

Univerzita Karlova v Praze
Pedagogická fakulta

Nástroje pro 3D modelování ve výuce stereometrie

Bc. Jana Taušová

Katedra informačních technologií a technické výchovy

Vedoucí diplomové práce: PhDr. Josef Procházka, Ph.D.

Studijní program: Učitelství pro střední školy

Studijního obor: Učitelství VVP pro ZŠ a SŠ – Technická a
informační výchova

2012



UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE
PEDAGOGICKÁ FAKULTA
Katedra informačních technologií a technické výchovy

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉHO ÚKOLU

akademický rok 2009/2010

Jméno a příjmení studenta: Jana Taušová

Studijní program: N7504 Učitelství pro střední školy

Studijní obor: Učitelství VVP pro ZŠ a SŠ – Technická a informační výchova

Název tématu práce v českém jazyce:

Nástroje pro 3D modelování ve výuce stereometrie

Název tématu práce v anglickém jazyce:

Tools for 3D modeling in teaching solid geometry.

Pokyny pro vypracování:

- Zpracovat stěžejní teoretická východiska a aspekty výuky stereometrie a její podpory s použitím IT
- Zmapovat dostupné nástroje pro 3D modelování
- Zhodnotit použitelnost vybraných nástrojů pro výuku
- Zjistit využívání nástrojů pro 3D modelování ve výuce
- Navrhnout způsob využití 3D nástrojů při výuce
- Ověřit navržený způsob využití
- Na základě ověření zhodnotit navržený způsob využití

Vedoucí diplomové práce: PhDr. Josef Procházka, Ph.D.

Předpokládaný rozsah diplomové práce¹: 60

Datum zadání práce: 2.11.2010

Předběžný termín odevzdání práce: 17.6.2012

Práce se odevzdává ve dvou knihařsky svázaných exemplářích v pevných deskách. Současně se odevzdává jeden její stejnopis na nepřepisovatelném nosiči dat (CD, DVD).

V Praze dne: 2.11.2010

Jana Taušová

.....
doc. PhDr. Vladimír Rambousek, CSc.
vedoucí katedry

¹ Minimální rozsah diplomové práce je standardně 60 normostran (108 000 znaků vč. mezer) vlastního textu.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma
Nástroje pro 3D modelování ve výuce stereometrie
vypracovala pod vedením vedoucího diplomové
práce samostatně za použití v práci uvedených
pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato
diplomová práce nebyla využita k získání jiného
nebo stejného titulu.

Datum: 24. 6. 2012

.....

Podpis

Na tomto místě bych ráda poděkovala
vedoucímu práce Josefu Procházkovi, za
podnětné rady a trpělivost při vedení mé
diplomové práce.

.....

Podpis

NÁZEV:

Nástroje pro 3D modelování ve výuce stereometrie

AUTOR:

Bc. Jana Taušová

KATEDRA (ÚSTAV)

Katedra informačních technologií a technické výchovy

VEDOUcí PRÁCE:

PhDr. Josef Procházka, Ph.D.

ABSTRAKT:

Stěžejním tématem diplomové práce je možnost podpory výuky stereometrie prostřednictvím vybraného programu pro 3D modelování. Teoretická část práce vymezuje stereometrii jako oblast matematiky, zabývá se prostorovou představivostí jako stěžejní schopností pro tuto oblast matematiky a předkládá možnosti využití programů. Praktická část je uvedena šetřením, které zjišťuje stav využívání prostředků ICT na českých středních školách. Následuje přehled programů, které lze pro podporu výuky doporučit, a návrh metodiky pro konkrétní část stereometrické látky. Za účelem zjištění, nakolik jsou teoretické závěry použitelné ve školní praxi, je navržená metodika v poslední části práce ověřena ve třídách sedmého ročníku osmiletého gymnázia

KLÍČOVÁ SLOVA:

nástroje pro 3D modelování, podpora výuky pomocí ICT, prostorové vidění, stereometrie

TITLE:

Tools for 3D modelling in teaching solid geometry

AUTHOR:

Bc. Jana Taušová

DEPARTMENT:

Department of Information Technology and Technology Education

SUPERVISOR:

PhDr. Josef Procházka, Ph.D.

ABSTRACT:

The key topic of the thesis is the possibility of enhancement of the teaching of solid geometry through a 3D modelling program of choice. The theoretical part of the work defines solid geometry as a branch of mathematics. It furthermore investigates spatial visualization ability as a crucial one for understanding this particular area; and also explains the possibilities of computer program usage. The practical part starts with an inquiry into the use of ICT tools at secondary schools in the Czech Republic. Then there is an overview of the programs suitable for teaching, and methodology for a particular section of solid geometry curriculum. The suggestions mentioned in the methodology section have been used during class work (the 7th year students of an 8-year comprehensive grammar school), as specified in the last part of the work. Thus we have researched the actual practical use of our theoretical inferences.

KEY WORDS:

Tools for 3D modelling, ICT support for education, spatial visualization ability, solid geometry

Obsah

1. Úvod.....	10
2. Stereometrie v RVP a ŠVP.....	11
3. Prostorová představivost v technických předmětech	13
4. Možnosti využívání ICT při výuce stereometrie.....	16
5. Stav využívání ICT při výuce stereometrie na školách	21
5.1. Hypotézy.....	23
5.2. Výsledky:	23
5.3. Shrnutí.....	29
6. Programy využitelné ve výuce stereometrie	30
6.1. Požadavky na programové vybavení.....	30
6.2. Vybrané programy	31
6.3. Programy dynamické geometrie	32
6.3.1. Cabri 3D v2.....	32
6.3.2. Geogebra 5.0 beta	35
6.4. Programy pro tvorbu 3D grafiky	37
6.4.1. Rhinoceros 5.0 Evaluation	37
6.4.2. Google Sketch Up 8.0.....	40
7. Možnosti implementace vybraného programu do výuky	42
7.1. Možné způsoby využití programů při výuce stereometrie	42
7.1.1. Motivační funkce	42
7.1.2. Expoziční funkce.....	43
7.1.3. Fixační a diagnostická funkce	44
7.2. Metodiky pro konkrétní oblast stereometrie	44

7.3.	Řez tělesa rovinou	46
7.3.1.	Řezy těles 1	47
7.3.2.	Řezy těles 2	53
7.3.3.	Řezy těles 3	58
7.3.4.	Řezy těles 4	62
7.4.	Odchylka přímky a roviny	67
7.4.1.	Odchylka přímky a roviny	67
8.	Ověření využití programu ve škole	73
8.1.	Výsledky	74
8.1.1.	Úloha 1	75
8.1.2.	Úloha 2	78
8.1.3.	Úloha 3	81
8.2.	Shrnutí	84
8.3.	Postřehy vyučujících	85
9.	Závěr	87
10.	Zdroje:	90
11.	Seznam grafů	94
12.	Seznam obrázků	96
13.	Přílohy	97
A	Příloha 1: Dotazník pro školy	97
B	Příloha 2: Grafy	100
	Výsledky šetření ve školách	100
B	Ověřování využití vybraného programu ve třídách	106
	Úloha 1, třída A	106

Úloha 1, třída B	108
Úloha 2, třída A	110
Úloha 2, třída B	112
Úloha 3, třída A	114
Úloha 3, třída B	116
C Příloha 3 – Pracovní list žáků při ověřování	118

1. Úvod

Když v devadesátých letech dvacátého století vstoupila do škol výpočetní technika, upnuly se na ni naděje těch, kteří doufali ve změnu podmínek vyučování. Vybavit školu technologiemi bylo ale ekonomicky náročné. Informační technologie se tak nestaly běžně používanou pomůckou, ale jen školním předmětem se všemi výhodami i nevýhodami, které s sebou toto uspořádání přináší. Teprve v jednadvacátém století lze pozorovat postupné objevování využití možností informačních a komunikačních technologií (dále ICT) ve všech možných oblastech výuky. Jednou z nich je přirozeně i matematika. V dnešní době již existuje celá řada kvalitních výukových programů, kterými lze podpořit výuku jak na základní, tak na střední škole. Cílem této práce ale není mapovat výukové programy. Dnešní internetová generace nevnímá informační technologie jako něco zvláštního, jsou pro ně samozřejmou součástí života, pomůckou, díky níž lze snadno hledat a sdílet informace či komunikovat (Brdička, 2005). Tento text se bude snažit o stejný nadhled.

Cílem teoretické části je vymezit obsahové mantinely předmětu stereometrie, zjistit možnosti implementace ICT do výuky stereometrie a ukázat problematické aspekty vyučování této kapitoly matematiky. Lze předpokládat, že jedním z hlavních problémů, s nimiž se učitelé při výuce setkávají, je různá úroveň prostorové představivosti žáků. Proto je vhodné se u této schopnosti zastavit a zjistit dopady, které má stupeň jejího rozvoje na úspěšnost žáků ve stereometrii.

Stěžejním cílem praktické části je připravit hodiny, které budou využívat podpory ICT, a zjistit, zda je taková hodina pro žáky a učitele v něčem přínosná. Aby bylo možné hodiny připravit a ověřit, je nutné zjistit, jaké programy vůbec přicházejí v úvahu, a z nich zvolit ten, který by nejlépe vyhovoval požadavkům látky i obecným požadavkům na edukační program.

Předpokladem této práce je, že ICT budou brzy přirozenou součástí výuky, stejně jako nyní klasické tabule. Bylo by tedy dobré vědět, zda, především v oblasti stereometrie, nejsou naděje do nich vkládané liché. Navíc lze očekávat, že některé závěry bude možné zobecnit i do jiných oblastí výuky.

2. Stereometrie v RVP a ŠVP

Jak již bylo řečeno v úvodu, tato práce se bude zabývat možnostmi využívání ICT ve stereometrii. Slovo stereometrie pochází z řečtiny a dalo by se přeložit jako „měření v prostoru“, což ve své podstatě vystihuje, čím se asi žáci v hodinách zabývají. Pro získání konkrétnější představy o náplni stereometrie ovšem bude lepší nahlédnout do kurikulárních dokumentů českého školství.

Stereometrii ale nenajdeme ve všech rámcových vzdělávacích programech. V RVP oborů poskytujících střední vzdělání a střední vzdělání s výučním listem (kategorie J, E, H) je zastoupena pouze geometrie v prostoru, která rozšiřuje a prohlubuje poznatky ze základní školy. Žák má podle požadavků programu zvládnout určování vzájemné polohy bodů, přímek a rovin, rozlišit základní tělesa a určit jejich povrch a objem. V oborech zakončených maturitní zkouškou (kategorie L0, M a K) je již kapitola matematiky nazývána stereometrií a po jejím absolvování by žáci měli být schopni zobrazovat známá tělesa ve volném rovnoběžném promítání, určit polohové a metrické vlastnosti nejrůznějších útvarů, konstruovat řez hranolu či jehlanu, definovat, rozeznat a využít shodných a podobných zobrazení a dokázat rozeznat a popsat mnohostěny a rotační tělesa a určit jejich objem a povrch. Navíc je na některých oborech (převážně technického směru a gymnáziích) navazováno na učivo stereometrie deskriptivní geometrií. Poznatky získané ve stereometrii pak mohou studenti uplatnit i během studia technického kreslení či CAD systémů.

Školní vzdělávací programy pak určují, kdy je daná látka probírána, specifikují probírané učivo a očekávané výstupy, které určí, zda žák látku ovládá, a udávají, zda existují na látku mezipředmětové vazby. Žáci se se stereometrií či geometrií v prostoru nejčastěji setkají ve druhém nebo třetím roce středoškolského studia (či adekvátním ročníku šestiletého resp. osmiletého gymnázia). Časově bývají látce věnovány zhruba dva měsíce, tedy (v závislosti na zvolené hodinové dotaci) 25-40 vyučovacích hodin.

Jak píše v úvodu učebnice „Stereometrie pro gymnázia“ RNDr. Eva Pomykalová, jde o látku, která je ve školách chápána jako velmi obtížná. A to nejen z pohledu žáků, ale i pedagogů.

Problémem, se kterým se často potýká velká část žáků, je nedostatek prostorové představivosti. Hůře na tom bývají dívky. Důvody jsou jak biologického rázu (jiné uspořádání mozku mužů a žen) tak i sociálního. Chlapci si prostorovou představivost rozvíjí mimoděk od malička, ať už jde o hraní počítačových her, míčových sportů, či hrách na vojáky. Dívky se podobným činnostem nevěnují zdaleka tak často, což je v této souvislosti ochuzuje. Od pedagogů je požadováno, aby na tyto skutečnosti při probírání látky brali ohled. Třída se tak dělí na žáky, kteří do problematiky doslova „vidí“ a nečiní jim nijak zvláštní potíže, a na zbytek, pro který je takřka nepřekonatelná. Pomoci učitelí může ilustrace na nejrůznějších modelech ať již reálných nebo virtuálních. Druhým problémem, s nímž se vyučující může setkat, je fakt, že jde o látku, kterou lze na druhou stranu snadno uchopit formálně. Učitel tak čelí nebezpečí, že se žáci se špatnou prostorovou představivostí naučí algoritmy řešení školních úloh a látkou proplují bez hlubšího pochopení a hlavně rozvoje prostorové představivosti, jenž by měl být hlavním cílem této části matematiky. Motivovat studenty nejen k uchopení látky, ale hlavně k jejímu hlubšímu poznání mohou učitelí velmi pomoci informační technologie.

3. Prostorová představivost v technických předmětech

Prostorovou představivost lze například definovat jako: „intelektovou schopnost - dovednost vybavovat si dříve viděné - vnímané objekty v trojrozměrném prostoru a vybavit si jejich vlastnosti, polohu a prostorové vztahy, nebo dříve nebo v daném momentě viděné - vnímané objekty v jiné vzájemné poloze, než v jaké byly nebo jsou skutečně vnímány, či jako objekt v prostoru na základě jeho rovinného obrazu, nebo neexistující reálný objekt v trojrozměrném prostoru na základě jeho slovního popisu.“(Perný, 2004, s. 41)

Vývoj vnímání prostoru je postupný a souvisí s vývojem mozku. Člověk je obdařen takzvaným binokulárním viděním. To znamená, že náš mozek skládá výsledný obraz ze dvou, které jsou vzájemně posunuté. Dítě sice od narození vnímá hloubku a je schopno odhadnout dráhu pohybujícího se předmětu, ale nedokáže to pro předměty, které jsou od něj vzdálené. Dítěti totiž musí nejprve dozrát nervové dráhy v mozku a teprve poté je schopné vnímat ostře i vzdálené předměty. Zrání nervových drah trvá zhruba rok. V tomto věku by děti měly být schopné rozlišit, které předměty jsou dále či blíže než jiné. Postupně tak dochází k budování představy prostoru. Ta se nejdříve omezuje na bezprostřední okolí dítěte, později si dítě dokáže určitě prostorové informace zapamatovat a použít je. Například v roce by dítě mělo být schopno najít hračku, kterou před ním schováme pod kalíšek. Ve dvou letech by mělo dokázat postavit ze tří kostek most. V předškolním věku děti zvládají pojmenovat prostorové vztahy a porozumí významu předložek před, za, pod, či nad a podobných, a dokáží z kostek postavit relativně propracované trojrozměrné stavby. Nedokáží ale zatím prostorové útvary porovnávat – umí se soustředit na jeden konkrétní rozměr, ostatní zanedbávají.

V mladším školním věku, tedy na prvním stupni základních škol, získávají děti k prostorovým představám přesnější a obsáhlejší pojmový aparát. Vzhledem ke slabě rozvinutému abstraktnímu myšlení je ale lepší, když je představivost budována pomocí reálných modelů (kostek či prostorových tangramů), což lze také považovat za nejlepší propedeutiku k nauce o prostoru, která přijde na řadu mnohem později. (Langmaier, 1998)

Na druhém stupni základních škol se žáci prostřednictvím oblasti „Člověk a svět práce“ mohou seznámit s technickým kreslením. V něm se učí zachycovat své představy o budoucích výrobcích. Měli by tedy být schopni si výrobek představit ve třech pohledech a tyto pohledy zakreslit, stejně tak by měli být schopni pomocí technické dokumentace předmět přesně popsat.

Na vyšších stupních škol žáci využijí prostorovou představivost při řešení nejrůznějších úloh z oblasti geometrie, technického kreslení či designu. Pro dospělého jedince je pak rozvinutá prostorová představivost neocenitelným pomocníkem v mnohých životních situacích.

Ne všichni žáci ale získávají technické vzdělání, během něž by byla jejich prostorová představivost neustále podněcována a rozvíjena. Předmětem, v němž je prostorová představivost alespoň částečně rozvíjena a kterým projdou skutečně všichni žáci, je matematika.

Úlohy stereometrie a geometrie v prostoru, které se, jak už jejich název napovídá, problematice prostorové představivosti věnují, ovšem zobrazují tělesa téměř výhradně ve volném rovnoběžném promítání. To patří k nejjednodušším zobrazením a umožňuje z obrazu vyčíst základní vlastnosti tělesa. Nevýhodami tohoto zobrazení je nepřehlednost nákresů složitějších modelů a zkreslení skutečných tvarů těles. (Samek, 2001). Kvůli tomu je mentální převod reálné situace do modelu a zpět poměrně obtížný a některým žákům může činit velké potíže. Lze se domnívat, že u žáků, kteří tento problém nepřekonají již na počátku školní docházky, nedojde k abstrakčnímu zdvihu (Hejný, 2004). Tím pádem u nich nedojde k propojení mezi reálným světem a modelem na papíře a budou jej vnímat jako dvě rozdílné entity. Pro školní výkon to není až takový problém, většinu stereometrických úloh lze řešit pomocí algoritmů a ty se takový žák naučí. Horší je, že u žáka nebude docházet k rozvoji prostorové představivosti, a pravděpodobně tak nebude schopen mentálních manipulací s modelem. K překonání zmíněného problému a kompenzaci nedostatku prostorové představivosti může žákům pomoci vhodné využití názorných modelů. Tyto modely mohou být reálné, ale v souvislosti s pronikáním ICT do výuky učitelé stále častěji využívají i modelů vytvořených pomocí počítače a zprostředkovaných zobrazovacím

zařizním. Výhodou těchto virtuálních modelů je snadné přizpůsobení aktuální situaci a možnost dát je k dispozici žákům pro pozdější využití.

4. Možnosti využívání ICT při výuce stereometrie

První a rozhodně legitimní otázkou je, zda má vůbec smysl s ICT v hodinách pracovat. Nepovede to nakonec naopak ke zhoršení studijních výsledků žáků?

Na technických fakultách zemědělské univerzity v Lotyšsku byl na toto téma proveden experiment. Při něm byli studenti rozděleni do dvou skupin, experimentální a kontrolní. Experimentální skupina absolvovala výuku deskriptivní geometrie podpořenou multimédií, kontrolní skupina byla vyučována pouze pomocí tabule. Na konci bylo provedeno šetření, které mělo zjistit úroveň porozumění studentů jednotlivým oblastem deskriptivní geometrie. Výsledky experimentální skupiny byly ve všech oblastech lepší (Vronskis, Vronska, 2011). K podobným výsledkům dospěli i M. A. Schabel a T. Kvan z hongkongské univerzity, kteří zkoumali vnímání a chápání prostorových objektů v rámci různých virtuálních prostředí. Studenti architektury, kteří se experimentu účastnili, byli rozděleni do třech skupin. První měla k dispozici model vytvořený v programu pro 3D modelování, druhá 2D obrazy jednotlivých pater a třetí používali model vytvořený uvnitř virtuální reality. Jejich úkolem bylo sestavit z různobarevných jednotkových krychliček model krychle o hraně 4. Výsledky ukázaly, že studenti, kteří pracovali s prostředky ICT, vnímali model více jako celek, zatímco ti, kteří sestavovali model podle 2D náčrtů, často netušili, jaké tvary uvnitř krychle vznikají, ostatní se naopak podle těchto tvarů orientovali (Schabel, Kvan 2003). Myslím, že výzkum byl poněkud ovlivněn tím, že studenti, kteří pracovali s 2D náčrtů, měli ulehčenou pozici a byli způsobem, jakým jim byla krychle prezentována, navedeni k tomu, aby si vnitřních útvarů nemuseli všimnout. Na druhou stranu se ale lze domnívat, že kdyby dostali místo náčrtů pater klasický technický výkres se třemi pohledy, postupovali by stejně. Zajímavější je udávané celostní vnímání krychle u druhých dvou skupin. To lze interpretovat tak, že ve 3D prostředí má člověk tendenci vnímat tělesa stejným způsobem jako předměty okolo sebe.

Vyvstává tak otázka, zda je nutné se ještě ve výuce držet volného rovnoběžného promítání, když virtuální model odbourává veškeré jeho zápory. Bohužel ale však dosud nebylo vymyšleno zařízení, které by bylo dostupnější a méně poruchové než tužka a papír. Troufám si tvrdit, že zatím pro převod obrazu mezi prostorem a rovinou

skutečně nic jednoduššího a rychlejšího neexistuje. Nutnost převádět reálný nebo virtuální model na papír navíc žáky nutí s modelem ve svých představách manipulovat, díky čemuž si procvičují další složku prostorové představivosti - mentální manipulaci s modelem. Tedy schopnost představit si například jaké číslo bude na horní straně kostky, na které původně padla 3, ale pak ji podvodník ještě dvakrát přetočil v jednom ze čtyř možných směrů (Sorby, 1999). Je zřejmé, že zde opět narážíme na jeden z problémů obecného využívání a snadné dostupnosti ICT – řečeno expresivně: „proč se učit a namáhat se, když to počítač ví za mě.“ (Combes, 2006). To, že žáci působením ICT zpohodlnují, zjistili i M. Huclová a J. Lombart v roce 2010 během zkoumání možností nahrazení klasického rýsování prací v programu dynamické geometrie. Z jejich výzkumu vyplynulo, že si žáci velmi rychle a ochotně zvykají na zjednodušující funkce programů (úchopy, automatické pojmenování útvarů, vestavěné nástroje umožňující obvyklé konstrukce) a při praktické práci bez počítače selhávají. Jsou-li, podle autorů, technologie použity „pouze“ k podpoře hodiny, nevýhody mizí a naopak se do popředí dostává motivační prvek počítače ve výuce. (Huclová, 2010)

Dalším faktorem, který ovlivňuje využívání ICT v hodinách, je samotná osoba učitele. Mnozí pedagogové ztrácí v přítomnosti ICT jistotu, neboť jejich žáci technologie ovládají lépe než oni sami. Dalším důvodem může být složitější motivace žáků. Má-li žák k dispozici počítač, je téměř jisté, že se kromě samotného výkladu pokusí současně dělat ještě několik dalších věcí (prohlížet sociální sítě, hrát hry apod.) a je obtížnější udržet si žákovu pozornost. Na tento problém přináší řešení projekt Vzdělání 21. Jde o pilotní projekt testující využívání notebooků při výuce na základních školách. Podle závěrečné zprávy z roku 2011 se učitelé rozptylujících činností nemusí bát, pokud zavedou dostatečná opatření, jejichž dodržování budou po žácích vyžadovat. V případě projektu má učitel možnost v každém okamžiku sledovat na vlastním počítači, co žáci na notebookech dělají, může žákům posílat přes síť upozorňující napomenutí – černou obrazovku s nápisem „Dívej se vpřed, prosím.“ Navíc při opakovaných prohřešcích hrozí odebrání notebooku, což sami žáci považují za největší trest. Je jasné, že pokud někdy dojde k masovému rozšíření tohoto způsobu výuky, nebude možné žáky trestat odebráním notebooku. Za mnohem lepší způsob považují možnost nahlížet od katedry na obrazovky žáků. Koneckonců na to není potřeba ani specializovaný software, byť

napomínací hlášku považuji za velmi elegantní, lze si ve třídě pomoci i vhodně umístěným zrcadlem. Ideální by samozřejmě bylo, aby se počítače ve výuce staly pro žáky tak nezajímavými a nudnými prvky jako sešity, k tomu je ovšem ještě dlouhá cesta. (Mazáčová, 2011)

I přes zmíněné obtíže technologie ve výuce zcela jistě smysl mají. Je jen na učiteli, kolik času a prostoru jim ve svých hodinách věnuje a jak k nim přistoupí. Pokud zvolí správnou cestu, je pravděpodobné, že bude dosahovat lepších výsledků, než kdyby technologie odmítl. Rozhodne-li se vyučující využívat k podpoře výuky informační technologie, musí předem zvážit několik kritérií, a to jak didaktického, tak formálního rázu.

Nejprve je nutné zvolit vlastní způsob výuky. Teoreticky se lze pro potřeby stereometrie opřít o tři přístupy: instruktivní, konstruktivní a instruktivní s prvky konstruktivismu.

Instruktivní přístup je velmi návodný. Převládá frontální forma výuky, kdy vyučující předává žákům hotové poznatky či algoritmy řešení a ukazuje jejich aplikace na vzorových příkladech. Tempo výuky je závislé na tempu výkladu učitele. Tuto metodu lze s úspěchem využívat, pokud je potřeba látku zvládnout rychle. Úspěchy lze zaznamenat i ve třídě slabších žáků. Nevýhodou je velká pravděpodobnost pouze formálního uchopení látky, kdy žáci nejsou nuceni k hlubšímu vhledu do problematiky ani motivováni k dalšímu rozvoji. Navíc s sebou formální chápání látky nese riziko, že žáci ve chvíli návratu k látce zjistí, že naučené postupy zapomněli.

Konstruktivní přístup naopak po žácích vyžaduje značné množství vlastní iniciativy. Často je využívána problémová metoda a skupinová práce. Žáci jsou postaveni před problém a během jeho řešení nachází nové poznatky, které pak sami, jen s mírnou pomocí vyučujícího, formulují. Dochází tak k hlubšímu vhledu do problematiky, lepšímu pochopení vztahů, jež vedou k poznatkům a důkladnějšímu osvojení si látky. Tento způsob výkladu je ale časově náročný a je lepší, když je na něj třída připravena a je zvyklá takto pracovat. Pro vyučujícího je navíc tento způsob mnohem náročnější na přípravu i vlastní organizaci hodiny, kdy je potřeba sledovat a motivovat k výkonu

slabší žáky, neboť ti se v případě skupinové práce rádi drží v pozadí a nechávají práci na lepších spolužácích.

Poslední možností je kombinace prvků z obou výše popsaných přístupů k výuce. Tedy stav kdy role učitele není v procesu poznání upozaděna tolik, jako v případě konstruktivního přístupu, ale zároveň je žákům dána možnost vlastního objevování a poznávání. Čas potřebný k výkladu bude delší než v případě striktně instruktivní hodiny, ale lze předpokládat, že u studentů dojde k zvnitřnění látky a že ji dokáží aplikovat v nejrůznějších situacích.

ICT lze samozřejmě s úspěchem využít u všech přístupů. Rozhodnutí pro konkrétní přístup k látce se odrazí v podobě vlastních příprav pedagoga, jejichž návrhy budou ukázány později. Důležitým kritériem, které je nutné ale brát z výše uvedeného na zřetel, je zvolená metoda a způsob výuky, každá totiž vyžaduje jinou vybavenost učebny.

Pro frontální způsob výuky stačí vyučujícímu data-video projektor či interaktivní tabule s připojeným počítačem. Na zařízeních bude pracovat především učitel. Žáci se k nim dostanou pouze jednotlivě, v případě že k tomu budou vyzváni. Virtuální prostor tu v tomto případě pouze nahrazuje reálné modely. Pro učitele to znamená zjednodušení práce a možnost některé jevy lépe znázornit. Lze se domnívat, že i žáky virtuální model zaujme více, ale možnosti ICT nejsou zdaleka využity. Na druhou stranu lze ICT zapojit do výuky stereometrie i na školách, jejichž technická vybavenost není nejlepší.

Pokud bude spojena skupinová a případně i individuální práce žáků s problémovou metodou výuky, je nutné brát ohledy i na vybavenost školy. Disponuje-li škola například notebooky nebo netbooky, lze hodinu připravit v libovolné učebně, jsou-li však ve škole pouze počítačové učebny, je nutné zvážit, zda bude jejich kapacita dostatečná. A také zda jejich hardwarové vybavení zvládne požadavky zvoleného programu. Poté v závislosti na zvoleném přístupu můžeme s žáky procházet jednotlivé konstrukce, nechat je pozorováním a upravováním modelů získávat nové poznatky, či ověřovat vlastní výpočty. Pokud zvolíme program, který budou žáci schopni rychle ovládnout, lze předpokládat zvýšenou motivaci k řešení úloh i postupné zlepšení

prostorové představivosti. Pokud se ale žáci s programem nesžijí, je zde riziko naprosto opačného působení.

5. Stav využívání ICT při výuce stereometrie na školách

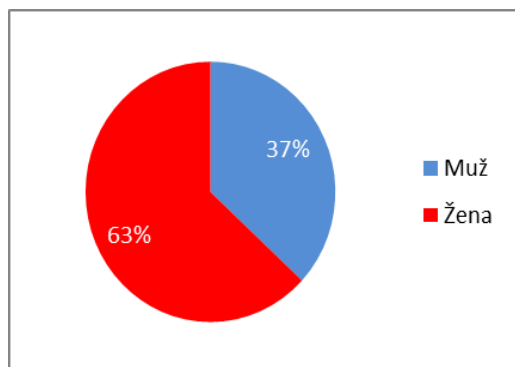
Pro další směřování práce bylo nutné nejprve zjistit stav využívání ICT prostředků pro podporu výuky stereometrie na školách. Pokud by na školách ICT vůbec nebyly používány, směřovala by práce k povzbuzení obecného povědomí o možnostech využití ICT ve výuce, a to s důrazem na základy ovládání programů a ukázky jejich využití v hodinách. Pokud by se ale ukázalo, že učitelé již s ICT zkušenosti mají, zaměřil by se další text spíše na alternativní programy, aspekty vedení hodin a přizpůsobení návrhů hodin realitě škol. Vzhledem k tomu, že i mezi vyučujícími jedné školy se mohou v přístupu k ICT objevit velké rozdíly, bylo šetření cíleno na jednotlivce.

Pro zjištění současného stavu využívání ICT při výuce stereometrie na školách bylo využito dotazníkového šetření. Dotazník byl pomocí e-mailu rozeslán vyučujícím matematiky z 387 škol z celé České republiky. Klíč k volbě školy byl jednoduchý – byla-li možnost dohledat na stránkách školy email na konkrétní učitele, byli tito zařazeni do adresáře a následně obesláni. Snažila jsem se o to, aby rozdíly mezi počty oslovených z jednotlivých krajů nebyly příliš velké. To se sice úplně nezdařilo – nejvíce škol bylo osloveno z Ústeckého kraje – 44 a nejméně z Plzeňského – 16, ale v ostatních krajích už se podařilo udržet počet obeslaných škol mezi dvaceti a třiceti. To odpovídá zhruba 120 až 150 učitelům z každého kraje. Cílem šetření bylo zjistit, zda je na školách využíváno prostředků ICT k podpoře výuky stereometrie a pokud ano, tak jakým způsobem s nimi na školách pracují. Text dotazníku je k nahlédnutí v příloze 1. Dotazník byl rozeslán na 1725 emailových adres. Z nich se vrátilo 312 odpovědí. Po vyřazení duplicit a chybných odpovědí zbylo 301 vyplněných dotazníků. Problematické by se mohlo jevit, že v dotazníku chyběla položka, která by určila, z jaké konkrétní školy respondent je. Tím pádem nelze zjistit, zda odpovědi náhodou nepatřily učitelům pouze z jedné školy. Protože byl ale dotazník zaměřen na názory jednotlivců, nelze to pokládat za výrazný nedostatek šetření.

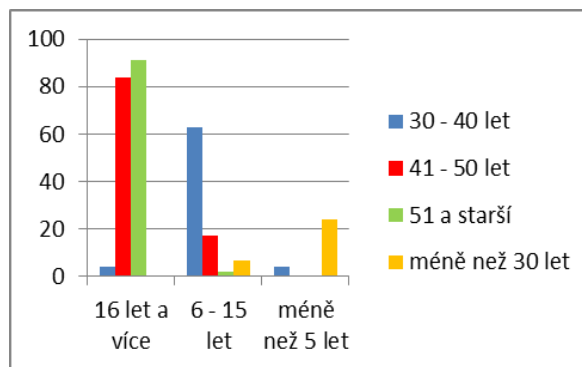
	Oslovených škol	Počet obeslaných adres	Počet odpovědí
Jihočeský	24	118	27
Jihomoravský	26	134	20
Karlovarský	30	89	16
Královehradecký	33	119	14
Liberecký	31	121	26
Moravskoslezský	31	143	30
Olomoucký	29	139	25
Pardubický	25	100	8
Plzeňský	16	100	20
Praha	30	181	27
Středočeský	27	104	33
Ústecký	44	185	29
Vysočina	21	86	10
Zlínský	20	106	16
Celkem	387	1725	301

Tabulka 1: Odeslané dotazníky/došlé odpovědi

Struktura respondentů byla následující: Téměř 2/3 odpovědí zaslaly ženy. Nejvíce respondentů patřilo do věkových kategorií 41 – 50 a 51 a více let, z čehož vyplývala i udávaná délka praxe pedagogů, podle níž převažovali lidé s učitelskou praxí delší než 16 let.



Graf 2: Respondenti podle pohlaví



Graf 2: Respondenti dle věku a délky praxe

5.1. Hypotézy

Předpoklady šetření byly skeptické, bylo předpokládáno, že ICT se k podpoře výuky stereometrie příliš nepoužívají.

Jsou-li prostředky ICT v hodinách používány, tak pouze jako názory, takže žáci se k prostředkům ICT sami příliš často nedostanou.

Za názor budou sloužit především reálné modely, modely virtuální budou spíše jejich doplňkem. Dalším předpokladem bylo, že budou převažovat programy dynamické geometrie.

Dle genderových stereotypů by také bylo možno předpokládat, že těmi, kdo s technologiemi pracují více, jsou muži.

