UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

FAKULTA SOCIÁLNÍCH VĚD

Institut ekonomických studií

Prokrastinace s možností spolupráce

Bakalářská práce

2012 **Šimon Procházka**

Bibliografický záznam

PROCHÁZKA, Šimon. *Prokrastinace s možností spolupráce* Praha 2012. 47 s. Bakalářská práce (Bc.) Univerzita Karlova, Fakulta sociálních věd, Institut ekonomických studií. Vedoucí diplomové práce Tomáš Janotík, MSc.

Abstrakt

V této práci zabývající se prokrastinací jsem se chtěl věnovat jevu, kterého jsem si všiml při studiu mikroekonomie na IES a to toho, že když se odevzdávaly úkoly, tak bylo možno vidět, že většina byla odevzdána zhruba do dvou hodin před termínem odevzdání. A já se chtěl zaměřit na to, jakou roli hrála prokrastinace a její očekávání při odevzdávání úkolů, jakou roli hrálo využívání spolupráce při zhotovování těchto úkolů a tudíž do jaké míry je prokrastinace výsledkem kolektivní vyčkávací hry, kdy studenti přebírají od ostatních již zhotovené části, či zda vůbec tato hra probíhá. Tento problém se pokouším zodpovědět pomocí nástrojů teorie her.

Klíčová slova

Prokrastinace   Teorie her   Třídění equilibrií   Spolupráce   Skupinová dynamika

Abstract

In this paper focusing on the subject of procrastination I have aimed on the phenomenon I noticed during studies of microeconomics course at IES, when the finished homework papers were submitted usually two hours before deadline. And I would like to clarify, what role played procrastination and its expectation in submitting of the homeworks and what part played cooperation between students during soluting of these homeworks, this means how much is procrastination result of this common waiting game, where students are taking already completed parts of solution, and if this game is actually happening. This topic I am trying to answer with the tools of game theory.

Keywords

Procrastination Game theory Equilibrium refinement Cooperation Group dynamics

Autor práce: **Šimon Procházka**

Vedoucí práce: **Tomáš Janotík, MSc.**

Oponent práce:

Datum obhajoby:

Hodnocení:

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím s tím, aby práce byla zpřístupněna pro studijní a výzkumné účely.

Praha, 27. července 2012

Podpis

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval svému vedoucímu, že se mu podařilo mne dovést k zakončení této práce, svému institutu a lidem s ním spojeným. Dále bych chtěl poděkovat lidem, kteří poslouchali mé monology týkající se jednotlivých prvků této práce, zejména tedy mému otci Ivanu Procházkovi a kamarádovi Jiřímu Souškovi, ale i další lidé by si zde zasloužili své místo.

Obsah

1 Úvod

S prokrastinací je spojena celá řada prací, které se většinou zabývají prokrastinací spojenou se studiem a mezi studenty. Tato práce nebude v této oblasti výjimkou. Nicméně se pokusím v této práci zaměřit na situace, kdy se nabízí mezi jednotlivými studenty možnost spolupráce a tudíž prostor pro to, jak dosáhnout lepších výsledků s menší námahou, a také na to, jakou roli může mít koordinace a kooperace mezi studenty na samotný výskyt prokrastinace.

Proč tolik prací z této oblasti pochází svým zaměřením ze sféry studia se dá jen spekulovat a nekladu si zodpovědět tuto otázku za cíl, nicméně z toho, co se mi podařilo zažít během mé fáze studia, se dá usuzovat, že se pro toto nachází patřičný a opodstatněný důvod. Prokrastinace má svůj "kult", je vnímána, to znamená že studenti si uvědomují svou neschopnost začít dříve či včas, a bývá i oceňována - končí to většinou pobavením u polohospodských historek. Ale tímto se také zabývat nebudu. Naopak se budu zabývat otázkou, zda samotná prokrastinace z části nevzniká z možnosti spolupráce mezi jednotlivými studenty.

Tedy ze začátku v kapitole 2 se zaměřím na jednoduchý model, na kterém jsem v této práci pracoval, pak budu pokračovat hypotézou, která je jedním z ústředních bodů této práce, a jejímu zodpovězení. Dále budu pokračovat jednoduchou ukázkou aplikace modelu. V kapitole 3 se zaměřím na rozšiřující varianty modelu, především na způsob modifikace, ale také na to, jak se změní výsledný výstup modelu. V kapitole 4 budu navršovat předchozí varianty na sebe a vytvářet složitější struktury, kde model - hra bude reprezentovat preferenci konkrétního chování. Kapitola 5 nebude obsahovat odpovědi, ale naznačovat směr, kterým by se dalo pokračovat a na tuto práci navázat.

2 Model

K získání odpovědi na to, zda prokrastinace je způsobena nejen tím, že lidé mají tendenci prokrastinovat, ale že v určitých situacích je výhodné nebýt tím prvním, tím, který je včas, protože ten ponese veškerou tíhu břemena zadaného úkolu, ale naopak být tím, který může z již odvedeného těžit ve svůj prospěch. Co se týče samotného modelování situace, budu vycházet především z teorie her, kdy začnu velice jednoduchými hrami, kterými bych chtěl vystihnout základní myšlenky. Poté se budu věnovat modelu samotnému, konkrétně jeho základní verzí. Při hledání řešení budu používat koncept Nashova equilibria ve strategických hrách a jeho třídění. Dále budu využívat závěrů z práce Carolyn Fisher - *Read this paper later: procrastination with time-consistent preferences (1999)*[5] a to zejména uspořádání v čase (nejprve je disponibilní čas spotřebováván jako volný čas (záměrně ponechávám tento špatný překlad) a poté je jeho zbytek využit k zaplnění pracovní činností, která vede k vyhotovení zadaného úkolu) a dále podstatnou vlastností - za určitých podmínek musí model vést k tomu, že úkol nebude proveden (splněn, vypracováván, odevzdán).

2.1 Teorie her

Jak již bylo naznačeno, tak k modelování bude využito prostředků teorie her. K tomuto bych si zvolil použít drobnou ukázku. Budu uvažovat následující hru. Jsou dva studenti (hráči v pojmosloví teorie her), kteří hrají hru, která má jedno kolo. Oba studenti mají stejnou množinu možných strategií (vyřešit zadaný úkol - 0, nevyřešit zadaný úkol - 1), oba studenti jsou odměňováni podle toho, jak využijí volný čas (jakou zvolí strategii z množiny strategií; řešení vede k odměně R, neřešení vede k odměně L), nicméně, na konci hry, pokud jeden ze studentů vypracoval úkol a druhý ne, tak ten, který úkol neřešil, získává kromě odměny L také odměnu R. Pokud se použije tabulka ke znázornění tohoto problému, tak to vypadá takto:

	0	1
0	R,R	R+L,R
1	R,R+L	L,L

Jak si lze povšimnout, pokud student řeší úlohu, tak mu nezáleží na tom, zda ten druhý ji řeší či ne, ale v opačném případě už toto neplatí. Pro číselnou ukázku jsem si zvolil dvě situace: první s R=20 a L=10, druhou z opačnými hodnotami (R=10 a L=20).

	0	1
0	20,20	30,20
1	20,30	10,10

	0	1
0	10,10	30,10
1	10,30	20,20

K nalezení Nashových equilibrií jsem užil program Gambit (0.2007.12.04). V prvním případě jsou equilibrii následující body: $(0,1;1,0)$,$(1,0;0,1)$ a $(\frac{1}{2},\frac{1}{2};\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ (pro usnadnění pochopení zápisu $(0,1;1,0)$ znamená, že hráč 1 hraje první strategii s pravděpodobností 0 a druhou strategii s pravděpodobností 1, a podobně pro druhého hráče). Jak si lze povšimnout, tak dvěma equilibrii jsou čisté strategie, kdy jeden student vyhotoví úlohu a druhý student ji pak od něj opíše či nějakým jiným způsobem převezme. Pak je zde jedno smíšené equilibrium, jehož přesná hodnota závisí na poměru R a L, které generuje nižší celkový přínos (součet užitku obou hráčů). Interpretace tohoto equilibria je nyní zcela nepodstatná, ale může sloužit kupříkladu jako obrana proti freeridingu (černému pasažérství), protože tak se projevují ostatní situace.

Ve druhém případě je jen jedno equilibrium $(0,1;0,1)$, které říká to, že oba studenti úlohu nevypracují, což je pochopitelné, protože vypracování úlohy jim přináší méně než by získali volným časem. Tedy tato ukázka posloužila následujícímu účelu. Ukázalo se, že vhodným popisem či názvem strategií je možno popsat situace, které mají vztah k řešení úloh. Je to sice prozatím velice simplistické a rozhodně se nejedná o definitivní podobu modelu (či nástroje), ale to nasměrování je podstatné. Protože zde používám termíny z oblasti teorie her, je třeba si je nejprve upřesnit.

2.1.1 Definice

Hra se skládá ze tří prvků: množiny hráčů (označené zpravidla indexy - {1,2,..,N }), prostoru čistých strategií S_i pro každého hráče i a funkcí u_i, které přiřazují hráči i von Neumann-Morgensternovskou užitkovou funkci $u_i(s)$ pro každý profil strategií $s = (s_1, s_2, ..., s_N)$.

Smíšená strategie σ_i je distribuce pravděpodobnosti přes všechny čisté strategie hráče i.

Čistá strategie A je ryze dominována pro hráče i, pokud existuje smíšená strategie σ_i' taková, že platí:

$$u_i(\sigma_i', s_{-i}) > u_i(A, s_{-i}) \text{ pro každé } s_{-i} \in S_{-i}$$

Strategie je slabě dominována, pokud místo ostré nerovnosti platí nerovnost neostrá a zároveň alespoň pro jeden s_{-i} platí nerovnost ostrá.

Profil smíšených strategií σ^* je **Nashovým equilibriem**, pokud pro každého hráče i platí:

$$u_i(\sigma_i^*, \sigma_{-i}^*) \geq u_i(s_i, \sigma_{-i}^*) \text{ pro každou strategii } s_i \in S_i$$

Preferenční uspořádání je **racionální**, pokud splňuje následující dvě vlastnosti:

a) Je kompletní

b) Je tranzitivní

Co rozumí pod vlastnostmi kompletnosti a tranzitivity je rozepsáno podrobně například v M.-C., W., G. (1995)[8], ale kompletnost vyžaduje ke každé dvojici *x*,*y* z množiny spotřebitelského rozhodnutí přisouzenou relaci (alespoň tak dobrý jako) a tranzitivita zajišťuje vztah: pokud *y* je alespoň tak dobré jako *z* a *x* je alespoň tak dobré jako *y*, pak *x* je alespoň tak dobré jako *z*.

Po těchto úvodních pojmech ale také budou potřeba pojmy složitější, zejména z oblasti třídění Nashových equilibrií.

Úplně smíšenou strategií bude rozuměna smíšená strategie, která každé čisté strategii připisuje alespoň minimální nenulovou pravděpodobnost.

Nechť je ϵ libovolně malé kladné číslo, pak ϵ-**perfektní (perfect) equilibrium** je kombinace úplně smíšených strategií $(\sigma_1, ..., \sigma_n)$ takových, že:

$$\text{pokud } V_j(s_j|\sigma_1, ..., \sigma_n) < V_j(s_j^{'}|\sigma_1, ..., \sigma_n), \text{ pak } \sigma_j(s_j) \leq \epsilon$$

$$\forall j, \forall s_j \in S_j, \forall s'_j \in S_j$$

Tedy ϵ-perfektním equilibriem je taková kombinace úplně smíšených strategií, které připisují pouze nejlepším odpovědím v čistých strategiích pravděpodobnost vyšší než ϵ.

Kombinace strategií $(\sigma_1, ..., \sigma_n)$ je **perfektním equilibriem** jen tehdy a tehdy pokud existují posloupnosti $\{\epsilon_k\}_{k=1}^{\infty}$ a $\{(\sigma_1^k, ...\sigma_n^k)\}_{k=1}^{\infty}$ takové, že:

- Každé $\epsilon_k > 0$ a $\lim\limits_{k\to\infty} \epsilon^k = 0$
- Každé $(\sigma_1^k, ...\sigma_n^k)$ je ϵ-perfektním equilibriem a
- $\lim\limits_{k\to\infty} \sigma_i^k(s_i) = \sigma_i(s_i)$, $\forall i$ a $\forall s_i \in S_i$

Zde je nutno podotknout, že perfektním equilibriem nemusí být úplně smíšená strategie, nicméně je potřeba, aby existovala vhodná posloupnost úplně smíšených strategií pro každého hráče (to znamená, posloupnost, která konverguje k bodu podezřelého z toho, že je perfektní equilibrium, a která v každém svém členu připisuje pouze nejlepším odpovědím dostatečně velkou pravděpodobnost). Dále je si třeba povšimnout toho, že aby byla smíšená strategie perfektním equilibriem (u jednoho hráče dvě strategie s nenulovou pravděpodobností, ostatní s nulovou), tak v každém bodě požadované posloupnosti musí platit to, že obě strategie jsou zároveň nejlepšími odpověďmi pro strategie ostatních hráčů (pokud by byla pouze jedna z nich, pak ta druhá by byla hrána s pravděpodobností menší nebo rovnou ϵ, a s rostoucím k by se tato pravděpodobnost snižovala, čímž by bylo znemožněno dosáhnout požadované smíšené strategie).

