

Posudek diplomové práce Ondřeje Kremla: Osově symetrické proudění viskózní newtonovské tekutiny

Petr Kaplický

1 Popis problému studovaného v DP

Ve své diplomové práci se Ondřej Kreml zabývá regularitou osově symetrického proudění nestlačitelné viskózní newtonovské tekutiny. První kapitola se věnuje popisu příslušných rovnic, jejich slabému řešení a známým výsledkům o jeho hladkosti. Klíčovým pojmem je tzv. Prodiho-Serrinova podmínka, která zaručuje, že slabé řešení, které ji splňuje, je již hladké. V případě osově symetrického proudění dokonce stačí, aby tuto podmínku splňovala pouze radiální složka vektoru rychlosti. Podobný výsledek se očekává i pro úhlovou složku rychlosti. V druhé kapitole své diplomové práce Ondřej Kreml vylepšuje výsledek dr. Pokorného na toto téma.

V poslední kapitole je ukázáno, že v případě, že osově symetrické proudění není regulární, časově první singularita se nemůže vyskytnout uvnitř oblasti, ve které se tekutina nachází.

2 Hodnocení obsahu DP

Oba výsledky prezentované v této diplomové práci jsou původní, což je jistě výborné. Studium parciálních rovnic a zvláště regularity jejich řešení je obtížné a často bývá technicky velmi náročné. Zde je situace navíc komplikovaná tím, že se rovnice transformují do polárních souřadnic, což přináší další technické komplikace. Nicméně, Ondřej Kreml ukazuje, že se s příslušnou technikou dobře seznámil a v kapitole 3 prezentuje jasný a přehledný matematický text. Nejdříve vysvětlí s jakým řešením bude pracovat, pak formuluje větu. V jejím důkazu nejdříve odvodí a-priorní odhady a nakonec vysvětlí jak z nich plyne tvrzení věty. Kapitola 2 má podobnou strukturu. V důkazu věty je ale hlavní pozornost věnována a-priorním odhadům a idea důkazu je je pouze nejasně nastíněna, viz. sekce 2.2. Bylo by vhodné ji vysvětlit při prezentaci DP i s tím v čem se liší od postupů v článcích [3] a [7]. V této

kapitole mi také chybí odvození základních rovnic (2.1) a (2.2) pro a-priorní odhady. Je škoda, že autor nezvolil opačné pořadí kapitol. Varianta rovnice (2.2) je totiž odvozena v kapitole 3.

V celé práci mne trochu zarazilo, jak volně autor pracuje s integrací per partes, viz. náznak odvození (2.1) a (2.2), str. 24 a 23 nahoře. Nikde se totiž nezabývá hraničními integrály, což je v kontrastu s prací [3], kde se této otázce věnuje pomocné lemma. To může souviset s tím, že jsem nenašel vysvětlení v jakém smyslu se požaduje $v(x, t) \rightarrow 0$ pro $|x| \rightarrow \infty$. Podobně autor bez dalšího komentáře občas užívá větu o vnoření ve tvaru $\|\cdot\|_6 \leq C\|\nabla \cdot\|_2$, viz např. (2.3). V diplomové práci by se také slušelo podrobněji vysvětlit význam norem $\|(v_r, v_\varphi, v_z)\|_2$ a $\|(v_1, v_2, v_3)\|_2$ i když je to asi standardní značení.

3 Závěr

Diplomová práce obsahuje nové zajímavé výsledky o regularitě osově symetrického řešení Navierových-Stokesových rovnic, což je velice obtížné téma. Až na výše uvedené námitky je předložená práce přehledně uspořádaná a pečlivě sepsaná. Obsahuje jen málo překlepů. Je jisté, že tato práce splňuje podmínky kladené na diplomovou práci. Přes výše uvedené nedostatky a zejména s přihlédnutím k tomu, že práce obsahuje původní výsledky ji navrhuji hodnotit známkou výborně.

V Praze 22. května 2006,

Petr Kaplický, KMA MFF UK