Posledním předpokladem bylo, že nejmenší míra využívání prostředků ICT bude ve věkové skupině nad 50 let. Lze tak usuzovat z výsledků šetření českého statistického úřadu. (Brožura informační společnost v číslech, 2012)

5.2. Výsledky:

Výsledky šetření byly překvapující. Ukázalo se, že 2/3 respondentů ICT nějakým způsobem k podpoře výuky používají. Lze se domnívat, že skutečný stav je zkrácen

zvoleným typem komunikace – školy, které zveřejňují e-mailové kontakty na učitele, pravděpodobně podporují i pozitivní přístup pedagogů k informačním technologiím.

S přístupem žáků k technologiím to ale už tak dobře nevypadá. Učitelů, kteří udali, že sami používají k podpoře vyučování technologie ICT je 182, z nich ale dává tyto technologie k dispozici žákům jen 67. Ostatní pracují s interaktivními tabulemi či zpětnými projektory, které tak slouží především k prezentaci rozmanitější škály modelů. Jak poznamenal jeden z respondentů, je tento stav nejspíš způsoben tím, že je jen málo škol, v jejichž možnostech by bylo uskutečňovat výuku matematiky s celou třídou v počítačové učebně. Na druhou stranu existuje 11 učitelů, kteří stereometrii vyučují pomocí počítačů. Lze tak usuzovat z kombinace odpovědí ICT „používám velmi často“ a „každý žák má k dispozici zařízení, na kterém pracuje“. Jak bylo řečeno výše, nelze z dotazníků zjistit, zda respondenti byli nebo nebyli z jedné školy. Bylo proto zjištěno, z jakých krajů tato kombinace přišla. Na základě tohoto ověření lze říci, že existuje minimálně šest škol, na nichž působí jeden až tři učitelé, kteří do výuky stereometrie pravidelně a často technologie zapojují.

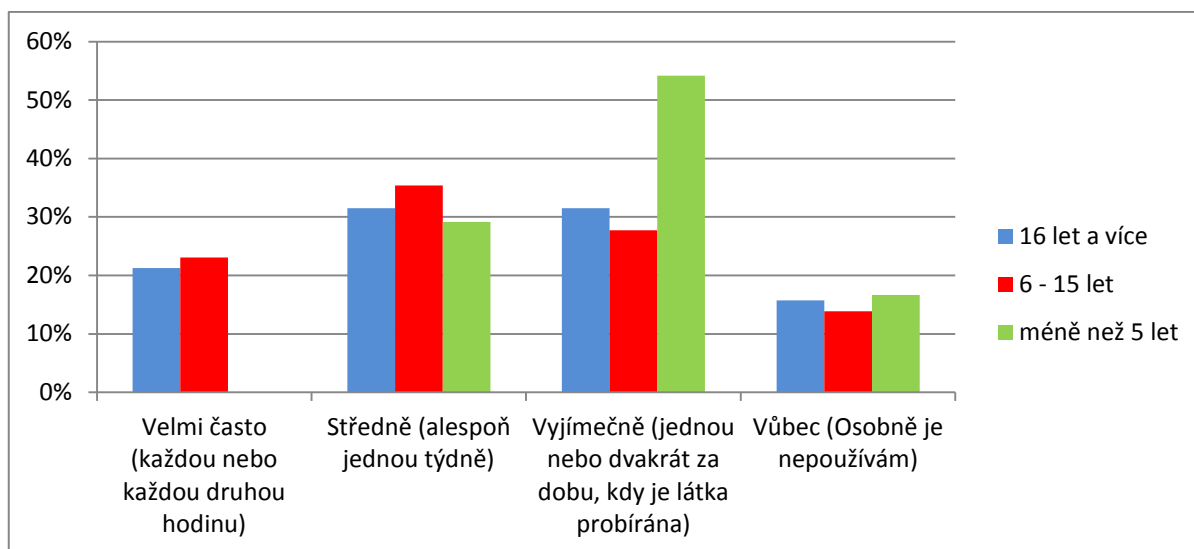
	Každý žák má k dispozici zařízení (počítač, tablet) na kterém pracuje	Se zařízením pracuje pouze učitel	Zařízení nevychází na každého žáka, musí proto pracovat ve skupinách
Středně (alespoň jednou týdně)	16	44	9
Velmi často (každou nebo každou druhou hodinu)	11	29	3
Výjimečně (jednou nebo dvakrát za dobu, kdy je látka probírána)	20	42	8

Tabulka 2 Porovnání četností přístupu k ICT učiteli a žáky v hodinách

Kraj	Jihočeský	Karlovarský	Liberecký	Moravskoslezský	Plzeňský	Středočeský
Poč. odpovědí	1	1	2	2	3	2

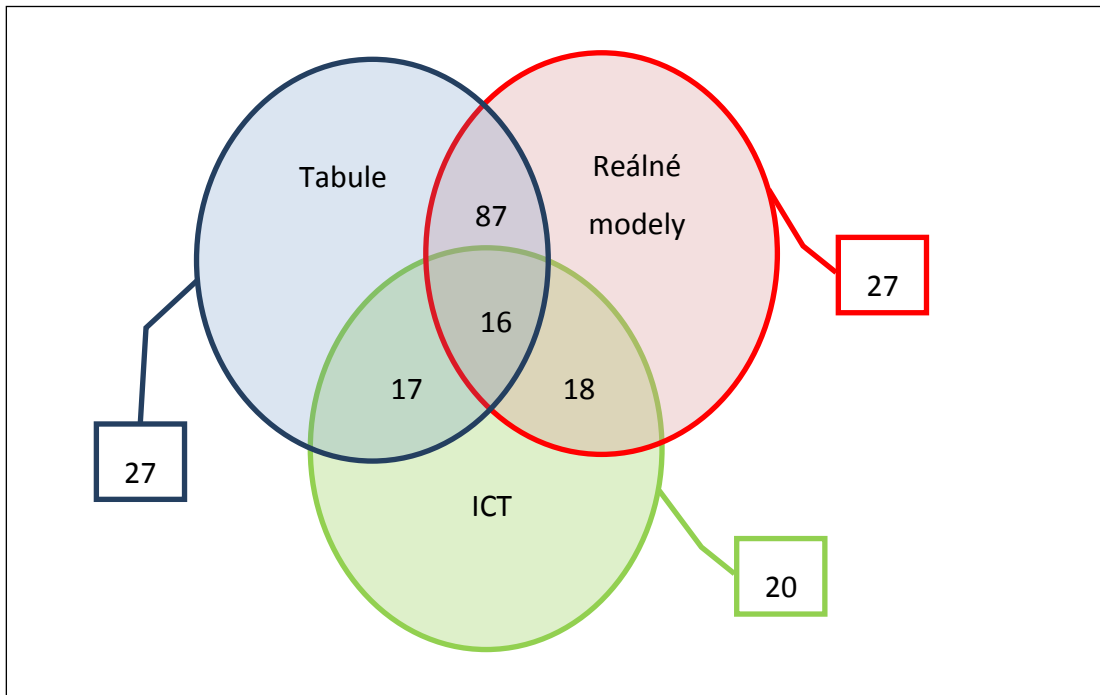
Tabulka 3 Počty učitelů, kteří odpověděli, že ve svých hodinách často využívají ICT a navíc ICT mají k dispozici i sami žáci

Kromě vlastního přesvědčení učitele o užitečnosti využití ICT je důležitým činitelem toho, jak často může učitel ICT v hodinách využívat, i technická vybavenost škol. Výsledky šetření hovoří o tom, že nejčastější periody jsou dvě: „výjimečně“, tedy jednou až dvakrát za dobu, kdy je látka vyučována, a „středně“, což bylo definováno jako jednou až dvakrát týdně. Na to lze nahlížet za dvou stran. Buď učitelé chápou vhodnost podpory hodin pomocí ICT, ale nemají dostatek prostředků pro častější využití, nebo naopak nejsou o vhodnosti využití ICT v hodinách přesvědčeni a tak na několika málo hodinách zkoušejí jejich možnosti. Nabízela by se i možnost, že jde o vyučující s dlouhou praxí, kteří nechtějí měnit své zažité a praxí ověřené postupy. Výsledky šetření ale nic takového neukazují, naopak pomocí relativních četností lze zjistit, že největší skupina učitelů, kteří na hodinách využívají ICT jen výjimečně, patří k učitelům s nejkratší praxí, tedy paradoxně těch nejmladších, kteří by k ICT měli mít nejbliž. Možná jde o to, že mladí učitelé ještě nemají dostatečnou jistotu a obávají se experimentů s něčím, co sami neměli možnost zažít. Nabízí se i možnost, že vyučování matematiky s podporou ICT není na pedagogických fakultách dostatečně probíráno, což je ale otázka spíše dalšího výzkumu než této práce.



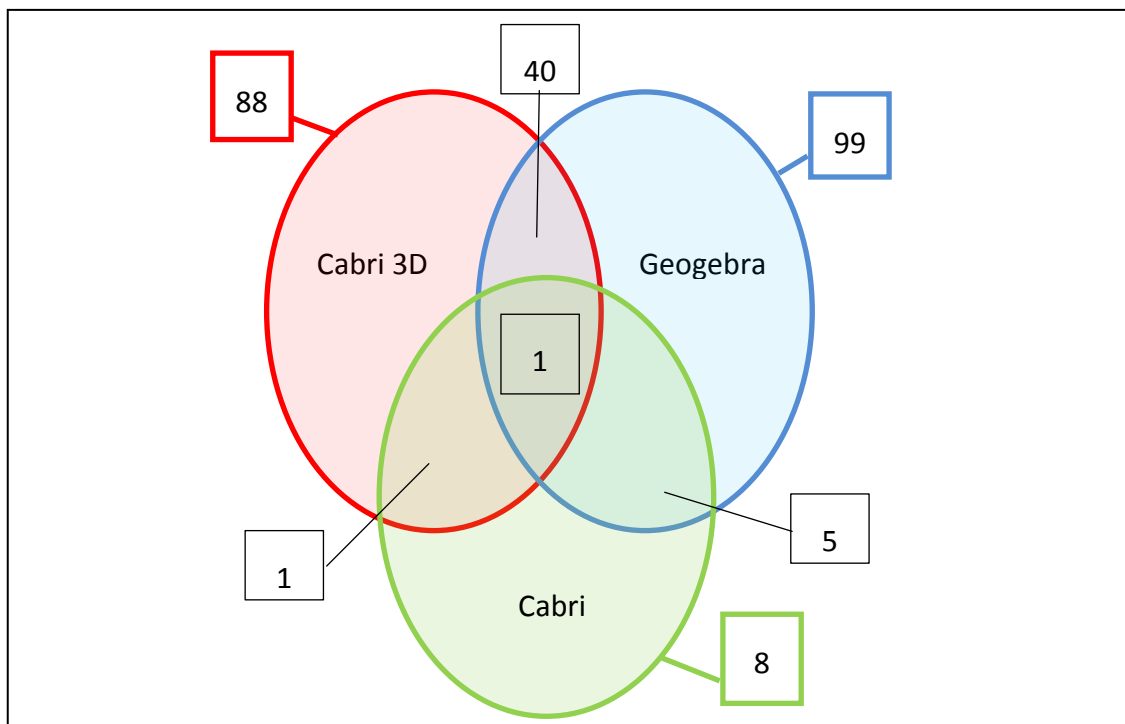
Graf 3 Četnost využití ICT v hodinách podle délky praxe

V otázce, jaké pomůcky učitelé při výuce používají, respondenti vybírali z následujících možností: tabule, interaktivní tabule, projekce (dataprojektor), reálné modely a virtuální modely. Formulace otázky ale zapříčinila, že někteří pedagogové soudili, že pokud zaškrtnou možnost interaktivní tabule nebo projektoru, je jasné, že musí používat virtuální modely a proto tuto možnost nevybírali. Tuto domněnku dokládá fakt, že zatímco možnost virtuální modely vybralo pouhých 99 učitelů, tak při sečtení všech případů, kdy byly vybrány interaktivní tabule, projekce, virtuální nebo jejich kombinace, odpovídá součet počtu těch učitelů, kteří tvrdí, že jsou u nich ve škole ICT používány. V případě možností tabule a reálné modely ale již taková shoda neexistuje. Část respondentů (9%) poměrně překvapivě reálné modely vůbec nepoužívá, 4 učitelům, kteří používají pouze tabuli, zřejmě stačí obrázky v učebnici, 24 učitelů pak reálné modely zcela nahradilo prostředky ICT. Reálné modely v kombinaci s klasickou tabulí a prostředky ICT naopak využívají téměř 2/3 respondentů (61%). Při zpracování byla trojice odpovědí, která se vztahovala k ICT spojena do jedné kategorie. Reálné modely a tabule zůstaly zvlášť. Výsledky odpovídají i ostatním odpovědím v šetření a podporují teorii, že se učitelé matematiky využití ICT v hodinách nebrání, ale zároveň je chápou především jako podpůrné prostředky, což dokládá i nejčastější způsob využití všech dostupných pomůcek.



Graf 4 Využití pomůcek v hodinách respondentů

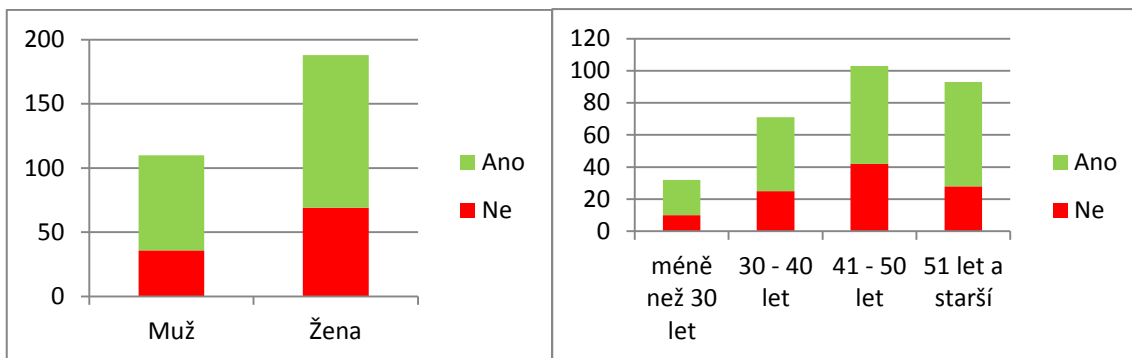
V otázce softwarového vybavení škol se potvrdila hypotéza ohledně převahy programů dynamické geometrie, která je téměř absolutní. Překvapující je zjištění, že velká část učitelů udává používání obou programů (Geogebra i Cabri) zároveň. To je nejspíš způsobeno tím, že školy nakoupily licence staršího Cabri, ale s příchodem neplacené Geogebra již na nové počítače licenci nerozšiřovali. Druhou možností je, že učitel preferuje využívání jednoho z programů, ale protože ve škole jsou k dispozici oba (například nově příchozí pedagog si k již zavedenému Cabri nainstaloval i Geogebra, která je mu bližší), zaškrtnl v dotazníku obě možnosti. Nelze opomenout ani možnost, kdy učitel používá oba programy, protože se mu jedna část problematiky lépe zobrazuje v jednom programu a druhá v druhém. Mezi dalším softwarem pro podporu výuky se objevil například AutoCAD, MS Excel, Mathematica nebo blíže nespecifikované grafické programy. V těchto případech šlo ale pouze o jednotkové výskyty využití.



Graf 5 Nejvyužívanější programy v hodinách respondentů

Procento mužů i žen používajících ICT ve výuce bylo obdobné (64% žen a 66% mužů). Je tedy vidět, že učitelé matematiky jsou využívání technologií relativně otevřeni bez ohledu na pohlaví.

Ani z hlediska věku se hypotéza o využívání ICT v hodinách nepotvrdila, naopak kategorie nad 51 let byla kategorií s nejvyšším podílem využívání technologií v hodinách. Zatímco ve všech ostatních kategoriích byl podíl učitelů mezi 60% a 64%, v nejstarší věkové kategorii přesáhl 70%. Lze to vysvětlit tak, že tito učitelé jsou si sami sebou velmi jisti a zároveň se nebojí experimentovat a inovovat své postupy. Jde o výsledek, který stojí proti zaběhlým stereotypům a který ukazuje, že minimálně mezi učiteli matematiky je určitá skupina lidí, kteří se bez ohledu na věk snaží vyučovat pomocí moderních didaktických prostředků.



Graf 6 Využívání ICT v hodinách z hlediska pohlaví

Graf 7: Využívání ICT v hodinách z hlediska věku

5.3. Shrnutí

Šetření ukázalo, že se značná část učitelů snaží ICT při hodinách využívat. Nejčastějším způsobem využití je projekce modelů nebo zadání. Četnost využívání se nejčastěji pohybuje mezi jednou až dvěma hodinami týdně, nebo jednou až dvakrát za dobu, kdy je látka probírána. Četnost užívání technologií v hodinách je dána technickou vybaveností školy a také ochotou učitele technologie využívat.

Mezi využívanými programy převládají programy dynamické geometrie. Lze se domnívat, že je učitelé využívají i pro jiné kapitoly než stereometrie, a proto jsou pro ně tyto programy samozřejmou volbou.

Při zkoumání využívání programů z hlediska pohlaví a věku se ukázalo, že učitelé matematiky jsou skupinou, která je ochotná technologie využívat i navzdory obvyklým výsledkům statistických šetření.

6. Programy využitelné ve výuce stereometrie

6.1. Požadavky na programové vybavení

Programů, které lze pro podporu výuky stereometrie využít, je celá řada. Vybírat lze z více či méně profesionálních programů pro tvorbu 3D modelů a animací, CAD programů, grafických editorů a programů dynamické geometrie. Každému učiteli bude, v závislosti na jeho předchozích zkušenostech a zaměření, vyhovovat něco jiného. Existují však určité univerzální požadavky, které lze klást na každý z uvažovaných programů (Belyk, Feist, 2002):

1) Intuitivní ovládání

Tento požadavek je důležitý zvláště ve chvíli, kdy chceme v programu pracovat s žáky, neboť jen málokdo si může dovolit věnovat se s žáky týden výuce 3D grafiky místo matematiky. Ideální možností samozřejmě je, mají-li žáci možnost si program „osahat“ při výuce informatiky. Bohužel programy pro 3D modelování nejsou samozřejmě součástí výuky. Jednodušší situace nastává, je-li škola vybavena některým z CAD systémů, který žáci aktivně využívají. Pak je jistě na místě uvažovat, zda nevyužít této možnosti a nesměřovat podporu výuky stereometrie do této rodiny programů.

2) Nabídka nástrojů

Pokud má být program úspěšně používán jako podpora výuky stereometrie, musí umožňovat všechny operace, s nimiž se žáci během studia předmětu setkávají. Jmenovitě jde o manipulaci s tělesy, nastavení standardních pohledů na model, měření vzdáleností a úhlů a změny velikostí objektů v poměru.

3) Hardwarové požadavky

Programy pro 3D modelování obvykle nepatří mezi software s nejnižšími požadavky. Je proto nutné zvážit, co školní počítače zvládnou, a program před ostrým nasazením otestovat. Čekat desítky vteřin na vykreslení

modelu nebo jeho otočení není příjemné a na žáky bude působit značně demotivačně.

4) Licence

Lze volit mezi komerčními licencemi a různými volně šiřitelnými programy. Komerční licence přináší jistotu aktualizací a oprav přípravných chyb programu. Nelze ale předpokládat, že by žáci sami byli ochotni si tyto programy pořizovat i pro svoji domácí přípravu.

5) Podporované formáty/export

I když většina programů umožňuje export do širokého spektra formátů, je tento bod důležitý. Pokud má být program používán jako podpora výuky, je vhodné, umožní-li uživateli tisknout nebo exportovat 2D verzi obrázků (například pro potřeby pracovních listů). Ideálně v obecných formátech, jako jsou jpg či pdf.

6.2. Vybrané programy

V následující kapitole budou představeny programy, o kterých lze pro podporu výuky stereometrie uvažovat. Jde o programy, které jsou, jak ukázalo dotazníkové šetření, ve školách používány. Další programy byly vybrány autorkou této práce na základě jejich zkušeností a výše zmíněných kritérií. Pro lepší představu práce v programu byla s jeho pomocí vyřešena vybraná úloha ze sbírky pro SŠ tohoto zadání: „*Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABDCV$, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$. Nejděte a určete odchylku přímky $S_{DV}B$ od roviny $S_{AB}S_{CD}V$.*“ Správná odpověď je dle řešení obsaženého ve sbírce $35^{\circ}16'$. (Petáková, 1998). Parametry počítače, na němž byly programy zkoušeny, jsou: operační systém Windows 7, 1,3 GHz CPU, 4 GB RAM, integrovaná grafická karta.

Mezi zkoušenými programy byly i profesionální modelovací programy jako Cinema 4D, Blender nebo Auto CAD, v přehledu ovšem nejsou zařazeny, neboť u žádného z nich nelze mluvit o intuitivním ovládní a některé neumožňují ani všechny stereometrické operace.

6.3. Programy dynamické geometrie

Z dotazníkového šetření vyplynulo, že nejčastěji jsou pro podporu výuky stereometrie využívány programy dynamické geometrie, konkrétně Cabri 3D a Geogebra. Z tohoto důvodu bylo vhodné je do přehledu zařadit, i když nejde o programy pro 3D modelování, ale o programy, které byly vyvinuty přímo pro potřeby výuky matematiky.

6.3.1. Cabri 3D v2

Cabri 3D je samostatným programem navazujícím na Cabri geometrii. V šetření se, co do počtu využívání v hodinách umístilo s nepatrnou ztrátou na druhém místě. Velkým kladem je široká podpora a množství připravených appletů - hotových konstrukcí, které jsou uživateli k dispozici. A jak program splňuje výše uvedené požadavky?

1) Intuitivnost ovládání

Ovládání programu je postaveno na stejném principu jako v případě 2D verze. Zkušeného uživatele tedy nepřekvapí. Verze je navíc lokalizována do češtiny. Jednotlivá tlačítka jsou seřazena do logických celků. Nalezení jednotlivých útvarů či činností by po základním seznámení se s programem měl zvládnout každý. Během tvorby modelu program hlásí každý vyžadovaný údaj nebo následující krok tvorby útvaru pomocí informační vlaječky u kurzoru. Takže ani s tím by nezkušený uživatel neměl mít vážnější problémy. Otáčení modely je schováno pod pravým tlačítkem myši a není nikde implicitně ukázáno. Člověk, který nečte návody, tak nejspíš na tuto důležitou funkci narazí spíše náhodou, nebo bude k otáčení modelů používat okno „Upravit pohled“. Přesouvání modelů závisí na jejich nadefinování v programu. Máme-li například čtyřstěn nadefinován přes body na přímkách, lze jím pohybovat jen v rámci těchto přímek.

2) Nabídka nástrojů

Vzhledem k tomu, že jde o výukový program, v tomto směru neexistuje žádný problém. Velkou výhodou je možnost přehrávání jednotlivých konstrukcí po krocích a možnost velmi jednoduše vytvářet animace konstrukce.

3) Systémové požadavky

„Microsoft Windows:

Windows 98 (Internet Explorer 5 nebo novější), ME, NT4, 2000, XP a Vista.

Apple Mac OS System

MacOS X, verze 10.3 nebo vyšší.

Minimální konfigurace: *min 800 MHz CPU, min 256 MB RAM,*

OpenGL kompatibilní grafická karta s min 64 MB RAM.“ (De Cotret, 2007)

Při tvorbě zkušebního příkladu byl běh programu plynulý.

4) Licence

Cabri 3D je komerčním programem. Lze si stáhnout demoverzi, která funguje 30 dní bez omezení a poté je běh programu omezen na 15 min, bez možnosti funkcí kopírovat, vyjmout, vložit či uložit a uložit jako. Plná verze stojí u českého distributora 2 990 Kč. Pro školy potom prodejce nabízí multilicence na 10 pracovních stanic (za 9 190 Kč) nebo ekonomicky zajímavější multilicenci neomezenou počtem počítačů za 17 600 Kč (v případě nákupu pouze 3D programu), v balíčku s 2D verzí pak tato multilicence stojí necelých třicet tisíc korun.

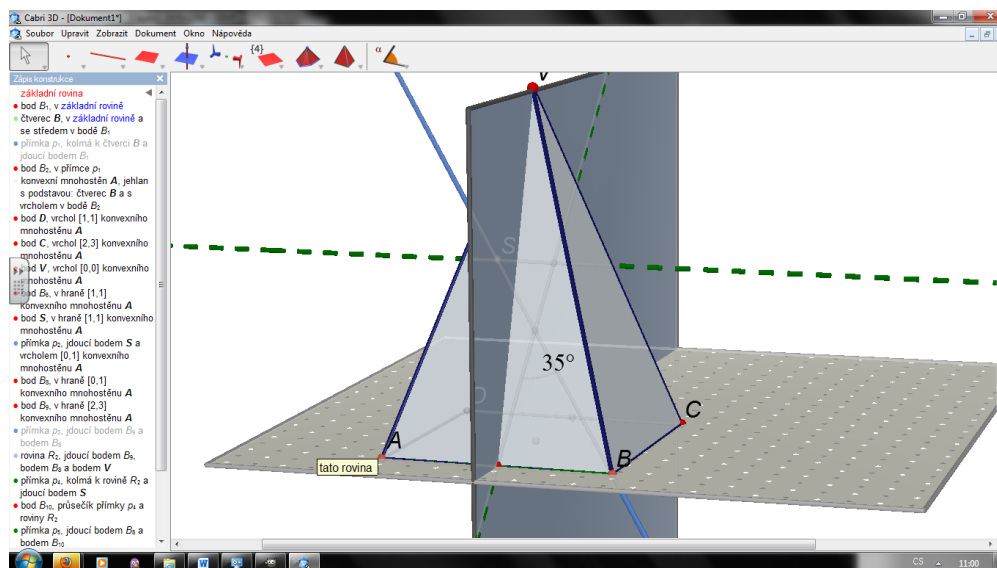
5) Podporované formáty/export

Nativním formátem programu je formát *.cg3, který lze při instalaci odpovídajícího zásuvného modulu importovat do libovolného dokumentu (textového nebo prezentace.) Obdobně lze vkládat *.cg3 soubory i do HTML.

6) Řešení vzorového příkladu

S nalezením řešení pomocí programu jsem neměla problém. Výhodná je především možnost vést bodem kolmici k rovině, či úchop i neoznačených či nově vzniklých průsečíků. Hodnota 35° je zaokrouhlena na celé stupně, ale správně. Studenti by mohli ocenit možnost náhledu na řešení z mnoha úhlů. Oproti sešitu je jednodušší nalezení kolmého průmětu bodu do roviny, který

program hledá automaticky, uživatel tak nemusí o průniku přímky a roviny nic vědět. To sice nejspíš bude žákům vyhovovat, ale z pedagogického hlediska je to poněkud kontraproduktivní. Nelze zjistit, zda žáci průnik přímky a roviny ovládají a zároveň je fakt, že program pracuje za ně, bude v případě osvojování této znalosti demotivovat.



Obr. 1 Řešení vzorového příkladu v Cabri 3D

6.3.2. Geogebra 5.0 beta

Geogebra je alternativním programem ke staršímu Cabri. Funguje na podobných principech. Výrazným kladem je opět množství volně dostupných již hotových konstrukcí. Vývojáři se snaží, aby byla programem s co nejširším matematickým použitím, a proto obsahuje kromě jiného i tabulkový kalkulátor. Nevýhodou je, že 3D prostředí v tuto chvíli existuje pouze v beta verzi. I pro ni je už ale možné najít množství připravených appletů.

1) Intuitivnost ovládání

Ovládání je koncipováno stejně jako v případě Cabri. Uživatel má opět k dispozici tlačítka uspořádaná do logických rámců, navíc lze využívat i příkazového řádku. Tvorba v prostoru zatím funguje jako nadstavba 2D prostředí. Tvorba modelu tedy začíná zadáním podstavy nebo hrany ležící v nárysně a poté již lze přidávat a upravovat části modelu ve 3D modulu.

2) Nabídka nástrojů

V demoverzi lze modely vytvářet a otáčet. Měřit je v tuto chvíli možné pouze úhel. Lze ale předpokládat, že v konečné verzi se všechny potřebné nástroje objeví.

3) Systémové požadavky

Systémové požadavky vývojáři neudávají. Poslední dokončená verze Geogebra 4.0 ale pracuje i pouze přes internetový vyhledávač, lze tedy předpokládat, že nebudou nijak vysoké. 3D modul se v beta verzi místy zasekne a místy nevykresluje to, co by měl. Jde nejspíš o důsledek neukončeného vývoje programu. Pokud tato situace nastala, stačilo modul nebo celý program restartovat.

4) Podporované formáty/export

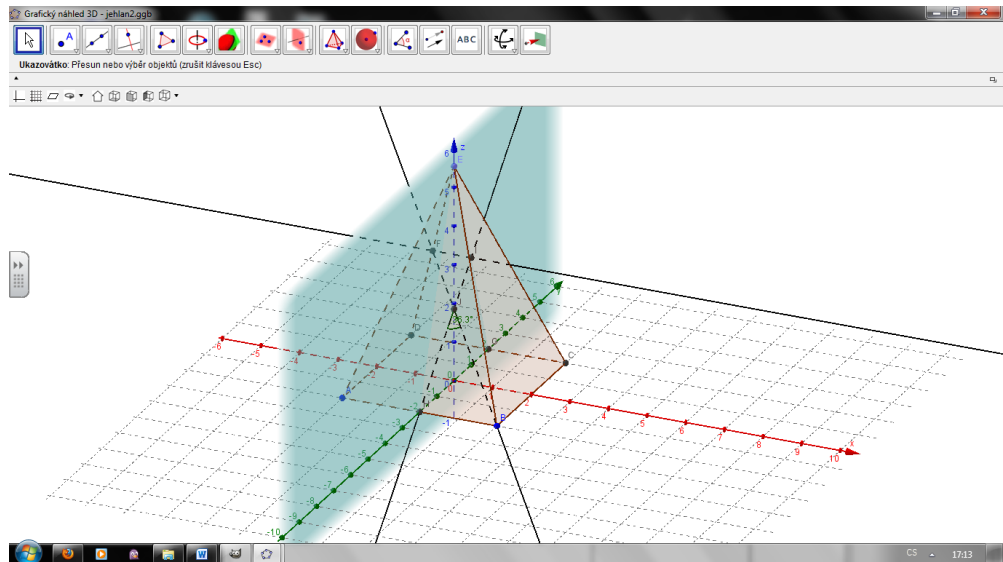
Soubory vytvořené v Geogebře lze identifikovat podle přípony *.ggb. Export je možný jako *.gif animace, grafický 2D náhled či dynamický pracovní list umožňující publikaci na webových stránkách.

5) Licence

Geogebra je volně šiřitelná.

6) Řešení vzorového příkladu

Vytvoření zadání i řešení probíhá podobně jako v Cabri 3D, program umožňuje lehce nalézt jak středy stran, tak kolmice, ať už k přímkce nebo k rovině. Jedinou nepříjemností tak je již zmíněné občasné zaseknutí 3D modulu. Také měření úhlu není ještě asi úplně dotažené, jednak lze měřit jen úhel daný třemi body, na dvě přímky tlačítko zatím nereaguje a za druhé naměřený úhel byl při dodržení stejného postupu jako v ostatních případech $36,3^\circ$.



Obr. 2 Řešení vzorového příkladu v programu Geogebra 5.0

6.4. Programy pro tvorbu 3D grafiky

Kromě programů dynamické geometrie můžeme pro podporu výuky stereometrie použít i programy pro tvorbu 3D grafiky. Ty mají jednu nezanedbatelnou výhodu: na rozdíl od programů dynamické geometrie je lze využít i pro výuku jiných předmětů, typicky informační nebo výtvarné výchovy. Díky tomu se mohou žáci s programem seznámit dříve, než jej začnou používat v matematice. Lze předpokládat, že se při podporované výuce stereometrie budou moci skutečně soustředit pouze na řešení úlohy a ne na orientaci v programu. Je také pravděpodobné, že multifunkční program, který není striktně výukový, žáky více zaujme.

6.4.1. *Rhinoceros 5.0 Evaluation*

Jde o program na pomezí CADu a grafického editoru. Nejzajímavější je možnost zobrazení vytvářeného modelu nejen v perspektivě, ale zároveň i ve třech základních pohledech (nárysu, bokorysu a půdorysu).

1) Intuitivnost ovládání

Uživatel se začátečnickými znalostmi CAD programů nebo vektorových grafických editorů by se v programu měl zorientovat rychle a bez větších obtíží. Ostatní nejspíše odradí mnohovrstevnatá a velmi obsáhlá nabídka funkcí, z nichž ale při řešení stereometrických úloh využijí pouze zlomek. Základní ovládání programu a většina příkazů je přeložena do češtiny, což orientaci zjednodušuje. Překlad zkušební verze programu, která byla k dispozici, je ale pouze částečný. Tato skutečnost výrazně ztěžuje složitější operace, jako například tvorbu povrchů a textur.

Přepínání mezi jednotlivými pohledy je vyřešeno velmi elegantně, aktivní je to okno, nad kterým se právě nachází kurzor myši.

2) Nabídka nástrojů

Dosažitelné jsou všechny operace. K některým ale není cesta úplně implicitní. Například pro změření úhlu ze zkušební úlohy není možné použít kótu úhel, která měří úhly pouze v ploše a je místo toho nutné zadat do příkazového řádku příkaz „Úhel“, který už měření v prostou zvládá. Velikost

úhlu se poté zobrazí v příkazovém řádku. Vzdálenosti se v prostoru měří obdobně.

3) Systémové požadavky

„Procesor Pentium, Celeron, nebo vyšší; min 200 MB volného místa na pevném disku, min 512 MB RAM (doporučeno 1 GB a více), doporučena grafická karta s podporou Open GL. Operační systém pouze Windows XP a vyšší, s tím že verze 4.0 nepodporuje 64 bitovou verzi a poběží jako 32bitová aplikace.“ (McNeel, 2007)

Tvorba zkušebního příkladu proběhla bez problému.