Nechť je ϵ libovolně malé kladné číslo, pak ϵ-**náležité (proper) equi-**

librium je kombinace úplně smíšených strategií $(\sigma_1, ..., \sigma_n)$ takových, že:

$$\text{Pokud } V_j(s_j|\sigma_1, ..., \sigma_n) < V_j(s_j^{'}|\sigma_1, ..., \sigma_n), \text{ pak } \sigma_j(s_j) < \epsilon \cdot \sigma(s_j^{\prime})$$
$$\forall j, \forall s_j \in S_j, \forall s_j^{\prime} \in S_j$$

Zde už nezáleží pouze na tom, která čistá strategie je nejlepší odpovědí, ale rozložení pravděpodobností musí odpovídat pořadí strategií podle toho, která je lepší nebo horší než ta druhá. A co víc, pokud je jedna strategie lepší odpovědí, než strategie druhá, pak pravděpodobnost toho, že je hrána, je $1/\epsilon$-krát větší než pravděpodobnost hraní té horší strategie.

Kombinace strategií $(\sigma_1, ..., \sigma_n)$ je **náležitým equilibriem** jen tehdy a tehdy pokud existují posloupnosti $\{\epsilon_k\}_{k=1}^{\infty}$ a $\{(\sigma_1^k, ...\sigma_n^k)\}_{k=1}^{\infty}$ takové, že:

- Každé $\epsilon_k > 0$ a $\lim\limits_{k \to \infty} \epsilon^k = 0$
- Každé $(\sigma_1^k, ...\sigma_n^k)$ je ϵ-náležitým equilibriem a
- $\lim\limits_{k \to \infty} \sigma_i^k(s_i) = \sigma_i(s_i)$, $\forall i$ a $\forall s_i \in S_i$

Zde je nutno poznamenat to, že náležitá equilibria náleží do množiny perfektních equilibrií a že perfektní equilibria náleží do množiny Nashových equilibrií. Co se týče hledání náležitých equilibrií, je vhodné nejprve ověřit, zda jsou perfektní (pokud nejsou, ověřování končí). Tím se zpravidla získá další informace o tom, jak bude vypadat pořadí všech jednotlivých čistých strategií. A pokud získané pořadí vede na spor s definicí náležitého equilibria, pak náležitým není. Také platí to, že každá hra má alespoň jedno náležité equilibirum[6].

V práci bude také potřeba definovat termín perzistetního equilibria.

Nicméně doporučuji si na toto téma přečíst původní práci (Kalai a Samet (1982))[2], z které jsem definice převzal a přeložil.

Podmnožina R množiny M (množiny všech kombinací strategií všech hráčů) je **Retractem**, pokud $R = R_1 \times \cdots \times R_n$, kde každá R_i je neprázdná uzavřená konvexní podmnožina S_i

Retract R **absorbuje** množinu smíšených strategií $A \subseteq M$,

$$\text{pokud pro každou } \sigma \in A, BR(\sigma) \cap R \neq 0.$$

To znamená, pokud R absorbuje A, pak každá strategie z množiny A má nejlepší odpověď v množině R. Co je ale podstatné, tak není řečeno, že všechny nejlepší odpovědi na strategii z A musí být v množině R.

Retract se nazývá **Nashovým retractem**, pokud absorbuje sám sebe.

Tento koncept zobecňuje pojem Nashova equilibria, protože jakmile je navržena strategie pochází z R, pak žádný hráč i nemá důvod opouštět svoji množinu R_i. Dále celá hra (množina všech kombinací strategií) je Nashův retract a samotné Nashovo equilibrium je zároveň Nashovým retractem.

Nashův retract je **minimální** pokud neobsahuje pořádně další Nashův retract.

Zde je první bod, kde je třeba si upřesnit, jak je to chápáno v této práci (možná se to neliší od ostatních prací). Klíčové je, co to znamená v tomto kontextu slovo pořádně (v textu *properly*). Zde je to chápáno tedy jako množinová relace (množina A - podmnožina B), kde platí to, že prázdná množina je podmnožinou množiny A a množina A je podmnožinou sebe sama. Tyto případy se označují jako triviální (relace) .Zejména ten druhý případ ale znamená také to, že vždycky Nashův retract obsahuje Nashův retract - sebe sama. Takže pořádně obsahovat znamená to, že se tyto triviální relace při určování této vlastnosti ignorují.

Retract R je nazýván **zásadním Nashovým retractem**, pokud existuje okolí T množiny R - R absorbuje T.

Zde je druhý "sporný bod" - jak chápat výraz okolí? V této práci jsem ho pojal jako všechny body ležící v přípustné množině všech strategií(M) vzdálené o malou kladnou konstantu.

Retract R je **postupným zásadním Nashovým retractem**, pokud existuje nerostoucí posloupnost Nashovým retractů $\{R^k\}_{K=1}^{\infty}$ takových, že R je obsažen uvnitř každého prvku této posloupnosti a $R = \bigcap\limits_{k=1}^{\infty} R^k$
Vztah mezi postupným zásadním Nashovým retractem a zásadním Nashovým retractem určuje lemma 2[2], které tvrdí, že retract R je zásadním Nashovým retractem jen a tehdy, pokud je postupně zásadním Nashovým retractem.
Retract R je **perzistentní** pokud je minimální zásadní Nashův retract, to znamená pokud neobsahuje pořádně další zásadní Nashův retract.

Kombinace strategií σ je **perzistetní** pokud náleží nějakému perzistentnímu retractu.

Kombinace strategií σ je nazvána **perzistentním equilibriem**, pokud

je Nashovým equilibriem a je perzistentní.
K tomuto ještě dodám ve vztahu k náležitosti equilibria, že každá hra má alespoň jedno perzistentní equilibrium, které je zároveň náležitým equilibriem[2].

Poslední definicí, kterou zbývá zmínit, je množina stability. **Množina stability strategie** $\sigma(s_i^k)$ je taková množina v množině smíšených strategií ostatních hráčů, pro které je s_i^k nejlepší odpovědí hráče *i*.

2.2 Základní úloha

Nyní tedy přikročím k jádru modelu. Jádrem modelu bude hra o dvou kolech (přesnější pojem by byly fáze), která bude pracovat na podobném principu, jako hry z ukázky z předchozí podkapitoly. Tuto hru nazvu základní úloha, protože bude bude sloužit jako základní vzorec pro modifikace základní úlohy, které se budou na rozdíl od ní vyznačovat narušením symetrie ve vlastnostech některých hráčů. Základní úlohou tedy bude rozuměna následující hra:

- 2 hráči
- 2 kola
- úkol se skládá ze dvou částí (A a B), které přináší užitek A (pro část A) a B (pro část B)
- dohromady přináší navíc užitek K (aby se posílila motivace k tomu odevzdávat úkol kompletní)
- za volný čas se získává užitek L, který je diskontovaný pomocí λ $(0 < \lambda < 1)$

- na konci každého kola se předává vyřešená část tomu studentovi(hráči), který ji ještě nemá vyřešenou(ten ji pak již řešit nemusí).

Zde dostává řešení úlohy časový rozměr, který je reprezentován koly. Účelem těchto kol ale není potřeba říct, že jedno kolo je jedna hodina či jen den, ale spíše vyjádřit nějaké pořadí, ve kterém jsou jednotlivé činnosti prováděny. Samotná kola ale dohromady pokrývají čas potřebný k samostatnému vypracování úkolu (jeho bližší určení a specifikace jsou popsány v již zmíněné práci Fisher(1999))[5]. Dále je použita "konvexní" užitková funkce (v tom smyslu, že kompletněji vypracovaná úloha přináší celkem o něco větší užitek, než pokud by se vzal užitek z obou samostatných částí dohromady; uvozovky jsou použity z toho důvodu, že výraz se nezakládá na matematické definici konvexnosti funkce). Je ale potřeba zmínit to, že zde není řešeno to, že nějaký čas může trvat samotné zpracovávání předané informace o řešení úlohy. Tento čas zanedbávám v rámci zjednodušující abstrakce (více na toto bude napsáno v závěru této kapitoly). K reprezentaci samotné hry popisující tuto úlohu poslouží následující tabulka:

	AB	BA	LA	LB	AL	BL	LL
AB	AB;AB	ABλ;ABλ	AB;ABλ1	AB;AB1	AB;ABλ	ABλ;ABλ	AB;ABλ1
BA	ABλ;ABλ	AB;AB	AB;AB1	AB; ABλ1	ABλ;ABλ	AB;ABλ	AB;ABλ1
LA	ABλ1;AB	AB1;AB	A1;A1	AB1;AB1	Aλ1;Aλ	AB1;ABλ	A1;Aλ1
LB	AB1;AB	ABλ1;AB	AB1;AB1	B1;B1	AB1;ABλ	Bλ1;Bλ	B1;Bλ1
AL	ABλ;AB	ABλ;ABλ	Aλ;Aλ1	ABλ;AB1	Aλ;Aλ	ABλ;ABλ	Aλ;Aλ1
BL	ABλ;ABλ	ABλ;AB	ABλ;AB1	Bλ;Bλ1	ABλ;ABλ	Bλ;Bλ	Bλ;Bλ
LL	ABλ1;AB	ABλ1;AB	Aλ1;A1	Bλ1;B1	Aλ1;Aλ	Bλ1;Bλ	λ1;λ1

Kde A nebo B znamená odměnu za vypracované jednotlivé části, AB odměnu za celek. Podobně to platí pro 1,λ a λ1, znamenající odměnu za volný čas, diskontovaný volný čas po jednom kole a jejich součet. Užitkové funkce pro jednotlivé hráče mají obecně následující tvar, (který plyne z von Neuman-Morgensternovskosti užitkových funkcí):

$$u_i(s_1, s_2) = R \cdot g(\cdot) + c,$$

kde R je kladná reálná konstanta, c je reálné číslo (tato čísla se mohou u jednotlivých hráčů lišit, výsledek to neovlivní) a $g(\cdot)$ je skalární součin dvou vektorů, z nichž jeden obsahuje funkce, které přiřazují 0, nebo 1 podle toho, zda byla ve výsledném stavu splněna podmínka (vyřešena část A, vyřešena část B, vyřešeny obě části zároveň, volný čas v prvním kole, volný čas v druhém kole) a druhý obsahuje konkrétní odměny, které jeden stav přináší (např. (10,10,5,10,9)). Tudíž ABλ1 znamená v tomto případě A+B+K+L+λL s konkrétní hodnotou (pro uvedené hodnoty parametrů) skalárního součinu rovnou 44.

Dále je třeba se zaměřit na vlastnosti parametrů A,B,K,L. Parametr L označuje odměnu za volný čas, musí být kladný, protože pokud by nebyl a byl by záporný, tak při diskontování kladným členem (označeným λ), který nabývá hodnot mezi 0 a 1, by byla vyjádřena preference, při níž je více žádoucí spotřeba volného času v pozdějším období. Tím by ale byla narušena podstatná část modelu, která byla převzatá z již zmíněné práce C. Fisher, a to alokace času práce a času volného ve vymezeném prostoru disponibilního času. Hráč (student) by tedy řešil úlohu hned jakmile by byla zadána a nejraději by ji měl odevzdanou již ve chvíli zadání. Z podobného důvodu parametr L nemůže být roven nule, protože by to vyjadřovalo indiferenci vůči tomu, kdy by student řešil své zadání, tím pádem každý moment mezi termínem odevzdání a termínem zadání by by byl vhodnou chvíli k tomu začít a tedy by nebylo zaručeno to, že se hráči střetnou k tomu, aby se mohli účastnit této hry.

Co se týče parametru K, ten je nezáporný, tak aby nevznikala situace, kdy hráč je za kompletní odevzdání "potrestán" (z pohledu jeho užitku). To samé bude platit o parametrech A a B. Odevzdání úlohy nebude vnímáno jako “zlo” (v mikroekonomickém smyslu).

