

OPONENTSKÝ POSUDEK NA BAKALÁŘSKOU PRÁCI:

Ladislav Starý

Konvergence pravděpodobnostních měr

V předložené práci se autor zabývá různými typy konvergence pravděpodobnostních měr a konvergence náhodných veličin. V první části práce zkoumá vztah konvergence v totální variaci a slabé konvergence pravděpodobnostních měr, a dále uvádí několik podmínek ekvivalentních slabé konvergenci. V druhé části práce je pak vypracován přehled vztahů mezi různými pojmy konvergence náhodných veličin na pravděpodobnostních prostorech. Jsou to bodová s.j. konvergence, konvergence v pravděpodobnosti, v L_p , v distribuci a skoro stejnoměrná konvergence.

Jedná se o vcelku ucelený text, který zodpovídá většinu přirozených otázek týkajících se vztahů uvedených pojmů. Text obsahuje řadu nedostatků, z nichž většinu lze snadno odstranit. Je škoda, že to autor před odevzdáním práce neudělal.

Domnívám se, že práce splňuje podmínky kladené na bakalářskou práci.

Nyní bych uvedl několik kritických komentářů.

(1) Bylo by vhodné uvést význam některých symbolů ($C_b(S), \xrightarrow{w}, P_X, d(x, A)$).

(2) V důkazu Věty 3.1.3 nebylo ukázáno, že $X_n, X \in L_p$. Nemělo to být v předpokladech Věty? Popř., nemělo být v Definicí 3.0.5(v) uvedeno $X_n, X \in L_\infty$?

(3) Vedle Protipříkladu 2.1.3 je možné uvažovat i přirozený příklad posloupnosti Diracových měr. Totiž, pokud $x_n \rightarrow x$ a $x_n \neq x$, pak δ_{x_n} konvergují slabě k δ_x , ale ne v totální variaci.

(4) V textu je několik překlepů a řada jazykových nedostatků (např. v nadpisu kapitoly 3.2). Často chybí tečka na konci matematické formule, i když zde končí i věta, popř. je namísto toho zakončena čárkou.

(5) Následuje soupis dalších nalezených nedostatků.

- V Protipříkladu 2.1.3 je potřeba zajistit, aby fungovala centrální limitní věta (předpokládám, že autor měl na mysli nezávislé veličiny).
- V 5. řádku důkazu Věty 2.2.2 má být $\mathbf{1}_F$ místo $\mathbf{1}$.
- První dva řádky na straně 5 se opakují.
- Funkce f_ε v důkazu Věty 2.2.4, $(v) \Rightarrow (ii)$, je rovna 0 pro ta x , ve kterých $f(x) = b$, což autor nezamýšlel (jedná se však o banální snadno odstranitelný problém).

- V důkazu Věty 3.1.2: (a) v ř. 11 by mělo být uvedeno, že odhad platí pro $n \geq n_0$, (b) v ř. 14 má být $P(|X - X_n| > r)$ místo $P(|X| > r)$, (c) v ř. 17 má být $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$ místo $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$.
- V 4. řádku důkazu Věty 3.1.3 má být $> \varepsilon^p$ místo $> \varepsilon$.
- V Lemmatu 3.2.2 má být $j \in \{0, 1\}$ místo $j \in \{1, 2\}$.
- Není příliš rozumět 7. řádku v důkazu Lemmatu 3.2.2. Tvrdí se jen, že $\rho_0(X_n, X) \rightarrow 0$, nebo i $\rho_1(X_n, X) \rightarrow 0$?
- Začátky důkazů obou implikací Lemmatu 3.3.3 jsou zavádějící. Oba důkazy začínají větou ve smyslu „předpokládejme platnost implikace“ namísto „nyní dokážeme implikaci“.
- V důkazu Věty 3.3.5: (a) v 20. ř. důkazu má být c^p místo c , (b) v 25. ř. důkazu má být $|X_n| \in L_p$ místo $|X_n|^p \in L_p$, (c) v ř. 4 zdola má být $|X_n - X|^p \geq c^p$ místo $|X_n - X| \geq c^p$, (d) v ř. 3 zdola má být ε místo ε^p a funkce ρ_1 má být vynásobena c^p , (e) v ř. 2 zdola by mělo být ještě zmíněno použití Lemmatu 3.2.2.
- V definici 3.4.1 by měl být zmíněn ještě prostor pro X (patrně (Ω, \mathcal{A}, P)).
- V podmínce (v) Věty 3.4.2 má být $P(X \in \partial B) = 0$ místo $P(\partial B) = 0$.
- V důkazu Věty 3.4.3: (a) ve 4. ř. důkazu má být $d(x, F)$ místo $d(x - F)$, (b) ve 4. ř. na str. 14 má být $\bigcap_{k=1}^{\infty} V(F, k)$ místo $\bigcap_{n=1}^{\infty} V(F, k)$, v dalším řádku pak $\lim_{k \rightarrow \infty}$ místo $\lim_{n \rightarrow \infty}$.
- Na konci důkazu Důsledku 3.5.3 by mělo být v exponentu $\frac{p-1}{p}$ místo $\frac{p-1}{1}$.
- V Protipříkladu 3.5.5 by mělo být zmíněno, že jde o funkci $X \equiv 0$.
- Na předposledním řádku důkazu Lemmatu 3.6.1 má být $\lim_{m \rightarrow \infty}$ místo $\lim_{n \rightarrow \infty}$.
- V podmínce (ii) Věty 3.6.4 by mělo být přidáno $\forall n$ nebo $\sup_{n \in \mathbb{N}}$.
- V důkazu Věty 3.6.4: (a) v 3. ř. důkazu má být $|X_n|^p$ místo $|X_n|$, (b) v 6. řádku důkazu má být $\sup_{n \in \mathbb{N}}$ buď na obou stranách, nebo ani na jedné.
- V textu není žádný odkaz na [2], [3], [4].