4) Podporované formáty/export

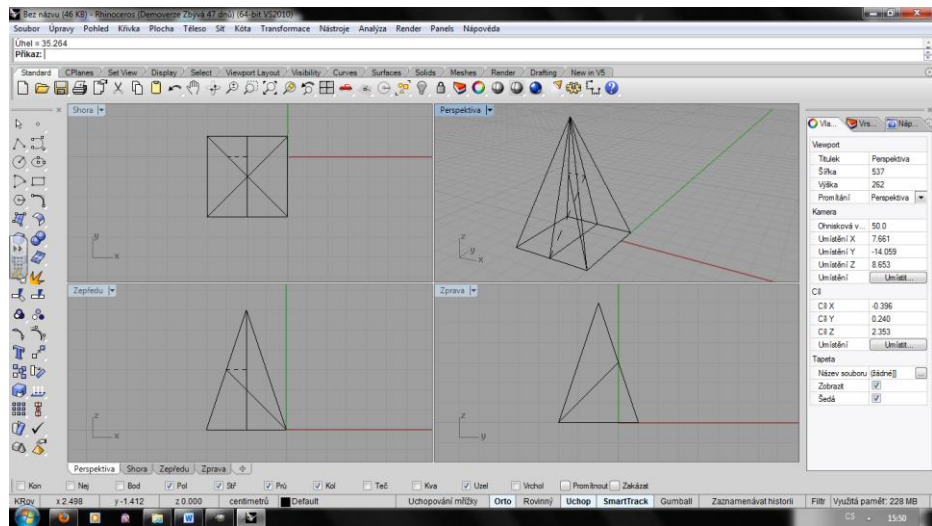
Nativním formátem Rhina je *.3dm, ukládání je ovšem umožněno do nejrůznějších formátů jako Auto CADový *.dwg, *.ai Adobe ilustratoru, či *.3ds, což je přípona 3D Studia.

5) Licence

Rhinoceros je komerčním programem. Podle oficiálních stránek stojí školní licence pro jednoho uživatele 95€, multilicenci pro jednu učebnu nebo 30 „plovoucích licencí pro jedno oddělení“ lze pořídit za 975€.

6) Řešení vzorového příkladu

Řešení více připomíná řešení v sešitě. Pokud se uživatel naučí využívat příkazový řádek, (např. zadávání přesných hodnot délek, či některých příkazů) a úchopů, nebude mít s prací v programu problém. Program opět obsahuje přednastavené základní objekty. Obarvování jednotlivých úseků se neděje automaticky, pokud chceme v modelu jednotlivé části barevně odlišit, je nutné to udělat ručně. Plochy jsou ovšem generovány s pomocnými čarami, které model znepréhledňují. Proto i v ukázce je použit model složený pouze z jednotlivých čar. Velikost zkoumaného úhlu byla naměřena 35°26′.



Obr. 3 Zkušební příklad v programu Rhinoceros 4.0

6.4.2. Google Sketch Up 8.0

Program Google Sketch Up byl původně navržen jako modelář budov pro aplikaci Google Earth. Tento směr využití je samozřejmě možný stále. Díky názornosti a co nejpřirozenějšímu ovládnutí se stal poměrně populární, přesto je stále znám spíše v architektonické obci než běžným uživatelům.

1) Intuitivnost ovládnutí

Jednoznačně nejjednodušší program, co se ovládnutí týče. K základnímu ovládnutí programu stačí letmé prostudování tutoriálu. Pro tvorbu stereometrických úloh je ovšem potřeba ovládnout sadu pokročilých nástrojů. Se samotnou tvorbou modelů problém není, ovšem měření vzdáleností a úhlů již vyjadřuje určitou zručnost.

2) Nabídka nástrojů

Nástrojů není na první pohled mnoho, ale umožňují všechny operace, které jsou pro stereometrii potřeba. Některé úkony ale mohou být pro začínající uživatele obtížné. Jako nejdůležitější se během testování ve škole ukázala aretace nástrojů na jednotlivých plochách pomocí klávesy shift.

3) Systémové požadavky

Dle webu výrobce je doporučená konfigurace tato: „*Procesor G5/Intel™ 2,1+ GHz, 2 GB RAM, 400 MB místa na pevném disku, grafická karta kompatibilní se standardem OpenGL a 512 MB videopaměť, 3tlačítková myš s rolovacím kolečkem.*“ (support.google.com, 2012)

Při tvorbě zkušební úlohy nenastal žádný problém. Při používání programu na slabších počítačích během testování ve škole nebyl běh programu místy úplně plynulý, nicméně nešlo o závažný problém.

4) Podporované formáty/export

Nativní formát patří přímo SketchUpu a lze jej identifikovat příponou *.skp, export modelů je pak možný do formátu Auto Cadu *.dwg, a *.dxf či do

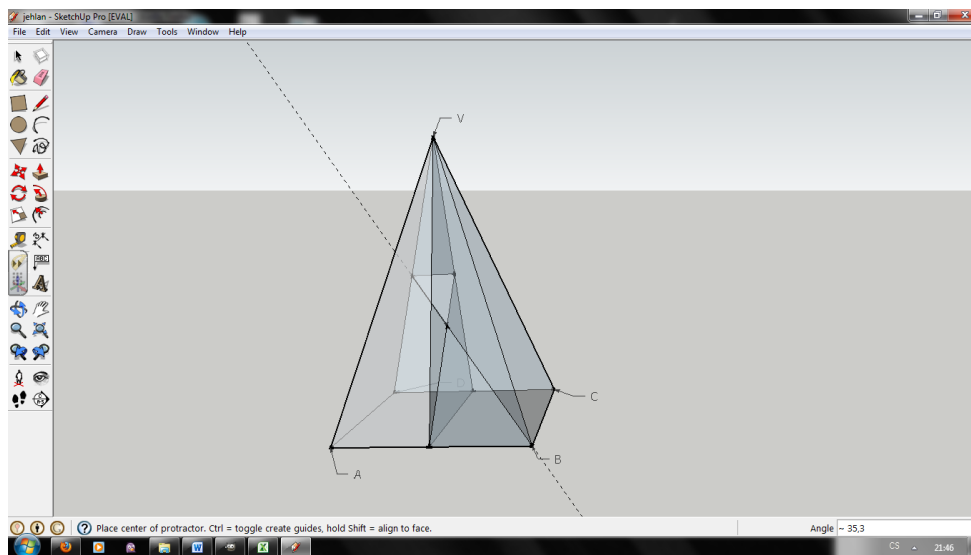
formátu 3D Studia *.3ds, z 2D formátů je pak v nabídce *.jpg, bitmapa či *.pdf.

5) Licence

Google SketchUp je distribuován ve dvou verzích. Jednodušší Free je, jak název napovídá, zdarma. Verze Pro přináší navíc nástroje LayOut (umožňuje například velkoformátový tisk) a Style Builder (pro vytváření vlastních stylů čar) a několik dalších. Je placená, podle oficiálních stránek stojí 385€ za jednu licenci. Pro školní potřeby je ale možné zakoupit multilicenci za 432Kč na jeden rok.

6) Řešení vzorového příkladu

Vytvoření zadání i nalezení trojúhelníku potřebného pro změření úhlu proběhlo velmi rychle a bez větších problémů. Ty nastaly až při snaze úhel změřit. Úhloměr se totiž uchytává pouze na plochy, které jsou „vidět“. Pro úchop plochy řešení je proto nutné provést řez objektem nebo smazat část stěny, která místo, kde se má měřit, překrývá. Poté již měření proběhlo v pořádku s výsledkem $35,3^\circ$.



Obr. 4 Řešení ukázkového příkladu v programu Google SketchUp.

7. Možnosti implementace vybraného programu do výuky

7.1. Možné způsoby využití programů při výuce stereometrie

Ač je matematika rozhodně jedním z předmětů, kde je podpora hodin pomocí ICT snadno představitelná a žádaná, nepatří často k těm, kde by se tak dělo. Budeme-li pátrat po příčinách, narazíme především na problémy s vhodnými prostory a vybaveností učeben. Dle údajů statistického úřadu pro rok 2010 činily průměrné počty žáků dvacet dětí na druhém stupni ZŠ a dvacet tři na střední škole. Průměrný počet počítačů na 100 žáků je 24,6 pro druhý stupeň základní školy a 17,7 na střední škole. Lze tedy předpokládat, že se o jednu počítačovou učebnu dělí přibližně pět tříd. K tomu je ale také nutné si uvědomit, že výuka informačních technologií bývá většinou dělená, tudíž školy nemívají jednu počítačovou učebnu s oněmi zhruba dvaceti počítači, ale spíše dvě s polovičním počtem strojů. Výuka matematiky však téměř vždy probíhá s celou třídou. Pokud bychom chtěli, aby žáci během hodiny pracovali i počítačem, bylo by nutné, aby pracovali po dvojicích. To je sice teoreticky možné, ale rozhodně ne ideální. Už proto, že do některých počítačových učeben se celá třída prostě nevejde. Pokud chce učitel matematiky využít ve svých hodinách ICT, nemá jinou možnost než využít projekční techniky, případně interaktivní tabule, což, jak prokázalo šetření na školách, relativně často činí.

Následující část rozebírá možnosti využívání ICT v hodinách z pohledu jejich funkce jako didaktického prostředku. Následně je totéž ilustrováno na konkrétních přípravách. Jsem si vědoma nejen výše zmíněných omezení ale i toho, že existují školy, kde žáci mají každý k dispozici zařízení, na němž mohou v hodinách pracovat. Přípravy proto nejsou určeny jen pro projekční techniku, ale měly by umožnit i samostatnou práci žáků.

7.1.1. Motivační funkce

Cílem motivační části hodiny je představení určité problematiky žákům a, v ideálním případě, jejich zaujetí k prohlubování znalostí v daném směru. V případě stereometrie jde tedy žádoucí (v závislosti na jednotlivých kapitolách) v žácích probudit zájem o co nejpřesnější zachycování reality pomocí matematických metod. Je proto dobré, když

žáci mají možnost co nejčastějšího porovnání nákresu zadání v sešitě a reality. K tomu jsou obvykle využívány reálné školní modely a sítě těles. Modelování složitějších situací je ale v realitě mnohdy velmi obtížné. Využití ICT se tak přímo nabízí. Budeme-li se držet učebnice pro gymnázia, pak obsahem úvodní hodiny stereometrie je opakování známých těles a zkoušení prostorové představivosti žáků. K obojímu lze programy pro 3D modelování využít.

Při opakování těles lze v programech ukázat, jak daná tělesa vznikají. Navíc si lze vytvořit modely i těch těles, která se na tabuli obtížně kreslí a nemáme jejich reálný model (např. desetiboký hranol). V případě instruktivního přístupu bude učitel promítat jednotlivá tělesa a definovat je. V případě konstruktivního přístupu lze společně se třídou nadefinovat krychli a válec a poté rozdělit žáky do skupin, každé skupině dát k dispozici model určitého dalšího tělesa a žádat, aby těleso co nejlépe popsali. To v případě, že máme k dispozici alespoň jeden počítač pro skupinu. V případě že ne, lze promítat jednotlivá tělesa a chtít jejich popis po celé třídě.

Co se týče prověření základní úrovně prostorové představivosti žáků, možností je mnohem více. Lze připravit řešení příkladů z učebnice či sbírky, nebo nechat žáky v programu vytvářet zadání vlastní. Nabízí se i promítání prostorových optických klamů a následná diskuze, která může sloužit jako úvod k problematice zobrazování v pohledu.

7.1.2. Expoziční funkce

V okamžicích, kdy je látka probírána, se program může stát učitelovým silným pomocníkem. Nejen, že může zjednodušit práci, protože není nutné s sebou nosit řadu reálných modelů a snažit se na nich probírané jevy ukazovat, ale lze v něm modely velmi rychle a jednoduše proměňovat, což umožní ukázat v relativně kratším čase mnohem více možností řešení.

Způsob využití samozřejmě záleží na zvoleném přístupu k výuce. Při instruktivním přístupu bude technika využívána k tomu, aby žáci viděli modely v různých pohledech. Při konstruktivním přístupu lze naopak očekávat, že modely dostanou k dispozici žáci a budou s jejich pomocí odhalovat potřebné zákonitosti. V případě instruktivního přístupu s prvky konstruktivismu budou mít modely k dispozici opět především žáci,

objevovací činnosti však budou více řízeny pedagogem, který bude žáky navádět a zadávat úkoly tak, aby byl proces objevování urychlen. Tento postup lze využít i v případě, že ve škole není k dispozici dostatek techniky pro každého žáka.

7.1.3. Fixační a diagnostická funkce

Programu lze také využít jak nástroje pro fixaci poznatků žáků nebo jako prostředku, s jehož pomocí lze odhalit případné chyby v žákově uchopení problematiky. Zde hodně záleží na technické vybavenosti školy. Ideální by samozřejmě bylo, kdyby každý žák mohl s programem pracovat individuálně a učitel by zasahoval pouze ve chvílích, kdy by měl žák s úlohou problém. V případě, že je k dispozici pouze jeden „učitelský“ počítač, je možné jej použít pro ověřování správnosti žáky vypracovaných úloh. Buď mohou žáci k počítači přistupovat jednotlivě a samostatně si ověřovat na předem připravených modelech, zda našli správné řešení, nebo jsou řešení promítána na konci hodiny a komentována buď samotnými žáky, nebo vyučujícím.

Z hlediska odhalování a odbourávání formalismů ve znalostech žáků lze využít možnosti zobrazení zadání úloh v mnoha různých, neobvyklých pohledech. Žáci, kteří k problematice přistupují s porozuměním, by měli přijít na řešení i v situacích které nebudou odpovídat tomu, co obvykle vidí v sešitě. Naopak má-li žák nacvičen pouze jeden algoritmus, jehož použití nebude v zadání na první pohled patrné, pravděpodobně znejistí a nebude schopen úlohu řešit.

7.2. Metodiky pro konkrétní oblast stereometrie

Jistě by bylo možné jít s hlavním proudem a představit jako program pro podporu stereometrie buď Geogebra nebo Cabri 3D. Jenže 3D modul Geogebra ještě není hotov a Cabri 3D je placené, navíc oba jsou školními programy, jako takové mají tedy jistotu, že si své uživatele najdou. Možná proto, alespoň podle mého mínění, vypadají na první pohled nezajímavě. Nelákají uživatele, aby si v prostředí zkoušel nové věci nebo si jen tak hrál. Protože je ale cílem žáky k programu přitáhnout, bylo by vhodné, aby je program zaujal. Jak vyplynulo z šetření, žáci se ve škole k práci s programem příliš často nedostanou. O to více by bylo žádoucí, kdyby program používali doma, ideálně nejen proto, aby v něm dělali domácí úkoly ze stereometrie. V teoretické části bylo řečeno,

že hlavním cílem stereometrie a geometrie v prostoru je rozvoj prostorové představivosti. Ta se nejlépe uplatňuje a rozvíjí ve chvíli, kdy je člověk nucen realizovat v prostoru vlastní představy. Vzhledem k tomu, jak málo dětí se dnes dlouhodobě věnuje modelaření (Svaz modelářů ČR registruje zhruba 2300 členů v mládežnickém věku), lze předpokládat, že ve chvíli, kdy stavebnice přestane být společensky uznávanou hračkou, dochází k rozvoji prostorové představivosti jen zřídka. Počítačový program, který žáka zaujme, může tento deficit do jisté míry nahradit. Člověk, který v programu vytváří model, musí totiž neustále hlídat, zda zobrazuje model ve všech pohledech správně, je nucen jej neustále otáčet a prohlížet za všech stran, což mu dává okamžitou zpětnou vazbu o tom, zda jeho představy lze ve skutečnosti realizovat. Navíc s sebou program nenesení stigma toho, že modely jsou jen pro kluky a je větší šance, že si práci v něm zkusí i dívky. (Pávková J., Smetáčková I. 1995/1996)

Z těchto důvodů byl pro realizaci konkrétních příprav a následné ověření ve škole zvolen Google SketchUp. Jeho pracovní prostředí je přehledné, odkazuje se na grafické programy, s nimiž se žáci setkávají při hodinách informatiky. Ovládání je relativně intuitivní, podle mých vlastních zkušeností dokáží žáci základní nástroje ovládnout během 45 minut (při výuce informatiky zaměřené na 3D grafiku, jde o několik nadstavbových hodin v tercii osmiletého gymnázia a zhruba 4 hodiny v sextě). SketchUp je program primárně určený pro architekty a návrháře (ale nejen pro ně), kteří své objekty mohou umísťovat kamkoli na povrch Země. Program je totiž propojen s Google Earth. Umístění objektu na mapu samozřejmě podléhá schválení. To ale pro školní výuku není až tak zajímavé, mnohem důležitější je možnost všechny své modely sdílet. Díky tomu existuje poměrně velká komunita uživatelů, kteří se svými modely chlubí a umožňují jejich využití ostatním. Právě galerie objektů, ve které si každý najde to své, může být silným motivačním prvkem, který žáky k programu přitáhne.

Pro ukázkou konkrétních příprav byly vybrány části kapitol „Polohové a metrické vlastnosti těles“, konkrétně půjde o oblasti řezy těles a odchylky přímek a rovin. Jde o oblasti, na kterých lze dobře ukázat možnosti i omezení vybraného programu. Zvolený přístup k výuce kombinuje konstruktivistické i instruktivní prvky. Vychází z učebnic matematiky pro střední školy, Matematiky pro gymnázia – Stereometrie E. Pomykalové, 3. díl, matematiky pro netechnické obory SOŠ a SOU od E. Caldý a

internetové učebnice matematiky M. Krynického. Z hlediska informačních znalostí žáků i učitelů počítají přípravy s tím, že žáci zvládnou základní ovládnání programu a učitel zná program natolik dobře, že je schopen vyřešit případné problémy, na které mohou žáci i on narazit.

Součástí práce jsou modely vytvořené v Google Sketch Up pro každé z uvedených zadání. Pro případ samostatné práce žáků na počítači jsou připravena základní tělesa. Pro případy, kdy je potřeba řešení promítnout, nebo když jde o hodinu, kdy je k dispozici pouze některé z projekčních zařízení, jsou připraveny modely, které v případě řezů představují řešení jako step by step animaci a v případě odchylek je řešení a zadání rozděleno do dvou vrstev, takže lze řešení skrýt.

Na CD, které je součástí diplomové práce jsou modely uloženy ve formátu skp a v případě řezů jsou vyexportovány i jako video. Navíc byly modely publikovány ve veřejné galerii 3D objektů, která je Sketch Up navázána. Jsou dostupné na adrese <http://sketchup.google.com/3dwarehouse/search?uq=0872048334682420344233365&scoring=m>. Bohužel publikování v galerii ruší nastavené scény animace, což je případě řezů nepříjemné, i tak, ale lze jednotlivé kroky sledovat pomocí postupného zobrazování jednotlivých vrstev modelu.

7.3. Řez tělesa rovinou

Řezy těles nejsou v učebnicích obvykle samostatnou kapitolou stereometrie, ale vyvrcholením kapitoly, která se věnuje polohovým vlastnostem v prostoru. Dle hodnocení pedagogů, kteří se podíleli na testování, nejde o látku, která by studentům vyloženě činila problémy. Většinu úloh lze totiž řešit aplikací důsledků tří vět (řez procházející dvěma body v jedné rovině, úsečky řezu v rovnoběžných rovinách, věta o průsečnici tří různoběžných rovin, které mají jeden společný bod). Řešení úloh je velmi algoritmické, žáci tudíž nejsou nuceni významy vět chápat a dokonce ani nemusí věty znát a přesto mohou být úspěšní. Takoví žáci pak ale ve chvíli, kdy musí algoritmy aplikovat na netradičním tělese nebo v netradičních podmínkách, často selhávají, jak ostatně prokázalo i ověřování ve třídách. Během výuky řezů by se učitel měl snažit o to, aby žáci získali do problematiky hlubší vhled a aby si dokázali poradit v netradičních situacích. (Kamenický, 2008)

Pro formální stranu příprav byl použit koncept příprav používaných během praxí na katedře informačních technologií a technické výchovy PedF UK.

7.3.1. Řezy těles 1

Vstupní požadavky na žáka:

Žáci znají pojmy z oblasti stereometrie.

Žáci jsou schopni nalézt průsečík přímky a roviny

Žáci jsou schopni nalézt průsečík dvou rovin

Obecný cíl:

Žáci mají být schopni samostatně najít řez tělesa s použitím důsledků věty o dvou bodech řezu v jedné rovině a věty o rovnoběžnosti úseček řezu v rovnoběžných rovinách

Konkrétní cíle:

- Žáci mají být schopni vyslovit první dvě pravidla pro nalézání řezu tělesa rovinou.
- Žáci mají být schopni identifikovat situaci, kdy je třeba dané pravidlo použít.

Učebnice, učební texty:

a) použijete jako učitel přímo ve výuce

sbírka úloh z matematiky (Petáková, 1998)

b) použijí žáci při domácí přípravě

<http://www.realisticky.cz>

sbírka úloh z matematiky (Petáková, 1998)

Pomůcky:

Modely v programu Google SktechUp

Technické vybavení:

1. učitel

- a. Počítač s internetem*
- b. Data-video projektor (Interaktivní tabule)*

2. Žák

- a. Počítač s internetem (v ideálním případě)*

Softwarové vybavení:

a) Učitel

- a. Google SketchUp – pro ukázky předem připravených modelů a eventuální tvorbu modelu přímo před žáky*

b) Žák

- a. Google SketchUp – pro zpracovávání úloh*

Vyučovací metody:

Metoda názorná – ukázka modelů

Metoda problémová – hledání společných vlastností řezů

Vyučovací principy/zásady:

Přiměřenost – Úkoly jsou postaveny tak, aby je žáci byli schopni zvládnout během jedné hodiny

Postupnost – Žáci nejprve hledají zákonitosti v jednoduchých úlohách, nalezené ideje pak ověřují ve složitějších situacích

Aktivnost – Žáci pracují samostatně

Názornost – Žáci mají k dispozici dostatek modelů

Postup:

1. Seznamte žáky s tématem hodiny, ukažte jim předem připravený model krychle a zjišťujte, zda žáci dokáží odhadnout, jaké útvary mohou vzniknout, budeme-li krychli různě rozřezávat. (5min)
2. Rozdělte žáky do skupin (2min)
3. Mají-li skupiny k dispozici počítač nebo podobné zařízení, předložte jim modely jednoduchých řezů krychle a jehlanu. Nemají-li tato zařízení k dispozici, rozdejte vytištěné obrazy různých řezů nebo jejich částí. Modely na projektoru (učitelském počítači/interaktivní tabuli) nechte žákům k dispozici. Zároveň žáci dostanou i tři ověřovací úlohy (3min)
4. Seznamte skupiny s úkolem – najít a vyslovit zákonitosti v řezech těles, vyslovené věty pak ověřit na rozdaných úlohách. Během této práce působí učitel pouze jako mentor, kontroluje a koriguje práci žáků, ale přímo do ní nezasahuje (20min)
5. Jsou-li skupiny s prací hotové, vyzvěte jejich zástupce, aby přednesli své poznatky, diskutujte o poznatcích s celou třídou. (7 min).
6. Uzavřete debatu a vyslovte s žáky věty a jejich důsledky, na které společnou badatelskou činností přišli. (3 min)

Věty a jejich důsledky by měly znít:

„V1: Leží-li dva různé body v rovině, leží v této rovině i přímka jimi určená.

D1: Leží-li dva body roviny řezu v rovině některé ze stěn, leží v rovině této stěny i jejich spojnice. Průnik spojnice a stěny je pak jednou stranou řezu.

V2: Dvě rovnoběžné roviny protíná třetí rovina ve dvou rovnoběžných přímkách

D2: Jsou-li roviny dvou stěn rovnoběžné a přitom různoběžné s rovinou řezu, jsou průsečnice roviny řezu s rovinami těchto stěn rovnoběžné.“ (Pomykalová 2009)

7. Zodpovězte případné dotazy a zadejte opakovací domácí úkol

Otázky, na které by studenti měli umět na konci vyučovací hodiny odpovědět:

1. Vyslov pravidla pro nalézání řezu tělesa

Úlohy k řešení pro studenty:

Ověřovací úlohy:

Najděte řez krychle ABCDEFGH rovinou ABG

Najděte řez krychle ABCDEFGH rovinou $S_{AE}S_{CG}B$.

Najděte řez pravidelného čtyřstěnu ABCD, rovinou ABT, kde T je těžiště trojúhelníku BCD.

Zadání domácího úkolu:

Najděte řez krychle A-H rovinou KLM, přičemž,

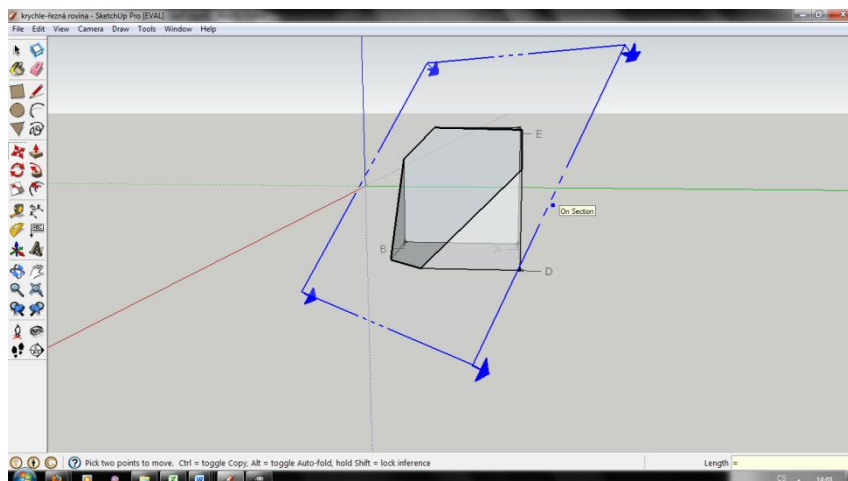
$K \in AB$; K leží vně úsečky AB před bodem A , $L \in EF$, tak že $|LE| > |LF|$, $M = D$.

(Krynický, 2012)

Potřebné modely:

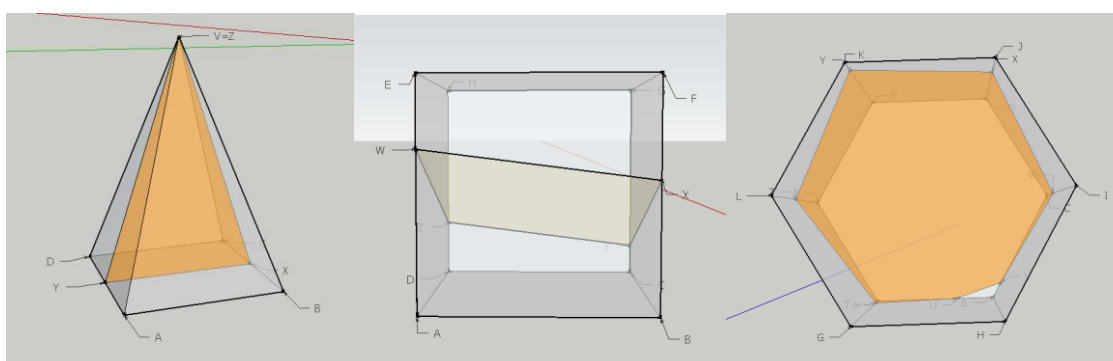
1. Na obrázku níže je první model řezu krychle. Model využívá nástroje „řez“ který je implementován přímo v programu. Řeznou rovinou lze pohybovat, a odhalovat tak možné tvary řezu. Model by měl být v hodině použit po úvodní diskuzi, kdy žáci vymýšlejí možné tvary řezů krychle. Na modelu lze snadno ukázat všechny, které mohou vzniknout.

Pomocí tohoto nástroje lze zobrazit i řezy pro žáky neznámé, stačí jej přiložit na rovinu, která hledaný řez určuje. Může tedy sloužit jak pro kontrolu výsledku, tak jako způsob nápovědy. Žákům je ale nutné zdůraznit, že musí vědět, jak řez vzniká, tudíž jim samotný nástroj bez potřebných znalostí stačit nebude.



Obr. 5 Možné řezy krychle

2. Další tři modely představují možné řezy krychle. Žáci by je měli mít k dispozici během doby, kdy se budou snažit definovat pravidla pro řezy krychle.



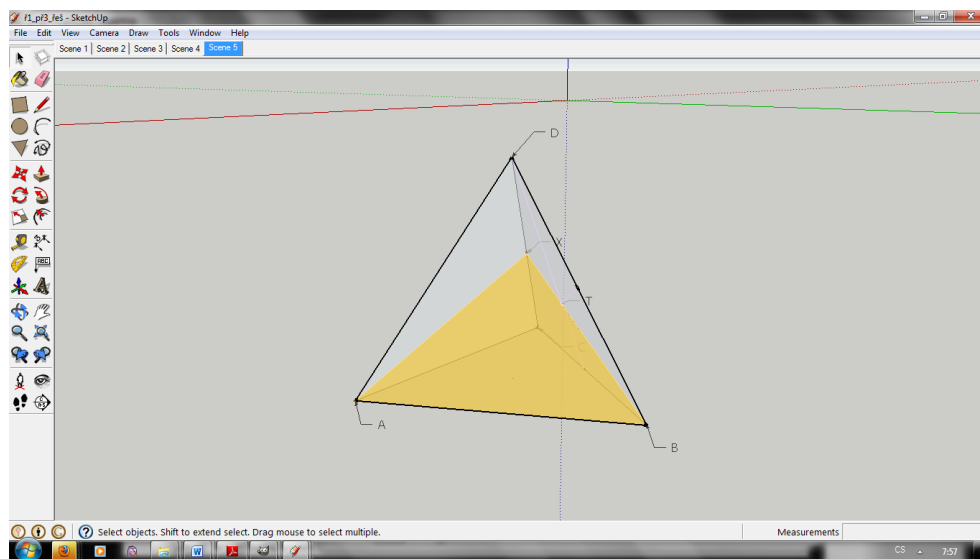
Obr. 6 Ukázky řezů

3. Pro první hodinu je připravena ještě trojice řešených úloh. Jde o dvě krychle a čtyřstěn, na kterých by žáci měli ověřit, zda jimi nalezená pravidla skutečně platí. Pokud je možnost, aby žáci pracovali samostatně, jsou jim k dispozici tělesa, která řešení neobsahují. S vytvářením řezu pomocí programu by neměly nastat vážnější potíže. Program automaticky uchopuje body i středy stran. Pouze budeme-li trvat na popiskách, je vhodnější hranu, v jejíž části, například polovině, má popisek být, rozdělit. (Pravým tlačítkem myši na hranu a příkaz „divide“). Pokud to neuděláme, popisek se sice ze začátku drží na správném místě, ale s přibývajícimi čarami jej program odsouvá mimo potřebné místo. Program je také schopen vytvářet rovnoběžky z daného bodu v určeném směru. To v případě, že je vybrána úsečka a použijeme nástroj „line“. Pokud začneme

kreslit ve správném směru, vytvářená úsečka zružoví a lze její směr uzamknout klávesou „shift“. Ve složitějších modelech je však obtížné se do potřebného směru trefit. V tu chvíli mi přišlo jako efektivnější řešení vytvořit rovnoběžku zkopírováním potřebné úsečky a přenesením její kopie do daného bodu.

Scény, kterých si lze všimnout v horní části obrázku 7, reprezentují jednotlivé kroky animace. Tu lze přes menu View/Animation spustit, nebo lze zobrazovat jednotlivé kroky postupným vybíráním scén.

Pro možnost, že žáci mohou s programem pracovat samostatně, jsou připraveny modely těles, které neobsahují řešení.



Obr. 7 Řešení úlohy řez čtyřstěnu

7.3.2. Řezy těles 2

Vstupní požadavky na žáka:

Žáci znají pojmy z oblasti stereometrie.

Žáci dokáží najít řez krychle s využitím důsledků vět o dvou bodech řezu v jedné rovině a rovnoběžnosti úseček řezu v rovnoběžných rovinách.

Žáci znají možnosti průniků tří rovin.

Obecný cíl:

Žáci mají být schopni s dopomocí najít řez krychle s použitím důsledků všech tří vět (o dvou bodech řezu v jedné rovině, věty o rovnoběžnosti úseček řezu v rovnoběžných rovinách, věty o průsečnicích tří rovin, které mají jeden společný bod)

Konkrétní cíle:

- Žáci mají být schopni nalézt bod řezu tělesa pomocí důsledku věty o průsečnici tří rovin.
- Žáci mají být schopni identifikovat situaci, kdy je třeba které ze známých pravidel použít.

Učebnice, učební texty:

c) použijete jako učitel přímo ve výuce

sbírka úloh z matematiky (Petáková, 1998)

d) použijí žáci při domácí přípravě

<http://www.realisticky.cz>

sbírka úloh z matematiky (Petáková, 1998)

Pomůcky:

Modely v programu Google SketchUp

Technické vybavení:

1. *učitel*
 - a. *Počítač s internetem*
 - b. *Data-video projektor (Interaktivní tabule)*
2. *Žák*
 - a. *Počítač s internetem (v ideálním případě)*

Softwarové vybavení:

- a) *Učitel*
 - a. Google SketchUp – pro ukázky předem připravených modelů a eventuální tvorbu modelu přímo před žáky
- b) *Žák*
 - a. Google SketchUp – pro zpracovávání úloh, je-li k dispozici

Vyučovací metody:

Metoda dialogická – pro opakování a vysvětlení látky

Metoda názorná – ukázka modelů

Vyučovací principy/zásady:

Priměřenost – Úkoly jsou postaveny tak, aby je žáci byli schopni zvládnout během jedné hodiny

Postupnost – V minulé hodině se žáci seznámili s jednoduššími řezy, v této hodině budou řešit složitější příklady

Aktivnost – Žáci jsou do výkladu neustále zapojováni vhodnými dotazy vyučujícího

Názornost – Žáci mají k dispozici dostatek modelů

Postup:

1. Na úvod hodiny zopakujte s žáky věty z minulé hodiny, po zopakování vět plynule navažte na kontrolu domácího úkolu z minulé hodiny. Zjistěte, zda jej

žáci byli schopni vyřešit, pokud většinou ano, nechte některého z žáků příklad předvést, pokud ne, vyřešte jej spolu s žáky. V obou případech zdůrazněte, že je možné, aby bod řezu ležel mimo těleso, stačí, aby byl průsečíkem strany řezu a hrany tělesa. (10min)

2. Na poznatek získaný rozborem domácího úkolu navažte představením třetí věty, která je pro nelézání řezů těles potřeba. Jde o větu, která říká: Jsou-li každé dvě ze tří rovin různoběžné, a mají-li tyto tři roviny jediný společný bod, procházejí tímto společným bodem všechny tři průsečnice. (Pomykalová, 2009) (5min)
3. Ukažte žákům model situace, a pokud máte tu možnost, nechte je, aby si jej sami prohlédli. Předvedte na tabuli i na modelu postup hledání daného bodu v krychli a jeho klíčovost pro nalezení celého řezu. (10min)
4. Procvičte s žáky řezy krychle na předem připravených příkladech.