2.2.1 Equilibria

V závislosti na volbě parametrů A,B,K,L se mění počet equilibrií, nicméně lze odpozorovat několik typů (skupin) a jejich závislost výskytu na parametrech. Toto bude prvotní "analýza"či třídění equilibrií, které se nebude zakládat tolik na konkrétní teorii, ale na ohodnocení vzhledu (struktury) equilibria a jeho vztahu vůči významu užitých strategií.

- Prvním typem je equilibrium $(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1; 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$ (to znamená, že oba hráči hrají pouze strategii LL; bude označováno jako (LL;LL)), které popisuje situaci, kdy oba hráči úlohu neřeší. Toto equilibrium se vyskytuje v případě, kdy platí následující nerovnost: $AB \leq \lambda 1$. Pro opačnou nerovnost je už výskyt equilibrií zajímavější a rozmanitější. Spojitost tohoto typu equilibria s touto nerovností je ryze intuitivní - pokud vypracování úlohy přináší menší odměnu, než využití disponibilního času jako volný čas, pak hráči nejsou ochotni riskovat ztrátu odměny investováním do vypracovávání úlohy. Toto equilibrium se ale ne vždy vyskytuje samo.

- Druhým typem je kooperativní equilibrium $(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$ (označeno jako (LA;LB)). Ten se vyskytuje v případě, kdy platí nerovnost: $A\lambda 1 \leq AB1$ (Zde A reprezentuje jednu vyhotovenou část;též by šlo místo $A\lambda 1$ užít $B\lambda 1$). Čili se porovnává to, jestli hráč má místo volného času v druhém kole vypracovávat komplementární část úlohy (tzn. tu část, aby ve výsledku byla úloha kompletní). Protože se úloha dělí na dvě symetrické části, tak tyto equilibria bývají dvě. Tato equilibria se mohou vyskytovat společně s první typem (situace, kdy individuálně se úlohu vypracovávat nevyplatí, ale pokud je nějakým způsobem možno docílit spolupráce, pak je úloha vypracována).

- Dalším typem, jehož konkrétní vzhled není přesně určen, ale má podstatnou vlastnost, je "středové" equilibrium. Původ středového equilibria pramení ze symetrie hráčů (jejich užitkových funkcí). Pokud hra obsahuje symetrii mezi strategiemi (konkrétně AB a BA, LA a LB, AL a BL), pak i jeho tvar obsahuje symetrii mezi těmito strategiemi. Nicméně symetrie mezi hráči je pro toto equilibrium důležitá, protože pokud hráčům je přidělena opačná preference jednotlivých částí (například hráč 1 preferuje více část A, hráč 2 část B), pak se ta část pravděpodobnosti u obou hráčů věnovaná strategiím LA a LB přidělí té preferovanější a celé equilibrium pak získá prvek komplementarity (jeden hráč má část s LA, druhý část s LB)

- Dalším typem equilibrií jsou equilibria náležící do dvou skupin. Prvním je $(1,0,0,0,0,0,0;0,0,0,0,0,0,1)$ (v textu (AB;LL); strategie AB lze nahradit strategií BA), druhý je $(1,0,0,0,0,0,0;0,0,\frac{\alpha}{\beta},0,0,0,\frac{\beta-\alpha}{\beta})$. Obě equilibria popisují tu samou situaci (v důsledku pravidel), ale protože byla equilibria vyhledávána softwarem, který toto neumí rozlišit, tak je potřeba zmínit obě podskupiny. Dohromady kvůli symetriím mezi hráči a úlohami je jich 8. Tato equilibria se vyskytují na opačné straně nerovnosti, než equilibrium prvního typu.

- S těmito jasně vymezitelnými skupinami se pak zpravidla vyskytují různá equilibria skládající se ze smíšených strategií, které mají znaky částečné kooperace, částečného "freeridingu" doplněných o část vyhrazenou pro kompletní zpracování úlohy (jedna či obě strategie), které tvoří buď páry, či čtveřice, podle toho, kolik os souměrnosti lze v tvaru equilibria nalézt.

2.2.2 Hypotéza

V této podkapitole bych se chtěl zaměřit na své tvrzení, ve kterém se snažím říci, že část prokrastinace je způsobena možností spolupráce mezi jednotlivými hráči. Abych předešel otázku výběru equilibrií, na kterou se zaměřím v následující kapitole, tak se pro podporu tvrzení zaměřím na to, co není equilibriem.

V úvodu je třeba zmínit to, že při vlastnostech parametrů L a λ strategie AL je dominována strategií LA a to samé platí o strategii BL a LB a to platí pro oba hráče (z důvodu symetrie mezi nimi).

Dále je třeba podpořit to, zda výsledná realizace je equilibriem, či nikoli. Zde bych se opřel o práci R. W Coopera, D. V DeJonga, R. Forsythea a T. W. Rosse [1], kde jedna ze tří hypotéz zkoumaných v této práci se týkala toho, zda výsledná realizace je Nashovým equilibriem. Tuto hypotézu se jim nepodařilo vyvrátit. Čili pokud se budu držet tohoto výsledku - to je, že je neodvratitelně možné, že výsledná realizace této hry je Nashovým equilibriem, tak mohu těmto equilibriím přikládat význam a mohu se jimi zaobírat.

Samotná pomocná hypotéza zní: Nashovým equlibriem nejsou nikdy kombinace strategií (AB;AB), (BA;BA), (AB;BA), (BA;AB), ani žádná smíšená strategie poskládaná pouze ze strategií AB a BA.

Důkaz: Nejprve se zaměřím na body (AB;BA) a (BA;AB).

Jak je možno si povšimnout, zahrání této kombinace strategií je stejné jako zahrání kombinace (AL;BL), resp. (BL;AL), to plyne z pravidel

hry. Ale protože tyto strategie (AL a BL) jsou dominované strategiemi LA, resp. LB, tak nahrazením strategie AB u hráče 1 strategií LA si při zachování strategie BA u hráče 2 hráč 1 vylepší situaci (nahrazení dominované strategie strategií dominující). Tím pádem AB není nejlepší odpovědí na strategii BA a kombinace (AB;BA) není Nashovým equilibriem (tou nejlepší odpovědí je strategie LL). Stejně tak by mohl postupovat hráč 2 při zachování strategie hráče 1. Podobně to platí pro případ (BA;AB).
V případě kombinace strategií (AB;AB), resp. (BA;BA) odměna pro hráče 1 je odvozena ze skalárního součinu v tomto případě je tato odměna označena AB. Nyní pokud se hráč 1 rozhodne mírně změnit svoji strategii (přesněji řečeno vybere si jednu z nedominovaných strategií, které obsahují využití disponibilního času na čas volný, to jsou strategie LA, LB, LL), tak si mírně přilepší.
Čili

$$u_1(AB; AB) = AB$$

Nyní se zvolí libovolné $\epsilon > 0$, o které si hráč 1 změní svoji strategii směrem ke strategii, která obsahuje volný čas a která je nedominovaná jinou strategií (například LA, nebo LB, nebo LL).

$$u_1((1-\epsilon)AB, \epsilon LA; AB) = (1-\epsilon)AB + \epsilon AB\lambda 1 = AB + \epsilon\lambda 1 =$$

$$= u_1(AB; AB) + \epsilon\lambda 1$$

Jak si je možno povšimnout, tak na pravé straně rovnice je výraz $\epsilon\lambda 1$, který je kladný pro libovolně malé ϵ, takže na libovolně malém okolí strategie AB si může hráč 1 přilepšit tím, že své rozhodnutí změní například směrem ke strategii LA. Tím pádem ale kombinace strategií (AB;AB) není Nashovým equilibriem. Obdobně lze postupovat v případě kombinace strategií (BA;BA). Co se týče smíšených strategií, tak zde se jedná o kombinace prvního případu (opačné pořadí u hráčů) a druhého případu, kdy je umožněno alespoň jednomu hráči si přilepšit strategií, která zahrnuje odpočinek v prvním kole.

Z toho plyne, že pokud je umožněna kooperace, která je reprezentována předáváním jednotlivých částí, tak vždy alespoň jeden hráč si může polepšit tím, že se nebude plně věnovat vypracovávání úlohy. Z alokace způsobené časovou preferencí, je toto přilepšení provedeno strategií s volným časem v prvním kole. A protože hráč (student), který si přilepšil, už před začátkem hry úlohu nevypracovával, tak tento volný čas se napojí na ten, který je mimo hru. Celé je to odložení povinnosti na pozdější dobu (prokrastinace), ale část ho byla umožněna tím, že hráč přijal část úlohy od druhého hráče (spoluprací). A to je to, co tvrdím v hypotéze.

2.2.3 Vyběr equilibrií

V této části textu se zaměřím na otázku konkrétního výběru equilibria. Jak si bylo možno povšimnout, rozličné nastavení parametrů přináší různorodé situace, co se týče počtů equilibrií, jejich tvarů. Ale samotná teoretická realizace (předpověď) může proběhnout pouze pomocí jednoho z nich, popřípadě jejich kombinace. Které z nich to může být? Podle jakého kritéria se rozhodnout? K tomuto bude třeba představit několik konceptů, které teorie her využívá k hledání konkrétních řešení. Samotou otázkou výběru equilibrií se zabývá několik teorií, zde se dají například zmínit práce J.C Harsanyie (1995)[3],J.C Harsanyie a R. Seltena (1988)[10], R. J. Aumanna (1987)[9], R. Myersona (1977)[6], E. Kohlberga a J-F Mertense (1986)[11] a dalších, ve kterých se rozvíjí jak různé metody třídění equilibrií, tak i další práce s nimi. V mé práci se pokusím základní úlohu vyřešit pomocí postupu, který uvádí ve své práci

J. C. Harsanyi, která navazuje na knihu, kterou sepsali dohromady s R. Seltenem. Tento postup jsem si zvolil, protože jeho řešením je to equilibrium, které je nejvíc pravděpodobné na základě strukturálních popudů všech hráčů, to znamená v závislosti na struktuře odměn v jednotlivých bodech z množiny strategií. Řešení, které plyne z této metody, se pokusím najít pro jedno konkrétní zadání základní úlohy, které má víc než jedno equilibrium (čili pro situace, kdy je atraktivní vypracovávat zadanou úlohu). Nyní, proč je to vlastně důležité? Jelikož v pozdějších kapitolách se chci věnovat hrám, ve kterých se nastavují parametry, které určují pravidla hry (například to jestli předává řešení, či ne; jestli odevzdat úlohu v čas, či co nejtěsněji před termínem odevzdání), což bude reprezentováno hrami, ve kterých se bude vybírat, která hra z variant základní úlohy se vlastně bude hrát.

ukázka Pro ukázku toho, jak bude práce s modelem fungovat, jsem si zvolil následující parametry:

$$A = B = 2K = L = 10; \lambda = 0,9.$$

Při zadání do Gambitu a vypočtení všech equilibrií metodou vyčíslení smíšeních strategií (enumeration of mixed strategies) získáváme 19 equilibrií, které lze uspořádat do 7 skupin podle tvaru rozdělení pravděpodobnosti přiřazených jednotlivým strategiím, z čehož 3 skupiny jsou po dvou equilibriích, jedna má jen jedno, další má 4 a poslední dvě skupiny po čtyřech equilibriích se dají zahrnout do jedné skupiny, protože v důsledku pravidel se projevují stejně, pouze se liší tím, že u jednoho hráče mají vždy smíšenou strategii na místo strategie čisté. Ty skupiny, které neobsahují 4 prvky, jsou symetrické podle odměn. Z těchto equilibrií postoupí do dalšího výběru ta, která odpovídají požadavkům metody, to znamená ty, které jsou “vhodné” (v práci je použit výraz *eligible*), to znamená ty, které jsou "náležité" (*proper* ve smyslu práce Myersona(1978)) a "persistentní" (*persistent*) z práce Kalaie a Sameta (1982).

