

Posudek vedoucího na diplomovou práci Martina Franců
Approximation of a non-increasing rearrangement of a function

Luboš Pick

Diplomová práce pana Martina Franců je věnována vytvoření numerického algoritmu pro aproximaci nerostoucího přerovnění funkce definované na měřitelném prostoru. Algoritmus je založen na interpolaci pomocí lineárních splinů. Téma práce vyžaduje hluboké znalosti rozsáhlých partií reálné a funkcionální analýzy a numerické matematiky.

V základním teoretickém výzkumu prostorů funkcí a také při jejich využití například k nacházení řešení eliptických parciálních diferenciálních rovnic nebo v dalších úlohách harmonické analýzy či matematické fyziky patří k nejdůležitějším moderním úlohám výběr správného prostoru funkcí případně správné škály prostorů funkcí. Během posledních několika desetiletí se ukázalo, že primární škály prostorů funkcí, jimiž jsou tradičně prostory Lebesgueovy a Orliczovy, nejsou dostatečně jemné pro důsledný a přesný popis všech kvalitativních řešení příslušných problémů, a to zejména v případech, kdy se jedná o problém zahrnující prostory v jistém smyslu limitní, kritické či optimální apod. Významné zjemnění je možno obdržet pomocí škál prostorů funkcí založených na takzvaném “nerostoucím přerovnění” funkce (základním a nejdůležitějším příkladem takové skupiny prostorů funkcí jsou prostory Lorentzovy a jejich četná zobecnění). Při práci s těmito prostory je často možné poměrně přesně charakterizovat globální vlastnosti operátorů a vnoření, přesně spočítat nerostoucí přerovnění jedné konkrétní zadané funkce je však ve většině případů prakticky nemožné. To představuje pro řešení jistých specifických úloh určitý nedostatek, jenž lze částečně kompenzovat s využitím přibližných a numerických metod.

Diplomová práce pana Martina Franců má tři kapitoly. První kapitola je přípravná a obsahuje základní definice a nezbytná elementární tvrzení z teorie Banachových prostorů funkcí a z teorie metody konečných prvků. Ve druhé kapitole je popsán algoritmus pro aproximaci nerostoucího přerovnění funkce zadané na mnohostěnu v n -rozměrném eukleidovském prostoru. Metoda je založena na použití lineární splinové aproximace. Hlavním teoretickým výsledkem práce jsou odhady chyby této aproximace. Ty jsou uvedeny v kapitole 3. Součástí práce je implementace počítačového programu, který uvedenou aproximaci realizuje pro dimenzi 1 a 2.

Výsledky diplomové práce pana Martina Franců jsou velmi zajímavé a brzy budou publikovány v mezinárodním matematickém časopise. Pan Franců svých výsledků dosáhl ve spolupráci s kanadskými matematiky R. Kermanem, A. Sayfyem a C. Phippsem. Spolu s těmito autory také již připravil jednu publikaci do tisku a v současné době pracuje na další.

Celkově lze říci, že práce přináší nové netriviální výsledky v důležité a rapidně se rozvíjející moderní disciplíně funkcionální analýzy. Nejen zmíněné výsledky, ale také metodické zpracování důkazů ukazují na značnou autorovu technickou erudovanost, vynikající orientaci v problematice a znalost současné i klasické literatury. Navíc je práce dobře a přehledně sepsána. Autor pracoval po celou dobu velmi svědomitě a samostatně. V kategorii diplomových prací jde o nadprůměrný výkon. Práci navrhuji uznat jako diplomovou a klasifikovat jako výbornou.

V Praze 11.9. 2012

Luboš Pick