Nechte nejprve žáky vyřešit příklad v sešitě a následně řešení zobrazit a ověřit s pomocí programu. Díky tomu by žáci měli získat spojení mezi situací v sešitě a v „reálném“ prostoru a posilovat tak vlastní prostorovou představivost. To v případě, že žáci mají k dispozici počítače. Pokud je k dispozici nemají, nechte žákům čas na vypracování úlohy v sešitě a poté předvedte její řešení pomocí programu, přičemž některý z úspěšných řešitelů příkladu bude stejné kroky předvádět na tabuli. Předvedení řešení na tabuli pomůže slabším žákům s kontrolou jejich řešení a odstraněním chyb, současná ukázka v projekci pak opět podpoří jejich prostorovou představivost. Cenným poznatkem, který by si žáci mohli z podporované hodiny odnést, je fakt, že ve všech příkladech jde o podobnou situaci, která je ve volném rovnoběžném promítání vždy natočena jinak a proto se některé úlohy mohou jevit jako složitější.

Připravené úlohy jsou čtyři, je pravděpodobné, že s průměrnou třídou lze stihnout zhruba dvě. Třetí je možné zadat jako opakovací domácí úkol a čtvrtou lze převést do další hodiny, nebo použít jako práci navíc pro rychlejší žáky. (20min)

Otázky, na které by studenti měli umět na konci vyučovací hodiny odpovědět:

Vyslov všechny věty a především důsledky vět, které lze s úspěchem využít pro nalézání řezů těles.

Úlohy k řešení pro studenty:

Z domácího úkolu:

Najděte řez krychle A-H rovinou KLM, přičemž,

$K \in AB$; K leží vně úsečky AB před bodem A , $L \in EF$, tak že $|LE| > |LF|$, $M = D$

Práce na hodinu

Řez krychle ABCDEFGH rovinou

- a) KLM ($K \in AB \wedge |BK| = 3|AK|$, $L \in S_{GH}$, $M \in EH \wedge |HM| = 3|EM|$)
- b) RST ($R \in BF \wedge |BR| = 3|FR|$, $S \in S_{AD}$, $T \in CG \wedge |GT| = 3|CT|$)
- c) IJK ($I \in BF \wedge |FI| = 3|BI|$, $J \in CG \wedge |CJ| = 3|GJ|$, $K \in AD \wedge |AK| = 2|DK|$)
- d) $S_{AE}S_{AB}S_{EG}$

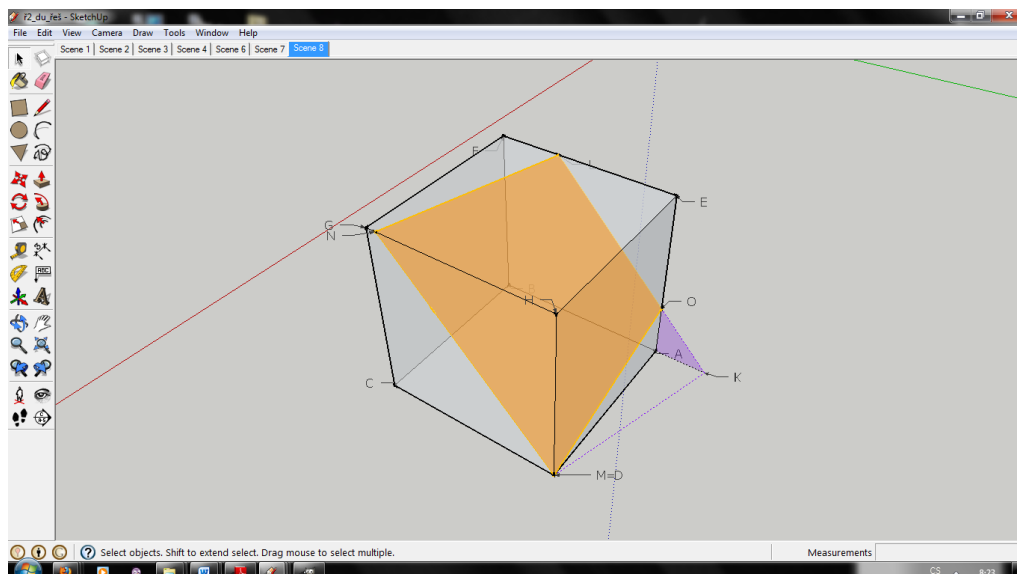
(Petáková, 1998, s. 90)

Zadání domácího úkolu:

-

Potřebné modely:

Modely pro druhou hodinu jsou vytvořeny stejným způsobem jako v hodině první. Neviditelné pomocné čáry a roviny (na obrázku 8 fialové), které určují bod řezu mimo krychli, lze vytvořit skrytím čar v modelu (kliknout pravým tlačítkem na entitu a vybrat příkaz „hide“). Pokud po skrytí čára úplně zmizí, je třeba zobrazit skrytou geometrii modelu přes menu View/Hidden Geometry.



Obr. 8 Model zobrazující řešení domácího úkolu

7.3.3. Řezy těles 3

Vstupní požadavky na žáka:

Žáci znají pojmy z oblasti stereometrie.

Žáci dokáží najít řez krychle s využitím důsledků všech vět, které poznali v minulých hodinách.

Obecný cíl:

Žáci mají být schopni samostatně najít řez krychle s použitím důsledků všech tří vět (o dvou bodech řezu v jedné rovině, věty o rovnoběžnosti úseček řezu v rovnoběžných rovinách, věty o průsečnicích tří rovin, které mají jeden společný bod)

Konkrétní cíle:

- Žáci mají být schopni identifikovat situaci, kdy je třeba které ze známých pravidel použít.
- Po identifikování dané situace jsou žáci schopni konkrétní pravidlo správně aplikovat.

Učebnice, učební texty:

a) použijete jako učitel přímo ve výuce

sbírka úloh z matematiky (Petáková, 1998)

b) použijí žáci při domácí přípravě

<http://www.realisticky.cz/>

sbírka úloh z matematiky (Petáková, 1998)

Pomůcky:

Modely v programu Google SketchUp

Technické vybavení:

a) učitel

- a. Počítač s internetem*
- b. Data-video projektor (Interaktivní tabule)*

b) Žák

- a. Počítač s internetem (v ideálním případě)*

Softwarové vybavení:

a) Učitel

- a. Google SketchUp – pro ukázky předem připravených modelů a eventuální tvorbu modelu přímo před žáky*

b) Žák

- a. Google SketchUp – pro zpracovávání úloh, je-li k dispozici*

Vyučovací metody:

Metoda dialogická – pro opakování látky

Metoda názorná – ukázka řešení příkladů

Vyučovací principy/zásady:

Přiměřenost – Úkoly jsou postaveny tak, aby je žáci byli schopni zvládnout během jedné hodiny

Postupnost – V minulé hodině se žáci seznámili s jednoduššími řezy, v této hodině budou řešit složitější příklady

Aktivnost – Žáci jsou do výkladu neustále zapojováni vhodnými dotazy vyučujícího. Úlohy řeší pokud možno samostatně

Názornost – Žáci mají k dispozici dostatek modelů

Postup:

1. Na začátku hodiny je vhodné zopakovat všechny tři známé důsledky. Nechte dobrovolníky z řad žáků vyznačit do modelu jednotlivé situace a vysvětlit, kdy se který důsledek hodí použít. (10min)
2. Zbytek hodiny bude opakovací a procvičovací. Možná zadání příkladů, opět vybraných ze sbírky od J. Petákové, lze nalézt níže. Opět je vhodné kombinovat řešení na tabuli a projekci. Rychlejší žáky je možné vyzvat, aby se pokusili vymyslet zadání pro spolužáky. První tři úlohy mají podobné zadání, model je proto vytvořen pouze pro první z nich. Žáci by měli úlohy řešit do sešitu a model využít k ověření výsledku. Je také možné žákům po vyřešení příkladů poskytnout jednu verzi řešení a vyzvat je, aby ji přeznačili tak, aby odpovídala i dalším řešením. (30min)
3. Na konci hodiny zadejte domácí úkol, upozorněte žáky, že jde o složitý příklad, se kterým se ještě nesečkali a že není nutné jej vyřešit, ale pouze rozmyslet a případně navrhnout řešení. (5min)

Otázky, na které by studenti měli umět na konci vyučovací hodiny odpovědět:

Žáci by měli být schopni samostatně aplikovat všechny tři důsledky vět a najít řez krychle.

Úlohy k řešení pro studenty:

- a) $S_{FG}S_{GH}S_{AD}$
- b) $S_{AD}S_{AB}S_{CG}$
- c) $S_{BF}S_{BC}S_{HD}$
- d) $XYZ (X \leftrightarrow AB \wedge S_{XB} = A, Y = S_{EH}, Z \in CD \wedge |DZ| = 3|CZ|)$

(Petáková, 2004, s. 90).

Zadání domácího úkolu:

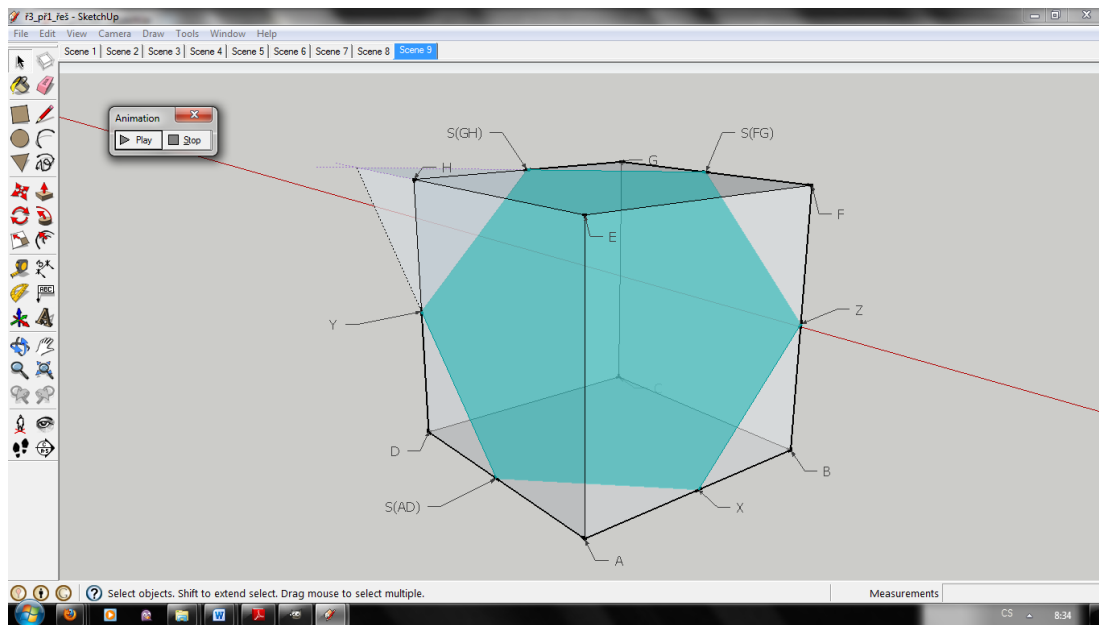
Řez krychle ABCDEFGH rovinou

- a) $S_{AB}S_{FG}S_{DH}$

Potřebné modely:

Protože jde o hodinu procvičovací, nepřináší ani připravené modely nic nového.

Plovoucí okno na obrázku 9 vlevo nahoře slouží pro spouštění a zastavování animace.



Obr. 9 Řešení prvního příkladu třetí hodiny.

7.3.4. Řezy těles 4

Vstupní požadavky na žáka:

Žáci znají pojmy z oblasti stereometrie.

Žáci zvládají aplikaci důsledků všech vět, které poznali v minulých hodinách, lehčí příklady řezů krychle řeší bez zaváhání.

Obecný cíl:

Žáci mají být schopni samostatně najít řez tělesa s použitím důsledků všech tří vět (o dvou bodech řezu v jedné rovině, věty o rovnoběžnosti úseček řezu v rovnoběžných rovinách, věty o průsečnicích tří rovin, které mají jeden společný bod)

Konkrétní cíle:

- Žáci mají být schopni identifikovat situaci, kdy je třeba které ze známých pravidel použít.
- Po identifikování dané situace jsou žáci schopni konkrétní pravidlo správně aplikovat bez ohledu na to, v jakém tělese úlohu řeší.

Učebnice, učební texty:

a) použijete jako učitel přímo ve výuce

sbírka úloh z matematiky (Petáková, 1998)

b) použijí žáci při domácí přípravě

<http://www.realisticky.cz/>

sbírka úloh z matematiky (Petáková, 1998)

Pomůcky:

Modely v programu Google SketchUp

Technické vybavení:

a) učitel

- a. Počítač s internetem*
- b. Data-video projektor (Interaktivní tabule)*

b) Žák

- a. Počítač s internetem (v ideálním případě)*

Softwarové vybavení:

a) Učitel

- a. Google SketchUp – pro ukázky předem připravených modelů a eventuální tvorbu modelu přímo před žáky*

b) Žák

- a. Google SketchUp – pro zpracovávání úloh, je-li k dispozici*

Vyučovací metody:

Metoda dialogická – pro opakování látky, vysvětlení principů řešení nových úloh

Metoda názorná – ukázka řešení příkladů

Vyučovací principy/zásady:

Přiměřenost – Úkoly jsou postaveny tak, aby je žáci byli schopni zvládnout během jedné hodiny

Postupnost – Žáci by měli být schopni bez problému najít řez krychle, přechod na nová tělesa ukáže, zda skutečně ovládají principy hledání řezů, nebo pouze algoritmy použitelné v krychli

Aktivnost – Žáci jsou do výkladu neustále zapojováni vhodnými dotazy vyučujícího. Úlohy řeší pokud možno samostatně.

Názornost – Žáci mají k dispozici dostatek modelů

Postup:

1. Hodinu začneme domácím úkolem z hodiny minulé. Promítneme a načrtneme zadání a budeme se žáků dotazovat, zda přišli na nějaké řešení. Pokud ano, necháme je jejich postup ukázat a vysvětlit, pokud ne, předvedeme. Problém spočívá v nutnosti nejprve najít kolmý průmět části řezu do podstavy a poté nalezení bodu řezné roviny. Po nalezení tohoto bodu by žáci již úlohu měli zvládnout. Tím budou zároveň zopakovány principy hledání řezů a je možné přejít k řezům dalších těles. (10min)
2. V prvním příkladu je úkolem nalézt řez hranolu, jehož podstavu tvoří rovnoramenný lichoběžník. Zadání nevypadá obtížně, stačí najít průsečík roviny řezu a roviny spodní podstavy, ale žáky může zmást deformace hranolu v rovnoběžném promítání. Je proto dobré opět řešení předvést nejen na tabuli ale zároveň i v programu, nebo dát žákům k dispozici počítače a v nich „slepý“ model daného hranolu. (10min)
3. V dalších příkladech budeme s žáky hledat řezy jehlanů. Obtížnost těchto úloh spočívá v nedostatku rovnoběžných stěn a rovin a tedy nutnosti využívat pouze důsledků první a třetí věty. Vybrané příklady jsou tři. Pokud se vyučující bude držet navrhovaného duplicitního zobrazování řešení, pak nejspíš do konce hodiny vystačí. (25min)

Otázky, na které by studenti měli umět na konci vyučovací hodiny odpovědět:

1. Žáci by měli být schopni samostatně nalézt řez tělesa.

Úlohy k řešení pro studenty:

Z domácího úkolu:

a) $S_{FG}S_{GH}S_{AD}$

(Petáková, 2004, s. 90).

Práce na hodinu:

- 1) Sestrojte řez kolmého hranolu ABCDEFGH, jehož podstavu tvoří rovnoramenný lichoběžník, ramena jsou AB, CD a dále dle obvyklého značení.

Rovina řezu je dána body KLM

$$(K \in S_{AF}, L \in EF \wedge 3|EL| = |LF|, M \in GH \wedge 4|GM| = |MH|)$$

(Krynický, 2012)

- 2) Sestrojte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou:

a) OPQ ($O \in AB \wedge |AO| = 2|BO|, P \in CV \wedge |VP| = 3|CP|, Q \in DV \wedge |DQ| = 3|QV|$)

b) RST ($R \in AB \wedge |AR| = 2|BR|, S \in CV \wedge |VS| = 3|CS|, T \in S_{AV}$)

c) EFG ($E \in BC \wedge |BE| = 2|CE|, F \in AV \wedge |AF| = 2|VF|, G \in DV \wedge |DG| = 2|GV|$)

d) UMW ($U = B, M \in CV \wedge |VM| = 3|CM|, W \in AV \wedge |AW| = 2|VW|$)

(Petáková, 2004 s.91)

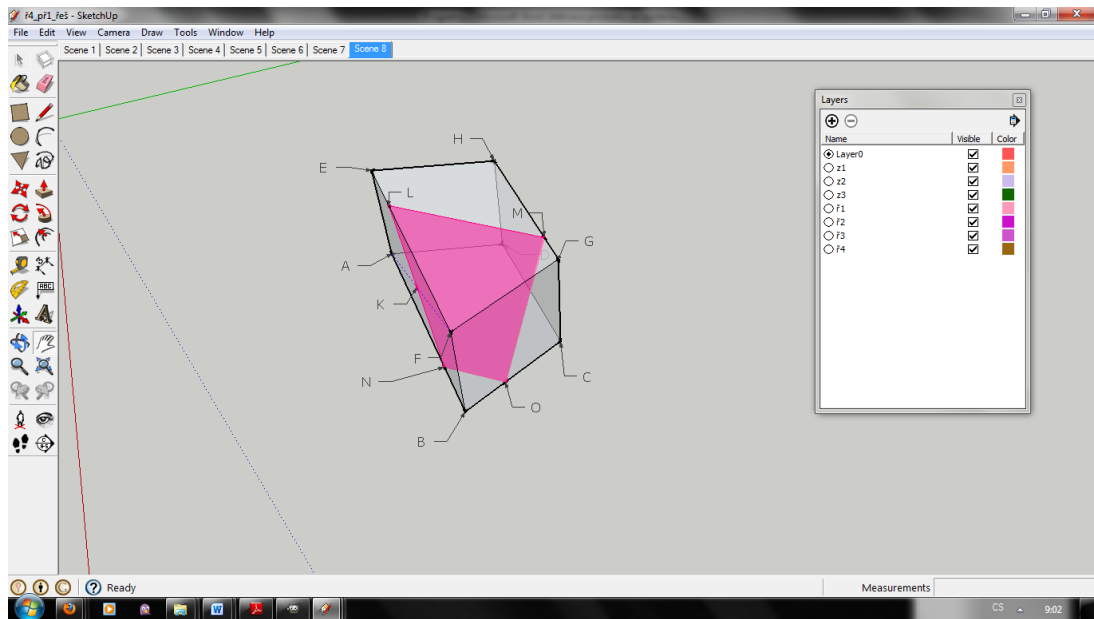
Zadání domácího úkolu:

-

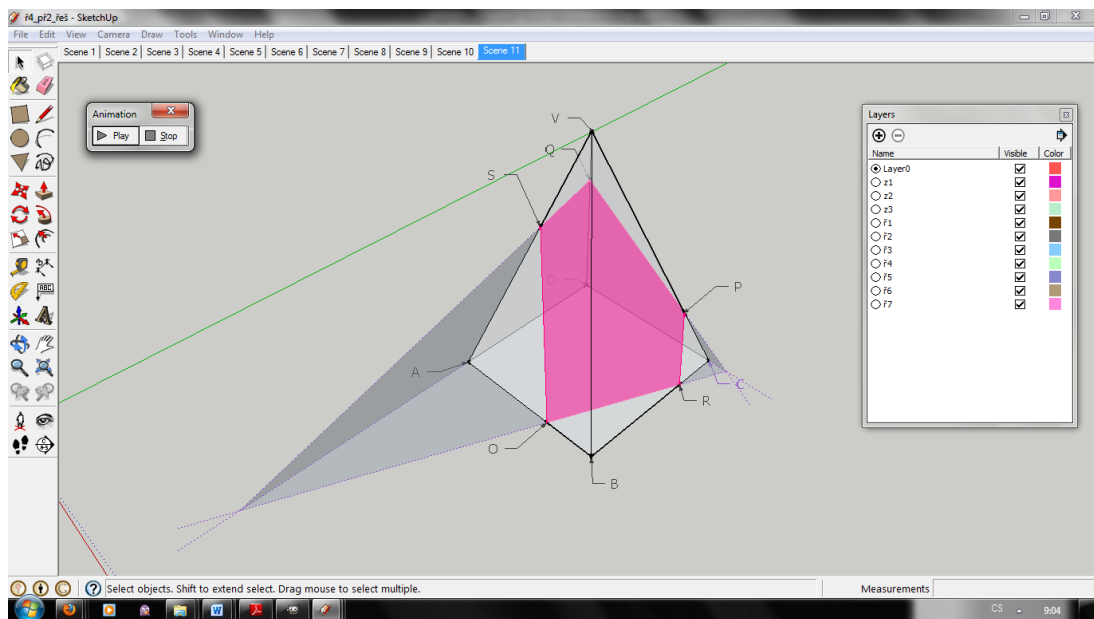
Potřebné modely:

V poslední hodině řezů přichází na řadu řezy jiných těles než krychle, konkrétně se žáci setkají s řezem hranolu s lichoběžníkovou podstavou a jehlanů. Hranol s lichoběžníkovou podstavou je jediným tělesem, které není pro žáky připraveno zvlášť. To proto, že jeho vytvoření není tak složité jako v případě čtyřstěnu, ale je obtížnější než u krychle a jehlanu. Žáci si tak mohou vyzkoušet, jak tělesa v programu vznikají a zároveň si připomenout vlastnosti lichoběžníku. Pokud by učitel chtěl dát žákům hotové těleso k dispozici, stačí z modelu odstranit všechny vrstvy, kromě „Layer0“ a model uložit pod jiným jménem souboru. Plovoucí okno s jednotlivými vrstvami vidíte v pravé části obrázku 10.

Může se stát, že žáci vytvoří model hranolu, ale jeho stěny nebudou průhledné. To lze nastavit v nabídce View/Face Style vybráním možnosti X-Ray.



Obr. 10 Řez hranolu s lichoběžníkovou podstavou



Obr. 11 Ukázka řezu jehlanu (úloha 2a) se zobrazeným plovoucím oknem vrstev a ovládním animace

7.4. Odchylka přímky a roviny

Odchylky obecně jsou obtížnou látkou, kterou na rozdíl od řezů nelze uchopit pouze algoritmicky. Pro úspěšné řešení úloh je většinou potřeba, aby žák „viděl“ a aby dokázal funkčně aplikovat poznatky, které už v tomto tématu ovládl, nebo které má zažité z rovinné geometrie. Zde mají největší problémy žáci se slabou prostorovou představivostí, často si ani nedokáží představit a dostatečně přehledně načrtnout zadání natož v něm hledat zákonitosti potřebné pro řešení. Konkrétní podkapitola odchylek, totiž odchylka přímky a roviny, byla vybrána proto, že je učiteli, kteří se účastnili ověřování, hodnocena jako vůbec nejobtížnější látka. Dvě přímky a dvě roviny si žáci ještě dokáží představit, ale přímka se v náčrtech často ztrácí a svádí k nalézání chybných, ale na první pohled jednodušších řešení. Také jde o nejobtížnější část z hlediska možného odhalení chyby při výpočtech.

7.4.1. Odchylka přímky a roviny

Vstupní požadavky na žáka:

Žáci znají pojmy z oblasti stereometrie.

Žáci dokáží zjistit odchylku dvou přímek v rovině.

Žáci dokáží sestavit kolmý průmět přímky do roviny.

Obecný cíl:

Žáci mají být schopni nalézt kolmý průmět přímky do roviny a na tomto základě poté zjistit odchylku přímky a roviny.

Konkrétní cíle:

- Žáci mají být schopni najít kolmý průmět přímky do libovolné roviny v 90 % případů.
- Žáci mají být schopni vypočítat odchylku dvou přímek (zadané přímky a jejího průmětu) ve všech případech, kdy průmět správně naleznou.

Učebnice, učební texty:

a) *použijete jako učitel přímo ve výuce*

sbírka úloh z matematiky (Petáková, 1998)

b) *použijí žáci při domácí přípravě*

<http://www.realisticky.cz>

sbírka úloh z matematiky (Petáková, 1998)

Pomůcky:

Modely v programu Google SketchUp

Technické vybavení:

a) *učitel*

a. *Počítač s internetem*

b. *Data-video projektor (Interaktivní tabule)*

b) *žák*

a. *Počítač s internetem (v ideálním případě)*

Softwarové vybavení:

a) *Učitel*

a. Google SketchUp – pro ukázky předem připravených modelů a eventuální tvorbu modelu přímo před žáky

b) *žák*

a. Google SketchUp – pro zpracovávání úloh, je-li k dispozici

Vyučovací metody:

Metoda dialogická – vysvětlení principů řešení nových úloh

Metoda názorná – ukázka řešení příkladů

Metoda problémová – žáci se sami snaží přijít na pravidla pro hledání odchylky přímky a roviny

Vyučovací principy/zásady:

Přiměřenost – Úkoly jsou postaveny tak, aby je žáci byli schopni zvládnout během jedné hodiny

Postupnost – Výklad prochází od jasných příkladů viditelných na první pohled ke složitějším úlohám

Aktivnost – Žáci jsou do výkladu neustále zapojováni vhodnými dotazy vyučujícího. Úlohy řeší pokud možno samostatně.

Názornost – Žáci mají k dispozici dostatek modelů

Postup:

1. Protože kapitola „odchylka přímky a roviny“ je v učebnicích řazena až na konec látky, která se odchylkami zabývá, dá se předpokládat, že žáci již leccos ovládají. Lze je tak navést na myšlenku, zda by při řešení těchto úloh nebylo možné využít něco z toho, co už znají. Na začátku hodiny promítneme (dáme k dispozici žákům) model krychle s vyznačenými úhlopříčkami. Úkolem žáků bude odhadnout odchylku hrany krychle, tělesové úhlopříčky a stěnové úhlopříčky od dolní podstavy krychle, a především popsat svůj postup. Žáci krychli znají poměrně dobře, se zjištěním odchylky hrany a podstavy by tedy neměli mít problém. Uvědomění si, proč lze s jistotou říci, že jde o kolmici, je ale obtížnější. V tomto případě je nutné, aby si žáci uvědomili, že v rovině podstavy zcela jistě existují dvě různoběžné přímky, k nimž je hrana kolmá – tím je splněna podmínka kolmosti přímek v prostoru, kterou by již žáci měli znát. Další dva případy jsou složitější. Žáci výsledek předem neznají a je jisté, že budou tipovat, je proto nutné jim neustále zdůrazňovat, že musí každý nápad ověřit. Navíc ani v reálném a ani ve virtuálním modelu nelze odchylku mezi přímkou a rovinou přímo měřit, žáci by tedy měli začít intuitivně hledat v rovině podstavy přímku, která tvoří druhé rameno hledaného úhlu. Pak záleží na znalostech a zkušenostech každého žáka, zda si uvědomí, že hledaný úhel svírá přímka a její kolmý průmět.

Pokud to v silách třídy není, lze například ukázat, že volíme-li přímku libovolně, dosahujeme pokaždé jiného výsledku. Z předchozích hodin by žáci měli vědět, že jako odchylka se udává jako vždy nejmenší z možných úhlů. Pokud žákům ukážeme, která z přímek podstavy to je, měli by být schopni ji popsat a dostat se opět k tomu, že odchylku přímky a roviny určujeme jako odchylku přímky a jejího kolmého průmětu do dané roviny.

Ve chvíli, kdy žáci úspěšně naleznou řešení všech tří případů, zopakujte poznatky, ke kterým došli. (15min)

2. Po zavedení odchylky přímky a roviny je na řadě procvičování tohoto jevu. Je vhodné mít modely předem připravené a postupně je žákům dávat k dispozici, nebo je promítat. Řešení je ale potřeba ukazovat především na tabuli, úhly jsou ve volném rovnoběžném promítání deformovány a je nutné, aby si žáci tuto skutečnost neustále uvědomovali. Promítaný model může žákům pomoci kolmý průmět nalézt, díky možnosti s modelem otáčet, mohou slabší žáci sami najít, nebo alespoň vidět, kde mají kolmý průmět hledat. Při šikovním natočení modelu by měli být schopni přímo nalézt trojúhelník, s jehož pomocí lze odchylku vypočítat. První dva příklady by měl s žáky vyučující projít. Dále už by žáci měli pracovat samostatně. Učitel může žáky obcházet a individuálně s nimi řešit případné komplikace. Kontrolu řešení je pak vhodné provést společně, s pomocí dobrovolníků, kteří řešení před třídou předvedou.
3. Příkladů je připraveno více. Příklady 2 a 3 by měl s pomocí žáků předvést vyučující. Příklady 4 a 5 by měli být součástí samostatné práce žáků v první hodině. Příklady 6 a 7 jsou jednodušší a lze je použít pro opakování v následující hodině, jejíž náplní by mělo být právě procvičování látky. Zbytek příkladů pak mohou na druhé hodině řešit žáci samostatně. Zde lze využít i práce po dvojicích, kdy žáci nejprve každý sám příklad vyřeší a poté si jej vzájemně opravují a hodnotí.

Otázky, na které by studenti měli umět na konci vyučovací hodiny odpovědět:

1. Vyslov pravidla, pomocí kterých lze nalézt odchylku přímky a roviny.

Úlohy k řešení pro studenty:

Práce na hodinu:

- 1) Je dána krychle ABCDEFGH, určete postupně odchylky přímek BF, BG a BH od roviny ABC.
- 2) Je dána krychle ABCDEFGH, vypočítejte odchylku přímky $S_{AE}S_{FG}$ od roviny CDG.
- 3) Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$, určete odchylku přímky VS_{AC} od roviny ABC.
- 4) Je dána krychle ABCDEFGH, vypočítejte odchylku přímky BH od roviny BCF.
- 5) Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$, určete odchylku přímky VS_{AC} od roviny BCV.
- 6) Je dána krychle ABCDEFGH, vypočítejte odchylku přímky AS_{EG} od roviny BDH.
- 7) Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$, určete odchylku přímky AV od roviny ABC.
- 8) Je dána krychle ABCDEFGH, vypočítejte odchylku přímky EC od roviny AGH.
- 9) Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$, určete odchylku přímky AV od roviny BCV.
- 10) Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$, určete odchylku přímky BS_{DV} od roviny ABC.
- 11) Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$, určete odchylku přímky BS_{DV} od roviny $S_{AB}S_{CD}V$.

(Petáková, 1998; Krynický, 2012)

Zadání domácího úkolu:

-

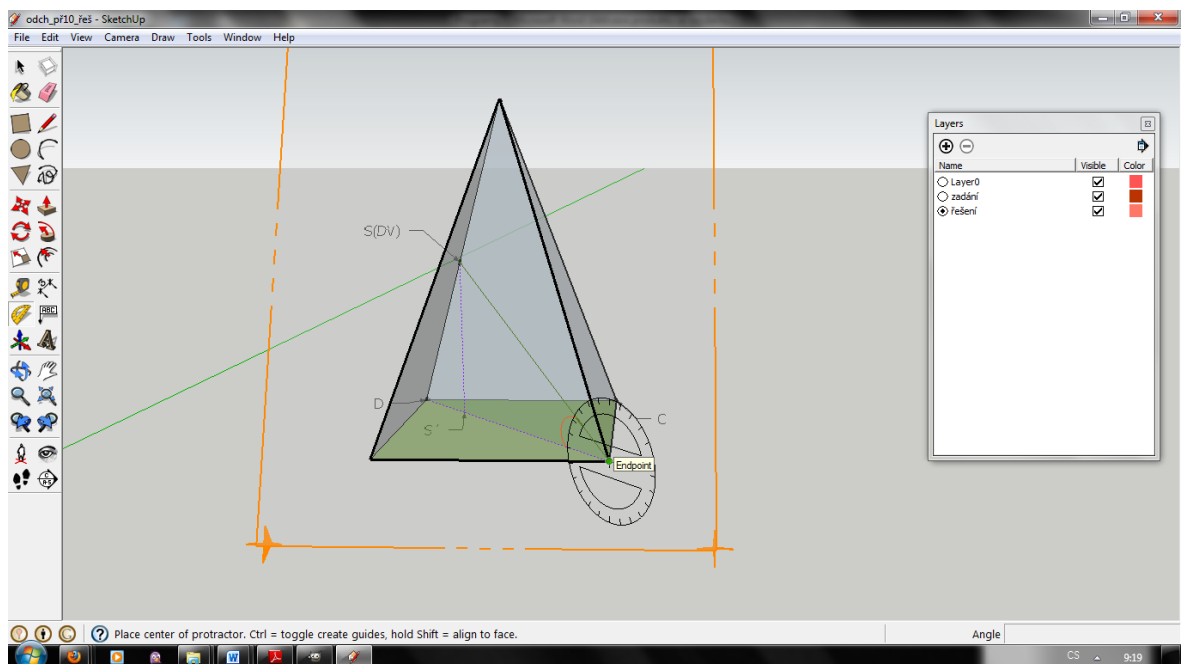
Potřebné modely:

Modely zobrazující odchylky přímky a roviny jsou tvořeny třemi vrstvami – základním tělesem, zadáním a vlastním řešením. V řešení je vždy oranžově vyznačen hledaný úhel.