K určení toho, zda jsou equilibria ve skupině "proper" či "persistent" vždy vyberu pouze jednoho zástupce ze skupiny, na kterém provedu potřebnou analýzu, a poté z důvodů symetrie (ať už podle hráčů či podle jednotlivých částí práce) přenesu vlastnost na ostatní prvky skupiny. V tomto konkrétním případě vypadají skupiny následovně:

- 4 equilibria typu (1,0,0,0,0,0,0;0,0,0,0,0,0,1) - tzv. "freeriderská" (tento název naznačuje to, že jeden hráč vypracovává celou úlohu a druhý vůbec)
- 4 equilibria typu (1,0,0,0,0,0,0;0,0,$\frac{1}{3}$,0,0,0,$\frac{2}{3}$)
- 4 equilibria typu ($\frac{2}{5}$,0,$\frac{3}{5}$,0,0,0,0;0,0,0,$\frac{1}{3}$,0,0,$\frac{2}{3}$)
- 2 equilibria typu ($\frac{2}{9}$,0,$\frac{11}{45}$,0,0,0,$\frac{8}{15}$;0,$\frac{2}{9}$,0,$\frac{11}{45}$,0,0,$\frac{8}{15}$)
- equilibrium typu ($\frac{6}{41}$,$\frac{6}{41}$,0,0,0,0,$\frac{29}{41}$;$\frac{6}{41}$,$\frac{6}{41}$,0,0,0,0,$\frac{29}{41}$) - středové
- 2 equilibria typu (0,0,1,0,0,0,0;0,0,0,1,0,0,0) - kooperační
- 2 equilibria typu ($\frac{8}{63}$,$\frac{8}{63}$,$\frac{5}{63}$,0,0,0,$\frac{2}{3}$;$\frac{8}{63}$,$\frac{8}{63}$,0,$\frac{5}{63}$,0,0,$\frac{2}{3}$)

Z těchto skupin je tedy třeba vyloučit ty nevhodné. Vlastnost náležitosti nesplňují první dvě skupiny. V prvním případě pořadí čistých strategií podle jejich hodnot vede ke sporu s definicí náležitého equilibria, ve druhém případě k tomu, aby toto equilibrium bylo náležité, tak musí být perfektní (*perfect* ve smyslu práce Seltena (1975)(uvedeno v Myerson(1978)), což ale vede v tomto případě na uvalení příliš restriktivní podmínky, která znemožňuje výskyt posloupností ϵ-proper equilibrií potřebných pro existenci proper equilibria. Ostatní smíšená equilibria (to znamená ta, která neobsahují čisté strategie) zase nesplňují podmínku perzistence. Všechna se nacházejí na hranici dvou či více množin stability a ačkoliv může být možné najít na této hranici posloupnosti takové, aby odpovídaly definicím perfektních a náležitých equilibrií, tak při přesunu na bod mimo tuto hranici (a u každého tohoto equilibria leží bod, který neleží na hranici množin stability) se nejlepší odpovědí na strategii v tomto bodě stává hraní čisté strategie podle toho, ve které množině stability se tento bod nachází. Tím pádem ale okolí tohoto equilibria není Nashovým retractem, protože čistá strategie příslušná konkrétní množině stability neleží v okolí těchto equilibrií. Zbývají tedy kooperační equilibria. Ty jsou náležitá a aplikací Teorému 5 z Kalai, Samet (1982) musí být tato equilibria perzistentní (mělo by být alespoň jedno, ale protože tento případ je symetrický, tak jsou perzistentní obě dvě). Ale aby se to neodbylo pouze takto stroze, tak uvažuji okolí strategie LA či LB. Nejlepší odpovědí na tyto strategie je zvolit strategii komplementární (LB nebo LA) a při drobné deviaci od těchto strategií u jednoho hráče bude stále nejlepší odpovědí strategie komplementární. To plyne mimo jiné z toho, že množina stability těchto strategií nemá nulovou míru a je v okolí těchto bodů. Tudíž lze najít takové okolí jednoho z těchto equilibrií (body vzdálené maximálně o dostatečně malé ϵ), které je Nashovým retractem (strategie v equilibriu je nejlepší odpovědí na strategie v okolí, tudíž absorbuje sám sebe), které lze postupně zmenšovat tak, že zmenšený retract bude absorbovat retract nezmenšený (čímž se přidá vlastnost zásadnosti a postupnosti), toto okolí lze zmenšit tak, že bude pouze obsahovat jeden bod - vybrané equilibrium, čímž se získá vlastnost minimálnosti. A protože toto equilibrium tvoří zásadní Nashův retract a je minimální, tak je perzistentní. Obdobně lze postupovat se stejným závěrem s druhým equilibriem. Nyní bude třeba určit strukturální popudy (*structural incentives*) jednotlivých hráčů pro zahrání jednotlivých strategií (úplně potřeba to není, protože z těchto dvou equilibrií, která prošla do užšího výběru, bude určeno konečné řešení, nicméně v rámci větší obecnosti bude potřeba dokončit i tuto část). K tomu bude třeba zjistit velikost množin stability (*stability sets*) jednotlivých čistých strategií. Po očištění od dominovaných strategií (zůstaly AB,BA,LA,LB a LL; k určení velikosti je potřeba zredukovat původní hru) užitek pro hráče 1 z jejich zahrání za předpokladu, že hráč 2 zahrál některou ze svých smíšených strategií je roven:

$$
\begin{aligned}
U_1(AB, q_2) &= 25 + 9b && (1)\\
U_1(BA, q_2) &= 25 + 9a && (2)\\
U_1(LA, q_2) &= 20 + 24a + 15b + 15d && (3)\\
U_1(LB, q_2) &= 20 + 15a + 24b + 15c && (4)\\
U_1(LL, q_2) &= 19 + 25a + 25b + 10c + 10d && (5)
\end{aligned}
$$

Kde $q_2 = (a, b, c, d, 1 - a - b - c - d)$, což je vektor pravděpodobností, s kterými hráč 2 hraje čisté strategie (popořadě AB,BA,LA,LB,LL) ve své smíšené strategii. Množiny stability jednotlivých strategií jsou určeny tím, pro které hodnoty parametrů je příslušný řádek tabulky maximem. Pro obecné parametry A,B,K,L a λ jsou určeny množiny stability následujícími rovnicemi:

$$
\begin{aligned}
U_1(AB, q_2) &= b\lambda L + A + B + K && (6)\\
U_1(BA, q_2) &= a\lambda L + A + B + K && (7)\\
U_1(LA, q_2) &= a(B + K + \lambda L) + b(B + K) + d(B + K) + A + L && (8)\\
U_1(LB, q_2) &= a(B + K) + b(B + K + \lambda L) + c(B + K) + B + L && (9)\\
U_1(LL, q_2) &= a(A + B + K) + b(A + B + K) + cA + dB + (1 + \lambda)L && (10)
\end{aligned}
$$

Jakmile jsou konkrétní množiny stability určeny, je třeba získat jejich Lebesgueovu míru (přesněji míru obrazu těchto množin získaného pomocí zobrazení uvedeném Harsanyi (1995)). Tyto míry jsou strukturálními popudy pro tuto konkrétní úlohu. Následuje získání popudů pro jednotlivá equilibria a poté jsou získány pravděpodobnosti hraní jednotlivých vhodných equilibriií. Do užšího výběru (konečného řešení) postoupí pouze ta, jejichž pravděpodobnost hraní je maximální. V mém konkrétním případě početní část přeskočím, protože jsou vhodná pouze dvě symetrická (podle hráčů či částí - záleží na úhlu pohledu) equilibria (a také jsem se nenaučil vypočítat Lebesgueovu míru). Tato dvě equilibria mají z důvodu symetrie stejné pravděpodobnosti hraní, tudíž jsou součástí konečného řešení. To, jak toto řešení bude vypadat, závisí na tom, zda bude povolena komunikace před hrou, či nikoliv. V prvním případě bude řešením korelované equilibrium skládající se z těchto dvou vhodných equilibrií v poměru 1:1, ve druhém případě je potřeba užít stopovacího postupu (*tracing procedure*) uvedeném Harsanyi, Selten[10] (tuším, že celá kapitola 4 je tomuto věnována; také tuto metodu neovládám). Účelem této ukázky nebylo předvést mou výpočetní dovednost, ale v krátkosti předvést aplikaci jedné metody výběru equilibrií. Pro zvolené hodnoty parametrů a umožněnou komunikaci před hrou (je oprávněné se domnívat, že komunikace proběhne a probíhá, samotný proces předávání vyřešených částí se reálně bez komunikace neobejde) řešení napovídá, že si studenti svůj úkol rozdělí mezi sebe, začnou pracovat později, než v případě, kdy by museli úlohu vypracovávat samostatně. Dokonce se jim jako celku zvýší užitek (kooperační equilibria mají, pokud se vyskytují, nejvyšší kolektivní užitek - tzn. sumu užitků všech hráčů).

2.3 Motivace

V této části bych se chtěl věnovat úvahám, které vedly ke zvolenému způsobu řešení. Na počátku stálo drobné zlepšení původního modelu (Fisher), který by zahrnoval i možnost spolupráce. Tedy původní užitková funkce, která je maximalizována, by byla rozšířena o další proměnné, konkrétně by tedy byla funkcí volného času (a času určeného k vypracovávání úlohy), vyhotovenosti úlohy a podílu přejatého řešení na celém řešení. Vyhotovenost úlohy je zvolena proto, aby byla reflektována ambice řešitelů, či vzat v zřetel důsledek nekompletního zpracování. Podíl přejatého zase zachytává rozdílné vnímání ostatními účastníky a rozdíl v přínosu mezi vypracováváním a přijmutím. Samotný proces vyhotovování a přijímání byl reprezentován produkční funkcí, která popisuje zcela záhadný způsob přeměny disponibilního času na vypracovanou úlohu. Ale byly zde některé podstatné vlastnosti. Za prvé práce metodou přijímání byla vždy alespoň stejně rychlá (to znamená nakládala s disponibilním časem lépe a efektivněji) jako metodou vyhotovování (kdo nevěří, ať si vyzkouší stihnout po sobě kombinace klávesnic Ctrl+C Ctrl+V, či se zeptá kolegy(,který ví), jak se má vlastně úloha řešit). A pak metoda přijímání byla efektivnější s přibývajícím časem (až na výjimku, kdy nikdo úlohu neřeší). Tato vlastnost vychází z předpokladu, že je třeba, aby někdo úlohu zpracoval, aby pak mohla být předávána. A čím víc lidem projde to řešení pod rukou, tím by mělo být přesnější, tím je větší šance, že bude požadované řešení nalezeno a tak dále. Dále řešení úlohy mohlo disponovat určitou orientovaností, to znamená určité části úlohy by měly být preferovány před jinými (například lehčí části před těžšími).Tímto zavedením faktorů, které ovlivňují samotné vyhotovování úlohy, se dostávám ke stochastické podstatě této soustavy. Prvním bodem, který je možná nejtěžší na zodpovězení, je proces či způsob, který je schopen určit to, že student - řešitel vůbec začne v konkrétní moment vyhotovovat úlohu. Dále je nutno zahrnout rozdílnou kvalitu ve vypracovaných částech (pokud se nechají mezi řešiteli rozdíly). A v poslední řadě sledovat to, jak se překrývá vyřešené u řešitele, s vyřešeným u ostatních a co zbývá. V krátkosti řečeno, vše vede na model, který by byl možná až zbytečně složitý (neboli mimo mé možnosti a schopnosti) a také nedůvěryhodný. Proto se zde objevil (ani si už nevzpomínám, odkud se vzala ta myšlenka to řešit tímto způsobem, ale zřejmě je to spojeno s tím, že jsem tak nějak skrytě vstupoval do této práce s tím, že řešitelé mezi sebou hrají vyčkávací hru) tento diskrétní model, který si zachovává některé zmíněné vlastnosti z tohoto odstavce, je podstatně jednodušší (je to taková skládačka). Ale vše je za cenu ztráty spojitosti a nutnosti akceptování toho, že čas se rozdělí na kola (je až směšné se domnívat, že se hráči potkají se svými koly v jeden moment). Posledním zdrojem či předchůdcem, kterého je třeba zmínit, je Podobenství o dělnících na vinici(Mt 20, 1-16), konkrétně princip odměňování dělníků. To, že později přistoupivší dělníci odcházejí se stejnou mzdou jako ti, kteří přišli pracovat dříve. Když odhlédnu od toho, že podobenství neslouží k demonstraci tohoto poněkud "demotivujícího" odměňování práce, ale spíše o vztahu přechodu ke křesťanství a spasení, lze spatřit ten princip - později přistoupivší studenti odevzdávají tu samou úroveň řešení jako ti, kteří začali dříve.

