

Michal Búzík: **Matematická teorie žonglování**

Posudek vedoucího bakalářské práce

Předložená práce seznamuje čtenáře s matematickým popisem žonglování. Hlavní část tvoří druhá kapitola, kde je vysvětlen popis žonglování pomocí posloupností nezáporných čísel. Hlavní pozornost je věnována periodickému žonglování; k jeho popsání pak stačí konečná posloupnost čísel, tzv. siteswap. V textu je např. uveden algoritmus pro testování, zda je daná posloupnost siteswapem. Dále je diskutováno generování všech přípustných siteswapů dané délky s daným počtem míčků a odvozeny vzorce pro počet příslušných siteswapů. Zbývající část práce stručně zmiňuje tzv. uniformní žonglování a souvislosti mezi žonglováním, teorií uzlů a zvoněním na zvony.

Pokud je mi známo, v češtině nebo slovenštině dosud neexistuje žádná publikace věnovaná tomuto tématu; autor se tak kromě jiného musel vypořádat se studiem zahraniční literatury a zavedením vhodné terminologie. Jelikož se i mezi matematiky jedná o málo známou problematiku, hlavním cílem práce bylo upozornit na existenci matematické teorie žonglování. Práce je podle mého názoru napsána čtivě, je doplněna zdařilými ilustracemi a historickými komentáři. K porozumění značné části textu stačí elementární matematika. Oceňuji přiložené CD s doprovodnými animacemi v Juggling Lab a programy v Mathematice.

Po odborné stránce jsem objevil následující nedostatky:

- Str. 16: Bylo by vhodné vysvětlit, proč platí rovnost

$$\lim_{|I| \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=i \bmod p; i \in I} h_k}{|I|} = \frac{1}{p} \sum_{k=0}^{p-1} h_k.$$

- Str. 17–18: Podle obrázku 12 lze k členům siteswapu přičítat nebo odečítat násobky periody, v textu je však zdůvodněno pouze přičítání. (Pro zdůvodnění korektnosti odčítání stačí použít větu 2.3 a korektnost přičítání.)
- Str. 17–18: V důkazu věty 2.3 mám dojem, že autor používá větu 2.7, jejíž znění však následuje až o několik stran dále.
- Str. 19: V důkazu lemmatu by mělo být zdůrazněno, že všechny výpočty probíhají v \mathbb{Z}_p . Důkaz je dosti stručný, některé kroky by mohly být více vysvětleny.
- Str. 23–24: První část důkazu věty 2.7 podle mého názoru není správně, neboť obecně neplatí $(h_k \bmod p) + k = (h_k + k) \bmod p$. Je možné argumentovat např. tak, že $k \mapsto k + h_k \bmod p$ je permutace \mathbb{Z} a $k \mapsto (k + h_k \bmod p) \bmod p$ je p -periodická posloupnost, takže pro $k \in \{0, \dots, p-1\}$ musí funkce $k \mapsto (k + h_k \bmod p) \bmod p$ nabývat všech hodnot z $\{0, \dots, p-1\}$. Druhá část důkazu věty 2.7 je neúplná – chybí vysvětlení, proč je ψ prostá žonglovací funkce.

Dále upozorňuji na některé další nepřesnosti a překlepy:

- Str. 5: Siteswapový zápis pochází z dvacátého (nikoliv devatenáctého) století.
- Str. 12: Na 3. řádce by bylo vhodnější psát „Ne každá prostá žonglovací funkce vznikne z prosté žonglovací posloupnosti (siteswapu).“ Dále na 6. řádce zdola by mělo být „z definice“ místo „z diagramu“.
- Str. 19: Na 2. řádce důkazu má být h_{p-1} místo $h_p - 1$.
- Str. 24: Na posledním řádce by mělo být napsáno, že přímka nesmí procházet průsečíkem dvou oblouků; totéž na str. 27, 7. řádek zdola.
- Str. 29, 1. řádek důkazu: Domnívám se, že (i) neplyne z lemmatu (to hovoří jen o tom, kdy lze nějakou posloupnost přeuspořádat na siteswap). Nicméně se jedná o zřejmé tvrzení.
- Str. 32: Mělo by být zdůrazněno, že pokud algoritmus skončí krokem 2, pak na vstupu nebyl siteswap.
- Str. 34, poslední řádek: Místo „počet permutací délky p “ by mělo být „počet p -tic“.
- Str. 39: Odkaz na důkaz Möbiovy inverze by měl být uveden již před zněním věty 2.14.
- Str. 40: Ve vztahu pro $MS(7, 5)$ chybí levá závorka před $(7 + 1)^d$.
- Str. 46: Místo $\sum \binom{l}{r_i}$ má být $\sum \binom{l}{i}$.

Domnívám se, že zmíněné nedostatky nejsou způsobeny neznalostí, ale spíše nepozorností. Chyby v důkazech lze rovněž snadno opravit a nemají vliv na zbytek práce. Text jako celek působí kultivovaným dojmem a svým rozsahem se blíží diplomové práci. Proto i přes uvedené výhrady doporučuji předloženou práci uznat jako bakalářskou a navrhuji hodnocení *výborně*.

V Praze dne 31. 8. 2012

RNDr. Antonín Slavík, Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky MFF UK