Pokud chceme úhel měřit, je potřeba mít zobrazen rozšířený panel nástrojů, na kterém najdeme úhломěr a také nástroj pro řez. SketchUp defaultně zobrazuje základní sadu

nástrojů pod panel nabídek, kdežto rozšířenou sadu na levý kraj obrazovky (obrázek 12).

Pokud chceme úhloměr používat správně, je nutné jej vždy pomocí podržení tlačítka shift ukotvit v rovině, ve které leží obě ramena měřeného úhlu. Poté přikládáme úhloměr k vrcholu úhlu a následně vybíráme ramena. Výsledek měření se zobrazí v příkazovém řádku v pravé dolní části obrazovky. Abychom se ale k rovině dostali, musíme často těleso rozříznout, na to slouží nástroj „Section Plane“, který byl používán už v ukázce řezu (viz obr. 5)



Obr. 12 Ukázka řešení příkladu 10 se zobrazením řezu a přiloženým úhloměrem.

8. Ověření využití programu ve škole

Školní praxe je od teoretických představ mnohdy odlišná. Bylo by tedy dobré některou z výše uvedených příprav ověřit ve výuce a podle reakcí zkušených pedagogů i samotných žáků zjistit, zda je program v navržené podobě použitelný a zda jeho zapojení do výuky přinese nějaký efekt.

Ověření využití programu proběhlo na pražském gymnáziu Karla Sladkovského ve dvou paralelních třídách sedmého ročníku (nadále budou označovány jako A a B). Zvolený program je ve škole vyučován jako rozšíření výuky počítačové grafiky. Na žádost spolupracujících pedagogů nebyla nakonec vybrána žádná z příprav, protože obě třídy již měly stereometrický kurz za sebou.

V první třídě šlo o žáky, kteří s programem dosud nepracovali, stereometrii měli čerstvě probrání a byli ve fázi přípravy na závěrečný test. Ověřování probíhalo během jedné vyučovací hodiny, při níž byli žáci rozděleni na poloviny do dvou sousedících učeben.

Ve druhé třídě již měli celý stereometrický kurz za sebou. S programem se setkali již o rok dříve. Zde probíhalo ověřování ve dvou hodinách v jedné učebně vždy s polovinou třídy.

Všechny ověřovací hodiny proběhly totožně. Nejprve byli žáci seznámeni se základními funkcemi programu (druhé třídě bylo potřeba představit nástroje pro měření, s nimiž nepracovali) a poté dostali pracovní listy s úlohami a krátkým dotazníkem (viz příloha 3), jehož cílem bylo zjistit, jak se žákům s programem pracovalo a zda by byli ochotni s ním pracovat i v budoucnu. S ohledem na přání vyučujících byly vybrány příklady, které měly žákům umožnit opakování probraných metrických a polohových vlastností v prostoru, a zároveň v co největší míře ukázat, zda žáci programu porozuměli, nebo ne. Úlohy měly být spíše nižší obtížnosti. Důležité bylo zjistit, jak se žákům s programem pracuje, testování znalostí žáků bylo druhořadé. Pro urychlení práce měli žáci k dispozici předem připravená základní tělesa – krychli a hranol.

8.1. Výsledky

Ověřování se účastnilo 24 studentů ze třídy A a 23 studentů ze třídy B. Po vyřazení těch pracovních listů, které neodpovídaly odevzdané práci, zbylo 20 vyplněných dotazníků ze třídy A a 21 ze třídy B. V dotazníku žáci hodnotili obtížnost zadání a práci s programem. Pro udání obtížnosti vybírali z pětistupňové škály, od možnosti „snadné“ po „velmi obtížné“. V práci s programem hodnotili známkou „jako ve škole“ tyto činnosti: znázornění zadání, nalezení řešení a ověření správnosti řešení. V posledních dvou otázkách rozhodovali, zda jim představený model vyhovuje, nebo zda by raději řešili úlohu na papíře či v jiném programu. Pro každý příklad byla vytvořena popisná statistika odpovědí.

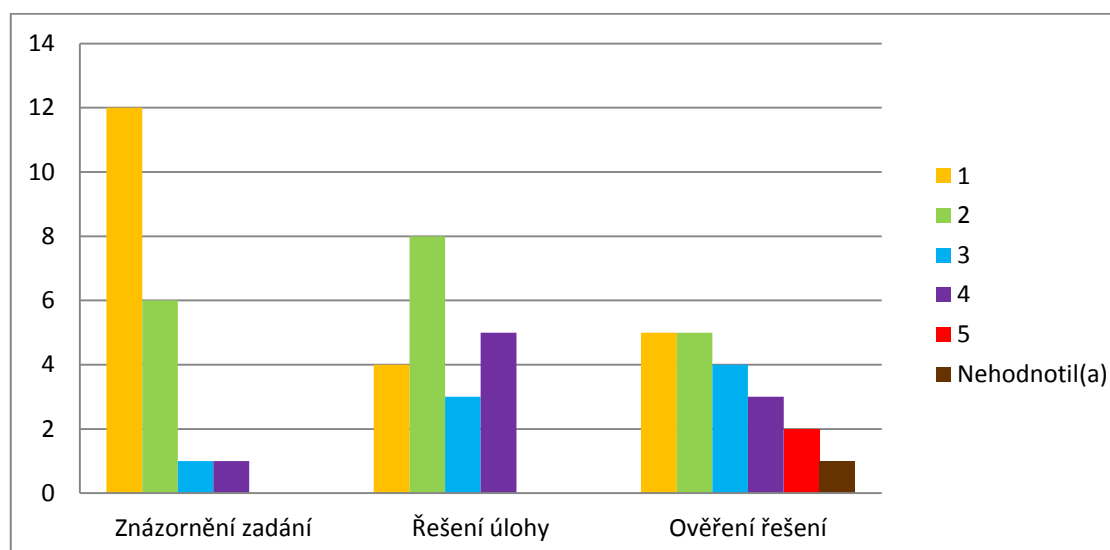
Z vyřazených dotazníků stojí za zmínku dotazník žákyně ze třídy B, kterou se zřejmě nepodařilo dostatečně namotivovat pro objevování nových možností. Dívka všechny tři úlohy řešila nejprve do pracovního listu a poté si řešení modelovala. V prvním a třetím příkladu hodnotila práci v programu pouze známkou pět, ve druhém příkladu, kdy bylo úkolem ověřit rovnoběžnost dvou rovin, ji zaujala možnost model natočit do polohy, kdy byla rovnoběžnost jasně viditelná, a proto zde bylo její hodnocení mírnější (konkrétně čtyři pro zobrazení úlohy, tři pro nalezení úlohy a čtyři pro ověření správnosti řešení). Na dotaz ohledně těchto odpovědí odpověděla, že se příklady naučila řešit do sešitu, kde jsou jí postupy srozumitelné a tak jí to stačí. Model v prostředí připomínajícím realitu je pro ni matoucí a nehodlá se jím zabývat. Za touto argumentací mohlo být jak formální uchopení látky, tak konzervativní přístup žákyně k hodinám, který jí vyhovuje a nehodlá na něm nic měnit. Její hodnocení není do statistik zahrnuto. Její případ ale dobře ilustruje fakt, že v každé třídě existují žáci, které technika nefascinuje, ale naopak frustruje a snaha o rozšíření pohledů a možností řešení je spíše zmate a demotivuje.

8.1.1. Úloha 1

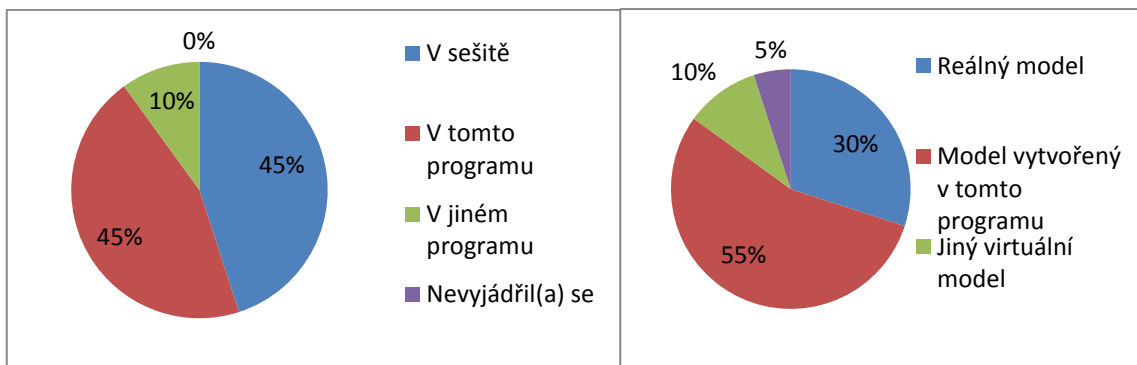
Prvním úkolem bylo najít řez krychle. Zadání znělo takto: „Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou S_{FG} , S_{GH} , S_{AD} .“

Třída A:

Zadání ohodnotilo šest žáků jako „snadné“ a sedm žáků jako „normálně“ obtížné. Žáci, kteří zadání hodnotili jako normální, měli problém i s ostatními zadáními. Znázornění zadání v programu zvládli všichni. Osmnáct žáků dalo programu známku jedna (ve dvanácti případech) či dva (v šesti případech). Použití programu pro nalezení řešení bylo hodnoceno hůře, nejčastější udělená známka byla dva. Následovala známka čtyři, tu udělovali nejčastěji ti žáci, kteří už zadání hodnotili jako „normální“ nebo „obtížné“. Ověření správnosti řešení, nebo rozpoznání, zda je nalezené řešení správné, ohodnotila dobrou známkou, tedy jedna a dva, polovina žáků, z druhé poloviny byla nejčastější známka tři (vyskytovala se čtyřikrát). Rozdělení na poloviny se také objevilo v odpovědích na otázku, zda by žáci raději řešili úkol na papíře nebo v programu. Možnost řešení na počítači, ale v jiném programu volili dva žáci. Jako pomůcka pro řešení program vyhovoval jedenácti studentům, šest by jich raději mělo před sebou reálný model, dva žáci se k této otázce nevyjádřili.



Graf 8 Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.

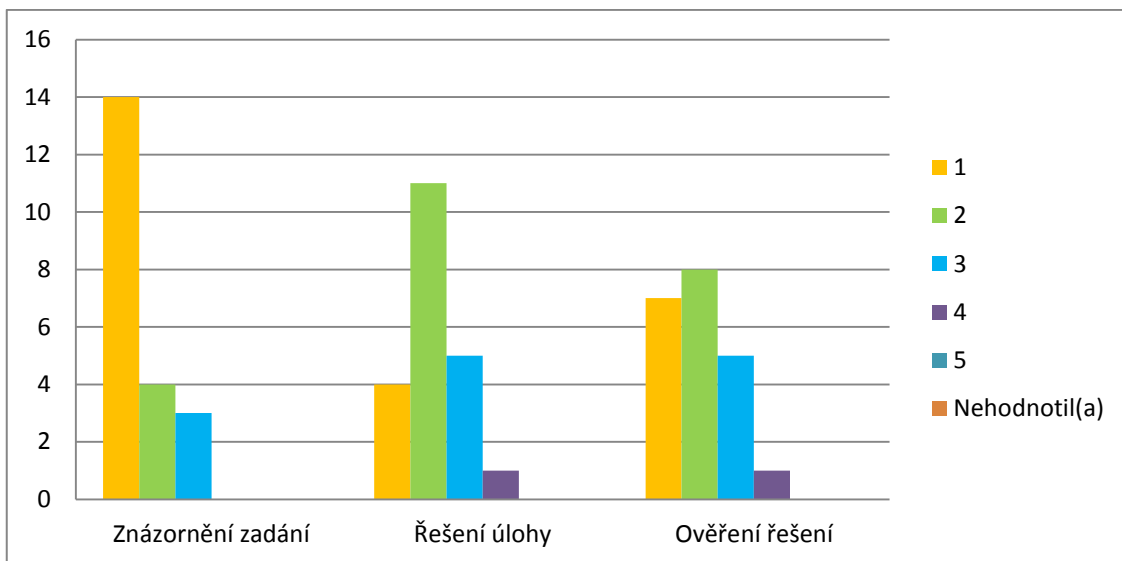


Graf 10 Preference vyžití možných pomůcek v budoucnu

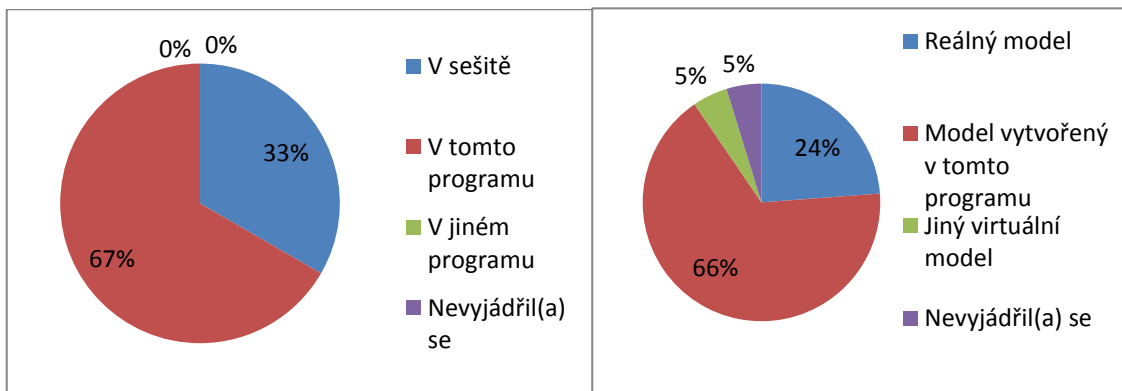
Graf 9 Preference vyžití modelů při řešení úloh

Třída B

Ve druhé třídě se zadání příkladu zdálo většině žáků „snadné“ nebo „zvládnutelné“, tři žáci jej ohodnotili jeho obtížností jako „normální“ obtížné se nezdálo nikomu. V hodnocení znázornění zadání v programu převládala známka výborně (čtrnáct ohodnocení z jedenadvaceti), následována známkou chvalitebně (čtyři výskyty) a dobře (tři). V případě nalézání řešení byla nejčastější známkou dvojka (jedenáct případů) následovaná trojkou a jedničkou (pět a čtyři výskyty), vyskytla se také jedna čtyřka. Co se týče ověření řešení, hodnotili studenti opět nejčastěji známkou jedna nebo dva. Trojku a čtyřku (opět byla jediná) dali nejčastěji ti, kteří stejnou známkou hodnotili i nalézání řešení. Odpovědi na dotaz o použití programu na podobné příklady a jeho použití jako pomůcky korespondovali s odpověďmi v ohledně znázornění zadání v programu, kdo tuto část hodnotil kladně, udal, že by se k programu vrátil. Kdo ne, volil raději sešit a reálný model.



Graf 11 Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.



Graf 13 Preference využití možných pomůcek v budoucnu

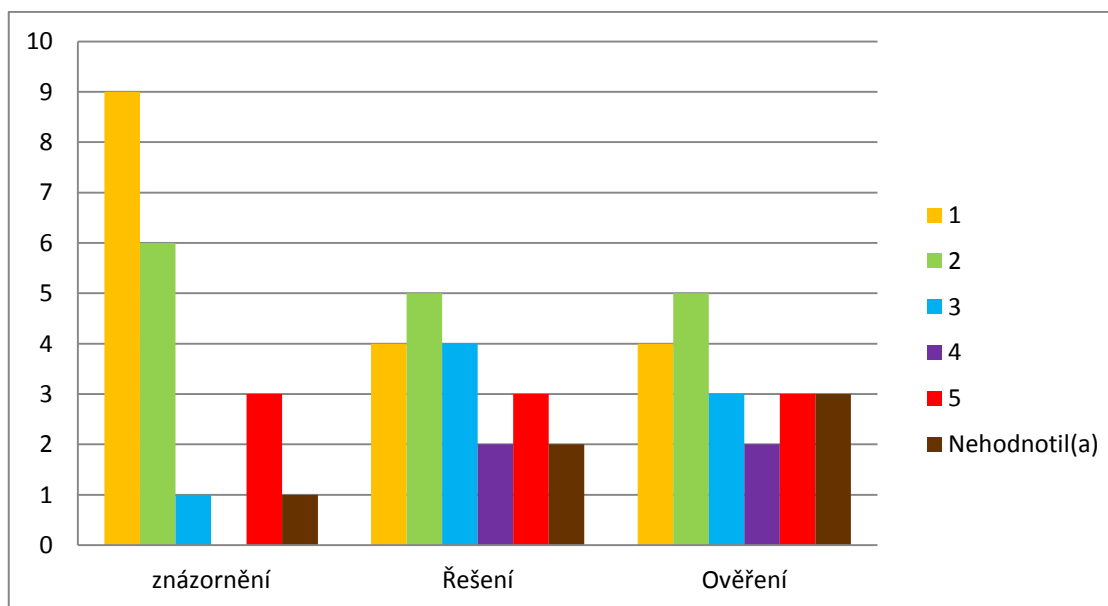
Graf 12 Preference využití modelů při řešení úloh

8.1.2. Úloha 2

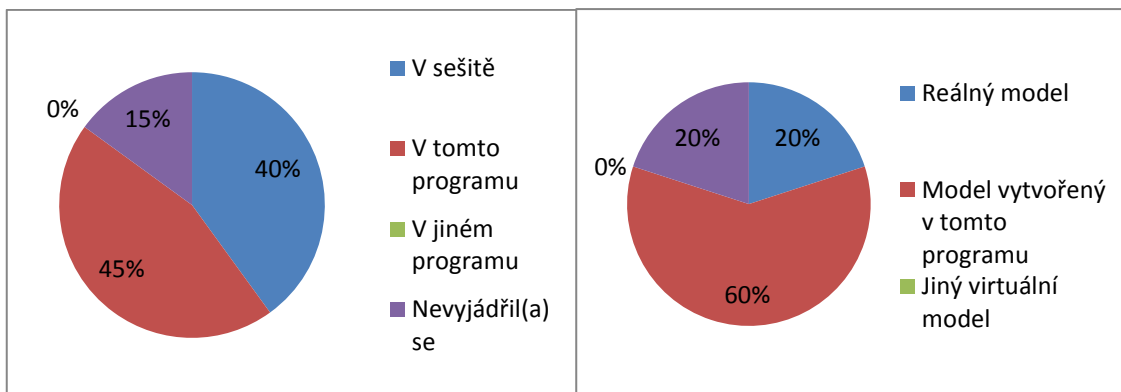
„Je dána krychle ABCDEFGH, $a=4\text{cm}$, Dokažte, že roviny B E G a S_{EF} S_{BF} S_{FG} jsou rovnoběžné a určete jejich vzdálenost.“

Třída A:

Tento příklad hodnotilo pouze devatenáct žáků. Jedna dívka jej vynechala. Pouze dvěma žákům se zadání zdálo snadné, naopak pět studentů hodnotilo zadání jako „obtížné“ nebo „velmi obtížné“. Znázornění zadání opět studentům vyhovovalo, známkou jedna nebo dva jej ohodnotilo patnáct studentů. Nalezení řešení pomocí programu bylo hodnoceno ještě o trochu hůře než v prvním případě. Nejčastější známkou byla opět dvojka, ale tři studenti hodnotili nalézání řešení jako nedostatečné. Ověření správnosti řešení pak vykazovalo stejné hodnocení jako předchozí případ. Sešitu by dala opět přednost polovina dotazovaných žáků (devět), polovina by si zopakovala řešení pomocí programu a jeden žák se k otázce nevyjádřil. Jako model, který má pomoci příklad vyřešit, by program volilo dvanáct studentů.



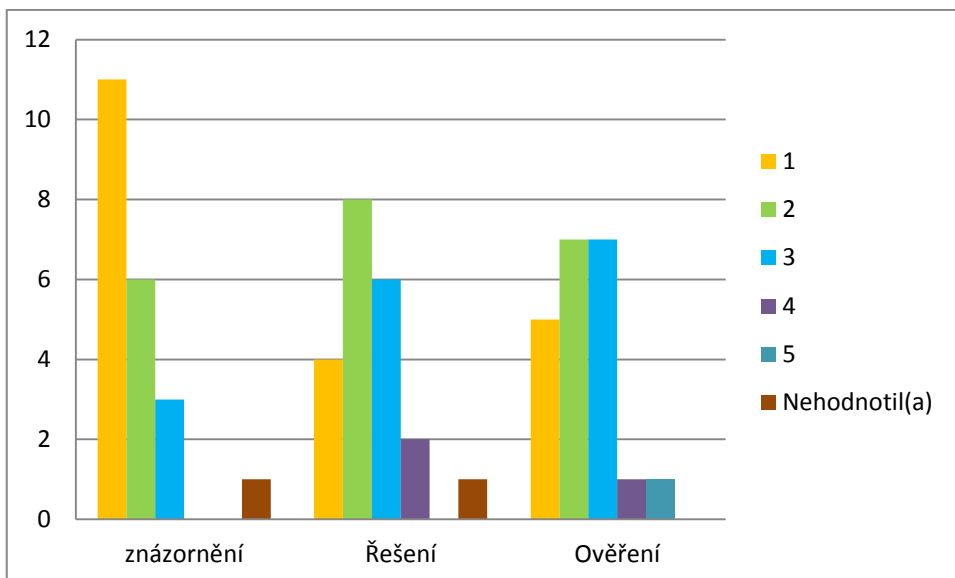
Graf 14 Ohodnocení procesu řešení druhé úlohy v programu.



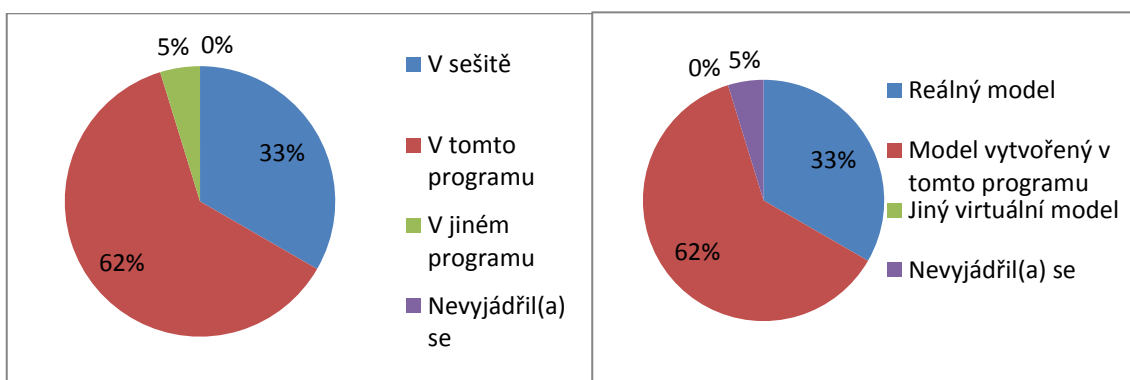
Graf 16 Preference vyžití možných pomůcek v budoucnu Graf 15 Preference vyžití modelů při řešení úloh

Třída B

Druhé zadání hodnotili žáci nejčastěji jako „zvládnutelné“, čtyřem žákům se zdálo „snadné“, pěti „normální“ a jednomu „obtížné“. Během znázorňování řešení převládala spokojenost – jedenáct žáků hodnotilo známkou jedna, šest známkou dva a tři známkou tři. Jeden z žáků se této otázce nevyjádřil. Z hlediska nalezení řešení převládlo hodnocení chvalitebně – v osmi případech, následované hodnocením dobře - šest případů. S tím zřejmě souviselo i hodnocení možnosti ověření řešení v programu, kdy se tyto dvě známky vyskytly shodně v sedmi případech. Dalšímu využívání programu se opět mírná většina žáků nebránila, konkrétně tuto možnost zvolilo v posledních dvou dotazech třináct z nich.



Graf 17 Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.



Graf 19 Preference využití možných pomůcek v budoucnu

Graf 18 Preference využití modelů při řešení úloh

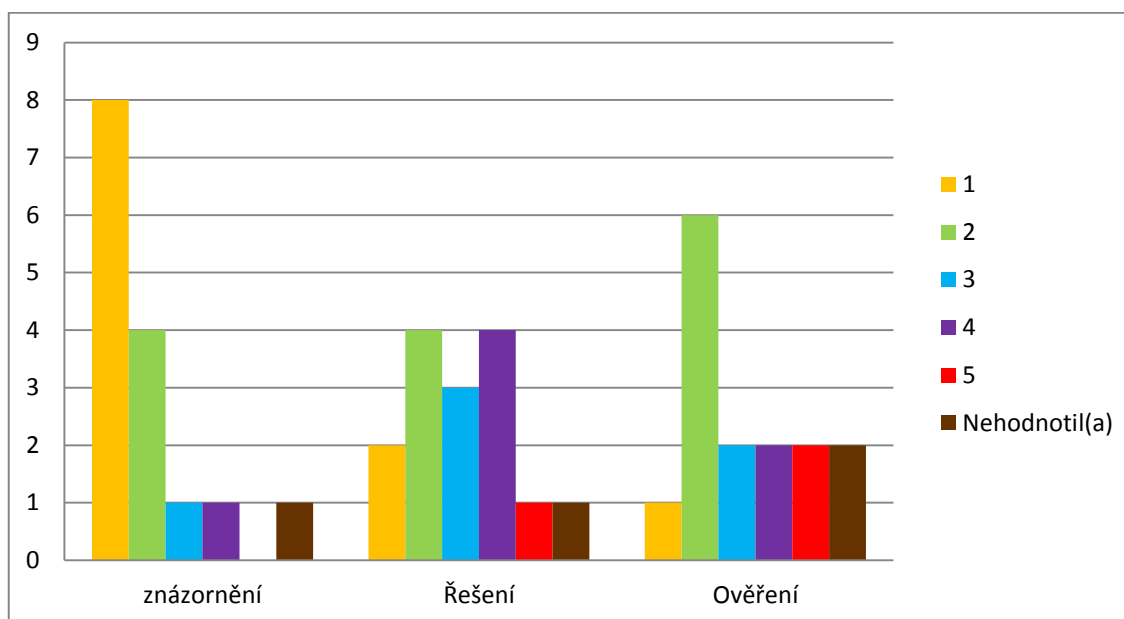
8.1.3. Úloha 3

„Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$. Najděte a vypočítejte odchylku přímky $S_{DV}B$ od roviny $S_{AB}S_{CD}V$.“

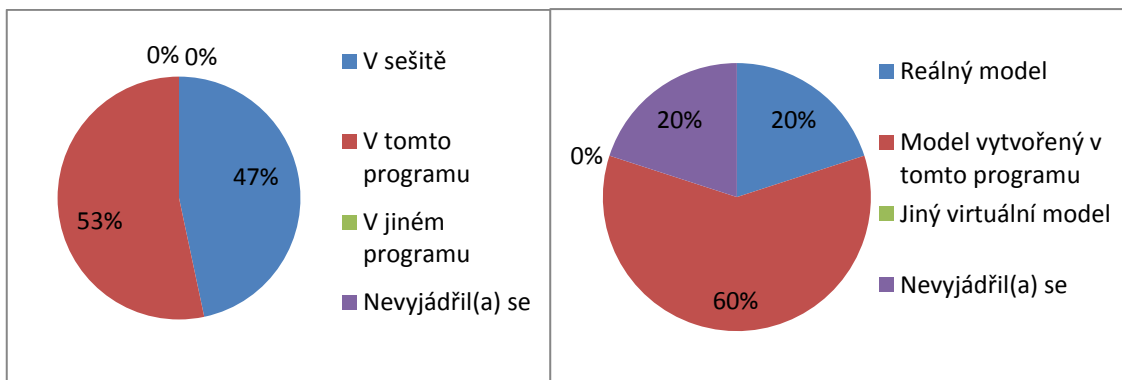
Třída A:

Poslední úlohu řešilo pouze patnáct žáků, dva se k příkladu vůbec nedostali a tři jej vzdali a pouze ohodnotili zadání jako velmi obtížné a udali, že by raději řešili úlohu v sešitě s podporou reálných modelů.

Ze zbývajících patnácti žáků jich šest hodnotilo zadání jako velmi obtížné nebo obtížné, další čtyři obtížnost zadání nehodnotili vůbec. Znázornění zadání hodnotilo na výbornou nebo chvalitebnou dvanáct studentů. Způsob nalezení řešení se líbil šesti studentům, zde je ale nutné brát výsledek s rezervou, část studentů si totiž nevšimla, že neměří správný úhel a spokojila se s chybným výsledkem, který jim program nabídl. Tito studenti pak byly sice spokojeny, ale nedošli ke správnému výsledku. Ti, kteří zjistili, že měří napoprvé špatně, hodnotili nalézání řešení hůře, ale nakonec byli schopni nalézt správný výsledek. Ověření výsledku bylo hodnoceno z poloviny kladně. Poslední dvě otázky opět vykazovali stejné charakteristiky jako v předchozích dvou případech.



Graf 20 Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.



Graf 22 Preference využití možných pomůcek v budoucnu

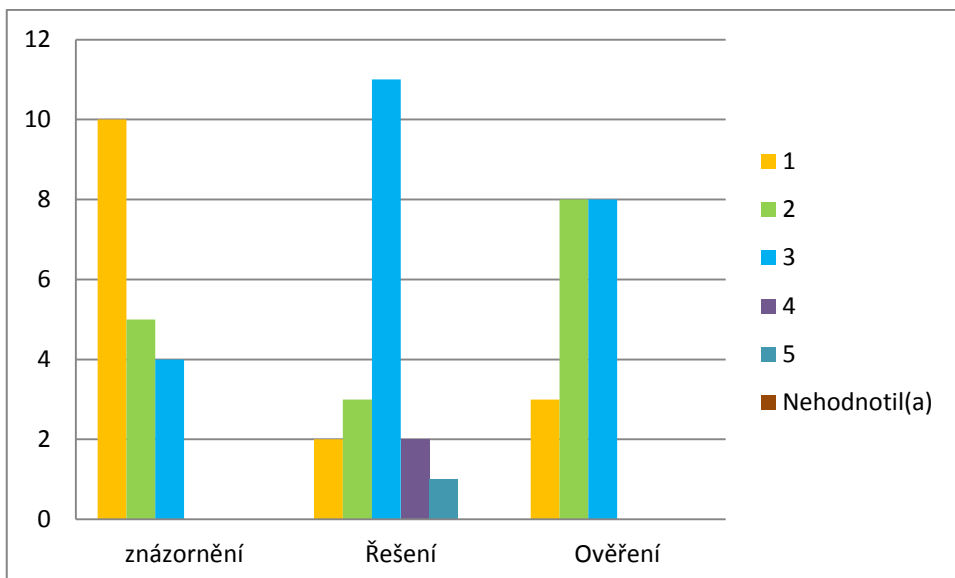
Graf 21 Preference využití modelů při řešení úloh

Třída B

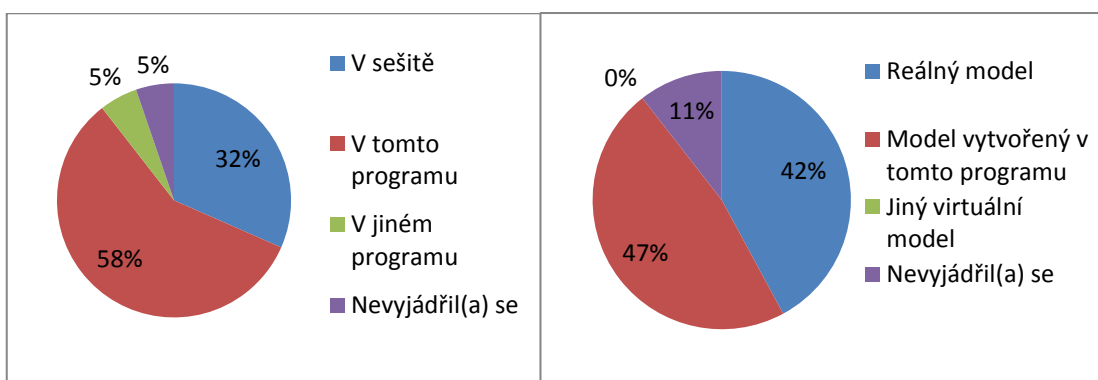
K poslednímu příkladu se stejně jako ve třídě A dva žáci nedostali, z rozhovoru s nimi vyplynulo, že to nebylo způsobeno obtížností příkladů, nebo programem, ale tím, že látku již stihli zapomenout a tudíž jim dva příklady, které stihli, zabraly celou hodinu.

Zbylo tedy devatenáct žáků, z nich se příklad nezdál nikomu snadný a jako zvládnutelný jej označili pouze čtyři. Nejvíce – sedm žáků – příklad hodnotilo jako obtížný. Se znázorněním příkladu byli žáci, tak jako v předchozích případech, spokojeni, deset z nich dalo programu jedničku, pět dvojku a čtyři trojku. S nalezením řešení měli žáci drobné obtíže, takže rozložení hodnocení odpovídalo Gaussově křivce – dva žáci dali jedničku, tři dvojku, jedenáct trojku, dva čtyřku a jeden pětku. Navzdory tomu jako ověřovací nástroj dostal program známky z pouze rozmezí jedna (třikrát) až tři (osmkrát).

Jedenáct žáků by program použilo znovu, šest se raději rozhodlo pro sešit, jeden žák by raději zkusil jiný program a jeden se k otázce nevyjádřil. Osm žáků by uvítalo spíše reálný model, devíti vyhovovalo zadání namodelované v programu, zbylí dva na tuto otázku neodpověděli.



Graf 23 Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.



