

Posudek na bakalářskou práci Terezy Liepoldové:

Skolemův paradox v teorii množin: Zrození Löwenheim-Skolemovy věty a její důsledek v podobě Skolemova paradoxu

Bakalářská práce Terezy Liepoldové podává přehled historického vývoje Löwenheim-Skolemovy věty a Skolemova paradoxu. Celý text začíná úvodem, nastiňujícím jeho obsah a objasňujícím volbu tématu. V druhé kapitole jsou připomenuty současné definice pojmů *algebra*, *svaz*, *Booleova algebra*, *kanonické uspořádání* aj., potom je pozornost zaměřena zejména na přednášky Ernsta Schrödera: *Vorlesungen über die Algebra der Logik*, publikované v letech 1890–1895. Znalost Schröderových výsledků i jeho terminologie a značení je důležitá pro pochopení přínosu jeho následovníků. Třetí kapitola předložené práce je věnována Leopoldu Löwenheimovi, který v pojednání *Über Möglichkeiten in Relativkalkül* z roku 1915 rozšířil Schröderovy poznatky týkající se kalkulu relativů, jež zároveň poněkud pozměnil. Uvedenou kapitolu uzavírá diskuse věty, která se později začala označovat Löwenheimovým jménem, a dále Löwenheimova tvrzení o aplikaci této věty na axiomatický systém E. Schrödera, E. Müllera a E. V. Huntingtona. Ve čtvrté kapitole jsou přiblíženy výsledky Thoralfa Skolema, publikované v člancích *Logisch-kombinatorische Untersuchungen...* a *Einige Bemerkungen zur axiomatischen Begründung der Mengenlehre* z let 1920 a 1923. Autorka přibližuje Skolemovy reformulace Löwenheimovy věty a popisuje zrod a podstatu Skolemova paradoxu.

Zvolené téma je podle mého názoru zajímavé jak z hlediska historie logiky, tak i z toho důvodu, že jeho zpracování umožní lépe pochopit současnou teorii a může být i cennou inspirací pro budoucí bádání. Pokud je mi známo, uvedené téma zatím nebylo systematicky zpracováno; práci proto považuji za původní a přínosnou.

Daná problematika je zpracovaná přehledně a srozumitelně i pro čtenáře, který by se s tématem setkal poprvé. K textu mám jen připomínky formálního rázu, které zde stručně uvádím především s ohledem na jeho případné další využití.

V práci zůstaly některé překlepy a pravopisné chyby (např. hned str. 1, 2. řádek) včetně chybějících čárek (systematicky před „a to“, „a tedy“ a dále příležitostně i v jiných případech). Z hlediska typologie bych doporučila sjednotit odsazení odstavců (někdy je odsazen 1. řádek, jindy nikoli) a psaní kurzívy. Poslední poznámka souvisí i s připomínkami, které bych zde uvedla z pohledu historika matematiky: pro přehlednost by bylo vhodné sjednotit způsob zápisu pojmů, které diskutovaní autoři používali – např. *trída* (*Klasse*); v textu je někdy použita kurzíva, někdy uvozovky, někdy obojí, doporučovala bych sjednotit na kurzívě. Původní německé termíny v závorce, které často obsahují přídavná jména, doporučuji psát vždy v prvním pádě a sjednotit zápis členů (někdy je uveden, jindy nikoli; spíše bych členy nepsala). Dále není vždy zcela jasné, kdy se jedná o původní formulaci a kdy o „převyprávění“ nějakého výsledku. I zde bych doporučila vyznačit původní text kurzívou, ať už se jedná o větu, definici či komentář. U citátů by zároveň neměl chybět odkaz na zdroj, např. ([Sch95], str. 23). U publikací, které jsou uvedeny v seznamu na konci práce, bych při citaci uvedla vždy jen značku, popř. čísla stran, a vynechala bych poznámky pod čarou s celými bibliografickými údaji. V samotném přehledu literatury by pak bylo dobré sjednotit

interpunkci (tečka/čárka za názvem práce aj.); u [Sch90] by měl být uveden rok 1890 (alespoň takovou verzi jsem viděla a i značka by tomu odpovídala).

Konečně uvádím několik poznámek k vlastnímu obsahu. V bodu A5* na str. 8 by mělo být místo 0, resp. 1, písmeno x , resp. y ; pak mi připadá matoucí dvojí „tehdy a jen tehdy“ (ponechala bych jen první část, popř. by bylo vhodné větu přeformulovat). V definici 2.3 bych na začátek přidala „pro všechna x, y, z “ a do bodu B5 „pro každé x existuje $-x$ “. Poněkud matoucí formulace se objevuje i v definici 2.4. Ve větě 2.1 na str. 10 bych „Necht“ nahradila Schröderovým „Vždy je“. V definici 2.7 na str. 11 bych výraz „pak musí ... platit“, nahradila např. výrazem „pak řekneme, že platí“, anebo bych ponechala celou definici jako citát (kurzívou), a tím i Schröderovo vyjádření „pak se má – krátce – říci, že platí“ (současná formulace připomíná větu). Ve větě 2.6 na str. 12 by mělo být „myslitelné“ místo „zamýšlené“ (Schröder píše *denkbare*). Bod 4 na str. 24 doporučuji raději vypsát. V definici na str. 31 dole by mi připadalo vhodnější např. „Negace \bar{a} je relativ, pro který platí: ...“, podobně v následujících bodech. A poslední poznámka: na str. 33 v předposledním řádku je zmínka o „údajné motivaci“ – podle koho/čeho? Vhodnější by bylo něco ve smyslu „Podle ... byla motivace....“.

Výše uvedené poznámky svědčí hlavně o tom, že zpracování tématu z oblasti historie vědy je složitější, než se možná na první pohled může zdát. Autor si vždy musí poradit s vývojem terminologie a notace a vždy je třeba najít vhodnou míru, do jaké použít jazyk dnešní a jazyk dobový, aby bylo zřejmé, jak vypadala původní práce, ale zároveň aby byl text srozumitelný dnešnímu čtenáři. Tereza Liepoldová se podle mého názoru tématu zhostila úspěšně a s pochopením matematického i filosofického pozadí.

Celkově práci považuji za zdařilou a navrhuji ji ohodnotit známkou **výborně**.

V Praze dne 14. 9. 2012

RNDr. Magdalena Hykšová, Ph.D.
Ústav aplikované matematiky
Fakulta dopravní ČVUT
Na Florenci 25
110 00 Praha 1
e-mail: hyksova@fd.cvut.cz