2.4 Předávání a přijímání

Samotný proces předávání a přijímání by si zasloužil svoji vlastní práci (pokud tomu tak již není), nicméně bylo by třeba zmínit či alespoň naznačit to, jak a kudy k tomu dochází. Nejprve je třeba zmínit motivaci, proč se člověk vůbec dostane k tomu, že chce přijímat vypracované části. Jedním z důvodů je časová tíseň. Student si špatně odhadne čas na základě svých schopností řešit úlohu, prokrastinuje, pak přejde do modu práce a najednou zjistí, že má méně času, než by potřeboval. V této situaci má dvě možnosti, buď snížit své očekávání o výsledku (odevzdat méně či hůře), anebo se poohlédnout někde jinde (u někoho jiného), zda už se někdo podobným problémem nezabýval. Model se nezabývá první možností, protože byť celek je dělitelný, tak dílčí části úlohy již dále dělitelné nejsou. Tudíž student se poohlíží jinde, začíná dělat průzkum zda již někdo úlohu nevypracoval, to znamená začíná se vyptávat svých kolegů přátel, popřípadě umístí svůj dotaz ohledně řešeného bodu na fórum na internetu (archaičtějšími formami mohou být uspořádání sezení či srazu, kde se řešením úlohami kolegové studenti budou zabývat). Toto vyptávání může mít různou formu ("Čau, jak se vede?! - Fajn - Hele, nedělals náhodou dvě bé z úkolu? Vůbec si s tím nevím rady..." ;"Čus Šímo!!! Jsem úplně v p..... s tím úkolem z ..." ;"Neví někdo, jak se udělá metoda 2SLS v programu ..." ; jedná se o ilustrativní případy) lišící se formálností a expresivností. Dále je potřeba zmínit, co se vlastně předává, čímž zároveň objasním alespoň trochu podstatu částí A a B ze základní úlohy. Jak už bylo zmíněno, může se jednat o celé části úlohy (Ctrl+C, Ctrl+V), ale lze přijímat pouze informaci o postupu, jak se část řeší, a pak si student úlohu vyřeší sám ("dodání potřebné ingredience"), čímž student ušetří spousty času, který by ztratil tím, že se marně snaží nalézt řešení jeho problému, ale zároveň si zachová "kus cti" tím, že zbytek a finální podobu řešení vypracoval sám. Čili podobou částí A a B není nutně nějaký konkrétní text, ale spíše informační sada, pomocí které se lze dobrat k řešení, které je pak ohodnoceno (není diverzifikováno hodnocení podle kvality; model počítá jen s plným počtem bodů či splněním). Dále je to předávání a přijímání absolutní (později bude uvedena modifikace, kde toto bude částečně zrušeno), což jsem pro tento model odvodil z toho, že se studenti zdržují (,či mohou zdržovat) na různých internetových diskuzích (stránkách, které se provozováním diskuzí zabývají) do skupin (diskuzí), které se zadaným problémem zabývají, a tudíž je pro tuto skupinu řešení přístupné a veřejné. Tedy kdokoli, kdo narazí na podobný problém, který někdo řešil před ním, či se někdo před ním na něj ptal, si může přečíst řešení, které předchozímu tazateli předložili jiní kolegové studenti. Opět je otázkou, jak se na to dá spolehnout, ale to tento model neřeší (je na to příliš jednoduchý). Podobným způsobem se dají získat kontakty na “spolehlivé” řešitele, od kterých pak lze získat potřebné informace k tomu, aby student nalezl řešení. Nicméně je třeba zdůraznit to, že předávání se nemusí pouze používat na nevypracované, ale také jako kontrola vypracovaného. To zmiňuji proto, aby se studenti nedělili na dvě poloviny: ty, co řeší, a ty, kteří to od nich opíší. Poslední otázkou, kterou je potřeba se trošku promyslet, je nalezení protihráče. Například já při psaní této práce mohu zoufale hledat někoho, kdo už tuto práci napsal, abych si snížil svoji námahu, ale nepodaří se mi to (alespoň jsem o tom přesvědčen). Nicméně v odstavci věnovaném absolutnosti předávání (v tom předchozím) je naznačeno to, že ten, který se ptá, je jedním hráčem, a ten, který odpovídá (ten/ta “spolehlivý/á” student/ka) je tím druhým. To je jeden příklad, podobné to může být s okruhem přátel, se kterými student sdílí stejné zadání úlohy a se kterými se může domlouvat na rozdělení práce či o řešení jednotlivých dílčích částí.

2.5 Shrnutí

V této kapitole jsem představil základní myšlenky, které poté vykrystalizovaly do podoby základní úlohy. Ukázal jsem dále, že část prokrastinace může být způsobena tím, že studenti mají možnost mezi sebou spolupracovat. Nicméně je třeba zdůraznit to, že tímto dílem prokrastinace nemusí být "obdařeni"všichni studenti, ale vždy se nalezne část studentů, pro které toto platí. Dále jsem představil jeden ze způsobů či metod, jak se dobrat konkrétního řešení základní úlohy. Equilibriím jsem se tedy nejprve věnoval jako celku a na základě jejich vzhledu jsem jim přiřazoval jméno a skupinu, aby pak případná jiná metoda na hledání řešení s nimi mohla pracovat samostatně. Z tohoto třídění také vznikla hlavní myšlenka důkazu, protože bylo potřeba si prohlédnout to, jak se řešení mění s tím, jak se mění relativní vzdálenost mezi jednotlivými parametry. Poté jsem představil myšlenky vedoucí k hlubšímu porozumění některých pravidel a parametrů a naznačil, kudy může vést jejich spojitost s reálným světem.

3 Variace na základní úlohu

V následujících částech se budu věnovat situacím, kdy je porušena symetrie v úloze. Symetrie se vyskytuje v mnoha vlastnostech základní úlohy, některé je možno vidět hned, některé jsou poněkud hlubší a skrytější. Zaměřovat se budu především na případy, kdy je jen jedna ze symetrií porušena. Konkrétně se budu zabývat následujícími případy:

- Stejný užitek z části vypracované a části přejaté (bude rozlišeno mezi těmito dvěma stavy)
- Stejný počet kol (v tomto případě budou k dispozici tři kola, jeden hráč nebude mít k dispozici poslední kolo)
- Situace, kdy jeden hráč potřebuje mít vypracovanou kompletní úlohu
- Situace, kdy oba hráči potřebují mít vypracovanou kompletní úlohu

- Situace, kdy jeden hráč nepřijímá vypracované části od druhého hráče

3.1 Základní úloha s postihem za přejatou část

V tomto případě je narušena symetrie mezí částí vypracovanou a částí přejatou, přesněji řečeno, část přejatá bude přinášet o něco menší užitek, než část vypracovaná. Důvody pro tento postih mohou být rozmanité, ale hlavně tento postih bude reprezentovat dvě věci: ztrátu pozitivní externality spojené s vypracováváním úlohy (obsahuje porozumění způsobu, jak se daná úloha řeší, objev něčeho jiného zajímavého; často domácí úlohy slouží jako prevence prokrastinace při přípravě na závěrečné, či dílčí testy(domněnka)) a určitou sociální ztrátu spojenou se ziskem úlohy(závazek vůči osobě, která úlohu předala,určitá ztráta prestiže).
Nyní tedy samotný předpis úlohy:

- 2 hráči
- 2 kola
- úkol se skládá ze dvou částí(A a B), odměny za jejich vypracování jsou "a" a "b"
- pokud jsou vypracovány dohromady, tak přinášejí navíc užitek K
- pokud jsou vypracovány hráčem samostatně, tak přinášejí navíc užitek A a B
- volný čas je odměňován stejně jako u základní úlohy
- Pokud oba hráči v jednom kole vypracovávají stejnou část, tak se daná část pokládá za vypracovanou pro oba hráče
- Předávání částí na konci kola probíhá stejně jako u základní úlohy

Užitková funkce opět využívá skalárního součinu dvou vektorů jako v základní úloze, ale tentokrát je tento vektor ještě rozšířen o dvě položky, které obsahují to, zda byla část A či B vypracována samostatně. K reprezentaci hry slouží následující tabulka:

	AB	BA	LA	LB	AL	BL	LL
AB	AB;AB	$\underline{\text{Ab}\lambda\text{;aB}\lambda}$	AB;$\underline{\text{ab}\lambda 1}$	AB;aB1	AB;Abλ	$\underline{\text{Ab}\lambda}$;aB$\lambda$	AB;abλ1
BA	$\underline{\text{aB}\lambda\text{;Ab}\lambda}$	AB;AB	AB;Ab1	AB; $\underline{\text{ab}\lambda 1}$	$\underline{\text{aB}\lambda}$;Ab$\lambda$	AB;aBλ	AB;abλ1
LA	$\underline{\text{ab}\lambda 1}$;AB	Ab1;AB	A1;A1	Ab1;aB1	$\underline{\text{a}\lambda 1}$;A$\lambda$	Ab1;aBλ	A1;a1λ
LB	aB1;AB	$\underline{\text{ab}\lambda 1}$;AB	aB1;Ab1	B1;B1	aB1;Abλ	$\underline{\text{b}\lambda 1}$;B$\lambda$	B1;b1λ
AL	Abλ;AB	Abλ;$\underline{\text{aB}\lambda}$	Aλ;$\underline{\text{a}\lambda 1}$	Abλ;aB1	Aλ;Aλ	Abλ;aBλ	Aλ;aλ1
BL	aBλ; $\underline{\text{Ab}\lambda}$	aBλ;AB	aBλ;Ab1	Bλ;$\underline{\text{b}\lambda 1}$	aBλ;Abλ	Bλ;Bλ	Bλ;bλ
LL	abλ1;AB	abλ1;AB	aλ1;A1	bλ1;B1	aλ1;Aλ	bλ1;Bλ	λ1;λ1

Situace je o něco barvitější než v základní úloze, ale rozmanitost stavů vypracovanosti úlohy je naprosto stejný. Všechny stavy, které obsahují $\lambda 1$ mohou mít pouze malá písmenka (pokud je mají), to znamená, pokud si chce hráč použít svůj disponibilní čas pouze na čas volný, tak musí nechat druhého hráče vypracovávat úlohu (odtud ta malá písmenka). Stavy s jedním volným časem, ať už v prvním, či druhém kole, obsahují vždy jedno velké písmenko (reprezentující samostatně vypracovanou část úlohy). Stavy obsahující obě velká písmena, nemají žádný volný čas. Rozdíl mezi tímto zápisem a zápisem ze základním úlohy tkví v tom, že v tomto případě je sledováno i to, zda byla úloha vypracována samostatně, či ne. Dále je třeba si povšimnout toho, že takto nastavená pravidla znemožňují hráčům dosáhnout některých situací (například kombinace strategií(AB;BA) nevede na odměny (AB;AB), ale na (Abλ;aBλ)), což by mohlo být nežádoucí v případě, kdy odměna navíc za samostatné vypracování by přinášela větší užitek, než volný čas. Proto bude třeba tuto variantu ještě trochu upravit s ohledem na tuto skutečnost. Jak si je možno povšimnout - některé výsledné odměny jsou podtrženy (toto podtržení proběhlo o dost později, než byla sepsána tabulka reprezentující hru). To označuje ty případy, kdy hráč v důsledku těchto restriktivních pravidel může dosáhnout nižšího užitku z přijetí úlohy, než by získal samostatnou prací. Tudíž je potřeba doplnit ještě jedno pravidlo ke stávajícím pravidlům a to:

- Hráči sledují svůj maximální užitek

Zní to banálně, ale samotné funkce v těchto bodech jsou v důsledku tohoto pravidla pozměněny následovně:

	P1	P2
1.)	max[AB;Abλ]	max[aBλ;AB]
2.)	—	max[abλ1;Ab1]
3.)	max[AB;Abλ]	—
4.)	max[AB;aBλ]	max[Abλ;AB]
5.)	—	max[abλ1;aB1
6.)	max[AB;aBλ]	—
7.)	max[Ab1;abλ1]	—
8.)	max[A1;aλ1]	—
9.)	max[aB1;abλ1]	—
10.)	max[B1;bλ1]	—
11.)	—	max[aBλ;AB]
12.)	—	max[A1;aλ1]
13.)	—	max[AB;Abλ]
14.)	—	max[bλ;B1]

Pořadí úprav se provádí od prvního řádku zleva doprava, rozhodování se provádí mezi hodnotami stejně definované užitkové funkce ze základní úlohy.

Řešení

Řešení úlohy je provedeno stejně jako v základní úloze. Výsledná equilibria (jejich tvar, rozdělení pravděpodobností) bude vytvářet podobné struktury (rozdělení do skupin) jako v základní úloze, nicméně s tím, že roli hraje více parametrů, je spojena ta možnost, že odměna AB (odměna za obě části vypracované samostatně) bude maximální dosažitelnou odměnou. V důsledku tohoto může přestat platit hypotéza ze základní úlohy (budiž jako příklad poslouží tato práce - pokud bych práci nechal vypracovat někým jiným, ušetřím sice spoustu času, tzn. získám svůj užitek za volný čas, ale s rizikem odhalení plagiátorství či porušení prohlášení uvedeném na začátku této práce a s tím spojených následků bych se vystavil zisku velice malého užitku z této práce, dále by tato cesta vedla ke ztrátě osobní prestiže) a je možno si tedy vystačit s prací Fisher.