Graf 25 Preference vyžití možných pomůcek v budoucnu

Graf 24 Preference vyžití modelů při řešení úloh

8.2. Shrnutí

Ověřování bylo zcela jistě ovlivněno faktem, že obě třídy měly stereometrii již za sebou. Pro některé tedy bylo jistě obtížné měnit dosavadní návyky. Na druhou stranu tento fakt do jisté míry vyvážil nízkou úroveň zkušeností s programem. Nejtěžším nástrojem z hlediska ovládnutí a využití se ukázal úhloměr. Žáci naráželi na tytéž problémy, jaké byly popsány v metodice. Největší obtíže nastávaly při snaze vytvořit rovnoběžky a změřit pomocí úhlooměru správný úhel. V případě třídy A žáci špatně reagovali na ukázkou měření na projektoru, bylo tedy nutné je ještě obcházet individuálně.

Velkou výhodou je podle žáků názornost a možnost s hotovou úlohou lehce manipulovat. Několik studentů tvrdilo, že jim úlohy pomohly pochopit některé souvislosti, které jim do této chvíle unikaly.

V obou třídách byli vždy zhruba dvě třetiny žáků s programem spokojeny, pokud šlo o zobrazení zadání, čemuž odpovídá i fakt, že vždy minimálně polovina třídy uvedla, že by nadále byla ochotna využívat jej jako pomůcku. V oblastech nalézání řešení a jeho ověřování již výsledky tak jednoznačné nejsou. Nejhůře dopadl v hodnocení poslední příklad, kde se sešly dva nepříjemné faktory. Jednak byl pro velkou část žáků obtížný, takže si s ním nevěděli rady ani na papíře a za druhé se málokomu podařilo napoprve umístit úhloměr tak, aby byl měřen správný úhel, což žáky frustrovalo.

Obecně lze říci, že čím slabší žák byl, tím větší měl s řešením úloh potíže. Někteří to přiznávali i v dotazníku, objevil se například názor: *„Kdybych rozuměla látce a programu bych se věnovala delší dobu, líbil by se mi. Přejde mi, že je názorný, ale neumím s ním zacházet“*. Naproti tomu žáci, kteří s matematikou nemají problémy, se dokázali v programu rychle zorientovat a snáze nacházeli řešení. Dokázali také lépe formulovat eventuální dotazy.

Zajímavé také bylo, že i žáci, kterým dle odpovědí program vyhovoval, hůře hodnotili ověřovací funkci programu. To bylo nejspíš způsobeno netradičním pohledem na model. Žáci místo toho, aby srovnávali virtuální model s reálným světem, chtěli vidět zobrazení modelu tak, jak jsou zvyklí ze zápisů v sešitu, tedy ve volném rovnoběžném promítání. To ale program neumožňuje. Lze se domnívat, že žákovská nespokojenost

pramenila z toho, že je nabízené pohledy mátlý. K tomu se přidávala jistá neochota přemýšlet o tom, co před sebou vidí. Zejména v první úloze se často stávalo, že žáci prostě spojili tři zadané body a ptali se, zda úlohu vyřešili správně, i když bylo vidět, že plocha mezi těmito třemi body neprotíná všechny stěny krychle.

Dost možná v tom lze vidět důvěřivost net-generace k počítačům obecně. Tedy, že jakýkoli výsledek zobrazený počítačem považují automaticky za správný a necítí potřebu jej kontrolovat. (D. G. Oblinger, B. L. Hawkins, 2006)

Tento jev pravděpodobně stojí i za tím, že si část třídy B nevšimla špatného použití úhlooměru v posledním příkladu.

O něco hůře hodnotili program žáci ve třídě A, kde byla průměrná známka ověřování ze všech tří úloh rovna 2,7, ve třídě B byla tato hodnota 2,4. Pro srovnání: zobrazování zadání žáci hodnotili průměrnou známkou 1,8 (třída A) a 1,6 (třída B), tedy v obou případech téměř o stupeň lepší. Zřejmě tedy to, co vadí při kontrole řešení – nezvyklý pohled apod., je naopak žádoucí při jeho hledání.

8.3. Postřehy vyučujících

Ověřování se aktivně účastnili i vyučující obou tříd. Byli v roli pozorovatelů a zároveň v případech, kdy to bylo potřeba, vypomáhali studentům. Ani jeden z nich neměl s programem předchozí zkušenosti. Vyučující ve třídě A zhodnotil pokus jako zajímavý a přínosný. Nicméně soudil, že by bylo lepší, kdyby studenti měli možnost se v programu naučit již dříve a nikoliv jej objevovat až při ověřování. Považuje stereometrickou látku obecně za velmi obtížnou, pro některé až nepřekonatelnou. Ve třídě je podle něj poměrně značná část žáků, která preferuje jasně dané postupy. To v kombinaci se sice přehledným, ale přeci jen novým prostředím programu znamenalo pro tyto žáky značné ztížení situace. Kromě úlohy, která navíc nebyla zobrazena ve standardním pohledu, byli nuceni řešit ovládnání programu, což bylo mnohdy na hranici jejich možností. Také zvolená hodina podle něj nebyla úplně vhodná, lépe by bylo mít třídu dělenou. Použití programu do budoucna, budou-li s ním žáci předem seznámeni, se ale nebrání.

V případě druhé třídy dvě největší nevýhody odpadly. Žáci již s programem zkušenost měli a podařilo se pro ověření využít hodinu, kdy je třída dělená. Vyučující byla programem nadšená, líbilo se jí, že lze modely manipulovat a snadno nahlédnout na řešení z mnoha pohledů. Navíc ocenila i fakt, že lepší žáci by byli schopni za hodinu vyřešit více příkladů, než v hodině bez počítačů. Sama v hodinách ICT nepoužívá, brání jí v tom špatná technická vybavenost školy a časová náročnost přípravy přenosné techniky ve třídě. Pokud by byly podmínky pro využívání ICT lepší, pravděpodobně by je do svých hodin zapojila. V mnoha kapitolách by to podle ní bylo přínosné, bohužel vybavenost školy to neumožňuje.

9. Závěr

Látka, která je označována jako stereometrie, je, ve své podstatě, vyvrcholením geometrie v prostoru, s níž se žáci setkávají již od prvního stupně základní školy. Nejdůležitější schopností, která rozhoduje o tom, zda žáci budou nebo nebudou mít s probíranou látkou obtíže, je prostorová představivost. Protože není dána geneticky je možné a vhodné jí od nejučtějšího věku pomocí vhodných podnětů rozvíjet. Kromě reálných stavebnic, modelů a podobně, lze pro tyto účely využít i informačních technologií. Jejich nespornou výhodou je fakt, že pro většinu žáků mají stále velký motivační náboj a je šance, že si díky nim najdou k látce cestu i žáci, kteří by na ni jinak rezignovali.

Přes prvotní skepsi ukázalo šetření v teoretické části práce pozitivní trendy v zapojování informačních technologií do výuky. Dvě třetiny učitelů, kteří se šetření zúčastnili, se snaží ICT ve svých hodinách využívat. Zdá se tedy, že ICT skutečně začínají opouštět specializované učebny a učitelé objevují jejich možnosti a výhody. Optimistický náhled poněkud kazí fakt, že technologie slouží většinou pouze k promítání modelů. Sami žáci s nimi, z různých důvodů, příliš do styku nepřijdou. Je pravděpodobné, že se tato situace bude pomalu měnit. Rovněž lze předpokládat, že pokud nyní učitelé získají na technologie pozitivní náhled, nebudou se příliš bránit ani dalšímu rozšiřování jejich využití. Vše ale musí být provázeno efektivností a to jak z pohledu didaktiky, tak z pohledu funkčnosti technologií.

Cílem této práce bylo ukázat, jak lze podporovanou výuku rozšiřovat a inovovat tak, aby co nejvíce žáky zaujala a zároveň probíhala v prostředí, které si žáci budou schopni rychle osvojit. Proto byl vybrán program, jehož základní ovládání není složité a který lze využívat nejen s nejstaršími žáky ve výuce stereometrie, ale i s mladšími během hodin, kdy se děti s geometrií v prostoru teprve seznamují.

Přípravy jsou koncipovány tak, aby byly s minimálními úpravami použitelné v hodinách. Z časových důvodů ale nebylo možné je vyzkoušet naostro. Je proto možné, že v některých třídách budou příliš časově náročné, což ale jistě každý vyučující odhadne sám.

Místo provedení jedné z příprav bylo uskutečněno ověřování vybraných úloh na žácích, kteří již měli kurz stereometrie za sebou. Žáci, kteří se testování zúčastnili, nemají s výukou podporovanou ICT prakticky žádné zkušenosti. Bylo zajímavé sledovat, jak úkoly řešili. Ukázalo se, že mnohem lépe na technologie reagují nadanější žáci, kteří ocení zejména zrychlení práce a větší názornost. Zároveň tito žáci snáze ovládli program. Pravděpodobným důvodem je, že nepotřebovali většinu pozornosti věnovat příkladu a mohli si tak více všímat toho, co po nich program žádá. Na slabší žáky naopak program působil spíše jako stresor. Asi největším problémem byl nezvyklý pohled na těleso v prostoru. Při dobré komunikaci v učitelském sboru lze neznalost programu odstranit například v rámci hodin informatiky. Z vlastní zkušenosti vím, že na zvládnutí základního ovládnání programu stačí žákům jedna vyučovací hodina. Pokud je možné vyšetřit dvě, je jisté, že si během nich žáci bez problému zvládnou osvojit i složitější nástroje a postupy (již několikrát zmiňovaný úhloměr, tvorbu rovnoběžek či řez).

Během ověřování se objevili žáci, kteří si řešení nejprve načrtli do papírového zadání a poté jej zkusili vytvořit v programu. Bylo by otázkou hlubšího výzkumu, zda to bylo způsobeno formalismy v myšlení žáků, slabou prostorovou představivostí nebo nedůvěrou v informační technologie. Pokud se ale žáci k řešení dopracovali, oceňovali prakticky bez rozdílu jeho názornost, uváděli, že díky tomu, že před sebou řešení vidí a mohou s ním manipulovat, vidí některé souvislosti, kterým dříve nerozuměli, a celkově si dokáží situaci lépe představit. Lze tedy optimisticky předpokládat, že zapojování ICT do výuky stereometrie má smysl, neboť slabším žákům pomůže a silnější může motivovat. Také se díky nim dají lepším žákům jednodušeji zadávat rozšiřující úlohy. Například cvičení typu: „zjisti, co se stane, když se v zadání změní jeden z parametrů“, půjde s pomocí počítače vyřešit mnohem lépe a názorněji než na papíře. Přesto to neznamena, že bychom měli zanevřít na řešení stereometrických úloh s pomocí papíru a tužky. Jednou za složek prostorové představivosti je i schopnost mentální manipulace. Pokud by žáci řešili úlohy pouze ve virtuálním prostředí programu, došlo by zřejmě ke zlepšení jejich schopnosti představit si zadání v prostoru. To proto, že uvidí a naučí se více modelů. Ale mentální manipulaci s modelem by prováděli přímo v programu a neměli by důvod se s ní hlouběji zabývat. Je především na učiteli, aby

správně vyvážil poměr využívání ICT tak, aby výsledná výuka byla pro všechny zúčastněné efektivní a obohacující.

Cenným poznatkem ověřování využívání programu v obou třídách je i fakt, že pokud přistoupíme na podporovanou výuku v režimu jeden žák – jedno zařízení, je vhodné, alespoň zpočátku, pracovat s menšími skupinami žáků, než je téměř třicetihlavá gymnazijní třída. I když se dnešním dětem říká „digitální domorodci“ (Pernsky, 2005), často naráží na problémy, které neumí samostatně vyřešit. Hodinu lze považovat za přínosnou jen ve chvíli, kdy je většina vymezeného času věnována matematice a ne řešení problémů s ovládnutím programu. Je také jistě příjemnější, když učitel mimo samotnou výuku pomáhá menšímu počtu žáků. Navíc v menší skupině bývají, dle mých zkušeností, žáci méně ostýchaví přiznat, že něčemu nerozumí.

Oba zúčastnění pedagogové hodnotili experiment jako zajímavý zážitek. Širšímu zapojování ICT do výuky by se nebránili a umí si jej představit, ale zatím jim v tom brání špatná technická vybavenost školy. Je otázkou, zda by je, pokud by tuto možnost skutečně měli, neodradila nutnost odlišných a pro ně jistě náročnějších příprav, a také zda by si tváří v tvář ICT nezačali více uvědomovat jejich zápory. Škola připravuje pro příští rok projekt, který by měl právě zavádění ICT do výuky podpořit. Jeho součástí je například tvorba výukových materiálů použitelných na interaktivní tabuli (zatím je ve škole jedna) nebo určených pro webové stránky školy. Oba vyučující jsou v něm zainteresováni. Bylo by jistě zajímavé zopakovat ověřování za dva roky, kdy by měl být projekt ukončen, či sledovat, jak vlastně zavádění ICT do školy probíhá a jak se k němu oba zúčastnění nakonec postaví.

Z reakcí vyučujících oslovených během šetření, mých skrovných zkušeností i debaty s učiteli, kteří se podíleli na ověřování programu v hodině, jsem nabyla dojmu, že zapojování ICT do výuky zatím probíhá v rovině pokusů a hledání ideální metody, jak na to. Tato práce ukázala, že v poměrně úzké oblasti stereometrie mohou být technologie při rozumném využití cenným nástrojem. Vyučujícím mohou zjednodušit práci, neboť mohou s jejich pomocí zobrazit modely složitějších situací. Také lze ukázat mnohem více různých modelů, což některým žákům umožní lepší orientaci v problematice.

10.Zdroje:

- [1] BRDIČKA, Bořivoj. Vzdělávání a internet 2. generace. *Vzdělávání a internet 2. generace* [online]. 2009, x [cit. 2012-5-8]. Dostupné z:
http://www.spomocnik.cz/pub/Web20_BB06.pdf Prostorová představivost:
- [2] PERNÝ, Jaroslav. Tvořivost k rozvoji prostorové představivosti. 1.vyd. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2004. s. 41.
- [3] LANGMEIER, Josef, KREJČÍŘOVÁ, Dana. *Vývojová psychologie*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Grada, 2006, 368 s. Psyché (Grada). ISBN 80-247-1284-9.
- [4] SAMEK, Petr. *Využití multimédií pro výuku technického kreslení na základní škole*. České Budějovice, 2007. Dostupné z:
http://theses.cz/id/13djcv/downloadPraceContent_adipldno_4315. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.
- [5] HEJNÝ, Milan. Mechanismus poznávacího procesu. In: HEJNÝ, Milan, NOVOTNÁ, Jarmila, STEHLÍKOVÁ, Naďa. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, 2004, s. 23-42. ISBN 80-7290-189-3. Dostupné z: http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Download/Volne/SUMA_59.pdf
- [6] PRÁŠKOVÁ, Marie. *Rozvoj prostorové představivosti se zřetelem k diferencované výuce*. Brno, 2008. Dostupné z:
http://is.muni.cz/th/63876/pedf_m/Diplomova_prace_M_P.pdf. Diplomová práce. Masarykova Univerzita Brno, Pedagogická fakulta.
- [7] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia*. 4. vyd. Praha: Prometheus, 2009, 223 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-389-9.
- [8] MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY. *Rámcové vzdělávací programy* [online]. 2012 [cit. 2012-04-11]. Dostupné z:
<http://www.msmt.cz/vzdelavani/skolskareforma/ramcove-vzdelavaci-programy>
- [9] NÁRODNÍ ÚSTAV ODBORNÉHO VZDĚLÁVÁNÍ. *Rámcové vzdělávací programy* [online]. 2012 [cit. 2012-04-12]. Dostupné z: <http://www.nuov.cz/ramcove-vzdelavaci-programy>

[10] VRONSKIS, Olafs, VRONSKA, Natālija. *Using of information technoligies to improve the spatial understanding of students* [online]. Jelgava, 2011 [cit. 2012-05-24].

ISBN 978-9984-44-071-2; Dostupné z: http://zdb.ru.lv/conferences/3/VTR8_II_55.pdf.
Výzkum. Latvia University of Agriculture, Faculty of Engineering.,

[11] SCHNABEL, Marc, KVAN, Thomas. Spatial understanding in immersive virtual environments. *International Journal of Architectural Computing*. 2003,

[cit. 2012-6-17] Dostupné z:

<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.114.4578&rep=rep1&type=pdf>.

[12] INFORMAČNÍ VZDĚLÁVÁNÍ BEZ BARIÉR: WEBOVÝ PORTÁL PRO ROZVOJ INFORMAČNÍ GRAMOTNOSTI A PODPORU CELOŽIVOTNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ. *Vyučovací metody* [online]. 2012 [cit. 2012-04-12].

Dostupné z: <http://www.infogram.cz/article.do?articleId=1302>

[13] MAZÁČOVÁ, Nataša. aj. *Závěrečná zpráva projektu VZDĚLÁNÍ21 pro školní rok 2010/2011* [online]. 2011 [cit. 2012-6-20].

Dostupné z: <http://www.vzdelani21.cz/novinky/zaverecna-zprava-projektu-vzdelani21-pro-skolni-rok-20102011/>

[14] SORBY, Sheryl A. Developing 3-D Spatial Visualization Skills. *Engineering Design Graphic Journal*. 1999, ISSN 1949-9167. [cit. 2012-6-20]

Dostupný z: <http://www.edgj.org/index.php/EDGJ/article/viewFile/126/122>.

[15] Využívání vybraných ICT jednotlivci v členění podle věkových skupin, nejvyššího dosaženého vzdělání, ekonomické aktivity a pohlaví (ICT0060UU). ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. *Veřejná databáze* [online]. 2012 [cit. 2012-06-2]. Dostupné z: http://vdb.czso.cz/vdbvo/tabparam.jsp?cislotab=ICT0060UU&&kapitola_id=420&voa=tabulka

[16] BELYK, Diane, FEIST, David. *Software evaluation criteria and terminology*. Athabasca, 2002. Dostupné z: <http://cde.athabascau.ca/softeval/reports/R070203.pdf>.

Zpráva. Athabasca Univerzity.

- [16] PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Praha: Prometheus, 1998, 303 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.
- [17] DE COTRET, Pierre René, DE COTRET, Sophie. CABRILOG SAS. *Uživatelská příručka Cabri 3D v2.1*. 2007. Dostupné z:
<http://download.cabri.com/data/pdfs/manuals/c3dv212/user-manual-slk.pdf>.
- [18] ABC vzdělávání - výukové programy a výukový software. PACHNER.CZ. <Http://www.pachner.cz/default.html> [online]. 2012 [cit. 2012-5-11]. Dostupné z:
http://pachner.inshop.cz/inshop/scripts/price_list.asp?search=cabri
- [19] VRBA, Antonín. *Cabri 3D v2: Příručka pro uživatele* [online]. 2007 [cit. 2012-5-11]. Dostupné z: http://home.zcu.cz/~lavicka/subjects/ITG/texty/Prirucka_Cabri3D.pdf
- [20] Systémové požadavky. MCNEEL. *Rhinoceros: NURBS modelig for windows* [online]. 2007 [cit. 2012-06-24]. Dostupné z:
<http://www.cz.rhino3d.com/4/systemrequirements.htm>
- [21] DIMENSIO S.R.O. *Rhino 3D: Stránky věnované 3D programu Rhinoceros* [online]. 2012 [cit. 2012-5-15]. Dostupné z: <http://www.rhino3d.cz/>.
- [22] TRIMBLE. *SketchUp* [online]. 2012 [cit. 2012-5-15]. Dostupné z:
<http://sketchup.google.com/>
- [23] Jaké jsou hardwarové a softwarové požadavky aplikace SketchUp?: Návod Sketchup. *Google* [online]. 2012 [cit. 2012-06-24]. Dostupné z:
<http://support.google.com/sketchup/bin/answer.py?hl=cs&answer=36208&ctx=cb&src=cb&cbid=uesa5uax8pym>
- [24] 3E PRAHA ENGINEERING, a.s. *Výhody systému SketchUp PRO* [online]. 2009 [cit. 2012-05-16]. Dostupné z: <http://www.3epraha.cz/sketchup/proc-sketchup/vyhody-systemu-sketchup>
- [25] Informační společnost v číslech 2012. SKARLANDTOVÁ, Eva. ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. <Http://czso.cz> [online]. 2012 [cit. 2012-5-31]. Dostupné z:
<http://czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/p/9705-12>

- [26] Informační technologie ve školách v České republice. In: Český statistický úřad [online]. 2012 [cit. 2012-06-2]. Dostupné z: [http://czso.cz/csu/redakce.nsf/i/informacni_technologie_ve_skolach_v_ceske_republice/\\$File/2012_a1_web_skolstvi.pdf](http://czso.cz/csu/redakce.nsf/i/informacni_technologie_ve_skolach_v_ceske_republice/$File/2012_a1_web_skolstvi.pdf)
- [27] PÁVKOVÁ, Jarmila, SMETÁČKOVÁ Irena. 6. TŘÍDA. Praha, 1996. Dostupné z: <http://userweb.pedf.cuni.cz/kpsp/archivvyzkumu/ddh/9596/6trida2.pdf>. Výzkum. Univerzita Karlova.
- [28] SVAZ MODELÁŘŮ ČR. *Svaz modelářů ČR* [online]. 2012 [cit. 2012-06-06]. Dostupné z: <http://www.svazmodelaru.cz/>
- [29] PEDAGOGICKÉ ROZHLADY: Časopis pre školy a školské zariadenia [online]. 2008 [cit. 2012-06-11]. ISSN 1335-0404. Dostupné z: <http://www.rozhlady.pedagog.sk/cisla/pr1-2008.pdf>
- [30] CALDA, Emil. 3. Díl. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 978-807-1961-093.
- [31] KRYNICKÝ, Martin. *Matematika.realisticky.cz: když (se) chcete naučit...* [online]. 2010 [cit. 2012-06-16]. Dostupné z: <http://www.realisticky.cz>
- [32] OBLINGER, Diana G., HAWKINS, Brian L. The Myth about Student Competency: Our Students Are Technologically Competent. *EDUCASE reiew* [online]. 2006, č. 1, s. 12-13 [cit. 2012-06-12]. Dostupné z: <http://net.educause.edu/ir/library/pdf/erm0627.pdf>
- [33] PRENSKY, Marc. *Shaping Tech for the Classroom*. 2005. [cit. 2012-06-22]. Dostupný z: <http://www.edutopia.org/adopt-and-adapt>

11. Seznam grafů

Graf 1: Respondenti podle pohlaví.....	23
Graf 2: Respondenti dle věku a délky praxe.....	23
Graf 3 Četnost využití ICT v hodinách podle délky praxe.....	26
Graf 4 Využití pomůcek v hodinách respondentů.....	27
Graf 5 Nejvyužívanější programy v hodinách respondentů.....	28
Graf 6 Využívání ICT v hodinách z hlediska pohlaví.....	29
Graf 7: Využívání ICT v hodinách z hlediska věku.....	29
Graf 8 Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.....	75
Graf 9 Preference využití modelů při řešení úloh.....	76
Graf 10 Preference využití možných pomůcek v budoucnu.....	76
Graf 11 Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.....	77
Graf 12 Preference využití modelů při řešení úloh.....	77
Graf 13 Preference využití možných pomůcek v budoucnu.....	77
Graf 14 Ohodnocení procesu řešení druhé úlohy v programu.....	78
Graf 15 Preference využití modelů při řešení úloh.....	79
Graf 16 Preference využití možných pomůcek v budoucnu.....	79
Graf 17 Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.....	80
Graf 18 Preference využití modelů při řešení úloh.....	80
Graf 19 Preference využití možných pomůcek v budoucnu.....	80
Graf 20 Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.....	81
Graf 21 Preference využití modelů při řešení úloh.....	82
Graf 22 Preference využití možných pomůcek v budoucnu.....	82
Graf 23 Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.....	83

Graf 24 Preference využití modelů při řešení úloh	83
Graf 25 Preference využití možných pomůcek v budoucnu	83

12. Seznam obrázků

Obr. 1 Řešení vzorového příkladu v Cabri 3D.....	34
Obr. 2 Řešení vzorového příkladu v programu Geogebra 5.0.....	36
Obr. 3 Zkušební příklad v programu Rhinoceros 4.0.....	39
Obr. 4 Řešení ukázkového příkladu v programu Google SketchUp.	41
Obr. 5 Možné řezy krychle	51
Obr. 6 Ukázky řezů	51
Obr. 7 Řešení úlohy řez čtyřstěnu	52
Obr. 8 Model zobrazující řešení domácího úkolu	57
Obr. 9 Řešení prvního příkladu třetí hodiny.....	61
Obr. 10 Řez hranolu s lichoběžníkovou podstavou.....	66
Obr. 11 Ukázka řezu jehlanu (úloha 2a) se zobrazeným plovoucím oknem vrstev a ovládání animace	66
Obr. 12 Ukázka řešení příkladu 10 se zobrazením řezu a přiloženým úhломěrem.	72

13. Přílohy

A Příloha 1: Dotazník pro školy

Pohlaví:

- Žena
- Muž

Délka praxe

- méně než 5 let
- 6 - 15 let
- 16 let a více

Věk

- méně než 30 let
- 30 - 40 let
- 41 - 50 let
- 51 let a starší

Kraj

- Středočeský
- Jihočeský
- Plzeňský
- Jihomoravský
- Vysočina
- Moravskoslezský
- Ústecký
- Olomoucký
- Královéhradecký
- Pardubický
- Zlínský
- Karlovarský

- Liberecký
- Praha

Jaké pomůcky používáte pro podporu výuky stereometrie a geometrie v prostoru?

- Tabule
- Interaktivní tabule
- Projekce (dataprojektor)
- Reálné modely
- Virtuální modely (digitální výukové objekty, počítačové simulace a pod...)
- Žádné
- Jiné

Jaké pomůcky používají žáci při výuce stereometrie a geometrie v prostoru?

- Pracovní listy
- Interaktivní tabule
- Reálné modely
- Virtuální modely (digitální výukové objekty, počítačové simulace a pod...)
- Grafický kalkulátor
- Učebnice
- Žádné
- Jiné

Používáte-li v hodině reálné modely, potom jde o:

- standardní školní modely
- modely vytvořené Vámi osobně
- modely pokaždé vytvářené spolu s žáky
- předměty potřebných tvarů, které si žáci na výuku přinesou (hrací kostky apod.)

Jsou na Vaší škole využívány počítače nebo jiné prostředky ICT pro podporu výuky stereometrie a geometrie v prostoru?

V případě, že je Vaše odpověď záporná, děkuji za účast v šetření. Přeskočte, prosím, zbytek otázek a dotazník odešlete.

- Ano

- Ne

Jak často vy osobně používáte počítače pro podporu výuky tématu?

- Velmi často (každou nebo každou druhou hodinu)
- Středně (alespoň jednou týdně)
- Výjimečně (jednou nebo dvakrát za dobu, kdy je látka probírána)
- Vůbec (Osobně je nepoužívám)

Jakým způsobem podporovaná výuka probíhá?

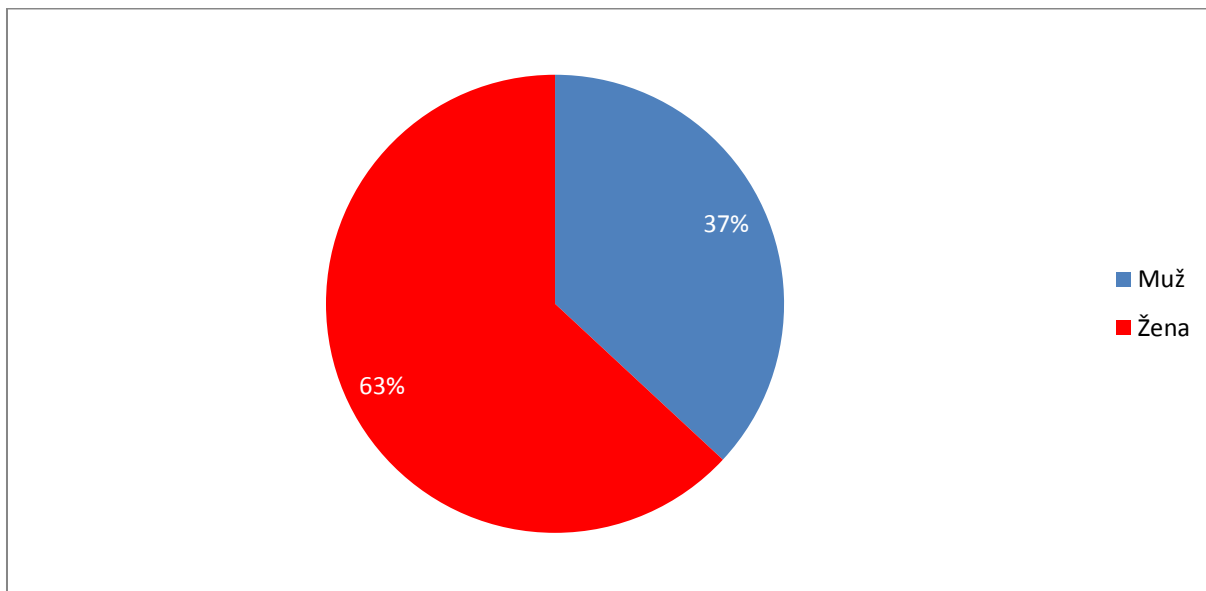
- Každý žák má k dispozici zařízení (počítač, tablet) na kterém pracuje
- Zařízení nevychází na každého žáka, musí proto pracovat ve skupinách
- Se zařízením pracuje pouze učitel

Jaké softwarové vybavení pro výuku používáte?

