

Posudek oponenta diplomové práce  
*Kompaktní objekty v kategoriích modulů*  
Bc. Petera Kálnaie

Předložená práce se zabývá objekty, pro které odpovídající Hom funktor přirozeně komutuje s koproduktem a dalšími zobecněními této kompaktnosti. Různá zobecnění vět z teorie modulů do aditivních kategorií naznačují, že takto definovaná kompaktnost je klíčovou vlastností konečně generovaných modulů, kterou lze formulovat kategoriálně.

První kapitola se zabývá problémem existence okruhu, ve kterém je třída kompaktních modulů uzavřená na produkty. Corollary 10 ukazuje, že existence takového okruhu vynutí existenci samo-injektivního neartinovského jednoduchého okruhu, ve kterém jsou kompaktní objekty uzavřené na součiny. Corollary 15 pak ukazuje, že pokud neexistuje silně nedosažitelný kardinál, pak v neartinovském samoinjektivním okruhu určité vlastnosti bude vždy třída kompaktních modulů uzavřená na součiny.

Druhá kapitola se zabývá samo-kompaktními moduly a jejich vztahem k součinu. Mimo jiné je vysvětleno, proč je součin  $\prod_{p \in \mathbb{P}} \mathbb{Z}_p$  samo-kompaktní komutativní grupa.

Třetí kapitola představuje další zobecnění, zabývá se objekty stabilních kategorií, je zde uvedena Myiachiho charakterizace kompaktních objektů stabilní kategorie modulů nad perfektním okruhem (Theorem 24).

Poslední kapitola se obsahově vymyká předchozím třem. Zabývá se otázkou, kdy je v okruhu  $R$  s ideálem  $I$  pravda, že projektivní modul  $P$  je konečně generovaný, pokud  $P/PI$  je konečně generovaný. Pro  $I = J(R)$  jde o klasický Lazardův problém. Zde je hlavním výsledkem Theorem 31, který říká, že tento problém lze studovat dokonce pouze v rámci konečně generovaných projektivních modulů.

Po obsahové stránce je práce velmi dobrá, výsledky zajímavé. Určité výhrady lze mít k prezentaci práce. Určitě není dobré začít celou práci překlepem. Některé překlepy snižují srozumitelnost textu, například definice  $A_i$  na straně 14, důkaz Proposition 20, v Proposition 21 není uvedeno, že jde o ekvivalentní tvrzení, atd. Některé detaily by měly být rozebrány podrobněji. Například důkaz lemmatu 9 (ii) vyžaduje injektivitu  $Q_R$ , ale odkazovaná Proposition 8(ii) dává injektivitu  $Q_Q$ . Více komentáře a příkladů by jistě nebylo na škodu.

Za podstatnější nedostatek pak považuji práci s množinovými operacemi s objekty v Grothendieckově kategorii bez dalšího vysvětlení a nevysvětlenou projektivitu  $T'$  v důkazu Lemmatu 22 .

Dle mého názoru autor prokázal dobré porozumění dané problematice, hlavní výsledek práce se mi líbí. Předloženou práci proto doporučuji k obhajobě, navrhuji hodnocení *výborně*.

Ve vlaku, 25. 5. 2012

Pavel Příhoda