

Posudek bakalářské práce Víta Musila

Předkládaná bakalářská práce *Kompaktní a slabě kompaktní operátory v Banachových prostorech funkcí* se zabývá vyšetřováním jistých slabých topologií na Banachových prostorech funkcí a dále pak vyšetřováním slabé kompaktnosti lineárních operátorů na Banachových prostorech funkcí.

Připomeňme, že *Banachův prostor funkcí* X je úplný normovaný lineární prostor měřitelných funkcí, v němž norma jistým způsobem souvisí s mírou μ na tomto prostoru. Je-li X Banachův prostor funkcí a X' k němu asociovaný prostor, potom je, není-li X reflexivní, uvažovaná slabá topologie $\sigma(X, X')$ na X slabší než slabá topologie $\sigma(X, X^*)$ (kde X^* je topologický duál k X). Autor se v první části práce zabývá vyšetřováním této slabé topologie $\sigma(X, X')$. Mimo jiné dokazuje, že slabá kompaktnost v této topologii má podobné vlastnosti jako v $\sigma(X, X^*)$ -topologii, např. že relativní $\sigma(X, X')$ -slabá kompaktnost je totéž jako relativní $\sigma(X, X')$ -slabá sekvenciální kompaktnost. Dalším zajímavým výsledkem je analogie ekvivalence relativní $\sigma(X, X^*)$ -slabé kompaktnosti jednotkové koule v Banachově prostoru X s reflexivitou tohoto prostoru. Konkrétně platí toto, je-li X Banachův prostor funkcí, pak jednotková koule je v tomto prostoru relativně $\sigma(X, X')$ -slabě kompaktní, právě když má prostor X absolutně spojitou normu (tj. pro každou funkci $f \in X$ a pro každou posloupnost množin $\{E_k\}_k$, že $\chi_{E_k} \rightarrow 0$ μ -s.v., platí $\|f\chi_{E_k}\|_X \rightarrow 0$).

V poslední kapitole se autor zabývá otázkou slabé kompaktnosti *adjungovaného* operátoru T' k lineárnímu operátoru T v kontextu Banachových prostorů funkcí X, Y a k nim asociovaným prostorům X', Y' . Zajímavým pozorováním, které autor demonstruje na jednoduchém příkladu, je, že v tomto kontextu neplatí známá Grantmacherova věta (tj. že lineární operátor mezi dvěma Banachovými prostory je slabě kompaktní, právě když je jeho duální operátor slabě kompaktní).

Práce je napsaná srozumitelně a přehledně. V některých místech by vyžadovala drobnou jazykovou korekturu. Autor např. píše „can not“ místo správného „cannot“ (viz 7. řádek shora na str. 28, 15. řádek shora na str. 29). Tato drobnost samozřejmě nemá vliv na srozumitelnost práce.

Závěrem bych chtěl konstatovat, že jako bakalářská práce je tato práce vysoce nadprůměrná. Nemám k ní žádné výhrady. Autor prokázal schopnost samostatné tvořivé práce. Výsledky práce jsou nové a po vhodné úpravě také publikovatelné. Navrhuji, aby tato bakalářská práce byla uznána za vyhovující, navrhuji hodnocení „výborně“.

V Praze, 2. září 2012

Doc. RNDr. Petr Gurka, CSc.