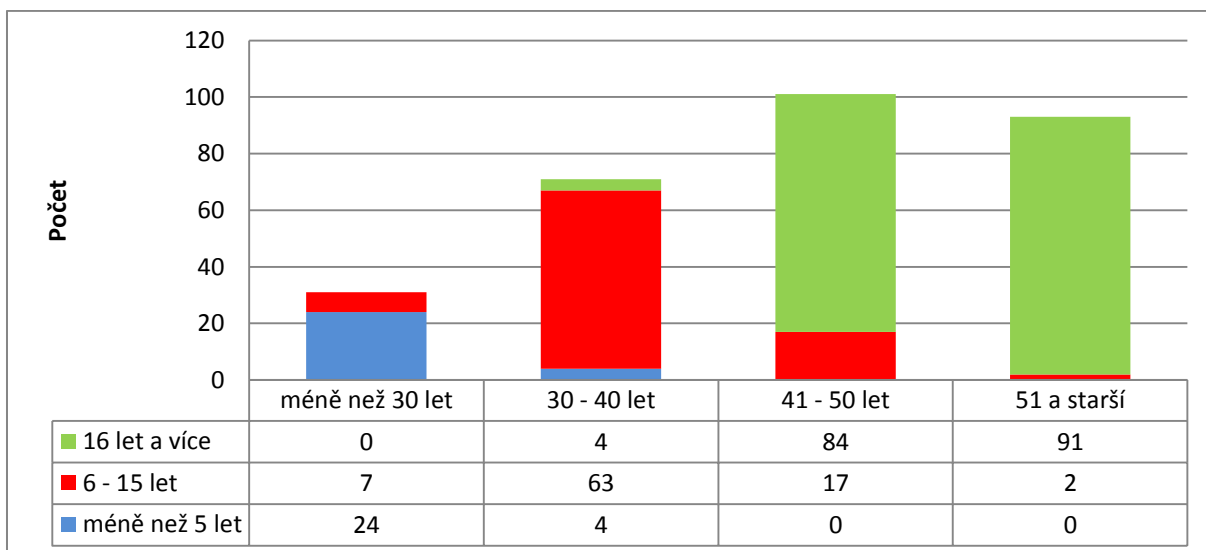
- Cabri
- Geogebra
- Jiné

B Příloha 2: Grafy

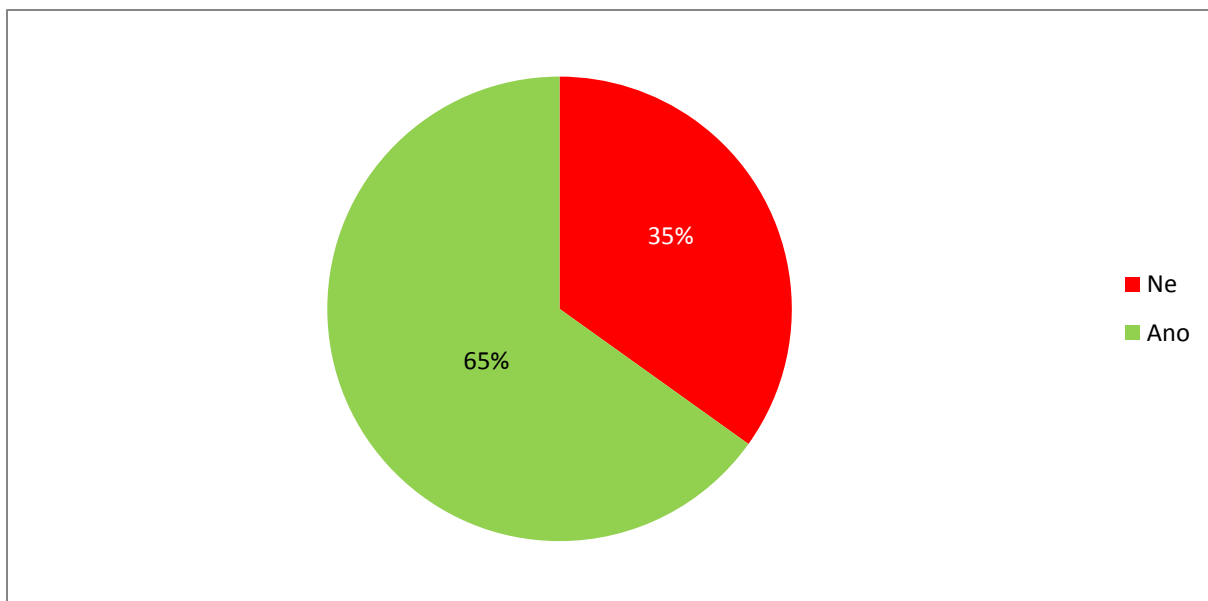
Výsledky šetření ve školách



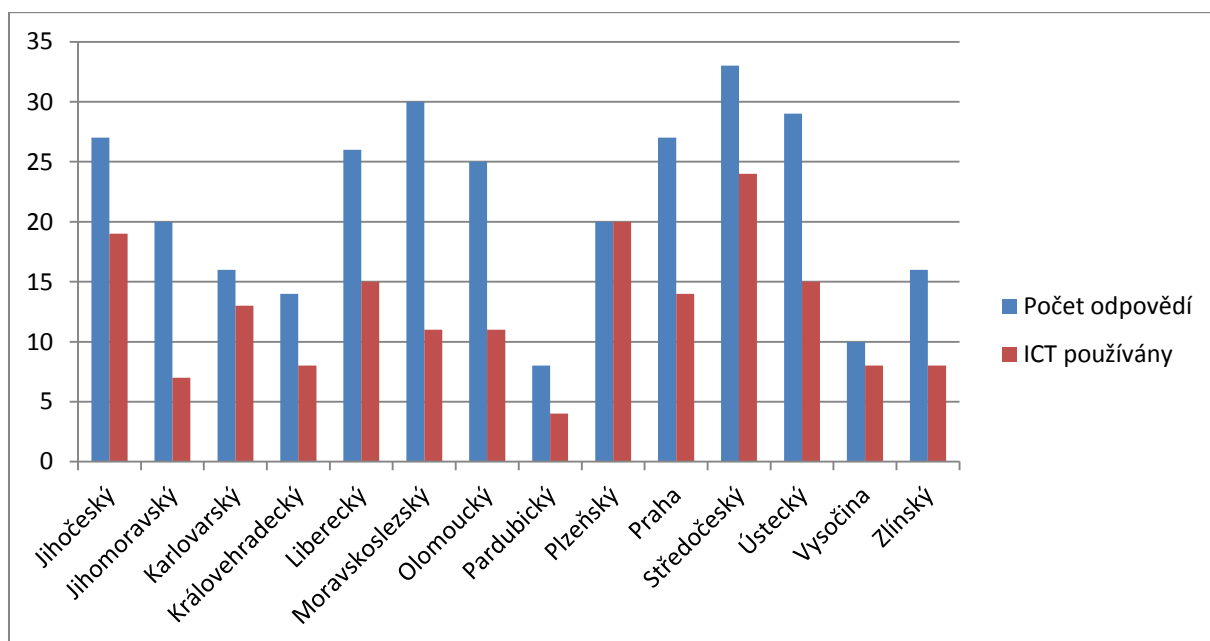
Respondenti dle pohlaví



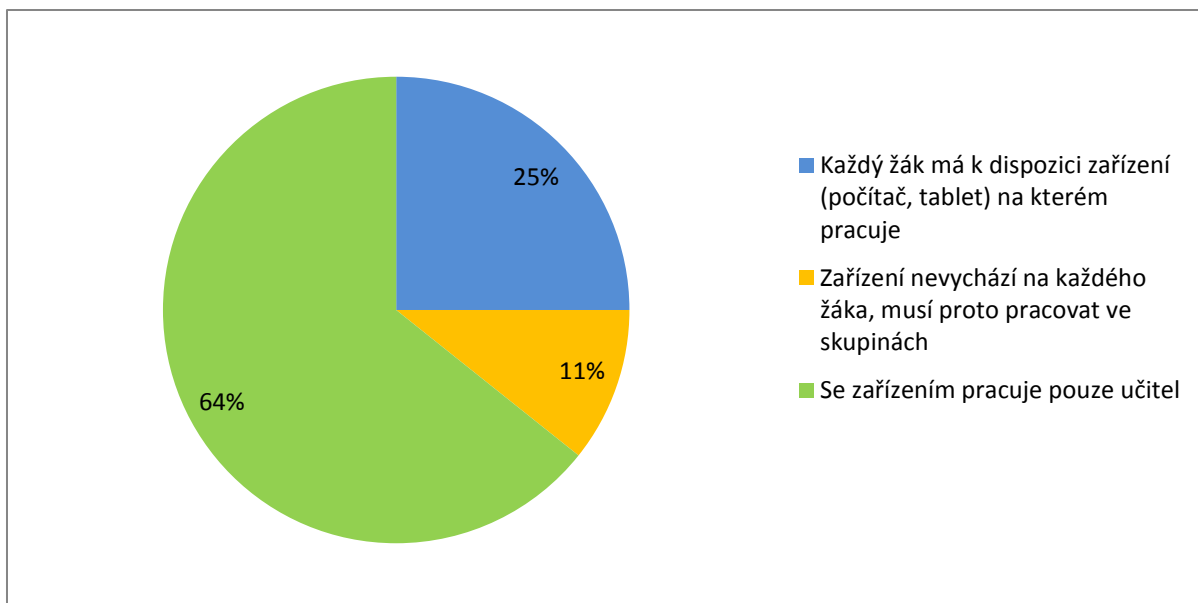
Rozložení respondentů podle věku a délky praxe



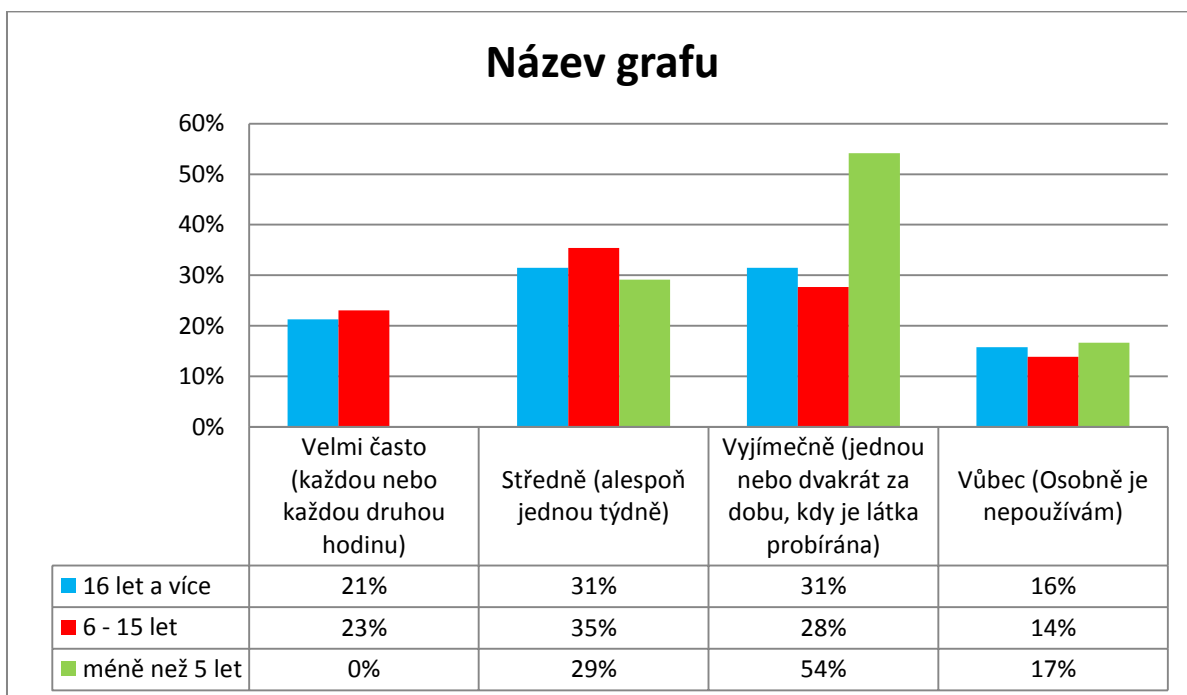
Využívání ICT k podpoře výuky stereometrie na školách



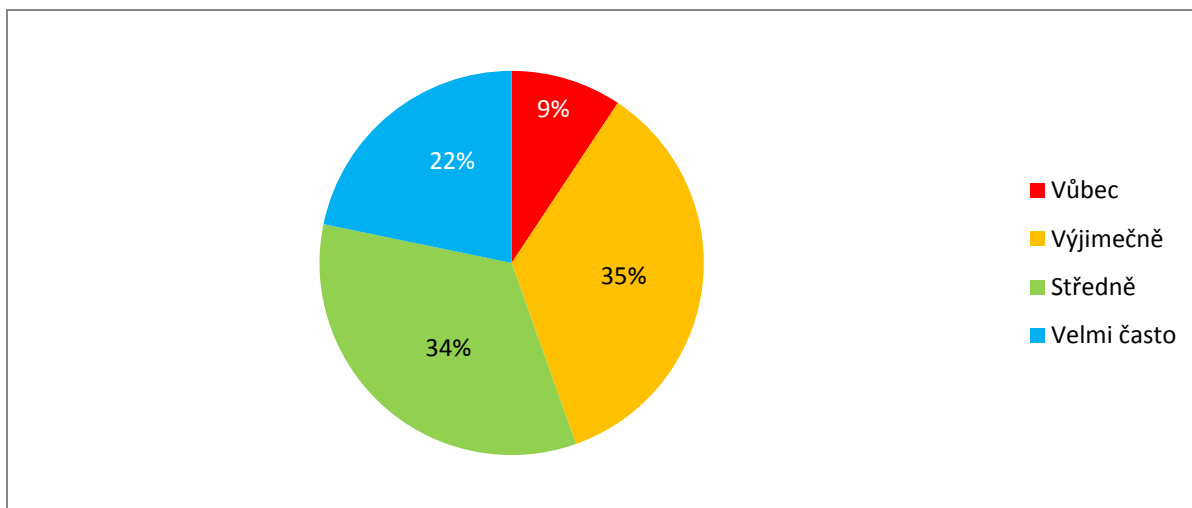
Využití ICT z hlediska krajevosti příslušnosti respondentů



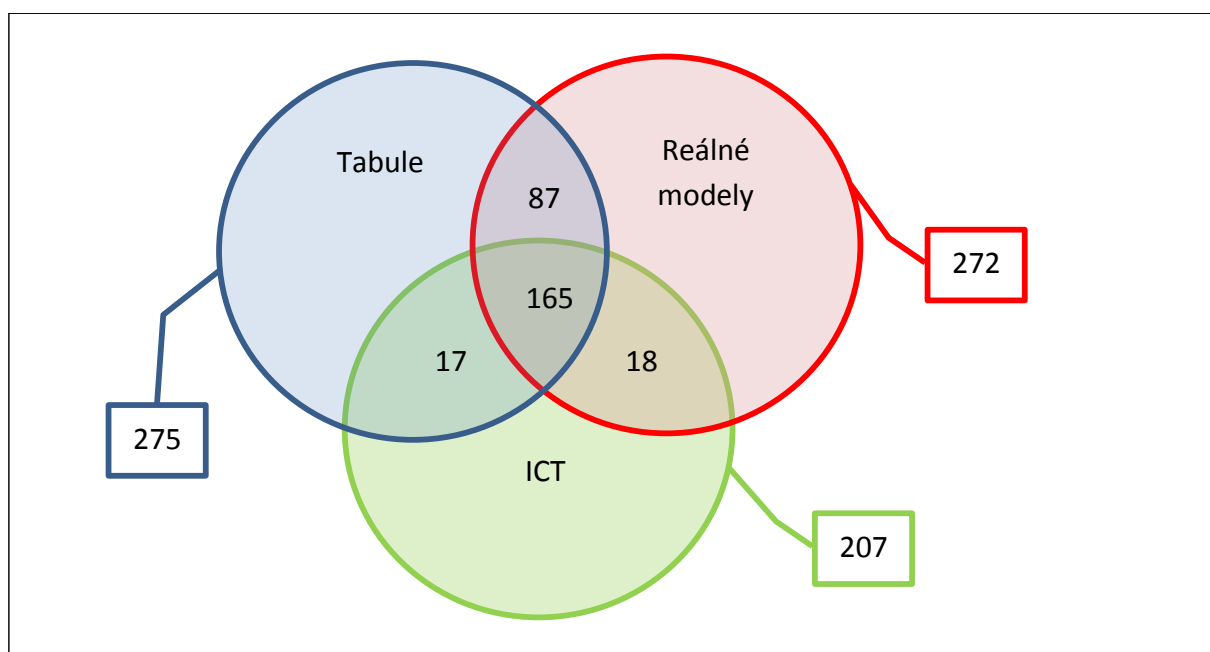
Poměr využívání ICT učiteli a žáky na školách



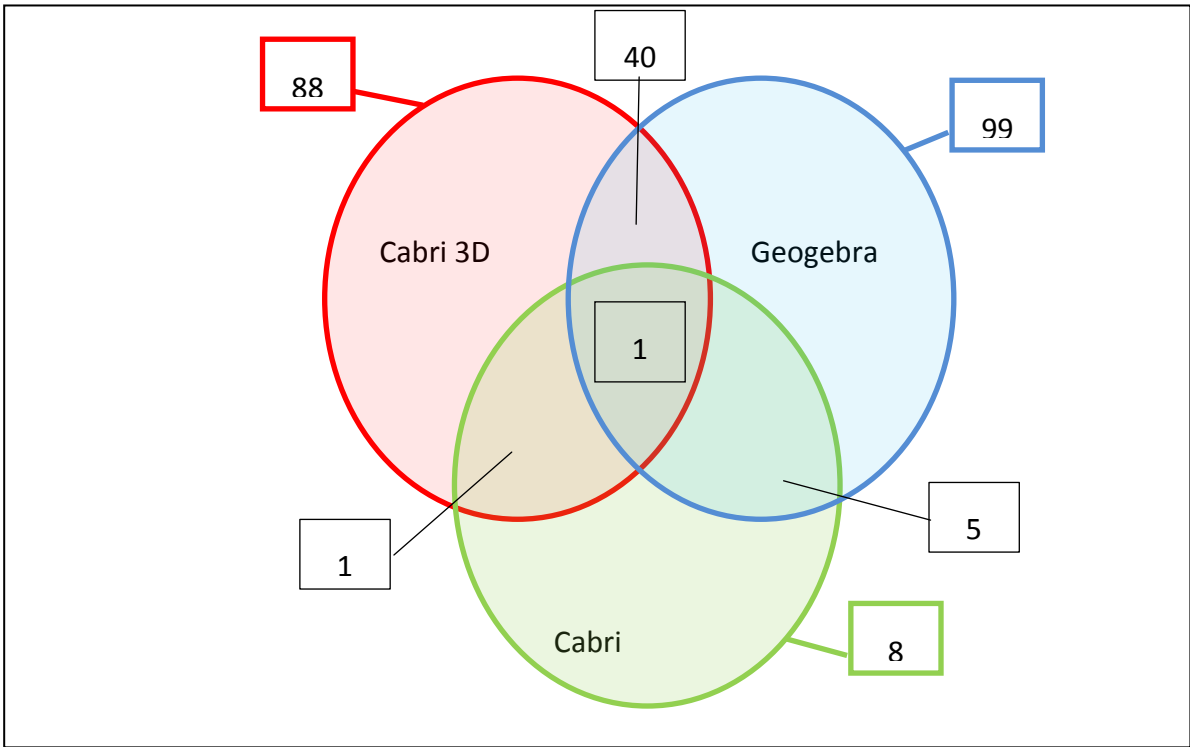
Četnost využití ICT v hodinách podle délky praxe



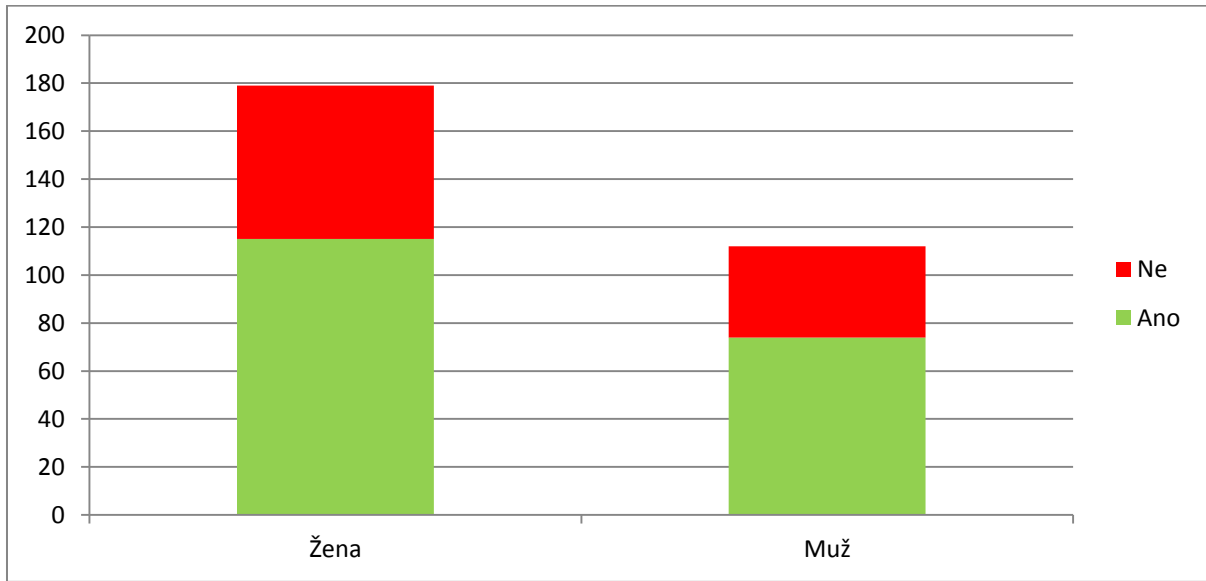
Četnost využívání prostředků ICT v hodinách respondentů



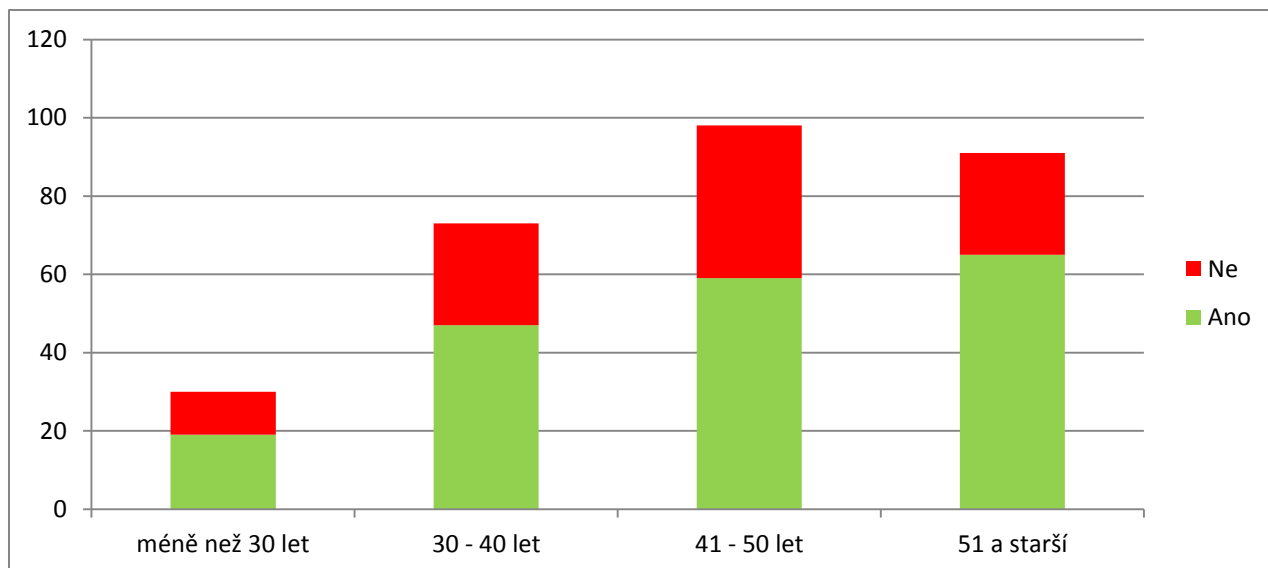
Využití pomůcek v hodinách respondentů



Nejvyžívanější programy v hodinách respondentů



Využívání ICT v hodinách z hlediska genderu



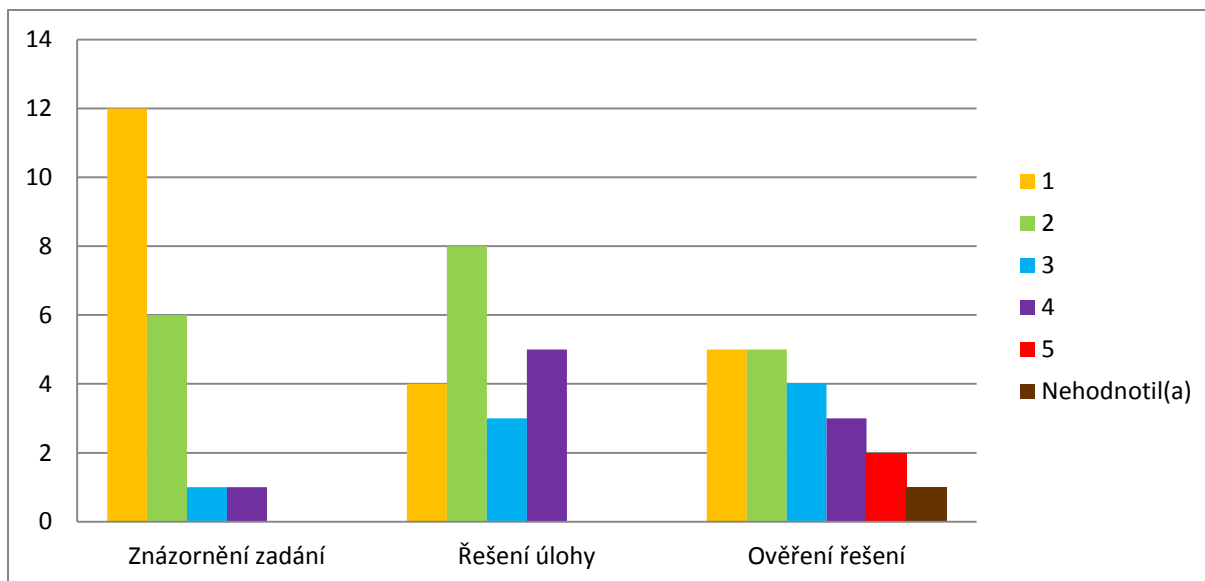
Využívání ICT v hodinách z hlediska věku

B Ověřování využití vybraného programu ve třídách

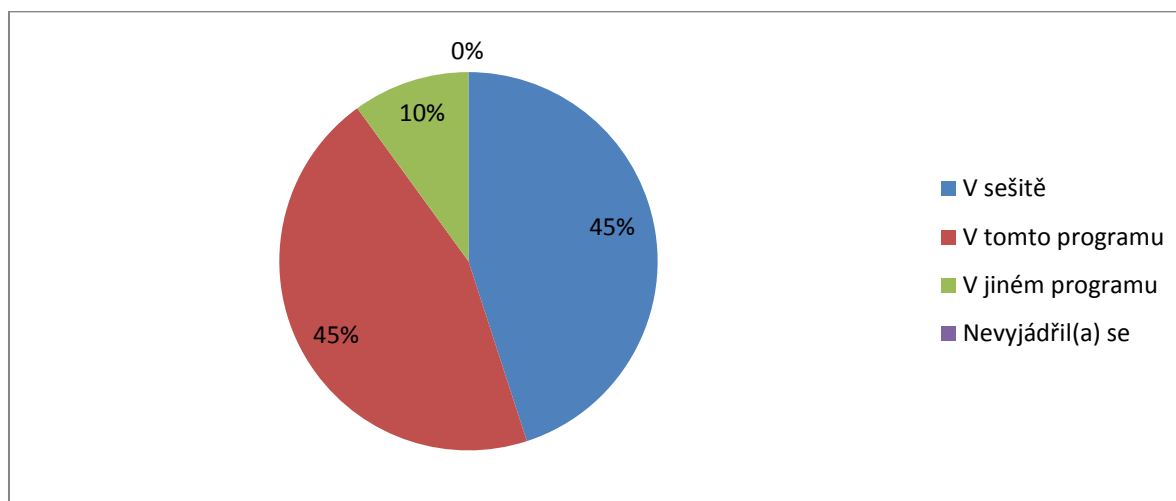
Úloha 1, třída A

Známka:	1	2	3	4	5	Nehodnotil(a)	
Znázornění zadání	12	6	1	1	0	0	
Řešení úlohy	4	8	3	5	0	0	
Ověření řešení	5	5	4	3	2	1	
	Snadné	Zvládnutelné	Normální	Obtížné	Velmi obtížné	Nehodnotil(a)	
Obtížnost zadání	6	4	7	2	0	1	
	V sešitě	V tomto programu	V jiném programu	Nevyjádřil(a) se			
Raději by řešil(a)	9	9	2	0			
	Reálný model	Model vytvořený v tomto programu	Jiný virtuální model	Nevyjádřil(a) se			
Jako pomůcka	6	11	2	1			

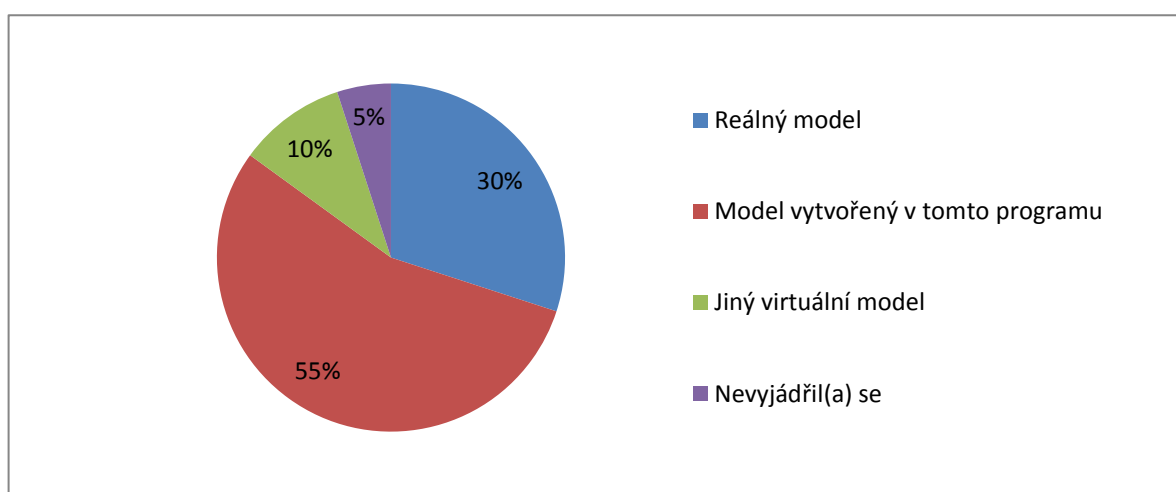
Přehled četností jednotlivých odpovědí



Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.



Preference využití možných pomůcek v budoucnu

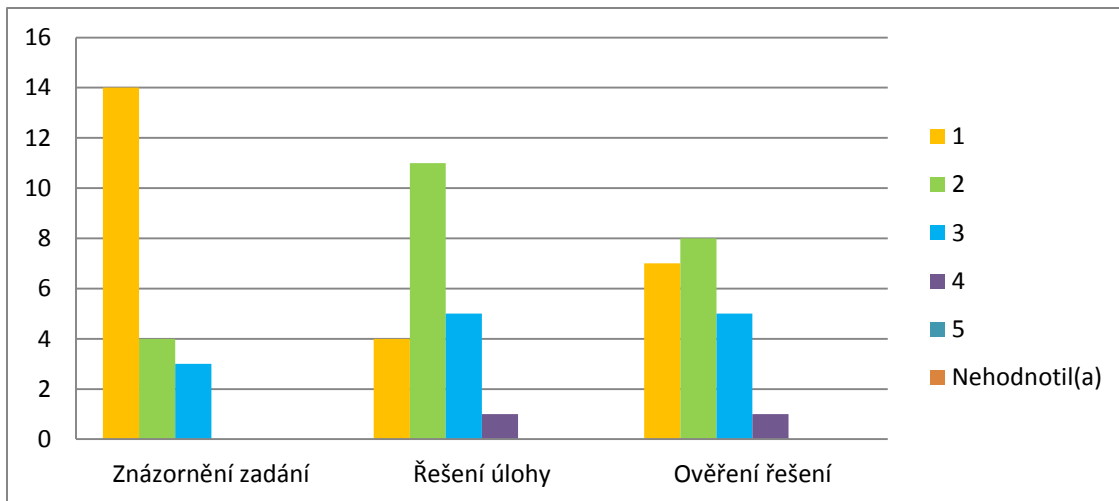


Preference využití modelů při řešení úloh

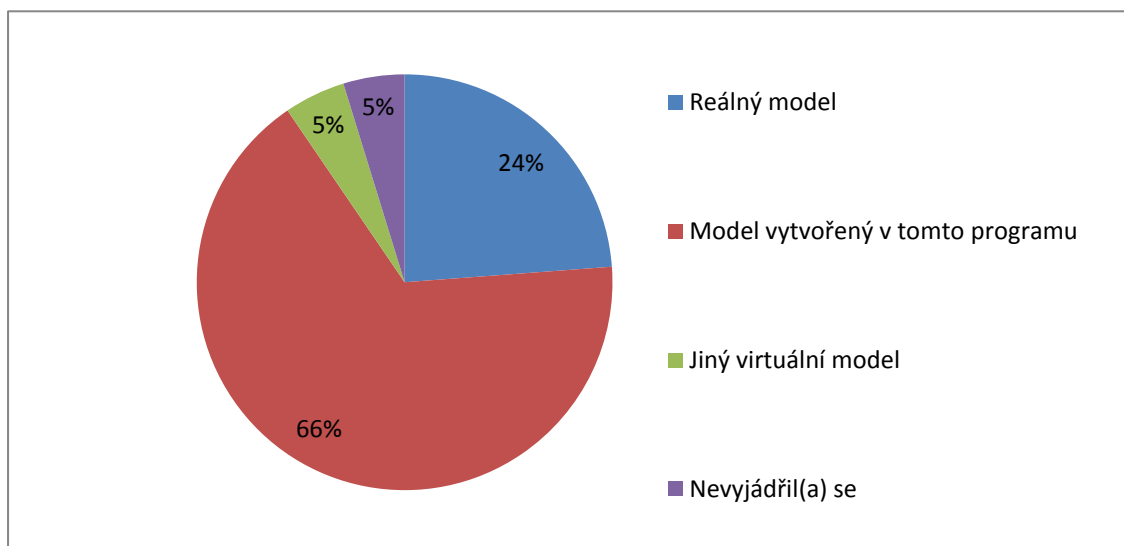
Úloha 1, třída B

Známka:	1	2	3	4	5	Nehodnotil(a)	
Znázornění zadání	14	4	3	0	0	0	
Řešení úlohy	4	11	5	1	0	0	
Ověření řešení	7	8	5	1	0	0	
	Snadné	Zvládnutelné	Normální	Obtížné	Velmi obtížné	Nehodnotil(a)	
Obtížnost zadání	11	7	3	0	0	0	
	V sešitě	V tomto programu	V jiném programu	Nevyjádřil(a) se			
Raději by řešil(a)	7	14	0	0			
	Reálný model	Model vytvořený v tomto programu	Jiný virtuální model	Nevyjádřil(a) se			
Jako pomůcka	5	14	1	0			

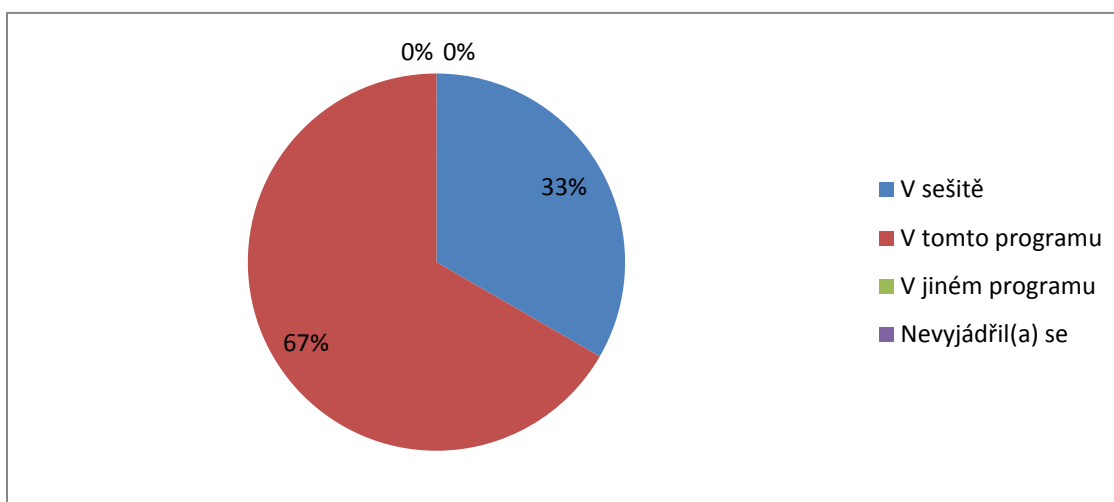
Přehled četností jednotlivých odpovědí



Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.



