *Učitelé jako profesní skupina, jejich vzdělávání a podpůrný systém*. Praha: PedF UK, 2001.
- WEINERT, F. E. Concept of Competence: A Conceptual Clarification. In RYCHEN, D., S. SALGANIC L. H. (eds.), *Defining and Selecting Key Competencies*. Göttingen: H. and H. Publishers, 2001, p. 46–65.
- WESTERA, W. Competences in education: a confusion of tongues. *Journal of Curriculum Studies*, vol. 33, no. 1, 2001, s. 75–88.

Příloha 1

Úryvek z publikace Praxisleitfaden zur kooperativen Reflexion des eigenen Mathematikunterrichts (Scherer, Söbeke, Steinbring, 2004).

Analýza chápání žáků pozorovaná v interakci.

Z hlediska analýzy chápání žáků ve výuce matematiky je zajímavá scéna, kdy (jedná se vždy jen o *možné příklady*):

- žák vysloví nečekanou poznámku, žák vysloví neúplnou, nesrozumitelnou poznámku, žák vysloví konkrétní poznámku vztahující se k příkladu, žáci popíší (vysvětlí nebo odůvodní) *vlastními slovy* (a způsobem spojeným s příkladem) matematický obsah
- žáci popíší (vysvětlí nebo odůvodní) *dohodnutým matematickým označením* matematický obsah
- žáci komunikují mezi sebou o matematickém obsahu (vlastními slovy vztahujícími se k příkladu, vzájemně si něco vysvětlují, ptají se na matematické vysvětlení atd.)
- žáci popisují, chápou (nechápejí, ptají se) na intence (zadání, požadavky, ...) vyučujícího

Analýza intencí/postupů vyučujícího během dění ve výuce

Z hlediska analýzy intencí vyučujícího (přípravy, záměrů, cíle vyučovací hodiny atd.) jsou v hodině matematiky zajímavé následující scény (příklady):

- vyučující vysloví poznámku pro žáky nečekanou
- vyučující vysloví poznámku pro žáky nepochopitelnou
- vyučující vyzve žáky k popisu (vysvětlení, odůvodnění atd.) matematických obsahů
- vyučující nepřijme zcela žákovo vyjádření (vůbec je nevnímá,

nerozumí vyjádření žáka, vyloží si jeho poznámku ve smyslu vlastních cílů, vyjádření odmítne, vyjádření zdůrazní, vyzve ostatní žáky, aby (nejasné) vyjádření žáka vysvětlili, popř. opakovali jinými slovy atd.)

Analýza interakcí mezi žáky a vyučujícími

Z hlediska analýzy interakcí mezi žákyněmi/žáky a vyučujícími ve výuce matematiky jsou zajímavé epizody a sice jednak z hlediska toho, jaké vzory komunikace vzniknou a jednak z hlediska společně vytvořených matematických představ a významů (příklady); v průběhu vyučovací interakce lze pozorovat:

- komunikace po malých krocích a hry otázka – odpověď
- mezi vyučujícími a žáky se postupně vytvoří konsensus a dojde ke společnému pochopení (jakého druhu?)
- zajímavé otázky ve vztahu, jak vyučující matematický obsah znázorňuje (např. obecně, obsáhle, za pomoci přiměřených označení) a jak onen matematický obsah znázorňují žáci (např. konkrétně, vlastními slovy, neúplně, na číselných příkladech, ukazováním atd.)
- interaktivní nastolení (mezi vyučujícími a žáky nebo také u žáků mezi sebou) matematického pochopení a matematického názoru / význam kolísá (konverguje, je úspěšný, je přerušeno, má nečekaný průběh atd.)
- komunikace probíhá nebo je podpořena jazykovými prostředky, médii, pracovním materiálem, ukazováním atd.
- podněty a motivy k zamyšlení k vyřešení a zpracování matematických problémů, pocházející od vyučujícího nebo od žáků
- kladou žáci popř. vyučující správné otázky týkající se problému, nebo se zde jedná o řízenou komunikaci