3.2 Úloha se znemožněním práce v posledním kole

Tato úloha bude obsahovat jednoho hráče (z grafických důvodů to bude hráč 2), kterému bude znemožněno využít poslední kolo. Důvody pro toto omezení mohou být způsobeny rozličnými okolnostmi. Očekávaná nevyhnutelná událost, která se časově kryje s posledním kolem, jedna z možností prevence prokrastinace (v angličtině *self-imposed deadline*, zkráceně SID) výskyt další úlohy nesouvisející s tou, která je součástí hry a která vyžaduje čas (reprezentovaný koly) na zpracování. Tedy, protože hráč 2 musí mít k dispozici čas k tomu, aby mohl vypracovat celou úlohu sám, tak hra musí obsahovat tři kola. Hráč 2 bude mít k dispozici ty samé strategie jako v základní úloze; hráč 1 bude mít své možnosti rozšířené, neboť bude moci využívat všechna tři kola. Hra má tedy následující pravidla:

- 3 kola
- 2 hráči
- úloha se skládá ze dvou částí (A a B), odměny jsou stejné jako v případě základní úlohy
- pokud jsou obě části vypracovány dohromady, tak hráči dostávají odměnu K

- za volný čas v prvním kole je odměna L, v každém dalším kole je tato odměna diskontována pomocí parametru λ (λL v druhém kole, $\lambda^2 L$ v kole třetím)

- předávání probíhá stejně jako u základní úlohy

- hráč 2 nemůže využívat poslední kolo (to se projeví tak, že k ohodnocení jeho odměny se bude používat stav vypracovanosti po druhém kole) a nedostává za toto kolo odměnu za volný čas

Užitková funkce má stejný tvar jako v případě základní úlohy a k reprezentaci hry poslouží následující tabulka:

	AB	BA	LA	LB	AL	BL	LL
ABL	AB2;AB	ABλ2;ABλ	AB2;ABλ1	AB2;AB1	AB2;ABλ	ABλ2;ABλ	AB2;ABλ1
BAL	ABλ2;ABλ	AB2;AB	AB2;AB1	AB2;ABλ1	ABλ2;ABλ	AB2;ABλ	AB2;ABλ1
ALB	ABλ2;AB	ABλ2;ABλ	ABλ;Aλ1	ABλ2;AB1	ABλ;Aλ	ABλ2;ABλ	ABλ;Aλ1
BLA	ABλ2;ABλ	ABλ2;AB	ABλ2;AB1	ABλ;Bλ1	ABλ2;ABλ	ABλ;Bλ	ABλ;Bλ1
LAB	ABλ12;AB	AB12;AB	AB1;A1	AB12;AB1	ABλ1;Aλ	AB12;ABλ	AB1;Aλ1
LBA	AB12;AB	ABλ12;AB	AB12;AB1	AB1;B1	AB12;ABλ	ABλ1;Bλ	AB1;Bλ1
ALL	ABλ2;AB	ABλ2;ABλ	Aλ2;Aλ1	ABλ2;AB1	Aλ2;Aλ	ABλ2;ABλ	Aλ2;Aλ1
BLL	ABλ2;ABλ	ABλ2;AB	ABλ2;AB1	Bλ2;Bλ1	ABλ2;ABλ	Bλ2;Bλ	Bλ2;Bλ1
LAL	ABλ12;AB	AB12;AB	A12;A1	AB12;AB1	Aλ12;Aλ	AB12;ABλ	A12;Aλ1
LBL	AB12;AB	ABλ12;AB	AB12;AB1	B12;B1	AB12;ABλ	Bλ12;Bλ	B12;Bλ1
LLA	ABλ12;AB	ABλ12;AB	Aλ12;A1	ABλ1;B1	Aλ12;Aλ	ABλ1;Aλ	Aλ1;λ1
LLB	ABλ12;AB	ABλ12;AB	ABλ1;B1	Bλ12;B1	ABλ1;Aλ	Bλ12;Bλ	Bλ1;λ1
LLL	ABλ12;AB	ABλ12;AB	Aλ12;A1	Bλ12;B1	Aλ12;Aλ	Bλ12;Bλ	λ12;λ1

Zde je základní úloha (reprezentovaná strategiemi hráče 1 končícími na L) rozšířena o o další strategie tak, aby mohl hráč 1 využít své možnosti alokace vypracovávání úlohy mezi tři kola. Dále je označení výsledných užitků rozšířeno o “2”, která znamená užitek z volného času v třetím kole (pro hráče 2 je tento užitek nedostupný). Zcela snadno si lze domyslet, že pokud je důležité pro hráče vypracovávat úlohu, tak je hráč 1 na první pohled ve výhodě.

Equilibria

Počet equilibrií závisí stejně jako v základní úloze na rozložení jednotlivých determinujících parametrů. Nicméně existují dvě oblasti - v jedné je neatraktivní řešit úlohu a tudíž hráči volí strategie, které znamenají alokaci disponibilního času do času volného(equilibrium (LLL;LL)), a oblast druhá, kde je vše o něco zajímavější. V této oblasti se nachází dvě podoblasti, nazvěme je nudná a zábavná. V nudné oblasti, která by se dala charakterizovat tím, že vypracovávání úlohy je o dost důležitější, než volný čas (čili parametry A,B a K mají výrazně vyšší hodnoty, než parametr L, popřípadě jejich součet je výrazně vyšší než L), jsou všechna equilibria taková, že hráč 2 je tím, který úlohu vypracovává, a hráč 1 volí pouze takové strategie, že buď získává v důsledku pravidel pouze volný čas, či do něj přímo svůj disponibilní čas alokuje. Tudíž, ať je řešením jakékoli equilibrium (při použití metody z ukázky ze základní úlohy), jeho důsledek je stejný, a pro tuto jednotvárnost jsem oblast nazval nudnou.

Naproti tomu oblast zábavná přináší do výbavy equilibrií zajímavé prvky. Hráč 2 už má, co se týče odměn v jednotlivých equilibriích na výběr (lze je seřadit podle nevhodného kritéria Pareto-dominance (nebo Payoff-dominance)). Tedy kromě equilibrií, která jsou výsledkem také v nudné oblasti, jsou zde equilibria, ve kterých naopak hráč 2 je tím, který úlohu nevypracovává, přijímá ale pouze jednu část úlohy (důvodem je alokace v čase plynoucí z časové preference) a hráč 1 si v kolech druhém a třetím úlohu zpracuje sám (odevzdává kompletní řešení). Kromě těchto equilibrií jsou v této oblasti ještě taková, ve kterých odměny jsou mezi těmito dvěma extrémy.

Čeho třeba si ještě povšimnout v zábavné oblasti jsou "kooperační" equilibria a to konkrétně jejich tvaru. Ta, která vykazují kooperativní vzhled (to znamená - obsahují vzájemně komplementární strategie u obou hráčů), se povětšinou skládají ze smíšených strategií u obou hráčů (v případě (A,B,K,L,λL,$\lambda^2 L$)=(8,8,4,10,9,8) program nalezl jedno equilibrium s čistou strategií LB u hráče 2), takže bez ohledu na konkrétní meotdu řešení lze nabýt dojmu, že by si hráči v těchto equilibriích ponechávali drobnou rezervu pro případy, kdy by jeden hráč měl lehce uhnout z tohoto equilibria. Tato rozmanitost, kdy hráči mají na výběr mezi tím, kdo vlastně bude ten, kdo bude úlohu vypracovávat, popřípadě to drobné nejisté přešlapování v "kooperačních" equilibriích, vysluhuje pro tuto oblast jméno zábavná. Nicméně všechno je to pouze prvotní spekulace, která se nezakládá na užité metodě pročišťování equilibrií z ukázky v základní úloze. Konkrétní výpočet provádět nebudu, protože možností, jak nastavit parametry, je spousta (byť zábavná oblast je relativně malá oproti ostatním) a postup je téměř (pouze je více strategií na výběr, čili je to o něco pracnější) stejný jako u základní úlohy.

3.3 "Musím z toho mít co nejvíc bodů!!"

V této modifikaci základní úlohy se jeden hráč (hráč 2) nebude moci spokojit jen s částečným odevzdáním, ale naopak bude potřebovat mít úlohu splněnou kompletně. Toto bude reprezentovat návaznost úlohy na skutečnosti mimo hru, například to, že pokud není úloha splněna dostatečně, tak toto povede na neúspěšné složení předmětu a tím pádem si lze položit otázku, jaký užitek z vypracování úlohy hráč vlastně má, pokud to stejně bylo k ničemu. Ve "sportovní hantýrce" se tato situace označuje jako: "Buď zlato, nebo nic." Samotná hra má tedy následující pravidla:

- Hráč 1 podléhá stejným pravidlům jako v základní úloze (to znamená: stejné odměny, stejná pravidla předávání)
- Hráč 2 podléhá stejným pravidlům jako v základní úloze, pouze má vlastní parametry A_2, B_2 a K_2 místo A,B,K, které nabývají hodnoty 0 pro A_2 a B_2 a A+B+K pro K_2.

Tedy hráč 2 dostává za kompletní vypracování stejný užitek, jako hráč 1, pouze jednotlivé odevzdané části nepřináší žádný užitek. Hra je pak reprezentována následující tabulkou:

	AB	BA	LA	LB	AL	BL	LL
AB	AB;AB	ABλ;ABλ	AB;ABλ1	AB;AB1	AB;ABλ	ABλ;ABλ	AB;ABλ1
BA	ABλ;ABλ	AB;AB	AB;AB1	AB; ABλ1	ABλ;ABλ	AB;ABλ	AB;ABλ1
LA	ABλ1;AB	AB1;AB	A1;1	AB1;AB1	Aλ1;λ	AB1;ABλ	A1;λ1
LB	AB1;AB	ABλ1;AB	AB1;AB1	B1;1	AB1;ABλ	Bλ1;λ	B1;λ1
AL	ABλ;AB	ABλ;ABλ	Aλ;λ1	ABλ;AB1	Aλ;λ	ABλ;ABλ	Aλ;λ1
BL	ABλ;ABλ	ABλ;AB	ABλ;AB1	Bλ;λ1	ABλ;ABλ	Bλ;λ	Bλ;λ1
LL	ABλ1;AB	ABλ1;AB	Aλ1;1	Bλ1;1	Aλ1;λ	Bλ1;λ	λ1;λ1

Jak si lze povšimnout, tak první dva řádky a první dva sloupce tabulky (pro strategie AB a BA) jsou identické se základní úlohou. Stejně tak body vyjadřující určitou míru kooperace, to znamená ty body, ve kterých se hráči o jednotlivé části "podělí". Ale tím základním rozdílem jsou ty body, kde se hráči "netrefí", které jsou pro hráče 2 relativně více "devastující", než pro hráče 1.

Equilibria

Tak jako ve všech ostatních případech je i zde oblast na základě parametrů, ve které hráči nepreferují vůbec vypracovávat úlohu. Když se ale přejde do oblasti, kde už vypracovávání úlohy má pro hráče smysl, je třeba si u equilibrií povšimnout na první pohled zvláštní věci. Ten hráč (2), který by měl být “pod tlakem”, a tudíž by měl mít větší sklon k vypracovávání úlohy, je tím, který naopak úlohu vypracovává méně (rozuměno s menší pravděpodobností), než hráč, který má na první pohled větší volnost (tak jako v základní úloze, stále se vyskytují equilibria, ve kterých hráč 1 je tím, který úlohu nevypracovává, a “kooperační” equilibria, ale v těch equilibriích, ve kterých hráč 1 využívá smíšené strategie, jsou pravděpodobnosti jednotlivých čistých strategií více vychýleny směrem ke kompletnímu vypracovávání, než v základní úloze; pro stejné parametry jsou strategie v equilibriích u hráče 2 stejné jako v základní úloze). To ale nemusí být tak překvapující, protože stav alokace veškerého disponibilního času na čas volný u hráče 2 přináší vyšší odměnu, než částečná alokace na volný čas, tudíž je tento stav více preferován u hráče 2. To se “promítne do očekávání” hráče 1, který očekává zahrání strategie s částečným vypracováním méně než zbylé dva typy, tudíž, aby se vyhnul ztrátě způsobené “netrefením se”, zvolí více strategii s kompletním vypracováním.