Preference využití možných pomůcek v budoucnu

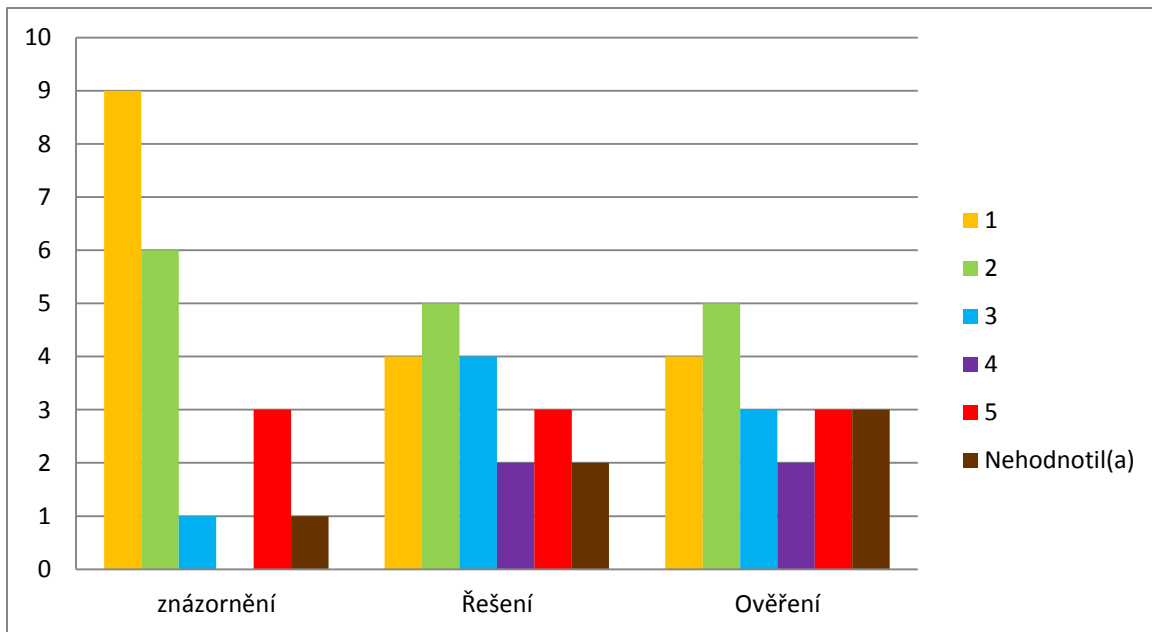


Preference využití modelů při řešení úloh

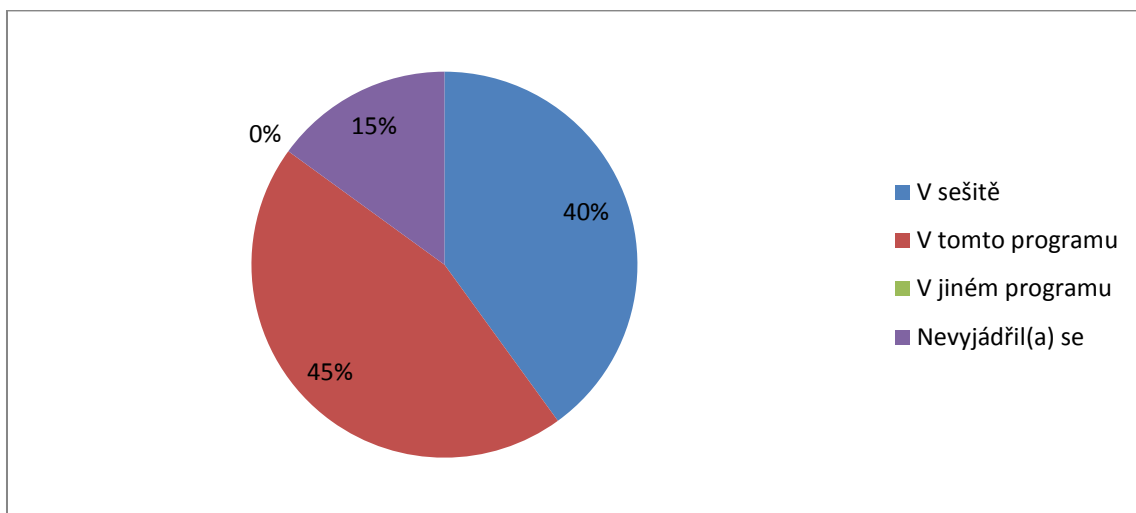
Úloha 2, třída A

Známka:	1	2	3	4	5	Nehodnotil(a)	
Znázornění zadání	9	6	1	0	3	1	
Řešení úlohy	4	5	4	2	3	2	
Ověření řešení	4	5	3	2	3	3	
	Snadné	Zvládnutelné	Normální	Obtížné	Velmi obtížné	Nehodnotil(a)	
Obtížnost zadání	2	5	4	2	2	5	
	V sešitě	V tomto programu	V jiném programu	Nevyjádřil(a) se			
Raději by řešil(a)	8	9	0	3			
	Reálný model	Model vytvořený v tomto programu	Jiný virtuální model	Nevyjádřil(a) se			
Jako pomůcka	4	12	0	4			

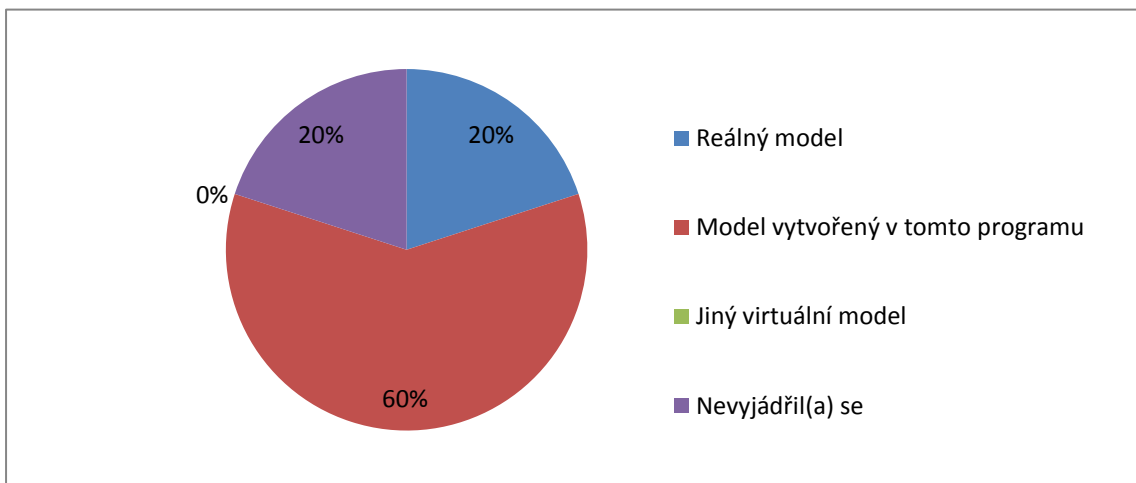
Přehled četností jednotlivých odpovědí



Ohodnocení procesu řešení druhé úlohy v programu.



Preference využití možných pomůcek v budoucnu

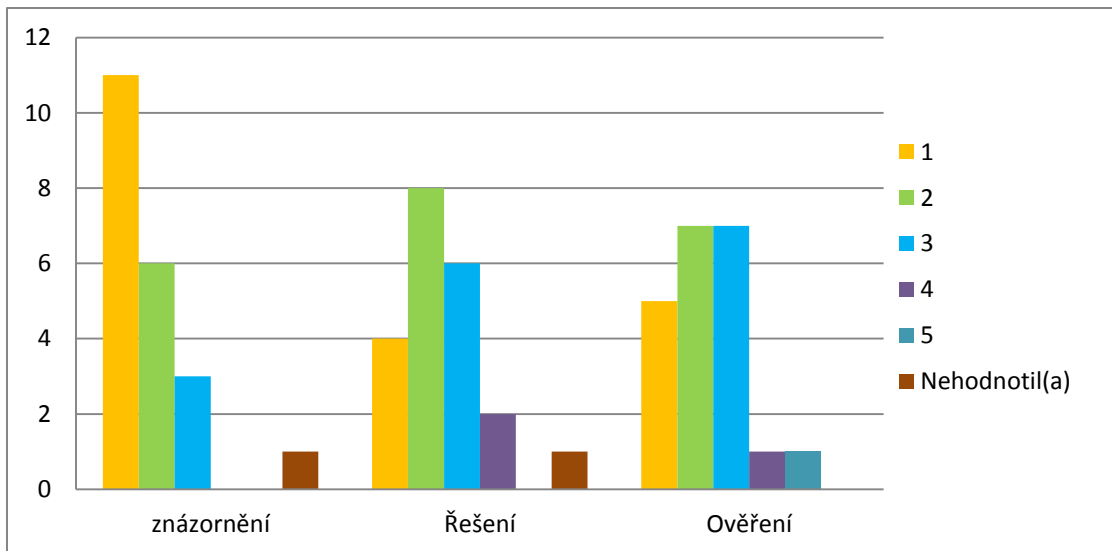


Preference využití modelů při řešení úloh

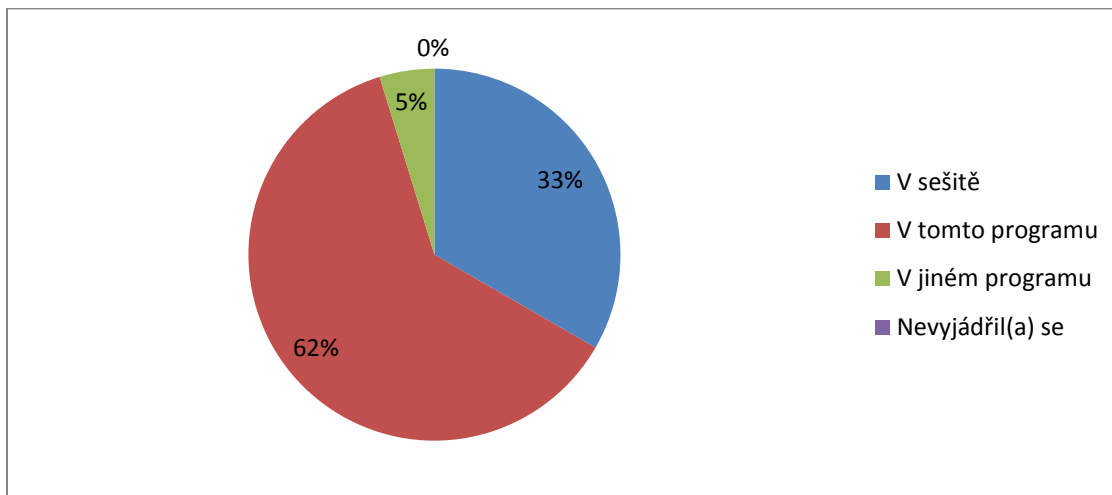
Úloha 2, třída B

Známka:	1	2	3	4	5	Nehodnotil(a)	
Znázornění zadání	11	6	3	0	0	1	
Řešení úlohy	4	8	6	2	0	1	
Ověření řešení	5	7	7	1	1	0	
	Snadné	Zvládnutelné	Normální	Obtížné	Velmi obtížné	Nehodnotil(a)	
Obtížnost zadání	4	11	5	1	0	0	
	V sešitě	V tomto programu	V jiném programu	Nevyjádřil(a) se			
Raději by řešil(a)	7	13	1	0			
	Reálný model	Model vytvořený v tomto programu	Jiný virtuální model	Nevyjádřil(a) se			
Jako pomůcka	7	13	0	1			

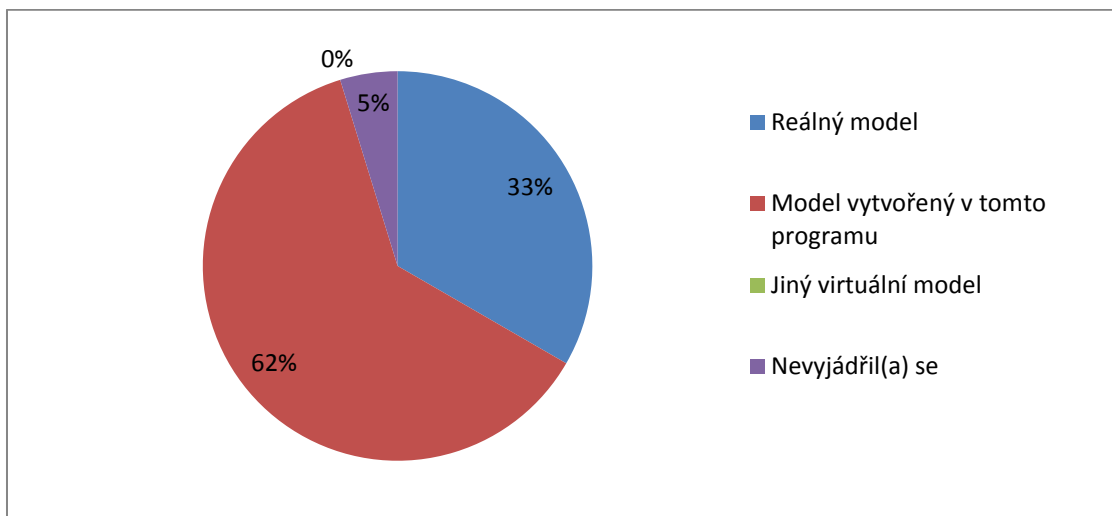
Přehled četností jednotlivých odpovědí



Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.



Preference využití možných pomůcek v budoucnu

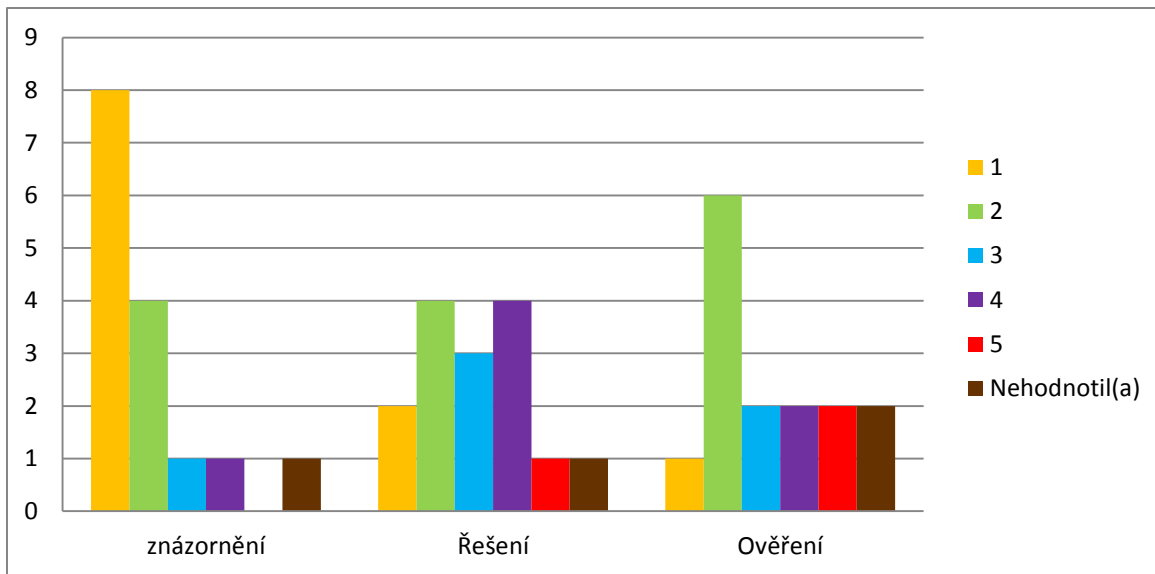


Preference využití modelů při řešení úloh

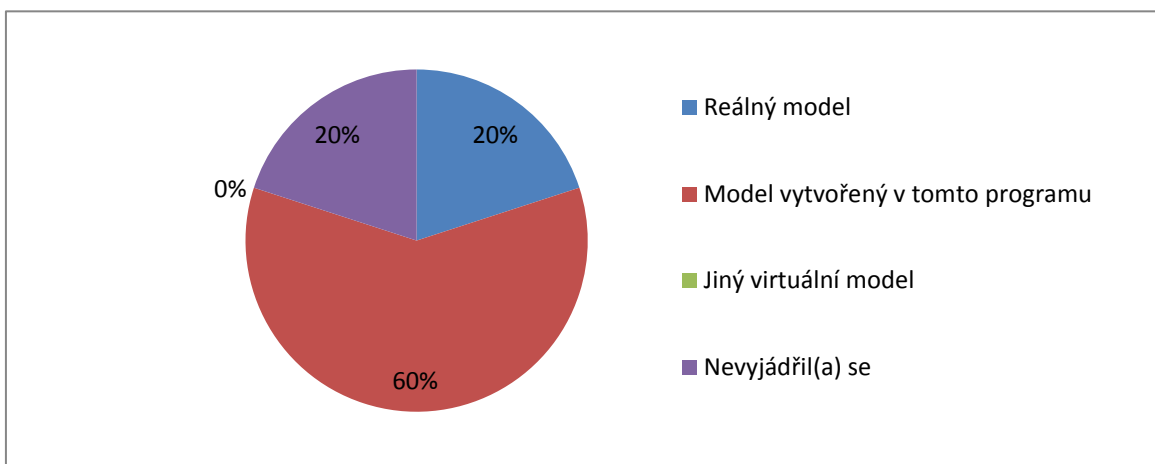
Úloha 3, třída A

Známka:	1	2	3	4	5	Nehodnotil(a)	
Znázornění zadání	8	4	1	1	0	1	
Řešení úlohy	2	4	3	4	1	1	
Ověření řešení	1	6	2	2	2	2	
	Snadné	Zvládnutelné	Normální	Obtížné	Velmi obtížné	Nehodnotil(a)	
Obtížnost zadání	1	3	2	4	1	4	
	V sešitě	V tomto programu	V jiném programu	Nevyjádřil(a) se			
Raději by řešil(a)	7	8	0	0			
	Reálný model	Model vytvořený v tomto programu	Jiný virtuální model	Nevyjádřil(a) se			
Jako pomůcka	3	9	0	3			

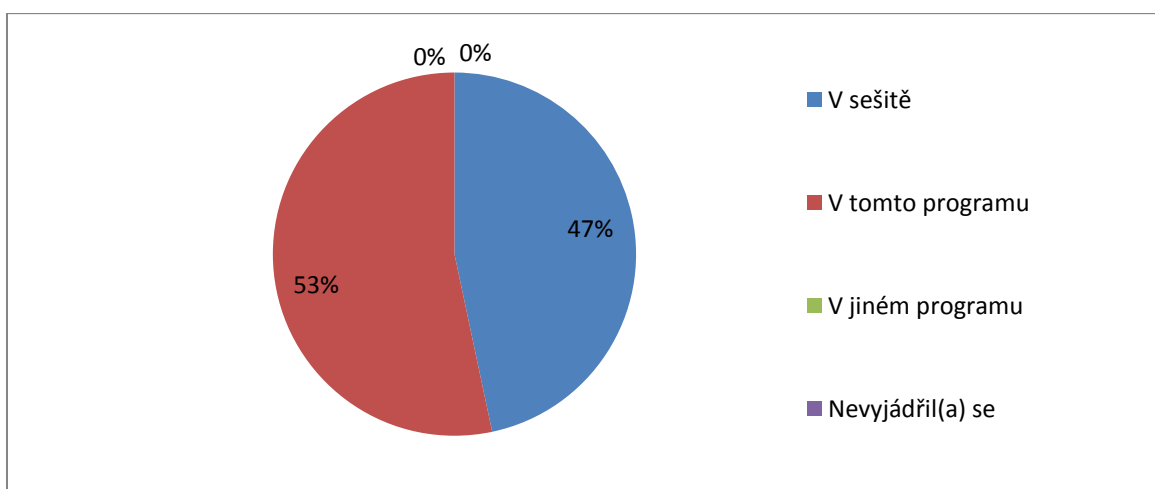
Přehled četností jednotlivých odpovědí



Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.



Preference využití možných pomůcek v budoucnu

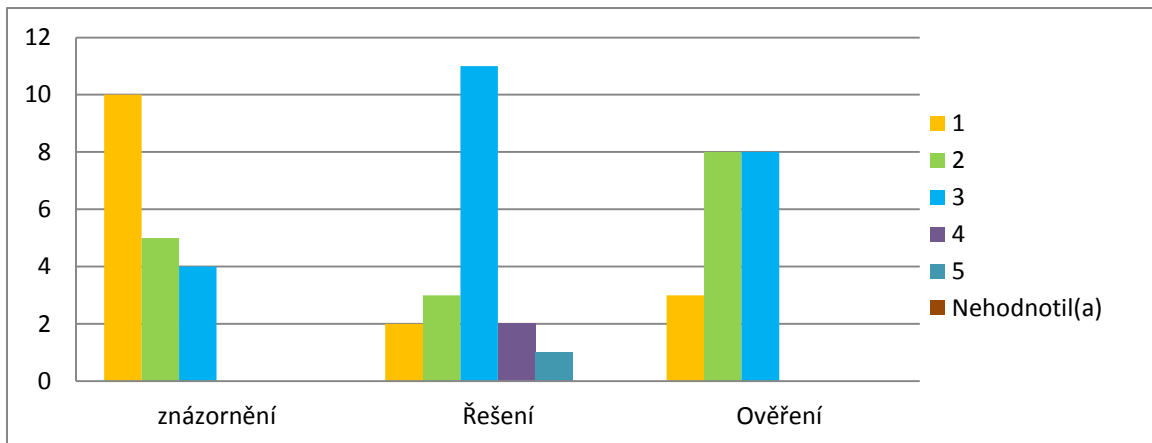


Preference využití modelů při řešení úloh

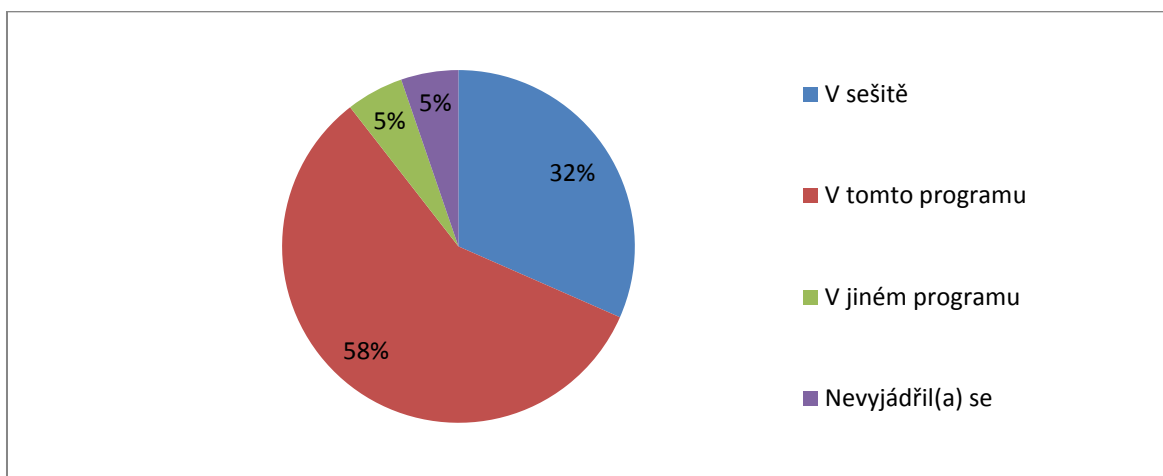
Úloha 3, třída B

Známka:	1	2	3	4	5	Nehodnotil(a)	
Znázornění zadání	10	5	4	0	0	0	
Řešení úlohy	2	3	11	2	1	0	
Ověření řešení	3	8	8	0	0	0	
	Snadné	Zvládnutelné	Normální	Obtížné	Velmi obtížné	Nehodnotil(a)	
Obtížnost zadání	4	11	5	1	0	0	
	V sešitě	V tomto programu	V jiném programu	Nevyjádřil(a) se			
Raději by řešil(a)	6	11	1	1			
	Reálný model	Model vytvořený v tomto programu	Jiný virtuální model	Nevyjádřil(a) se			
Jako pomůcka	8	9	0	2			

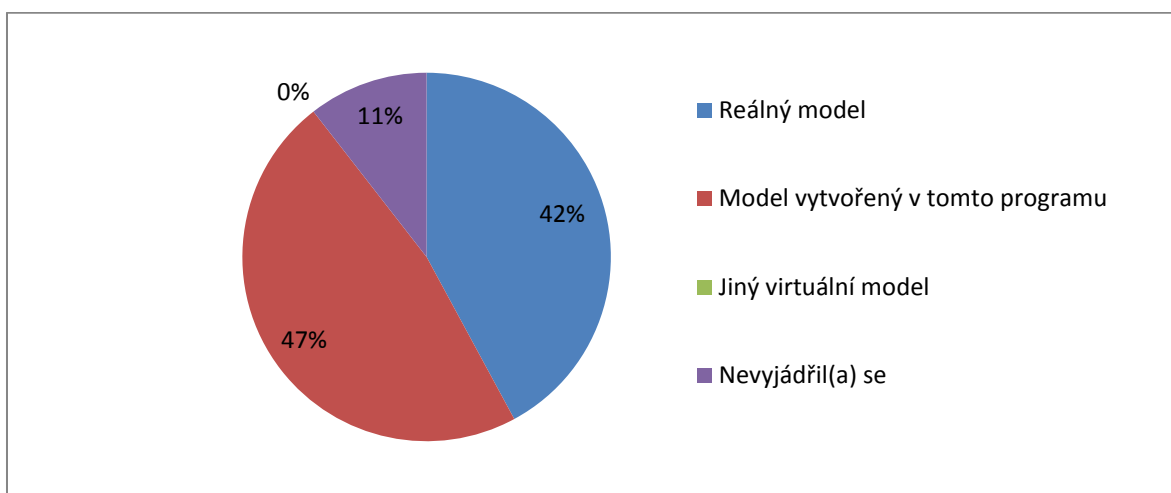
Přehled četností jednotlivých odpovědí



Ohodnocení procesu řešení první úlohy v programu.



Preference využití možných pomůcek v budoucnu



Preference využití modelů při řešení úloh

C Příloha 3 – Pracovní list žáků při ověřování

Třída A, žák N

Pracovní list
Po ukončení práce, prosím, vyhodnoťte, jak se Vám s programem pracovalo
Vyřešené úlohy ukládejte do složky S:\7_F\Stereometrie\Přijmení

Příklad 1:
Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou S_{ED} , S_{DGH} , S_{AD} .

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné	
Oznámkuje jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:						
Znázornění zadání v programu		X	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	X	3	4	5	
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	X	4	5	

Příště bych řešil/a úlohu:
 1. Raději na papíře
 ② V tomto programu
 3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:
 1. Reálný model
 ② Model vytvořený v tomto programu
 3. Jiný virtuální model

Poznámky:

Jméno: _____ N

Příklad 2:
Je dána krychle ABCDEFGH, $a = 4\text{cm}$. Dokažte, že roviny B E G a S_{EF} , S_{FG} jsou rovnoběžné a určete jejich vzdálenost.

Handwritten notes:
 rovina EG je || k přímce SEF SFG
 rovina EB je || k přímce SEF SBF

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné	
Oznámkuje jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:						
Znázornění zadání v programu		X	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	X	3	4	5	
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	X	4	5	

Příště bych řešil/a úlohu:
 1. Raději na papíře
 ② V tomto programu
 3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:
 1. Reálný model
 ② Model vytvořený v tomto programu
 3. Jiný virtuální model

Poznámky:
Myšlenka, že po detailnějším prozkoumání možnosti programu by pro mě více proaneral přínos. Edukaci v úlohu pak není tak těžké si představit. Program se mi líbí.

Příklad 3:
Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB| = 4\text{cm}$, $v = 6\text{cm}$. Najděte a vypočítejte odchylku přímky S_{DB} od roviny S_{ABCD} .

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné	
Oznámkuje jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:						
Znázornění zadání v programu		X	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	X	3	4	5	
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	X	4	5	

Příště bych řešil/a úlohu:
 1. Raději na papíře
 ② V tomto programu
 3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:
 1. Reálný model
 ② Model vytvořený v tomto programu
 3. Jiný virtuální model

Poznámky:

Třída B, žák B

Pracovní list

Po ukončení práce, prosím, vyhodnoťte, jak se Vám s programem pracovalo
Vyřešené úlohy ukládejte do složky S:\7_E\Přijmení

Příklad 1:

Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou S_{FG} , S_{GH} , S_{AD} .

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné
------------------	--------	--------------	----------	---------	---------------

Oznámte jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:

Znázornění zadání v programu	1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5

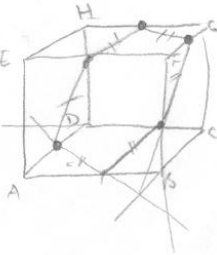
Příště bych řešil/a úlohu:

1. Raději na papíře
2. V tomto programu
3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:

1. Reálný model
2. Model vytvořený v tomto programu
3. Jiný virtuální model

Poznámky:



Jméno: _____

B

Příklad 2:

Je dána krychle ABCDEFGH, $a = 4\text{cm}$. Dokažte, že roviny B E G a S_{EF} , S_{FG} jsou rovnoběžné a určete jejich vzdálenost.

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné
------------------	--------	--------------	----------	---------	---------------

Oznámte jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:

Znázornění zadání v programu	1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5

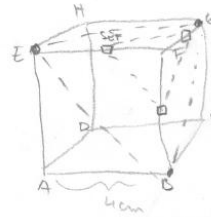
Příště bych řešil/a úlohu:

1. Raději na papíře
2. V tomto programu
3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:

1. Reálný model
2. Model vytvořený v tomto programu
3. Jiný virtuální model

Poznámky:



V rovnoběžnosti $(EBG) \parallel (S_{EF})$
 $(EBG) \parallel (S_{FG})$

Příklad 3:

Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$. Najděte a vypočítejte odchylku přímky S_{AV} od roviny S_{AB} .

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné
------------------	--------	--------------	----------	---------	---------------

Oznámte jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:

Znázornění zadání v programu	1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5

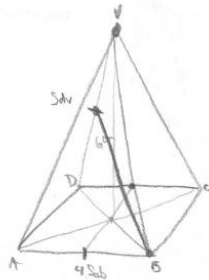
Příště bych řešil/a úlohu:

1. Raději na papíře
2. V tomto programu
3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:

1. Reálný model
2. Model vytvořený v tomto programu
3. Jiný virtuální model

Poznámky:



Třída B, žák O:

Pracovní list
Po ukončení práce, prosím, vyhodnotte, jak se Vám s programem pracovalo
Vyřešené úlohy ukládejte do složky S:\7_E\Přijmeni

Příklad 1:
Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou S_{FG} , S_{GH} , S_{AD} .

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné	
Znázornění zadání v programu		1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5	
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5	

Oznámte jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:

Znázornění zadání v programu	1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5

Příště bych řešil/a úlohu:
 1. Raději na papíře
 2. V tomto programu
 3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:
 1. Reálný model
 2. Model vytvořený v tomto programu
 3. Jiný virtuální model

Poznámky:

Jméno: _____

Příklad 2:
Je dána krychle ABCDEFGH, $a = 4\text{cm}$. Dokažte, že roviny B E G a S_{EF} , S_{FG} , S_{HG} jsou rovnoběžné a určete jejich vzdálenost.

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné	
Znázornění zadání v programu		1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5	
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5	

Oznámte jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:

Znázornění zadání v programu	1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5

Příště bych řešil/a úlohu:
 1. Raději na papíře
 2. V tomto programu
 3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:
 1. Reálný model
 2. Model vytvořený v tomto programu
 3. Jiný virtuální model

Poznámky:
obtížně se mi pracovalo s úhlověrem

Sestrojování rovin mi nečinilo problém, program mi v tomto směru pomohl s představeností. Počítač mi odchytek jako v př. 3 je však pro mě nepřehledný.

Příklad 3:
Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$. Najděte a vypočítejte odchylku přímky S_{AB} od roviny $S_{AB}S_{CD}$.

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné
Znázornění zadání v programu	1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5

Oznámte jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:

Znázornění zadání v programu	1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5

Příště bych řešil/a úlohu:
 1. Raději na papíře
 2. V tomto programu
 3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:
 1. Reálný model
 2. Model vytvořený v tomto programu
 3. Jiný virtuální model

Poznámky:

Třída B, žák P

Pracovní list

Po ukončení práce, prosím, vyhodnoťte, jak se Vám s programem pracovalo
Vyřešené úlohy ukládejte do složky S:\7_EV\Přijmení

Příklad 1:

Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou S_{BC} , S_{DEH} , S_{AD} .

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné
------------------	--------	--------------	----------	---------	---------------

Oznámkujte jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:

Znázornění zadání v programu	1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5

Příště bych řešil/a úlohu:

1. Raději na papíře
2. V tomto programu
3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:

1. Reálný model
2. Model vytvořený v tomto programu
3. Jiný virtuální model

Poznámky:

Řezy jsou v programu dobře vidět, ale chybí, že nemůžu dělat rovnoběžky - nebo jsem jen upřesil jak na to. Je to přehlednější a snadnější.
Odechyly a vzdálenosti jsou už horší. Je to rychlejší, že nemusím složitě sestrojovat přímkou, ale není to nijak extra přehledné. Asi jen pro kontrolu jestli jsem to na papíře spočítal dobře → tedy nic složitě nemusím počítat.

Jméno: _____

Příklad 2:

Je dána krychle ABCDEFGH, $a = 4\text{cm}$. Dokažte, že roviny B E G a S_{DE} , S_{FG} jsou rovnoběžné a určete jejich vzdálenost.

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné
------------------	--------	--------------	----------	---------	---------------

Oznámkujte jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:

Znázornění zadání v programu	1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5

Příště bych řešil/a úlohu:

1. Raději na papíře
2. V tomto programu
3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:

1. Reálný model
2. Model vytvořený v tomto programu
3. Jiný virtuální model

Poznámky:

433 mm

Příklad 3:

Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, $|AB|=4\text{cm}$, $v=6\text{cm}$. Najděte a vypočítejte odchylku přímkou S_{AB} od roviny S_{AD} , S_{V} .

Obtížnost zadání	snadné	zvládnutelné	normální	obtížné	velmi obtížné
------------------	--------	--------------	----------	---------	---------------

Oznámkujte jako ve škole jak se vám s programem pracovalo:

Znázornění zadání v programu	1	2	3	4	5
Nalezení řešení pomocí programu	1	2	3	4	5
Ověření správnosti výsledku pomocí programu	1	2	3	4	5

Příště bych řešil/a úlohu:

1. Raději na papíře
2. V tomto programu
3. Za pomoci jiného programu

Jako pomůcka by mi více vyhovoval:

1. Reálný model
2. Model vytvořený v tomto programu
3. Jiný virtuální model

Poznámky:

35,3°