

**Posudek školitele na diplomovou práci**  
**Karla Lavičky**  
*Invariantní míry pro dissipativní*  
*stochastické diferenciální rovnice*

Diplomová práce Karla Lavičky sestává z úvodní kapitoly, v níž jsou shrnuty (a zčásti dokázány) potřebné poznatky o různých topologiích v prostorech měř a markovských jádrech, a z dvou kapitol věnovaných původním výsledkům diplomanta.

V druhé kapitole je nejprve podán důkaz věty Ch. Sunyacha o existenci, jednoznačnosti a exponenciální stabilitě v Kantorovič-Rubinšteinově metrice invariantní míry markovských řetězců, jejichž přechodové jádro je kontrakce (vzhledem k vhodné semimetrice) na lipschitzovských funkcích. Sunyachova věta byla publikována již v roce 1975, ale zůstává málo známa, patrně i proto, že její původní důkaz není příliš průhledný. V diplomové práci je detailně proveden odlišný, zcela elementární důkaz, založený na Banachově větě o pevném bodu. Nadto je ukázáno, že pokud je markovský řetězec vyhovující předpokladům Sunyachovy věty silně fellerovský, konvergují přechodová jádra k invariantní míře nejen slabě, ale i v totální variaci.

Bylo by zajímavé ukázat (a taková byla má původní představa jako školitele), že Sunyachova věta umožňuje předokázat celkem snadno mnohé známé výsledky o invariantních mírách pro dissipativní stochastické diferenciální rovnice (v konečné i nekonečné dimenzi), jejichž standardní důkaz je založen na technicky spíše nepřijemné metodě „časného startu“. Kolega Lavička však byl podstatně více atrahován obecnou teorií markovských jader, takže je nakonec v práci zařazen příklad jediný, spíše ilustrativní.

Silně fellerovskou vlastnost markovských jader (zmíněnou výše) je zpravidla obtížné ověřit a často je nutno užívat velmi netriviální výsledky z teorie parciálních diferenciálních operátorů; nevyjasněn však zůstával přesný vztah silné fellerovskosti k (obecně ostře slabší) vlastnosti absolutní měřitelnosti, která má více pravděpodobnostní charakter. Před rokem R. Schilling a J. Wang opublikovali preprint, poskytující dvě různé postačující podmínky, aby absolutně měřitelné jádro v  $\mathbb{R}^d$  bylo silně fellerovské. Diplomant radikálně zjednodušil jejich důkazy užitím vztahu mezi silnou fellerovskostí a kompaktností v topologii bodové konvergence měř, což umožnilo dosti podstatně zesílit i samotné výsledky. Speciálně, stavový prostor nemusí být lokálně kompaktní. Tyto výsledky jsou vyloženy ve třetí kapitole diplomové práce.

Úhrnem: předložená práce je pečlivě zpravána a obsahuje četné originální výsledky; třetí kapitola je víceméně připravena k publikaci, po dopracování by bylo vhodné opublikovat i výsledky z kapitoly druhé. Podle mého soudu jsou plně splněny požadavky kladené na diplomovou práci a doporučuji, aby **práce K. Lavičky byla jako práce diplomová uznána.**