Nalezení samotného řešení se opět provede stejnou metodou jako v základní úloze a nemuselo by být překvapivé, pokud by tato metoda vedla na stejné řešení jak pro tuto variantu, tak pro základní úlohu se stejnými parametry (tuto hypotézu nebudu prověřovat a ponechám ji otevřenou).

3.4 "Musíme z toho mít co nejvíc bodů!"

V krátkosti. Tato varianta bude jako ta předchozí, ale s tím rozdílem, že:

- Oba hráči podléhají stejným pravidlům, jako hráč 2 ve variantě “Musím z toho mít do nejvíc bodů!”

Tabulku reprezentující tuto variantu hry výjimečně neposkytnu, snadno si ji lze představit pomocí tabulky z předchozí hry.

Equilibria

Co se týče equilibrií, tak kromě zóny nicnedělání s jedním equilibriem, je situace o něco rozmanitější, zejména v porovnání se základní úlohou (se stejnými parametry). Ve chvíli, kdy platí:

$$A + B + K \geq (\lambda + 1)L$$

bývá počet "středových" equilibrií roven třem (při rovnosti parametrů A a B). Celkový počet nalezených equilibrií bývá větší než v základní úloze (zřídka se lze dostat přes 30 equilibrií v základní úloze). Nicméně při bližším prohlédnutí struktury equilibrií a odměn v nich si lze povšimnout, že dvě z těchto "středových" equilibrií lze propojit s dalšími dvěma equilibrii do struktury (nazval jsem ji kosočtverečná), která se liší užitím pravděpodobnosti u strategií LA a LB (vždy se u obou strategií jedná o stejnou míru pravděpodobnosti, jen se mění to, zda byla užita u obou strategií, u žádné z nich či jen u jedné u prvního hráče a u druhého hráče byla užita u strategie druhé). Podobným strukturálním principem je tvořena ještě jedna skupina po osmi equilibriích. Dále se vyskytují kooperační equilibria a "freeriderská"s podobným rozložením a stejnou vazbou na parametry jako v základní úloze. Nalezení řešení probíhá opět stejnou metodou jako v ukázce základní úlohy

3.5 "Hrdost"

Tento případ popisuje dvě situace, které jsou sice svým opakem, ale u jednoho hráče se projeví naprosto stejně. A to je situace, kdy jeden hráč řešení nepředává, neboli druhý hráč řešení nepřijímá. Toto nepřijímání může mít několik důvodů: nedůvěryhodnost přejatých částí, nevyhledávání zdrojů k přijímání částí (z důvodu osobních zásad). Pohnutky vedoucí k nepředávání řešení jsou už méně rozmanité, student jednoduše odmítne spolupracovat. Pravidla opět vycházejí ze základní úlohy:

- Hráč 1 podléhá stejným pravidlům jako v základní úloze
- Hráč 2 nepřijímá vypracované části od hráče 1 (hráč 1 nepředává své vypracované části hráči 2)
- Užitkové funkce jsou stejné jako v základní úloze

Pro reprezentaci této hry opět poslouží tabulka:

	AB	BA	LA	LB	AL	BL	LL
AB	AB;AB	ABλ;AB	AB;A1	AB;B1	AB;Aλ	ABλ;Bλ	AB;λ1
BA	ABλ;AB	AB;AB	AB;A1	AB;B1	ABλ;Aλ	AB;Bλ	AB;λ1
LA	ABλ1;AB	AB1;AB	A1;A1	AB1;B1	Aλ1;Aλ	AB1;Bλ	A1;λ1
LB	AB1;AB	ABλ1;AB	AB1;A1	B1;B1	AB1;Aλ	Bλ1;Bλ	B1;λ1
AL	ABλ;AB	ABλ;AB	Aλ;A1	ABλ;B1	Aλ;Aλ	ABλ;Bλ	Aλ;λ1
BL	ABλ;AB	ABλ;AB	ABλ;A1	Bλ;B1	ABλ;Aλ	Bλ;Bλ	Bλ;λ1
LL	ABλ1;AB	ABλ1;AB	Aλ1;A1	Bλ1;B1	Aλ1;Aλ	Bλ1;Bλ	λ1;λ1

Tato hra je z pohledu hráče 2 velice jednotvárná, protože je naprosto indiferentní vůči strategiím hráče 1. Naproti tomu hráč 1 je velice závislý na tom, jak se hráč 1 rozhodne. Nicméně rozhodnutí hráče 2 se odvíjí od toho, který stav vypracovanosti pro něj přináší nejvyšší užitek.

Equilibria

Jelikož hráči 2 nezáleží na výběru strategie hráče 1, tak pokud hráč 2 je racionální, zvolí tu strategii, která mu přináší nejvyšší užitek. Hráč 1 poté zvolí svoji nejlepší odpověď na tuto strategii. To znamená, že jsou tři případy, kterým hráč 2 čelí.

- Situace, kdy stav $\lambda 1$ (to znamená nevypracování úlohy) přináší nejvyšší užitek. Pak hráč 2 zvolí strategii LL. Nejlepší odpovědí hráče 1 je potom také zahrání strategie LL.

- Situace, kdy kompletní zpracování úlohy přináší nejvyšší užitek. Tehdy hráč 2 zvolí jakoukoli lineární kombinaci strategií AB a BA. Výsledná realizace ale neovlivní rozhodnutí hráče 1, protože v každém případě je nejlepší odpovědí strategie LL.

- Situace, kdy pro hráče 2 je nejlepší stav A1 nebo B1. Ten nastává (pro stav A1), pokud je splněna následující podmínka:

  $$B + K < L \qquad \text{a zároveň} \qquad A > \lambda L$$

  Tehdy hráč 2 zvolí libovolnou lineární kombinaci strategií LA a LB, která mu pokaždé přináší stejný užitek (za předpokladu, že odměna za jednu vypracovanou část je stejná jak pro část A, tak pro část B; pokud tomu tak není, pak hráč 2 zvolí tu strategii vedoucí k vypracování té části, která mu přináší větší užitek, a hráč 1 zvolí svoji komplementární strategii). Hráč 1, pokud chce maximalizovat svůj užitek, tak se musí trefit komplementární strategií ke strategii hráče 2, ale protože hráč 2 má k dispozici celou škálu možností, tak si hráč 1 musí vytvořit očekávání, se kterým bude vstupovat do hry, o tom, pro kterou strategii se hráč 2 rozhodne. Nechť tedy parametr *a* určuje pravděpodobnost, s jakou hraje hráč 2 strategii LA ve své smíšené strategii. *1-a* označuje pravděpodobnost hraní strategie LB. Podobně parametry *b* a *1-b* označují pravděpodobnosti zahrání strategií LA a LB u hráče 1. Na základě parametrů a,A,B,K a λL vznikají tři regiony, ve kterých je nejlepší odpovědí hráče 1 zahrání čisté strategie LA nebo LB nebo

LL. Toto rozdělení vzniká, protože platí na základě vlastností parametrů nerovnost:

$$AB1 > A\lambda 1 > A1.$$

Tudíž pokud platí buď $aAB1 + (1-a)A1 \leq A\lambda 1$, nebo $aA1 + (1-a)AB1 \leq A\lambda 1$, tak hráč 1 zvolí strategii LL, opačné platnosti nerovností určují regiony pro strategie LA a LB. Hráč 1 tedy vstupuje do hry s očekávání o distribuci realizací parametru a. Označím $\Phi_1(x|P(a \leq x))$ očekávání hráče 1 o distribuci parametru a. $\phi_1(x)$ je hustota pravděpodobnosti této distribuce. Na základě tohoto očekávání lze určit střední hodnoty odměny za zahrání jednotlivých čistých strategií hráče 1 (to znamená LA, LB a LL). A protože hráč 1 se rozhoduje na základě racionálních preferencí, tak zvolí tu strategii, která mu přinese nejvyšší očekávanou hodnotu odměny.

Tato varianta tedy hráče 1 v ponechává ve stavu, ve kterém nevypracovává úlohu, kromě relativně úzkého pásma, kde je jeho volba ztížena tím, že se snaží odhadnout rozhodnutí hráče 2. Řešení této hry je poněkud jiné než v ostatních variantách, ale to je způsobeno degenerovaností rozhodování hráče 2.

3.6 Shrnutí

V této kapitole jsem představil několik variant na základní úlohu, které alespoň podle mne reflektují větší variabilitu mezi hráči. Samozřejmě to nejsou všechny možné varianty a abych zabránil přehnanému výlevu fantazie, tak jsem si postačil pouze s těmito uvedenými. Dále by šlo tyto varianty kombinovat, například tím, že by se nahradila základní úloha v těchto variantách variantou s postihem za přejatou část, ale je lépe, že jsem to tak neudělal, protože by to zapříčilo akorát větší nudnost textu. V těchto variantách jsem se nevěnoval konkrétnímu řešení (je mnoho možností, jak nastavit parametry), ale spíše jsem se zaměřil na vývoj struktury (počtu a výskytu specifických skupin equilibrií). Důležité je tedy vyzdvihnout, že úloha s postihem dokáže porušit hypotézu ze základní úlohy, úloha s jednostranným nepředáváním je řešena speciálním způsobem. Nebyla zmíněna hra, kdy ani jeden hráč nepředává či nepřijímá, ale snadno si lze tuto hru představit i její řešení (rozhodování obou hráčů je stejné jako u hráče 2 za jednostranného nepředávání). Tyto hry (jejich řešení) slouží jako základní kameny pro hry z následující kapitoly.

4 Skládání her

V této kapitole bych se chtěl věnovat těm hrám, které vznikají tím, že hráči v první fázi nastavují pravidlo, které ovlivňuje to, ve které z variant základní úlohy se hráči budou nacházet, a tím pádem equilibrium, které bylo vybráno, s jeho patřičnou odměnou pro jednotlivé hráče. Tyto hry budou následující:

- Hra, kde se rozhoduje o předávání (přijímání).
- Hra, kde se rozhoduje o individuální "disciplíně"
- Hra o celosemestrální plán

4.1 Hra, kdy se rozhoduje o předávání úlohy

Hlavní myšlenkou této hry je rozhodování mezi hrami, kde žádný z hráčů nesdílí (nepřijímá) úlohu, kdy jeden, nebo druhý hráč nepřijímá (nepředává) úlohu, a základní úlohou. (Čisté) Strategie, kterými hráči disponují, jsou dvě: předávat a nepředávat (přijímat a nepřijímat). A

pochopitelně se k disponibilním strategiím přidají všechny smíšené strategie skládající se z těchto dvou možností. Užitkové funkce pro jednotlivé hráče odpovídají těm equilibriím, které jsou řešením příslušných odpovídajících variant. Čili situace, kdy si oba hráči zvolí strategie, které korespondují s předáváním vyřešených částí, odpovídá základní úloze a odměny jednotlivých hráčů odpovídají řešení základní úlohy z předchozích kapitol.
Hra tedy vypadá následovně:

	předávat	nepředávat
předávat	A	B
nepředávat	C	D

Kde:

A Je řešením základní úlohy

B Je řešením úlohy, kdy hráč pouze 2 nepředává úlohu

C Je řešením úlohy, kdy hráč pouze 1 nepředává úlohu

D Je řešením úlohy, kdy oba hráči nepředávají úlohu

Konkrétní hodnoty v jednotlivých bodech záleží na parametrech A,B,K, L a λ, společně se smyslem podobnou hru hrát. Například v situaci, kdy základní úloha má jen jedno equilibrium (LL;LL), kdy oba hráči se nezabývají vypracováváním úlohy, přináší všechny body této hry stejný užitek a tudíž jakékoli rozhodování postrádá svého účelu. Protože 2x2 hry jsou často řešeny v literatuře (známé je například Vězňovo dilema, či Souboj pohlaví), tak ponechám tuto hru jako nástin myšlenky a nebudu se zabývat konkrétním řešením.

