Oponentský posudek diplomové práce „Semigroups of lattice points"

Ve své práci se Bc. Marek Scholle zabývá studiem algerbaických a topologických vlastností pologrup mřížových bodů, tj. podpologrup algebry $\langle \mathbb{N}_0^m, + \rangle$, kde $m \in \mathbb{N}$. Zvýšená pozornost je věnována případům $m = 1, 2, 3$.

V krátkém a čtivém úvodu jsou zmíněny motivační zdroje, dále je nastíněna struktura práce a autor zde také přesně vymezuje, které z výsledků jsou jeho vlastní a u kterých naopak převážně čerpal z dostupné literatury.

Následuje kapitola s předběžnostmi obsahující základní definice, značení a několik užitečných tvrzení pro práci se zavedenými pojmy. Ve druhé kapitole se pak zkoumá především vztah podpologrup pologrup $\mathbb{N}_0^m$ a jejich konických obalů nad tělesem racionálních čísel. Jsou zmíněny i základní vlastnosti v literatuře nepříliš studované podpologrupy menšitelů, která se ovšem ukáže být velmi užitečným nástrojem v kapitole následující.

Ta si klade za cíl popsat co možná nejpřesněji čisté podpologrupy pologrup $\mathbb{N}_0^m, m \in \mathbb{N}$. Nemalá část této kapitoly je věnována studiu Carathéodoryho ranku, hlavním výsledkem je potom autorova vlastní Věta 3.17, z níž mj. plyne, že každá čistá podpologrupa pologrupy $\mathbb{N}_0^2$ obsahující netriviálního menšitele je již konečně generovaná (což bylo ad hoc dokázáno v článku [Jež12], jenž vyšel letos ve Forum Mathematicum). Věta 3.17 samotná je ovšem daleko obecnější. Její poměrně netriviální důkaz je velmi příhodně doplněn ilustrativním obrázkem. V samotném závěru kapitoly pak autor představuje na vhodně zvoleném příkladu koncept „děr" v podpologrupách.

Poslední, čtvrtá kapitola se soustředí na speciální případy, kdy $m = 1, 2, 3$. Zajímavé jsou zde mj. původní příklady 4.11 až 4.13; poslední z nich by si možná zasloužil krátký komentář osvětlující, co přesně na tomto příkladu chtěl autor ilustrovat. Přínosné je také uvedení plného důkazu Věty 4.14 (do jejíhož znění se připletl tiskařský šotek, který zaměnil nerovnost $CR(A) \leq 3$ za rovnost), jež říká, že čisté podpologrupy pologrupy $\mathbb{N}_0^3$ splňují ICP. Otázka pro $m = 4, 5$ je stále otevřeným problémem, jak autor nakonec sám zmiňuje na straně 18.

Již po prvním pročtení je zjevné, že práce byla zpracována velmi pečlivě, se smyslem pro detail. Text neobsahuje žádné větší nepřesnosti a i výskyt těch menších je redukován na mininum. Za všechny by snad bylo lze zmínit jen přeškrtnutá „náležítka" na prvním řádku důkazu Lemmatu 2.10, nesprávně zvolené složené závorky na posledním řádku důkazu Lemmatu 3.3 či chybějící *cone* u A v důkazu Věty 3.17, na třetím a čtvrtém řádku strany 22.

Práce Bc. Marka Scholleho je po formální a jazykové stránce na vynikající úrovni. Rovněž odborná úroveň textu a míra autorova vlastního přínosu dle názoru oponenta zaslouží absolutorium. **Podmínky pro to, aby mohla být práce „Semigroups of lattice points" uznána na MFF UK za diplomovou považuji za splněné**, bez výhrad.