- dá se v epizodě pozorovat otevřená nebo uzavřená komunikace

Analýza pozorovaných vlastních výukových činností vyučujícího

Z hlediska analýzy pozorování vlastní výukové činnosti vyučujícího v hodině matematiky jsou zajímavé následující epizody – a sice z hlediska rozdílu mezi přípravou a nyní pozorovaným, reálným provedením výuky a nyní realizovaným (distancovaným) pozorováním vlastní osoby a vlastní aktivity při vyučování. Zároveň mohou vyplynout zajímavé aspekty analýzy ze srovnání vyučovacích hodin (epizod) ostatních spolupracujících učitelek (ke stejnému matematickému tématu):

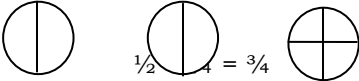
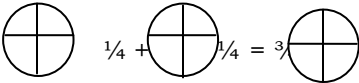

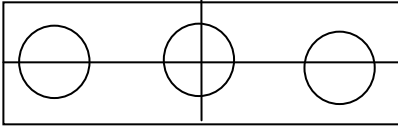
- obsahují osobní aspekty, způsob chování a intervenční opatření daného vyučujícího (z jehož vyučování jsou vybrány epizody k analýze), které jsou zajímavé a důležité pro společnou analýzu
- obsahují komunikační vzory (stereotypy, opakování, shodný způsob intervence se žáky atd.), které jsou zajímavé a důležité pro společnou analýzu
- obsahují zřetelné podstatné rozdíly mezi přípravou a realizací
- potřeba analýzy vznikne z pohledu na to, jak je třeba chápat, hodnotit nebo modifikovat aktuální rozhodování / postupy v daném aktuálním vyučovacím procesu nyní z hlediska (částečně opakovaného) pozorování nahrané scény
- při stejné přípravě jsou zřetelné podstatné rozdíly při realizaci vyučovací hodiny u jednotlivých spolupracujících kolegyně
- výběr pokud možno „podobných“ epizod z vyučovacích hodin jednotlivých spolupracujících kolegů z následujících hledisek analýzy
- popis a srovnání stylů vyučování


- povšimnutí si rozdílů interaktivního průběhu vyučování (popis a pokud možno nalezení indicií pro vysvětlení)
- na základě vyzorovaných rozdílů při srovnání epizod z vyučovacích hodin kolegyň vyvinout další možné modely jednání

Tyto aspekty nejdou od sebe ostře oddělit, ale částečně se překrývají. Pro společnou analýzu je však prospěšné koncentrovat se pokud možno pouze na jednu z těchto perspektiv a dohodnout se postupně dle zvolené perspektivy na konkrétních otázkách analýzy.

Příloha 2

B. Doig, S. Groves: Pracovní plán Lesson study použitý při dílně *Lesson study: Could it work for you?*

Aim of the lesson	To connect partition division with fractions		
Steps	Main Learning Activities	Anticipated Student Responses	Comments
Posing the problem the <i>hatsumon</i>	Four children want to share three pizzas equally between three people. How could they do this? How much of a pizza would each child get?		
Students problem solving Kikan-Shido	Children use 'worksheet' to show how they would share the pizzas. Children can provide as many solutions as they want – multiple worksheets will be available.	A.  B.  C.  D.  E.	Observe solution strategies & decide on order of presentation of strategies. Criteria for judging sophistication of solutions: <ul style="list-style-type: none"> • Ability to give numerical answer (as opposed to drawing only) • Preservation of pieces that do not need cutting • Economy of marking • Economy in cutting

		 $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ $= \frac{6}{8} \text{ (perhaps } = \frac{3}{4}\text{)}$	Note that these last three all contribute to ability to give numerical answer – see also attached extract
Whole-class discussion <i>Neriage</i>	Children share solutions	If possible, order solutions based on sophistication. (Where appropriate) ask children to explain how they know the answer is $\frac{3}{4}$ (or $\frac{6}{8}$ or???)	
Summing up <i>Matome</i>	Three pizzas divided equally among four people results in each person getting $\frac{3}{4}$ of a pizza. So $3:4 = \frac{3}{4}$		