4.2 Hra, o dodržení disciplíny

Zde se jedná o hru, kdy se hráči rozhodují o tom, jestli dodrží své předsevzetí o předčasném odevzdání úlohy, či zda ho poruší. Strategie jednotlivých hráčů jsou:- dodržet a nedodržet - spolu se smíšenými strategiemi těchto dvou možností. tomuto odpovídá následují hra:

	dodržet	nedodržet
dodržet	A	B
nedodržet	C	D

A jednotlivé buňky této tabulky odpovídají:

A Je řešením základní úlohy posunuté o jedno období kupředu

B Je řešením úlohy, kdy hráč 1 má omezenou možnost využívat poslední kolo

C Je řešením úlohy, kdy hráč 2 má omezenou možnost využívat poslední kolo

D Je řešením základní úlohy

Touto hrou je tedy popsána "míra pokušení", kterému studenti čelí při rozhodování o tom, zda stihnou své povinnosti včas, či jestli je odloží na hranici svých časových možností a k čemu se přikloní, pokud vědí, že současně se stejné práci věnuje někdo další. Řešení této hry je podobné tomu z předchozího případu, nicméně samotné užití/neužití posledního kola, které je reprezentováno těmito strategiemi, přesahuje rámec "produkční cesty", která je reprezentována strategiemi v jednotlivých dílčích hrách. Proto nad rámec produkční funkce je třeba uvažovat o tom, zda by nebylo vhodné rozšířit odměny o část, která se věnuje vyjádření bonusu/postihu za dodržení/nedodržení předsevzetí. Tedy tabulka reprezentující tuto hru bude ještě rozšířena následujícím způsobem:

	dodržet	nedodržet
dodržet	+P;+P	+P;0
nedodržet	0;+P	0;0

Samozřejmě celá úloha má opět smysl ve chvíli (alespoň pokud slouží tato hra jako vodítko k tomu, zda je dodržen SID či ne), kdy je úloha řešena, protože pak tyto přidané bonusy postrádají svůj smysl (hráč je odměněn za to, že začal nevypracovávat úlohu včas). Důsledkem je pak to, že se jeden hráč nemusí tolik ohlížet na ostatní a případný negativní (to znamená, že nezíská navíc žádný volný čas) dopad dodržení svého předsevzetí je individuálně vykompenzován. Pokud satisfakce z "dodržení" nehraje roli, pak se parametr P nastaví roven nule. Parametr P nemusí mít stejnou hodnotu pro oba hráče.

4.3 Hra o celosemestrální plán

Tato poněkud bizarní hra bude používat základní úlohu a úlohy týkající se počtu bodů (proto jsem je uvedl dvě), konkrétně bude používat jejich řešení. Jedním z nezbytných kritérií pro tuto hru bude to, aby alespoň v jednom případě bylo řešením jiná kombinace strategií než v ostatních případech, jinak hra ztratí svůj smysl (rozhodování mezi čtyřmi situacemi, které přináší ten samý výsledek). Účelem této hry bude popsat situaci, kdy během semestru budou dílčí úlohy, za které budou získávány body do celkového hodnocení a v závěru semestru bude velký test, velká úloha, která bude mít největší vliv na celkový výsledek. Nicméně to, jakému tlaku budou studenti čelit, se rozhodne tím, zda budou hráči (studenti) během semestru pracovat "řádně"(získají z dílčích semestrálních úloh dostatečnou rezervu pro závěr semestru), nebo zda budou laxnější, ale za to v závěru budou muset získat co nejvíc bodů.

Samotná hra má reprezentaci v následující tabulce:

	řádný	laxní
řádný	A	B
laxní	C	D

Zde tedy jednotlivé buňky odpovídají:

A Je řešením základní úlohy

B Je řešením úlohy, kdy hráč 2 je tím, co z toho musí mít co nejvíc bodů

C Je řešením úlohy, kdy hráč 1 je tím, co z toho musí mít co nejvíc bodů

D Je řešením úlohy, kdy oba hráči musí mít z toho co nejvíc bodů

Touto hrou se tedy měří celosemestrální přístup. Nicméně ještě je třeba uvažovat o tom, jak toto zapadá do prokrastinačního schématu, protože pokud zahrání strategie "řádný"s sebou přinese náklad reprezentující větší množství času spojeného s vyšší kvalitou celosemestrální práce, pak by tento náklad mohl snížit zisk ze zahrání základní úlohy (jednostranné či oboustranné), čímž by se mohl hráč přiklonit ke strategii "laxní"i se všemi negativními následky. Tedy, tak jako v případě předchozí hry, je i tato hra rozšířena o korigující parametry, které tentokrát znamenají náklad spojený se strategií "řádný".

5 Další možnosti

V této kapitole zmíním v krátkosti možnosti či myšlenky, kterými by se dalo na tuto práci navázat, tedy těmi myšlenkami, které jsem uvažoval během práce, ale neměl jsem dovednost či čas je provést.

První myšlenka zmíněna nepatrně v textu, je převést základní úlohu (tento model) z diskrétního pojetí na více spojité pojetí (já jsem provedl vlastně přesný opak). Výsledný model by byl samozřejmě krásnější, ale hlavně by bylo možno diverzifikovat kvalitu zpracování a byla by umožněna komplikovanější struktura částí (A a B).

Druhou ideou je hra s neurčitým počtem kol. Pravidla by vycházela ze základní úlohy,nicméně hráči by byli vybaveni pravděpodobností, se kterou vyřeší úlohu, se kterou skončí s neúspěchem. Po neúspěchu by se pokoušeli o řešení znovu, s tím, že by ztratili kolo. Vybaveni touto pravděpodobností, tedy hráči disponují střední hodnotou a variancí počtu kol, respektive jejich odhady. A při podhodnocení střední hodnoty, či při "špatné" sérii, jim vyprší veškerý disponibilní čas. Tedy tím by se jim vytvořila motivace pro to, aby přejímali od ostatních hráčů vypracované části a vytvořila by se struktura práce, která odpovídá scénáři - mám dost času, tak to ještě nechám být → už je akorát čas začít, tak na tom budu dělat → nestíhám, nemá to někdo hotové? -. Tímto implementováním nejistoty, by model získal něco na reálnosti, protože jinak je tento model až přehnaně deterministický.

Třetím prvkem, který je také zmíněn v textu, je zahrnutí kontroly správnosti a její role na výsledek. Tímto by se model rozšířil o další prvek spojený s řešením úlohy, nicméně by potřeboval detailnější množinovou práci s vyřešenými částmi (nemůžu opravit chybu na základě řešení od jiného studenta, pokud se chyba vyskytuje v části, kterou nemá druhý student vyřešenou.).

Dále by tato práce vyžadovala provedení experimentů a porovnání experimentálních výsledků s těmi teoretickými. Důvody netřeba zmiňovat.

A posledním bodem, který bych chtěl v této kapitole zmínit, je zvolení úplně jiného přístupu v rámci ekonomie (první případ, kdy slovo ekonomie zaznělo v této práci). To je jedna z věcí, kterou mi můj vedoucí práce při vyhotovování tohoto textu svým způsobem vytýkal. Smyslem jiného přístupu by bylo především zbavit se matematizaci celého problému a více pracovat s lidmi jejich zkušeností a zážitky a jejich uvažováním v popisovaných situacích, pokud jim byli vystaveni.

6 Závěr

Co jsem to vlastně udělal? Představil jsem ze způsobů, jak pojmout problematiku prokrastinace. Z tohoto pojetí mi vyplynulo potvrzení hypotézy, čímž jsem chtěl hlavně získat odpověď alespoň na jednu otázku a to jsem si tedy splnil. Zda je tato odpověď, tedy to, že vždycky někdo prokrastinuje o něco více, překvapivá, či naprosto intuitivní se dá spekulovat, i když jakmile jsem s někým ve stručnosti probíral téma této práce a co je jejím obsahem, tak mi lidé potvrzovali, že to tak u nich bývalo. V dalších částech jsem už pouze rozvíjel cesty, kudy se dá pokračovat a představoval a rozpracovával možnosti těchto cest. Nicméně ponechal jsem je především jako myšlenku a nedokončoval jsem jejich řešení, protože mi přišlo, že vždy konkrétní řešení až příliš závisí na číslech a postrádalo by tedy jistou obecnost. A s tímto potenciálním specifickým výsledkem jsem nechtěl dále pracovat, protože při drobné změně v parametrech by byl získán jiný výsledek. Je tedy pro mne otázkou, zda vůbec tato práce a její malý svět, který popisuje, k něčemu budou, ale to zřejmě ukáže čas. Zvláště další možnosti rozvíjení tohoto způsobu pojetí by mohly najít nějaké uplatnění.

Literatura

[1] **Russell W. Cooper; Douglas V. Dejong; Robert Forsythe; Thomas W. Ross**, "Selection Criteria in Coordination Games:Some Experimental Results," *The American Economic Review*, Vol. 80, No. 1 (Bře 1990), s. 218-233

[2] **E. Kalai, D. Samet**, "Persistent Equilibria in Strategic Games," *Northwestern University*, (Led 1982) Discussion paper No. 515

[3] **J. C. Harsanyi**,"A New Theory of Equilibrium Selection for Games with Complete Information," *Games and Economic Behavior 8*, (1995), s. 91-122

[4] **D. Ariely a K. Wertenbroch**, "Procrastination, Deadlines, and Performance: Self-Control Precommitment," *MIT a INSEAD,Francie*, (Kvě 2002) Psychological science

[5] **C. Fisher**, "Read this paper later: procrastination with time-consistent preferences,"*Journal of Economic Behavior & Organization*, Vol. 46 (2001), s. 249-269

[6] **Roger B. Myerson**, "Refinements of the Nash Equilibrium Concept," (Srp 1977) Discussion paper No. 295

[7] **D. Fundenberg; J. Tirole**,"Game Theory,"*MIT Press* (1991) - užito pro definici základních pojmů z teorie her

[8] **A. Mas-Collel; M. D. Whinston; J. R. Green**,"Microeconomic Theory," *Oxford University Press* (1995)

[9] **Robert J. Aumann**, "Correlated Equilibrium as an Expression of Bayesian Rationality," *Econometrica*, Vol. 55, No. 1 (Led 1987), s. 1-18

[10] **R. Selten, J. C. Harsanyi**,"A General Theory of Equilibrium Selection in Games," *MIT Press* (1988)

[11] **Elon Kohlberg a Jean-Francois Mertens**, "On the Strategic Stability of Equilibria," *Econometrica*, Vol. 54, No. 5 (Září 1986) s. 1003-1077

[12] **McKelvey, Richard D., McLennan, Andrew M., and Turocy, Theodore L.** (2010). "Gambit: Software Tools for Game Theory", Version 0.2007.12.04. http://www.gambit-project.org.

Appendix

Zde uvádím některé případy nastavení parametrů z jednotlivých variant, počet equilibrií pro jednotlivá nastavení a uspořádání do skupin. Povětšinou se jedná o případy, kdy je odměna za samostatné jednotlivé části stejná. Počet equilibrií je získán pomocí software Gambit.

	A	B	K	L	λL	*Počet equilibirií*	*Počet skupin*
1	10	10	5	10	9	19	7
2	8	8	4	10	9	15	6
3	76	76	38	100	90	9	4
4	6	6	3	10	9	3	2
5	4	4	2	10	9	1	1
6	10	10	5	100	90	1	1
7	15	15	5	10	9	23	8
8	100	100	50	10	9	17	6
9	1000	1000	500	10	9	17	6
10	90	90	45	100	90	9	5
11	12	8	5	10	9	17	6

Tabulka 1: Základní úloha

	A	B	K	L	λL	λ^2L	*Počet equilibirií*	*Počet skupin*
1	10	10	9	10	9	8	26	6
2	20	20	10	100	90	80	1	1
3	20	20	10	10	9	8	18	3
4	76	76	38	100	90	80	15	6
5	6	6	3	10	9	8	1	1
6	8	8	4	10	9	8	32	10

Tabulka 2: Úloha se znemožněním práce v posledním kole

Poznámka: Případy 1,3 a 6 v sobě zahrnují "nudnou"strukturu, která sice obsahuje 3 skupiny equilibrií, které ale popisují to samé. V případě 3 tak všechna equilibria přináší stejný užitek, nicméně podle užitých strategií je bylo třeba rozdělit na tři skupiny.

	A	B	K	L	λL	*Počet equilibirií*	*Počet skupin*
1	10	10	5	10	9	19	7
2	12	12	6	10	9	24	10
3	20	20	10	10	9	23	10
4	100	100	50	10	9	17	6

Tabulka 3: "Musím z toho mít co nejvíc bodů!"

	A	B	K	L	λL	*Počet equilibirií*	*Počet skupin*
1	2	2	1	10	9	1	1
2	36	36	18	100	90	3	2
3	4	4	2	10	9	5	3
4	6	6	3	10	9	5	3
5	76	76	38	100	90	23	8
6	8	8	4	10	9	31	8
7	10	10	5	10	9	29	8
8	12	12	6	10	9	29	8
9	1000	1000	500	10	9	29	8

Tabulka 4: "Musíme z toho mít co nejvíc bodů!"

Poznámka: U některých případů (5,6,7,8) se vyskytují skupiny se složitější strukturou, než symetrie podle částí a hráče.