Posudek vedoucího na diplomovou práci

Tomáš Kobrle: Lineární kódy nad okruhy

Od objevu, že některé známé nelineární binární kódy se dají interpretovat jako lineární kódy nad okruhem $\mathbb{Z}_4$, se v literatuře vyskytla řada výsledků zabývající se vlastnostmi lineárních kódů nad konečnými okruhy. Ačkoli jsou tvrzení často velmi obecná, uváděné příklady jsou typicky nad velice speciálními komutativními okruhy jako $\mathbb{Z}_m$ (m přirozené číslo).

Cílem práce bylo podrobněji rozebrat známé výsledky (identita MacWilliamsové, kritéria existence monomiálních transformací) pro nějakou reprezentativní třídu příkladů. Jako vhodný kandidát byla vybrána třída algeber cest nad konečnými tělesy s přihlédnutím k výsledku P. Gabriela, že každá konečně dimenzionální algebra nad algebraicky uzavřeným tělesem je Moritovsky ekvivalentní algebře cest. Nad konečnými tělesy sice tato věta neplatí, ale přesto dává tušit, že algebry cest nad konečnými tělesy tvoří významnou třídu konečných okruhů.

Z tohoto hlediska lze práci označit za úspěšnou. Autor v prvních třech kapitolách shrnul základní fakta z teorie samoopravných kódů a teorie reprezentací. Většina práce se pak zabývá kódy nad algebrami cest bez relací, což si z teoretických důvodů vynutilo jako abecedu kódů injektivní modul místo okruhu samotného. V kapitole 4 se pak zabýval homogenní váhou zobecňující Leeovu váhu pro okruh $\mathbb{Z}_4$. V kapitole 5 zavedl za daných předpokladů pojem duálního kódu a dokázal o něm některá fakta. Kapitola 7 obsahuje dokázanou zobecněnou verzi věty MacWilliamsové o ekvivalenci kódů. Práce je doplněna více ilustrativními příklady.

Problémem posuzované práce je, že na řadě míst ignoruje náležitosti matematického textu, což ji činí obtížně čitelnou.

Přes dobré celkové logické členění práce se v textu vyskytují místa, kdy je se samozřejmostí používáno něco, co je zavedeno až o několik kapitol dále (např. definice 2.5 na str. 13, pojem nerozložitelného rozkladu ze str. 15, nebo implicitně použitá Krullova-Schmidtova věta o jednoznačnosti takového rozkladu na str. 22 – bez ní by nebylo jasné, že máme *úplný* seznam projektivních/injektivních modulů).

V textu jsou různé nepřesnosti, co se předpokladů týče. Často není specifikováno, je-li uvažovaný ideál jednostranný nebo oboustranný. Na str. 9 je mylně uvedeno, že okruh nemusí mít minimální injektivní kogenerátor (viz [1, Corollary 18.19]). Na str. 25 není z kontextu jasné, co se myslí pojmem orientovaný strom.

Dále je v práci několik míst, která by zasloužila lepší vysvětlení. Nejkřiklavějším případem je kapitola 6, kde odkaz do literatury místo důkazu u věty 6.4 (zobecněná verze identity MacWilliamsové) ani s přimhouřením oka nelze považovat za adekvátní. Odkazované tvrzení má totiž odlišné předpoklady a je dosti netriviální. Pečlivé ověření, jestli toto zobecnění je možné, mělo být součástí práce. Je škoda, že autor toto doporučení nevzal v potaz, protože jím uvedený příklad na str. 38 naznačuje, že věta 6.4 pravděpodobně platí.

Dále se to týká především toho, že uzavěrová operace z definice 5.4 (str. 33) komutuje s direktními sumami. To je klíčový fakt použitý dále v textu pro důkaz vlastních výsledků a plyne z toho, že $\mathrm{soc}(\mathcal{I}^n(a)) = \mathcal{I}^n(a)\epsilon_a$.

Nepřehledně napsaný je rovněž důkaz věty 4.3 na str. 29/30. Jednak není zmíněno, vůči které částečně uspořádané množině se uvažuje Möbiova funkce. Jednak je použito bez vysvětlení značení $|x^*R|$, které se navíc (patrně omylem) matoucím způsobem střídá s $|x * R|$.

Celkově shrnuto, z práce je patrné porozumění nelehkému tématu a obsahuje autorovy vlastní příspěvky (tj. nejedná se pouze o kompilaci). Celkový dojem ale dosti kazí zpracování, které činí práci obtížnou k porozumění.

Práci **doporučuji uznat jako diplomovou** a hodnocení příkládám na zvláštním listě.

V Praze dne 13. 9. 2012 RNDr. Jan Šťovíček, Ph.D.